



**CENTRO DE ESTUDIOS DEMOGRÁFICOS,
URBANOS Y AMBIENTALES**

**MODELACIÓN BASADA EN AGENTES PARA LA ESTIMACIÓN Y PROYECCIÓN
DE LA MORTALIDAD DE LOS SEGUROS DE PENSIONES EN MÉXICO**

Tesis presentada por

CARMEN CECILIA GÓMEZ DOMÍNGUEZ

Para optar por el grado de
MAESTRA EN DEMOGRAFÍA

Director de tesis
VÍCTOR MANUEL GARCÍA GUERRERO

PROMOCIÓN 2016-2018

CIUDAD DE MÉXICO, JULIO DE 2018

*Para Irma, Justino, Nelly, Yoselin,
Wilson, Fany, Maya y Mayky.*

Con todo mi agradecimiento:

A mis padres, Irma Domínguez y Justino Gómez, y mis hermanas, Nelly y Yoselin, por todo el amor y apoyo incondicional que me han brindado a lo largo de la vida. Ustedes son mis pilares y mi principal motivación. ¡Los amo!

A mi director de tesis, el Dr. Víctor Manuel García Guerrero, por toda la confianza, la guía, el apoyo, el tiempo y la paciencia. Pero sobre todo por compartir un poco de su conocimiento que ha contribuido en mi formación profesional más allá del desarrollo de esta investigación.

A mi lectora, la Dra. Beatriz Novak, así como a la Dra. Jéssica Nájera y al Dr. Álvaro Hernández por todos sus comentarios, sugerencias e ideas que aportaron al diseño y a la mejora de este trabajo.

A Chandrasiddhi, Josué y Osmara, por todo su cariño, apoyo, tiempo, paciencia, alegrías, y ánimos que me han brindado en el transcurso de este proyecto.

A cada uno de mis compañeros de maestría, por compartir un poco de su experiencia tanto de conocimientos, como de estrategias de aprendizaje que se pueden implementar en el proceso de tesis. Gracias por el acompañamiento, el cariño y el apoyo.

A cada uno de los profesores de la maestría que han formado parte de mi formación académica.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por los fondos brindados que me han permitido estudiar una maestría en el Colegio de México.

¡Muchas gracias!

“El ser humano tiene una capacidad tan grande de ‘ver’ su propio futuro, que llega a convencerse de que tarde o temprano habrá de morir”.

(Cereijido y Blanck-Cereijido, 2011)

RESUMEN

Los cambios en los niveles de mortalidad tienen importantes implicaciones en diversos sectores del sistema financiero, en particular en el sector de pensionados. Variaciones no previstas implicarían altos costos monetarios para el país. México está atravesando por una coyuntura de alta incertidumbre en los niveles y tendencias de la mortalidad, ocasionada por las altas tasas de homicidios y diabetes. Ello podría incrementar la incertidumbre en la medición de dicha mortalidad y, por ende, de la del sector de pensionados. Esta población que comprende el seguro de pensiones derivado de las leyes de seguridad social es una población particular ya que presenta escasos registros de defunciones. Sin embargo, una incorrecta estimación de su mortalidad tendría implicaciones financieras, tanto para la compañía aseguradora, como para la población pensionada, y el país en general.

Mediante la modelación basada en agentes fue posible reproducir la dinámica de cada uno de los segmentos de pensionados de 2008 a 2014, esta replica corresponde al escenario base del modelo. A partir de este escenario y conservando las condiciones de entrada y salida en los años de proyección fue posible estimar los cambios en la estructura por edad de cada uno de dichos segmentos, así como el efecto que tendrían en su mortalidad en el futuro. Los resultados de la simulación indican que para 2050 en todos los segmentos hay un desplazamiento de la población hacia edades avanzadas, de manera que aumenta la proporción de pensionados mayores de 60 años. Particularmente, surge una mayor frecuencia de pensionados de 90 años y más. Esta nueva estructura de la población tiene un efecto en las probabilidades de morir, disminuyendo su dispersión, lo cual contribuye a una mayor estabilidad de dichas probabilidades.

En conclusión, la modelación basada en agentes permite modelar y proyectar la mortalidad de cada segmento de la población de pensionados de una forma más coherente debido a que considera la dispersión de las probabilidades de muerte que se presenta en las edades. La proyección del escenario base muestra los grupos etarios en los que se estabiliza o emerge dicha volatilidad, así como, las probabilidades de muerte que surgen a raíz del cambio en la estructura por edad de la población. En contraste, las metodologías que modelan probabilidades de muerte mediante el ajuste de una curva resultan más apropiadas cuando no se presenta tanta dispersión a lo largo de la distribución por edades.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	13
1. TEORÍAS Y PERSPECTIVAS SOBRE LA MORTALIDAD	21
1.1. Teoría de la transición demográfica	21
1.2. Teoría de la transición epidemiológica	21
1.3. Teoría de la transición de la salud	23
1.4. Diferencial de la mortalidad por sexo	25
1.5. Rectangularización de la curva de sobrevivencia	27
1.6. Compresión de la mortalidad	28
2. MARCO CONTEXTUAL	31
2.1. Evolución de la mortalidad en la población mexicana	31
2.2. Implicaciones financieras derivadas de cambios en la mortalidad	33
2.3. Sistema mexicano de pensiones	35
2.4. Los seguros de pensiones derivados de las leyes de seguridad social	37
3. MEDICIÓN Y MODELACIÓN DE LA MORTALIDAD	41
3.1. Medición de la mortalidad	41
3.2. Modelación de la mortalidad	41
3.2.1. Probabilidades de muerte	43
3.2.2. Fuerza de mortalidad	43
3.2.3. Función de sobrevivencia	44
3.3. Estimación de las probabilidades de muerte	45
3.3.1. Enfoque empírico	45
3.3.2. Enfoque analítico	45
3.3.3. Modelos relacionales	46
4. MODELACIÓN BASADA EN AGENTES	47
5. DATOS Y FUENTES DE INFORMACIÓN	49
5.1. Descripción de las bases de datos	49
5.2. Distribución de la población de pensionados	50
6. TABLAS DE VIDA EMPÍRICAS	53
6.1.1. Defunciones	54
6.1.2. Años persona vividos	61

6.1.3. Probabilidades de muerte empíricas	67
7. APLICACIÓN DEL ESTIMADOR KAPLAN MEIER	73
7.1. Sector de pensionados activos	74
7.2. Sector de pensionados incapacitados	78
7.3. Sector de pensionados inválidos	81
8. APLICACIÓN DEL MODELO KANNISTO	85
8.1. Sector de pensionados activos	87
8.2. Sector de pensionados incapacitados	90
8.3. Sector de pensionados inválidos	93
9. APLICACIÓN DE LA MODELACIÓN BASADA EN AGENTES	97
9.1. Parámetros y condiciones iniciales	99
9.1.1. Estructura por edad de la población	99
9.1.2. Tasas de incorporación de pensionados	103
9.1.3. Probabilidades de muerte empíricas	109
9.2. Implementación de la modelación basada en agentes	115
9.3. Resultados	117
9.3.1. Escenario base	117
9.3.2. Proyección de la mortalidad de la población de pensionados a 2050	128
CONCLUSIONES	141
BIBLIOGRAFÍA	147

INTRODUCCIÓN

La mortalidad es uno de los principales fenómenos que se estudian en demografía, el cual, junto con la fecundidad y la migración, determinan la dinámica y la estructura de una población. La medición de la mortalidad da cuenta de ciertas características de los individuos principalmente aquellas relacionadas con el ámbito socioeconómico y de salud (Corona y Jiménez, 1988; García, 1996 en Agudelo et al., 2010). Mejores condiciones de vida permiten aminorar los factores que contribuyen a la mortalidad y, por ende, contribuyen a una mayor sobrevivencia.

A lo largo del tiempo se han experimentado cambios en los niveles de mortalidad, así como en sus determinantes. En sociedades premodernas, en las cuales la vida de las personas era insegura, las tasas de mortalidad eran muy altas (Notestein, 1953). Con el tiempo y, derivado de cambios externos, la mortalidad comenzó a disminuir drásticamente (Notestein, 1953). En 1971 Omran (2005) caracterizó los cambios en los patrones de enfermedad y mortalidad observados en tres estados sucesivos: edad de la peste y la hambruna, edad en el retroceso de las pandemias y la edad de las enfermedades degenerativas y provocadas por el hombre, esta identificación es conocida como la teoría de la transición epidemiológica.

La teoría explica que los altos niveles de mortalidad son derivados principalmente de la peste y la hambruna; un mejor estándar de vida, nutrición y de sanitización contribuyen a combatir dichas causas. Posteriormente y derivado de descensos inesperados en los niveles de mortalidad causados por enfermedades degenerativas, Olshansky y Ault en 1986 propusieron un cuarto estado, “la edad del retroceso de las enfermedades degenerativas”. Este cuarto estado está caracterizado, por desplazamiento de las enfermedades crónico-degenerativas hacia edades avanzadas. De manera que, las mejoras en la sobrevivencia se concentran en la población más envejecida (Olshansky y Ault, 1986).

Por otro lado, en 1973 Lener (1973) propuso la teoría de la transición de la salud, la cual amplió la teoría de la transición epidemiológica incluyendo elementos de las concepciones y comportamientos sociales con respecto a los determinantes de la salud. Tiempo después, Frenk, Bobadilla, Stern, Frejka, y Lozano (1991) propusieron un marco de referencia para entender la dinámica que conduce a los cambios en la salud y, a su vez, en la mortalidad. Consideran importante analizar los arreglos organizacionales y el conjunto de conductas tanto de las personas,

como de los proveedores que definen el acceso físico y cultural del sistema y no sólo a un nivel agregado de determinación (Frenk, Bobadilla, Stern, Frejka, & Lozano, 1991). Los patrones de salud y de mortalidad tienen importantes implicaciones en los procesos demográficos ya que influyen en los cambios en la estructura por edad, en las tasas de dependencia y las tasas de crecimiento de la población (Frenk et al., 1991).

Un importante ejemplo en el que se manifiesta estas implicaciones es en la brecha entre la mortalidad que hay entre hombres y mujeres. Se ha registrado mayor nivel de mortalidad de los hombres en comparación con el de las mujeres. Esta situación se ha explicado, principalmente desde dos perspectivas: desde un enfoque biológico y desde un enfoque de relaciones de género. El enfoque biológico, asocia la mortalidad a la diferencia genética que existe entre los sexos con las funciones que regulan procesos como el envejecimiento (Vallin, 2007). Desde la óptica de las relaciones de género, el diferencial se relaciona con el comportamiento de los individuos de cada sexo, el cual es definido por normas que establece la sociedad, de manera que, hombres y mujeres se exponen a diferentes riesgos (Rodríguez Loredo, 2004). Por lo cual, en la medición de la mortalidad o de la longevidad es necesario considerar la brecha que existe entre hombres y mujeres (ver Ornelas Vargas, 2015).

Por otro lado, a raíz del descenso de las tasas de mortalidad, la esperanza de vida de las personas aumentó, esta variación generó un cambio en la estructura por edades de la sobrevivencia, haciéndola converger cada vez más a una forma rectangular. Ante esta situación, Fries (1980) planteó dos premisas, la existencia de un límite de duración de la vida y las muertes prematuras por causa de enfermedades. Al aumentar el lapso entre el nacimiento y las enfermedades degenerativas, éstas últimas ocuparían una menor proporción en el tiempo de vida, es decir, habría una compresión de la morbilidad y, al tener un límite, también habría una compresión de la mortalidad (Fries, 1980).

Por otra parte, en el caso de México, los cambios en los niveles de mortalidad fueron experimentados de la siguiente forma: a principios del siglo XIX los altos niveles estaban asociados con la desestabilización política, social y económica derivada de los conflictos armados, así como, con la incidencia de enfermedades infecciosas, como la viruela, tifo, peste, cólera, fiebre amarilla y gripe española (Zavala de Cosío, 1992). En los siguientes años, la consolidación de las instituciones políticas, como el Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS) y el Instituto de

Seguridad y Servicios Sociales de los Trabajadores del Estado (ISSSTE) y los avances científicos en materia de salud e higiene pública contribuyeron con la disminución de la mortalidad, misma que se reflejó en una mayor esperanza de vida (Zavala de Cosío, 1992).

El periodo que transcurrió entre 1940 y 1960 la esperanza de vida tuvo incrementos de casi un año por cada año calendario, paso de 33 y 34.5 años en 1940 a 57.47 y 60.49 en 1960 para hombres y mujeres respectivamente (Camposortega, 1992). Después de este periodo la mortalidad estuvo asociada a fallecimientos por violencia, accidentes y enfermedades degenerativas (Morelos, 1994), las cuales resultan más difíciles de combatir. Sin embargo, es entre el año 2000 y 2010 que se observó un estancamiento de la esperanza de vida, debido a que en este periodo sólo incremento 0.2 años para los hombres de 70.9 a 71.1, y 0.6 años para las mujeres, de 76.4 a 77 (Canudas, García, y Echarri, 2015). Las principales causas que se han opuesto al incremento en la esperanza de vida en este periodo son las muertes por homicidios y las relacionadas con la diabetes mellitus.

En este contexto, la cuantificación del riesgo de la mortalidad es muy importante para realizar previsiones monetarias en diversos sectores del sistema financiero. Las variaciones no previstas en esta variable demográfica implicarían muy altos costos monetarios. Por ejemplo, en la fundación y arranque de las instituciones de seguridad social en México se utilizaron parámetros demográficos que difirieron de la dinámica que realmente presentaba la población (Ham Chande, 2000). Particularmente en el caso de las jubilaciones, se esperaba que menos sobrevivientes llegaran a las edades de retiro y que su esperanza de vida fuera menor una vez llegada la jubilación (Ham Chande, 2000). Esta situación provocó la reforma de las leyes de seguridad social, sobre todo en materia de pensiones, el cual transitó de un esquema de beneficio definido a uno de cuentas individuales de contribución definida.

Las leyes de seguridad social mexicanas están dirigidas a los trabajadores que se desempeñan en el sector formal, así como a sus beneficiarios. Las pensiones son parte de las garantías que otorga la seguridad social, consiste en una prestación económica que se da a partir de la ocurrencia de un evento. Este evento puede ser: invalidez, incapacidad, retiro o incluso la muerte. De manera que, pueden ser pensionados los trabajadores, en caso de retiro, vejez y cesantía, invalidez o incapacidad y ante la muerte del trabajador sus beneficiarios tienen derecho a una pensión por viudez, orfandad o ascendencia.

En este marco, una vez que el IMSS o el ISSSTE declaran a los beneficiarios de una pensión, se contrata un seguro de pensiones a una compañía aseguradora para que administre los recursos, de manera que les garantice el pago de una renta periódica. La pensión se da en forma de rentas que se pagan de manera vitalicia, es decir, a partir de que se otorga una pensión ésta se paga hasta el final de la vida del pensionado (renta vitalicia). Las compañías aseguradoras se basan en supuestos de mortalidad para la previsión de recursos monetarios, los cuales les permite medir las probabilidades de sobrevivencia que un pensionado tiene a lo largo del tiempo y así calcular la renta vitalicia correspondiente. Asimismo, calcular la reserva monetaria que necesitan para poder hacer frente a sus obligaciones futuras con el mismo. Por lo cual, resulta de suma importancia que se cuente con una estimación precisa de la mortalidad.

Las tablas de vida que se utilizan en el seguro de pensiones para estimar la mortalidad de los pensionados están a cargo del comité establecido en el artículo 81 de la Ley del Sistema de Ahorro para el Retiro (LSAR). Se cuentan con dos esquemas para determinar el valor de una renta vitalicia. Antes de 2009, se determinaban con base en las tablas de vida EMSSA-97 diferenciada por sexo. Estas tablas se basan en la experiencia poblacional, se mejoraron para hombres en 2011 y para mujeres en 2013 de acuerdo con las proyecciones hechas por el Consejo Nacional de Población (CONAPO) para el periodo 1990-2030 (OCDE, 2016).

A partir de 2009, las compañías de seguros pueden utilizar sus propias tablas de vida, sin embargo, éstas no pueden presentar al menos una edad cuya probabilidad de sobrevivencia sea mayor que la existente para esa misma edad en las tablas de vida que se utilizan para el cálculo del Requerimiento Bruto de Solvencia (RBS) (CUSF). Estas tablas se actualizan ocasionalmente en un esfuerzo por garantizar que sean un reflejo adecuado de la experiencia de la compañía (OCDE, 2016).

Con respecto a la constitución de las reservas para el cumplimiento de obligaciones futuras y el cálculo del RBS, el comité estableció las tablas de vida generacionales EMSSA-09 y EMSSA-RCS-09, respectivamente, ambas diferenciadas por sexo. La proyección de las tablas de vida se realiza mediante un factor de mejoras, establecido por el comité, que se aplica cada año (CUSF). El cálculo de dichos factores no es claramente determinado por algún criterio objetivo o científico.

Dichas tablas de vida se actualizan cuando se observan cambios relevantes en los patrones de la mortalidad y es conveniente notar que tienen un carácter predictivo, ya que se diseñan para proteger al sector frente a desviaciones de la mortalidad futura respecto a las tasas esperadas. (Mendoza

Ramírez, Contreras Cristán, y Gutiérrez Peña, 2015). En 2014, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) en su estudio *“Mortality Assumptions and Longevity Risk”*, donde analizo las tablas de vida que utilizan las compañías aseguradoras de varios países incluyendo a México, recomendó actualizar regularmente las tablas de vida para que reflejen de forma precisa la experiencia más reciente de la mortalidad, asimismo usar la experiencia de la mortalidad poblacional pertinente para establecer las tablas de vida, a fin de evitar cambios significativos en las reservas (OCDE, 2014).

La OCDE señala que el uso de supuestos que no reflejen las mejoras recientes en la mortalidad puede exponer a las compañías aseguradoras a la necesidad de un aumento significativo en las reservas (OCDE, 2014). Debido a que, si hay una subestimación de la mortalidad implicaría tener que hacer pagos por más tiempo de los previsto lo cual requeriría más recursos de los estimados. Por otro lado, si hay una sobrestimación de la mortalidad, la aseguradora realizará las provisiones sobre una base más amplia de años de sobrevivencia, lo cual limitaría el financiamiento de estos recursos. Cabe señalar que, ante un escenario donde las aseguradoras no tengan los recursos para cubrir las obligaciones contraídas con los pensionados, éstos se verían afectados directamente.

En cuanto a las metodologías que se han empleado para la modelación de la mortalidad, una de más empleadas es mediante un procedimiento de suavizamiento que minimizan las irregularidades de las tasas de mortalidad observadas a lo largo de las edades. Estas se pueden definir a partir las tasas de mortalidad, de las probabilidades de muerte, de la fuerza de mortalidad o de la función de sobrevivencia. Sin embargo, este tipo de graduación no considera la incertidumbre inherente al fenómeno, fundamental para comunicar el riesgo de sobrevivencia; no fue sino hasta la adopción de modelos probabilísticos en la estimación de la mortalidad que se logró medir dicha variabilidad (Mendoza Ramírez, Contreras Cristán, y Gutiérrez Peña, 2015). La dispersión se considera mediante el establecimiento de intervalos de confianza, de manera que, cuando hay demasiada éstos resultan muy amplios. Cabe señalar que, las proyecciones de la mortalidad se realizan extrapolando las tendencias que resultan partir del método mediante el cual se ajustan sus tasas. Por lo cual, los pronósticos conservan los atributos del modelo de graduación.

En poblaciones donde no hay suficiente información, ya sea por calidad o porque pocos integrantes de la población han experimentado el evento, es común que las probabilidades de muerte presenten dispersión. Si la estimación de la mortalidad de este tipo de poblaciones se realiza mediante el

ajuste de una curva cuya suavidad está determinada, la minimización de la varianza se realizará sobre todo en las edades donde se presentan diferencias con respecto a los datos observados. Por lo tanto, el modelo sobrestimara o subestimara la mortalidad donde se presenta mayor dispersión.

Recientemente se han desarrollado otro tipo de metodologías mediante las cuales es posible estimar la mortalidad de una población. La modelación basada en agentes (ABM por sus siglas en inglés Agent Based Modeling) permite tratar de manera sencilla la complejidad, la emergencia y la no-linealidad típica de muchos fenómenos (García-Valdecasas Medina, 2011). “Se utiliza para simular cómo las conductas individuales determinan la evolución de un sistema” (LANCIS, 2018). Por lo cual, este tipo de modelación resulta adecuada para los temas donde es importante entender el proceso y sus consecuencias (Gilbert, 2007).

Además, a diferencia de los métodos de modelado usuales, donde se asume un alto grado de homogeneidad entre los individuos y sus características se describen en términos de promedios, la modelación basada en agentes toma en cuenta la heterogeneidad y la variabilidad de los individuos (Miller y Page, 2007 citado en Van Bavel y Grow, 2017). Por otro lado, en el campo de las proyecciones, la AMB ofrece la oportunidad de establecer diversos escenarios en los cuales se consideren varias circunstancias que pueden ocurrir en relación al fenómeno estudiado, y no sólo basarse en extrapolaciones de tendencias experimentadas en el pasado (Prskawetz, 2016 citado en Van Bavel y Grow, 2017).

La AMB consiste en crear una población virtual, caracterizarla y establecer reglas de comportamiento de los individuos que integran dicha población. El diseño de la población y el establecimiento de las reglas se realiza a través de un programa computacional, el cual al ejecutarse permite observar qué hacen los individuos en el curso de la simulación y examinar qué patrones surgen a nivel agregado en cualquier momento en el tiempo (Gilbert, 2008). En síntesis, mediante la modelación basada en agentes es posible simular la dinámica de una población, y a partir de ésta conocer los patrones de salida que emergen, considerando la variabilidad que se presenta en torno al fenómeno estudiado. De manera que, a partir de esta metodología se podría modelar y proyectar la mortalidad de una población.

La población de pensionados comprendidos en el seguro de pensiones derivado de las leyes de seguridad social es una población particular con características diferentes a las de la población general, una proporción muy pequeña de su población ha muerto. Sin embargo, los cambios en los

patrones de mortalidad tienen un impacto financiero. Por lo cual, este trabajo analizará los patrones y tendencias de mortalidad que ha presentado esta población con el objetivo de proponer un modelo que permita medir de forma más precisa el riesgo de mortalidad tomando en cuenta la dispersión derivada tanto de la escasa ocurrencia del evento, como del cambio en los patrones y tendencias que podría surgir con el tiempo. Específicamente, este trabajo se enfocará en estimar y proyectar la mortalidad de dicha población al año 2050 mediante un modelo basado en agentes.

El presente trabajo está dividido en nueve capítulos. En los primeros cuatro capítulos se presenta el panorama teórico, metodológico y contextual del problema. En el capítulo 1 se exponen las principales teorías y perspectivas que se han planteado entorno a la mortalidad, sus patrones y sus determinantes. Con el objetivo de establecer un marco contextual del análisis aquí presentado, en el capítulo 2 se describen brevemente los cambios en los niveles de mortalidad que se han experimentado en México a lo largo del tiempo y cómo estos cambios en la medición de la mortalidad tienen implicaciones financieras, específicamente en materia de pensiones. Además, se ofrece una breve explicación del seguro de pensiones derivado de la seguridad social. En el capítulo 3, se exponen los principales indicadores que dan cuenta del nivel de mortalidad, asimismo se explican las formas en las que se ha medido y modelado la mortalidad. En el capítulo 4, se describe en que consiste la modelación basada en agentes y porque es posible emplearla como una herramienta para modelar fenómenos demográficos.

En el capítulo 5 se presentan la información y un análisis descriptivo de la composición de la población de pensionados. En el capítulo 6, se exponen las probabilidades de muerte empíricas sobre las cuales se hará el contraste del ajuste de los modelos de estimación de probabilidades de muerte. Los capítulos 7 y 8 corresponden a la aplicación de dos modelos comúnmente utilizados para la estimación de probabilidades de muerte, uno a partir de la función de sobrevivencia, modelo Kaplan Meier, y el otro con base en la fuerza de mortalidad, modelo Kannisto. Finalmente, en el capítulo 9 se presenta la propuesta del modelo basado en agentes que permite estimar la mortalidad de la población de los pensionados a partir de la simulación de la dinámica de la población. Este trabajo concluye con una serie de reflexiones finales y elementos de análisis que pueden ser desarrollados en futuras investigaciones.

1. TEORÍAS Y PERSPECTIVAS SOBRE LA MORTALIDAD

1.1. Teoría de la transición demográfica

En 1953, Notestein enunció la teoría de la transición demográfica, la cual consta de tres fases en las que varían los niveles de fecundidad y de mortalidad, fenómenos que influyen en el crecimiento, dinámica y estructura de la población. En la primera fase se observan altas tasas de mortalidad en una sociedad premoderna donde el estatus del individuo estaba dado por aquel en el que nació, y había poco esfuerzo por progresar, la vida de individuo se concebía insegura (Notestein, 1953).

Debido a que la forma de organización social giraba en torno a la familia y la continuidad de ésta garantiza la seguridad elemental, las tasas de fecundidad también se presentaban altas (Notestein, 1953). Por lo cual, cuando la mortalidad empieza a disminuir las tasas de fecundidad continúan altas, de tal forma que la población experimenta un crecimiento acelerado, la disminución de la fecundidad se da después de la gradual caída de las antiguas instituciones económicas y sociales, así como, del surgimiento del tamaño ideal de la familia (Notestein, 1953). Mientras que el descenso de la mortalidad se da en respuesta a cambios externos, porque el ser humano siempre ha anhelado la salud (Notestein, 1953).

1.2. Teoría de la transición epidemiológica

En 1971, Omran planteó la teoría de la transición epidemiológica, la cual, bajo la premisa de que la mortalidad es un factor fundamental de la dinámica de la población, identificó cambios en los patrones de mortalidad y de enfermedad y los caracterizó en tres estados sucesivos: la edad de la peste y la hambruna, la edad del retroceso de las pandemias y la edad de las enfermedades degenerativas y provocadas por el hombre (Omran, 2005). Cada uno de los estados está determinado por las causas de muerte, así como los grupos de edad y sexo que se ven más afectados, de manera que, la transición de un estado a otro supone un efecto en la sobrevivencia.

En la edad de la peste y la hambruna, las tasas de mortalidad oscilan en niveles altos y en respuesta a las epidemias que aquejan a la población. Las principales causas de muerte se deben a influenza, neumonía, diarrea, viruela, tuberculosis, hambrunas y guerras (Olshansky y Ault, 1986). Los niños y las mujeres en edades reproductivas son los principales afectados, de manera que la

edad media al momento de la muerte esta sesgada hacia una edad temprana y la esperanza de vida varía entre 20 y 40 años (Omran, 2005).

En London's Bills of Mortality a mitad del siglo XVII, mostraban que cerca de tres cuartos de las muertes eran atribuidas a enfermedades infecciosas, desnutrición y complicaciones en la maternidad, mientras que las enfermedades cardiovasculares y cáncer presentaban menos del seis por ciento (Graunt, 1939 citado en Omran, 2005).

En la edad del retroceso de las pandemias, las tasas de mortalidad disminuyen progresivamente y acelera en la medida en la que los auges endémicos son menos frecuentes o desaparecen (Omran, 2005). Las mejoras en la sobrevivencia se dan en respuesta a un mejor estándar de vida, nutrición, y las primeras medidas de sanitización, así como el mejoramiento en la salud pública. Los niños y mujeres en edades reproductivas son los más beneficiados, particularmente, las mujeres en edad reproductiva cambiaron hacia un nivel más favorable, incluso a un nivel de mortalidad menor que el de los hombres a partir de edad 50. La esperanza de vida al nacimiento incrementa constantemente desde aproximadamente 30 años hasta alrededor de los 50 años (Omran, 2005). Asimismo, debido a la mayor sobrevivencia, el crecimiento de la población se da de una forma sostenida y comienza a describirse como una curva exponencial (Omran, 2005).

En la edad de las enfermedades degenerativas, la mortalidad continúa descendiendo, acercándose a la estabilidad a un nivel relativamente bajo. Las muertes son a causa de enfermedades crónico-degenerativas, tales como enfermedades del corazón, cáncer, derrames cerebrales (Olshansky y Ault, 1986). La esperanza de vida al nacimiento alcanza poco más de los 70 años, y se esperaba que variara muy poco en el futuro, debido a que se consideraban como el final de la vida (Omran, 2005). En este estado, la fecundidad fue un factor crucial en el crecimiento de la población.

Con base en lo anterior, Omran (1971) describió tres modelos en los que se observó el proceso de la transición epidemiológica a diferentes ritmos: 1) modelo clásico u occidental en el que el descenso de la mortalidad se dio de forma gradual y progresiva acompañado del proceso de modernización de varias sociedades europeas; 2) modelo acelerado, similar al modelo anterior, pero observado en un menor periodo de tiempo, este ocurrió en Japón y en algunos países del sur y del este y 3) modelo contemporáneo o retrasado, presente en los países en desarrollo en los cuales

se ha observado un lento declive de las tasas de mortalidad derivadas en gran medida por los apoyos internacionales en materia de salud.

Pocos años después de publicada la teoría de la transición epidemiológica, Estados Unidos y otras naciones desarrolladas experimentaron inesperados descensos en los niveles de mortalidad, los cuales eran derivados de las principales enfermedades degenerativas, asimismo, observaron la redistribución de estas causas de muerte hacia edades avanzadas (Olshansky y Ault, 1986). Por lo cual, Olshansky y Ault en 1986 propusieron un cuarto estado de la transición epidemiológica al que denominaron “**edad del retroceso de las enfermedades degenerativas**”.

Este cuarto está caracterizado, por un lado, con la redistribución de las muertes por causas crónico-degenerativas que son desplazadas progresivamente hacia edades avanzadas, por otro lado, con la rápida disminución de las tasas de mortalidad, tanto para hombres como para mujeres, con lo cual las mejoras en la sobrevivencia se concentran en la población más envejecida (Olshansky y Ault, 1986).

1.3. Teoría de la transición de la salud

En 1991, Frenk, Bobadilla, Stern, Frejka, y Lozano acentuaron la importancia de concebir la transición epidemiológica como un proceso dinámico a través del cual la salud y los patrones de enfermedad de una sociedad se presentan de diversas formas en respuesta a cambios demográficos, socio económicos, tecnológicos, políticos, culturales y biológicos, y no sólo como un periodo de tiempo en el que las causas de muerte están determinadas al principio por enfermedades infecciosas y al final por enfermedades degenerativas.

Anteriormente, Lener (1973) había propuesto la teoría de la transición de la salud, donde incluía elementos de las concepciones y comportamientos sociales con respecto a los determinantes de la salud, de esta forma, este concepto resultaba más amplio que el propuesto por Omran, por consiguiente, la transición epidemiológica es parte de la transición de la salud (Lener, 1973).

Frenk, Bobadilla, Stern, Frejka, y Lozano (1991) propusieron un marco de referencia para entender la dinámica que conduce a los cambios en la salud. En este marco, los determinantes de la salud están delimitados por: la población y el medio ambiente, los cuales se relacionan, por un lado, a

través de la organización social, mediante la cual los seres humanos desarrollan las estructuras y los procesos necesarios para transformar la naturaleza, por otro lado, el genoma, que transforma la constitución más profunda de las poblaciones humanas en respuesta a los cambios en el medio ambiente (Frenk et al., 1991).

A partir de estos límites, identificaron una serie de factores que operan en diferentes niveles, donde los niveles más altos imponen límites estructurales a la variación de los niveles más bajos. Los niveles son: sistémico, social, institucional e individual, en este último se expresan los procesos de enfermedad. De esta forma, el estatus de salud es representado en el nivel individual, en el agregado se define el perfil epidemiológico de la población y a largo plazo los cambios en tales perfiles constituyen la transición epidemiológica (Frenk et al., 1991).

El estado de salud es el resultado final del balance entre a la exposición a los agentes patógenos y la susceptibilidad individual derivada de una compleja red de riesgos, esto, a su vez, es producto de un articulado conjunto de determinantes sociales y biológicos (Frenk et al., 1991). Donde, cada sociedad tiene varios medios para intervenir en la transformación de los determinantes, la modificación del riesgo, la reducción de la susceptibilidad individual y la reparación de una pérdida de salud (Frenk et al., 1991). La importancia relativa, la efectividad y la eficiencia de las intervenciones dirigidas a cada uno de estos puntos dependen de diversas condiciones económicas, políticas, científicas, culturales e ideológicas (Frenk et al., 1991).

La imagen completa del sistema de salud no puede limitar su análisis al nivel agregado de determinación, sino que también debe analizar los arreglos organizacionales y el conjunto de conductas tanto de las personas, como de los proveedores que definen el acceso físico y cultural del sistema (Frenk et al., 1991). Cabe señalar que, los patrones de salud tienen importantes implicaciones, por un lado, en los procesos demográficos debido a que contribuyen en los cambios en la estructura de edad, en las tasas de dependencia y las tasas de crecimiento de la población, asimismo, implica importantes consecuencias económicas como los efectos en la productividad de la fuerza de trabajo, los planes de pensiones y los costos, además una transición prolongada y polarizada tiene efectos sociales, debido a que agrava la desigualdad de la que se originó (Frenk et al., 1991).

1.4. Diferencial de la mortalidad por sexo

A lo largo del tiempo se ha observado una brecha en la mortalidad entre hombres y mujeres, particularmente, se ha registrado mayor mortalidad de los hombres en comparación con la de las mujeres. La explicación de esta situación ha se realizado desde diferentes perspectivas. Por un lado, desde un enfoque biológico que asocia la diferencia genética que existe entre los sexos con las funciones que regulan procesos como el envejecimiento (Vallin, 2007). Por otro lado, desde la óptica de relaciones de género, donde el comportamiento de cada sexo es definido por las normas que establece la sociedad, de tal forma que, hombres y mujeres se exponen a diferentes riesgos (Rodríguez Loredó, 2004).

Desde el enfoque biológico, Vallin (2007) señala que las mujeres presentan una ventaja biológica al tener un par de cromosomas XX, debido a que el cromosoma Y, que tiene sólo los hombres, al ser más pequeño posee menos genes, los cuales podrían tener impacto en el desarrollo de algunas funciones genéticas. Además, señala que existen enfermedades genéticas ligadas al cromosoma X, que en el caso de las mujeres al tener un segundo cromosoma X permite una compensación que minimiza el impacto, mientras que en el caso de los hombres puede resultar en un mayor efecto (Vallin, 1999).

Asimismo, con respecto al aspecto hormonal, encuentra que los estrógenos permiten a las mujeres eliminar mejor el colesterol y les asegura una mayor inmunidad hacia las enfermedades cerebrovasculares, mientras que la testosterona, estimula a los hombres a tomar riesgos e incluso a exponerse en situaciones de violencia (Vallin, 1999). En los años cincuenta, Francis Madigan afirmaba que las diferencias biológicas entre los sexos eran la principal razón de la cada vez mayor diferencia en la supervivencia entre hombres y mujeres, mientras que los factores socioculturales contribuían en menor proporción (citado en Gjonca, Tomassini, y Vaupel, 1999). Sin embargo, esta explicación no era suficiente en sí misma, y no respondía a las variaciones que en ocasiones se presentaban.

Por otra parte, Ware (1987) aseguraba que la evidencia, que hasta el momento se tenía, apuntaba a que los factores sociales eran las principales causas del diferencial de la mortalidad entre hombres y mujeres. De manera que, cuando las mujeres están en desventaja es porque se discrimina contra ellas, dando preferencia en la asignación de recursos, como alimentos y atención médica, a los hombres. En el caso de los hombres, su mayor exposición al riesgo de muerte violenta en

fenómenos que van desde accidentes automovilísticos hasta guerras, así como su mayor propensión a tener hábitos nocivos para la salud es lo que los sitúa en desventaja (Ware, 1987).

En este sentido, a nivel mundial se han observado periodos en los que la mortalidad de las mujeres ha sido mayor que la de los hombres, al respecto Cárdenas (2001) subraya que, en lugares como Nepal, Botswana y Pakistán, la falta de valoración social hacia las mujeres se traduce en una mortalidad mayor que la masculina. En el caso de México, Cárdenas (2001) destaca que entre 1970 y 1996 se registraron altos niveles de mortalidad de las mujeres, principalmente mortalidad materna, sin embargo, en la medida en la que descendieron estos niveles, destacó la mortalidad masculina asociada a lesiones y accidentes, de tal forma que resaltó el diferencial en la sobrevivencia en favor de las mujeres (Cárdenas, 2001).

Durante mucho tiempo se pensaba que la mayor mortalidad masculina era a consecuencia de los riesgos específicos a los que estaban expuestos los hombres. Sin embargo, entre 1940 y 1960 cuando las mujeres empiezan a insertarse en el mercado laboral, y adoptan comportamientos que hasta ese momento eran relacionados con los hombres, como fumar, beber y conducir, la diferencia en la mortalidad entre ambos sexos no disminuyó, al contrario, en la mayoría de los países se experimentó una mayor brecha (Vallin, 2007).

Al respecto, Langer y Lozano (1998) señalan que la salud tanto de los hombres como de las mujeres está relacionada con la biología propia de su sexo, que comprende su anatomía y fisiología; así como con el lugar que la sociedad le asigna en un contexto determinado, como oportunidades educativas, alimenticias, de atención a la salud, de ingreso, de trabajo y de toma de decisiones (Langer y Lozano, 1998). En concordancia con el planteamiento anterior, Szasz y Lerner (2003) plantean tres vertientes en las que el género interviene en la morbilidad y la mortalidad: la identidad de género, las relaciones de poder y las desigualdades sociales (Szasz y Lerner, 2003).

La identidad de género, en donde se asocia la identidad genérica femenina con la naturaleza, cuerpo, subjetividad, emociones y reproducción, mientras que la identidad genérica masculina se relaciona con los conceptos de cultura, mente, objetividad, racionalidad y producción. De esta forma se sientan las bases de la participación de los factores sociales en el proceso de salud y enfermedad, en el que hombres y mujeres sobrellevan de manera diferente las enfermedades y el sufrimiento, lo que a su vez conlleva a la demanda y atención de manera diferenciada (Szasz y Lerner, 2003).

Las relaciones de poder comprenden las relaciones intrafamiliares, las que se presentan en los servicios de atención a la salud y las que se establecen en general entre hombres-hombres, hombres-mujeres y mujeres-mujeres, en donde, en ocasiones se llega al uso de violencia, coerción y abuso en el afán de ejercer control dentro de estas relaciones (Szasz y Lerner, 2003).

Desigualdades sociales en el acceso a los recursos materiales y simbólicos, y en los servicios de salud. Así como, en las relaciones de parentesco, autonomía y capacidad para tomar decisiones; en las tareas domésticas y en la entrada al mercado de trabajo, en el acceso a la escolaridad y en las normas sobre la sexualidad y la reproducción, definen patrones diferenciados de salud y mortalidad para hombres y mujeres (Szasz y Lerner, 2003).

Actualmente, la disminución de los niveles de mortalidad y por ende el aumento en la sobrevivencia, está ligado al tratamiento y control de las enfermedades cardiovasculares y el cáncer, para lo cual, además del tratamiento médico es necesario realizar cambios en las actitudes y comportamientos individuales dirigidos hacia el mantenimiento la salud, de tal forma que es más común que los hombres estén adoptando una cultura de cuidado de la salud (Vallin, 2007).

En síntesis, es posible que exista una ventaja biológica con respecto a la mortalidad en favor de las mujeres, sin embargo, hay otros factores que contribuyen en la variación del tamaño y dirección de esta brecha, dichos factores están comprendidos dentro de las tres vertientes que plantea Szasz y Lener. Por lo tanto, para la cuantificación del riesgo de mortalidad o de longevidad es necesario considerar el diferencial que existe en la mortalidad entre hombres y mujeres. Por los cual, particularmente, en México para tarificar y evaluar los riesgos de una cartera de seguros de pensiones se utilizan tablas de vida diferenciadas por sexo (ver Ornelas Vargas, 2015).

1.5. Rectangularización de la curva de sobrevivencia

De acuerdo con Mayers y Manton (1984), Raymond Pearl (1923), introdujo por primera vez la idea de la rectangularización de la curva de sobrevivencia, posteriormente Upton en 1977 y Confort en 1979 retomaron el concepto, pero fue con el trabajo de Fries en 1980 sobre la compresión de la morbilidad, con quien se popularizó el concepto.

Fries (1980), observo que la esperanza de vida había aumentado de 45 a 73, y que esta variación había generado un cambio en la forma de la curva de sobrevivencia, transformándola hacia una más rectangular. En su investigación planteo dos premisas principales, por un lado, la existencia

de un límite de duración de la vida, por lo cual el hombre eventualmente moriría de causa natural, por otro lado, las enfermedades provocan muertes prematuras, sin embargo, es posible posponerlas, asimismo, varios marcadores del envejecimiento son modificables. De esta forma, al aumentar el lapso entre el nacimiento y las enfermedades degenerativas, éstas últimas ocuparían una menor proporción de la duración de la vida, es decir, habría una compresión de la morbilidad (Fries, 1980).

Fries (1981) estimó que el límite de la duración de la vida se encontraba alrededor de los 100 años, y si las muertes prematuras lograban suprimirse, la edad promedio a la muerte sería aproximadamente de 85 años. Bajo este escenario, 66% de las muertes por causa natural ocurrirían entre las edades de 81 a 89 años y 95% entre las edades de 77 a 93 años (Fries, 1980).

Cabe señalar, que la rectangularización de la curva de supervivencia está asociada con una reducción en la variabilidad de la edad de la muerte, es decir, una compresión de la mortalidad, en la cual, a medida que las muertes se concentran en un rango de edad cada vez más estrecho, la pendiente de la curva de supervivencia en ese rango se hace más pronunciada, y la curva misma comienza a parecer más rectangular (Wilmoth y Horiuchi, 1999). Fries (1980) predijo que la compresión de la morbilidad y la compresión de la mortalidad ocurrirían simultáneamente, sin embargo, estos fenómenos son separables (Wilmoth y Horiuchi, 1999).

1.6. Compresión de la mortalidad

De acuerdo con Wilmoth y Horiuchi (1999), la compresión de la mortalidad depende del rango de edad y del período de tiempo del análisis, la variabilidad de la edad de la muerte puede disminuir en algún período cuando se considera el rango de edad completo, pero puede permanecer estable si el análisis se limita a las edades más avanzadas (Myers y Manton, 1984). Este proceso no necesariamente es continuo, por lo cual puede producirse una compresión o una expansión de la mortalidad, dependiendo de las características del cambio de mortalidad que definen una era (Wilmoth y Horiuchi, 1999).

Además, generalmente la esperanza de vida es independiente de su variabilidad, por lo cual, el límite de la esperanza de vida debería considerarse como una cuestión separada (Wilmoth y Horiuchi, 1999). Aunque, en circunstancias especiales, estos conceptos están interrelacionados, por ejemplo, en el planteamiento de Fries (1980), al considerar un límite máximo de la duración de la vida, la distribución de las edades a la muerte estaría limitada a la derecha, de manera que, a medida

que la mortalidad disminuye y la muerte se retrasa, la distribución de las edades a la muerte debería comprimirse y la curva de supervivencia se volvería más rectangular (Wilmoth y Horiuchi, 1999).

Conviene subrayar, que la rectangularización no prueba la existencia de un límite máximo fijo para la duración de la vida humana, sin embargo, la existencia de dicho límite, más allá del que cualquier ser humano pueda vivir, es una proposición lógicamente válida, en donde la rectangularización sería una consecuencia necesaria de la disminución en la mortalidad (Wilmoth y Horiuchi, 1999).

Por otro lado, la hipótesis de la rectangularización no ha sido matemáticamente especificada de manera formal y consensuada (Manton y Tolley, 1991). La percepción de rectangularización a menudo se basa en la inspección visual de las curvas de sobrevivencia para determinar si se ven "más" rectangulares, sin embargo, una medida más objetiva es evaluar la variabilidad de la edad en la distribución de la muerte (Myers y Manton, 1984). Asimismo, con más información, se pueden establecer modelos que describan el proceso de envejecimiento de manera más apropiada (Manton y Tolley, 1991).

Por lo cual, se han ocupado diferentes variables para medir la compresión de la mortalidad y por consiguiente la rectangularización de la curva de sobrevivencia. Por ejemplo, en algunos estudios (Hill, 1993; Nagnur, 1986; Nusselder y Mackenbach, 1996) se ha utilizado el índice de entropía H , propuesto por Keyfitz y Golini en 1975, debido a que mediante este índice es posible cuantificar la mejora de la esperanza de vida a determinada edad, a medida que H tiende a cero, la curva de sobrevivencia presenta una forma más rectangular (Keyfitz & Golini, 1975).

Otros estudios se han enfocado en los cambios en la desviación estándar (Kannisto, 2000; Myers y Manton, 1984), la moda, la mediana y otros percentiles superiores (Paccaud, Pinto, Marazzi, & Mili, 1998), debido a que son medidas que están relacionadas con puntos de referencia importantes en el proceso de sobrevivencia en lugar de sólo la edad cronológica (Kannisto, 2000).

2. MARCO CONTEXTUAL

2.1. Evolución de la mortalidad en la población mexicana

En México, a principios del siglo XIX se registraron altos niveles de mortalidad debido a, por un lado, la desestabilización política, social y económica relacionada con conflictos armados, y por el otro, la incidencia de enfermedades infecciosas, de epidemias de viruela, tifo, peste, cólera, fiebre amarilla y gripe española (Zavala de Cosío, 1992). Como resultado, la expectativa de vida que las personas podían aspirar era baja, en 1885 fue de 24.4 años, en 1990 de 25.3 años, y en 1910 de 27.6 años (Zavala de Cosío, 1992).

Durante la década de los veinte la esperanza de vida al nacimiento rebasaba los 30 años, en el siguiente decenio el crecimiento comenzó a acelerarse debido a la aplicación de los primeros programas de salud pública y al incremento de la alfabetización, de tal forma que se alcanzaron mejoras de 0.5 años por cada año transcurrido (Camposortega, 1992). A partir de 1930 comenzó el tiempo de reconstrucción, crecimiento económico y progreso social, la mortalidad disminuyó con la consolidación de las instituciones políticas, más aún contribuyeron los avances científicos en materia de salud, las campañas de vacunación, higiene pública, erradicación del paludismo y de la tuberculosis (Zavala de Cosío, 1992).

La baja en las tasas de mortalidad se reflejó en el aumento de la esperanza de vida en las siguientes décadas, de tal forma que, para 1940 ascendió a 33 años para los hombres y 34.5 años para las mujeres, en promedio incrementó 5 años (Zavala de Cosío, 1992). En 1950 alcanzó 48.22 años para los hombres y 51.15 años para las mujeres, y para 1960, aumentó a 57.47 para los hombres y 60.49 para las mujeres (Camposortega, 1992). Camposortega califica el periodo que transcurrió entre 1940 y 1960 como de “disminución extraordinaria” de la mortalidad, debido a que en este periodo la esperanza de vida tuvo incrementos de casi un año por cada año calendario (Camposortega, 1992).

La mayor disponibilidad de alimentos tras la reforma agraria, la construcción de carreteras y sistemas de riego, la creación del Instituto Mexicano del Seguro Social, la puesta en funcionamiento de la Secretaría de Salubridad y Asistencia y de diversas campañas de vacunación y de utilización de insecticidas, contribuyeron de manera notable a reducir la mortalidad por causas infecciosas y parasitarias, que suele afectar a los jóvenes (Camposortega, 1992).

En los años sesenta y en los setenta el crecimiento de la esperanza de vida redujo su ritmo. Para 1980 la esperanza de vida de los hombres ascendía a 64.5 años, mientras la de las mujeres 70.2 años, es decir, aumentaron 8 y 10 años respectivamente. Las principales causas de muerte cambiaron y tomaron más relevancia los fallecimientos por violencia, accidentes y enfermedades degenerativas (Morelos, 1994), las cuales resultan más difíciles de combatir. Además, debido a que las esperanzas de vida registradas habían alcanzado un nivel alto, era menos sensitiva a nuevos cambios en las tasas de mortalidad por edades (Olshansky et al., 1990 y 2001 citado en Peláez Herreros, 2009), con lo cual las mejoras en la esperanza de vida eran cada vez menores.

En las siguientes dos décadas, hasta alcanzar el nuevo milenio, el crecimiento de la esperanza de vida se desaceleró aún más. Incluso, entre el año 2000 y el 2010 se observó un estancamiento de la esperanza de vida, debido a que, en diez años sólo incremento 0.2 años para los hombres de 70.9 a 71.1, y 0.6 años para las mujeres, de 76.4 a 77 (Canudas et al., 2015). Las principales causas que se han opuesto al incremento en la esperanza de vida son las muertes por homicidios, las cuales en particular afectan a hombres entre 15 y 50 años, así como las muertes relacionadas con la diabetes mellitus, que afecta a la población alrededor de los 45 años (Canudas et al., 2015). Cabe señalar que, si se lograran evitar las muertes relacionadas con estas causas, la esperanza de vida de los hombres podría aumentar hasta dos años (Canudas et al., 2015).

Se ha encontrado la relación entre las altas cifras de homicidios y la expansión de las actividades del crimen organizado, así como con la respuesta armada implementada por la administración del ex presidente Calderón (2006-2012) (Morales, 2012 citado Canudas et al., 2015)). Por otro lado, se estima que a largo plazo aumente la incidencia de la diabetes tipo 2 en la población mexicana, de manera que, podrían incrementar aún más las muertes por estas causas (González, 2014 citado en Canudas et al., 2015). Esta enfermedad está asociada con el sobrepeso y la obesidad, condiciones que se presentan en todos los grupos de edad en México, sin embargo, resultan particularmente alarmantes los niveles en edades jóvenes (Barquera et al., 2010 citado en Canudas et al., 2015).

En el año 2016 la esperanza de vida de los hombres ascendió a 72.6 años, mientras que la de las mujeres llegó a 77.8 (INEGI, 2017), es decir, de 2010 a 2016, incrementó 1.5 y 0.8 años respectivamente. Aunque se observó un repunte en la expectativa de vida de los hombres, las mejoras han sido menores, en el caso de las mujeres es más evidente el estancamiento.

Por otra parte, de acuerdo con la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), México es uno de los países con esperanzas de vida más bajas en comparación con otros países miembros (OCDE, 2014). Sin embargo, hay que considerar que, en la evolución de la esperanza de vida de cualquier población también influye lo que ocurre en el resto de las poblaciones, ya que existen transferencias de salud entre países que interrelacionan las dinámicas de las longevidades (Peláez, 2009).

Si México reorientara sus políticas de salud, podría superar la fase de lento crecimiento, y así reanudar la convergencia con los países más avanzados, como ya lo han hecho otras poblaciones (Peláez, 2009). Sin embargo, para que ello ocurra es necesario garantizar la suficiencia financiera y el acceso de los adultos mayores a los medios de salud, así como favorecer la reasignación de recursos desde el diagnóstico y el tratamiento de las enfermedades infecciosas y parasitarias hacía las crónicas y degenerativas (Peláez, 2009). En cuanto al futuro, el Consejo Nacional de Población (CONAPO) estima para 2030 la esperanza de vida al nacimiento ascienda a 74.6 años para los hombres y a 79.4 años para las mujeres; para 2050 se pronostica aumente hasta a 77.3 y 81.6 respectivamente (CONAPO, 2017).

2.2. Implicaciones financieras derivadas de cambios en la mortalidad

Para poder garantizar los beneficios de la seguridad social, las características demográficas de la población han desempeñado un rol importante. Particularmente, los niveles y las tendencias de la mortalidad y por ende de la sobrevivencia se han convertido en instrumentos fundamentales en la planificación y establecimiento de políticas públicas (Bernabeu, 1991 citafo en Agudelo, Aguirre, y Dávila, 2010), sobre todo, para la previsión de recursos que serán utilizados en el futuro. De manera que, una estimación equivocada de la mortalidad impactaría directamente en costos monetarios.

Por ejemplo, los cálculos actuariales que sirvieron como base técnica en la fundación y arranque de las instituciones de seguridad social se realizaron con parámetros demográficos que difirieron de la dinámica que realmente presentaba la población (Ham Chande, 2000). Específicamente, en el caso de las jubilaciones se esperaba que menos sobrevivientes llegarán a las edades de retiro y que su esperanza de vida fuera menor una vez llegada la jubilación (Ham Chande, 2000).

El IMSS se creó en 1943, las bases actuariales con las cuales se constituyó estaban calculadas considerando la tabla de vida Hunter Tropical, la cual, en ese entonces, se suponía sobrestimaba en 8 años la esperanza de vida a edad alcanzada de 65 años (Soto, 1992). Sin embargo, desde esa época la esperanzas de vida a los 65 años era más de 8 años, para 1950 fue de 12.6 años para los hombres y 13 años para las mujeres, en 1960 ascendió a 13.8 y 14.4 respectivamente, alcanzando en 1980 15.3 años para los hombres y 16.5 para las mujeres a 16.5 años (Soto Alarcon, 2006).

Como consecuencia de estos cambios la duración del goce de pensiones a 1992 se había incrementado en más de 80% en relación con los cálculos estimados originalmente, esto a la larga derivó en uno de los principales factores que contribuyeron al desfinanciamiento del IMSS (Soto, 1992). De acuerdo con las cifras oficiales presentadas, en 1946 el monto de las reservas para pago de pensiones era de 65.2 millones de pesos, en 1948 incrementaron a 150 millones de pesos y en 1958 alcanzaron 1,342 millones de pesos (Secretaría de la Presidencia citado en Soto Alarcon, 2006).

En 1994, el IMSS dio a conocer que su situación financiera era crítica en el ramo de jubilaciones, por lo cual era necesario reformar el sistema de pensiones tanto en la estructura, como en los parámetros. Si se mantenía ese esquema, el déficit en este ramo hubiera alcanzado 95,924 millones de pesos en el año 2015 y 396,751 millones de pesos en el año 2035 (IMSS, 1994). Por lo cual, el primero de junio de 1997 entró en vigor la nueva Ley del Seguro Social, en la cual, se establece el cambio del sistema de contribución definida hacia un sistema de cuentas individuales de contribución definida.

De manera similar, la Ley del Instituto de Seguridad y Servicios Sociales de los Trabajadores del Estado (ISSSTE) fue reformada en 2007 para cambiar al sistema de cuentas individuales. Todos los trabajadores del sector privado que hayan ingresado a la fuerza laboral a partir del 1 de julio de 1997 o al sector público a partir del 1 de abril de 2007 tienen una cuenta individual en el Sistema de Ahorro para el Retiro (SAR) (OCDE, 2016). Sin embargo, todos aquellos trabajadores que entraron mientras las leyes anteriores estuvieron en vigor, tienen el derecho de elegir entre el esquema que más les convenga.

2.3. Sistema mexicano de pensiones

La Organización Internacional del Trabajo (OIT) define a la seguridad social, en su versión resumida, como “la protección que la sociedad otorga contra las contingencias económicas y sociales derivadas de la pérdida de ingresos a consecuencia de enfermedades, maternidad, riesgos de trabajo, invalidez, vejez y muerte, incluyendo la asistencia médica” (OIT, 1984). De ahí que, las pensiones son prestaciones económicas que se otorgan como parte de la protección que brinda la seguridad social.

El sistema de seguridad social mexicano yace principalmente en dos instituciones¹: el Instituto Mexicano de Seguridad Social (IMSS) y el Instituto de Seguridad y Servicios Sociales de los Trabajadores del Estado (ISSSTE). Estas instituciones se rigen bajo la Ley del Seguro Social (LSS) y bajo la Ley del Instituto de Seguridad y Servicios Sociales para el Estado (LISSSTE), en ellas se establecen las disposiciones generales relacionadas con las prestaciones que ofrece la seguridad social.

El IMSS está dirigido hacia los trabajadores asalariados del sector privado (LSS, 1995, art. 12) (LSS, 1995, art. 12), a los cuales se les garantiza protección en caso de: riesgos de trabajo; enfermedades y maternidad; invalidez y vida; retiro, cesantía en edad avanzada y vejez; asimismo el acceso a guarderías y prestaciones sociales (LSS, 1995, art. 11). Además, los trabajadores tienen derecho a dar de alta a sus beneficiarios, los cuales pueden ser: hijos; cónyuges o concubinos(as); o padres, éstos tienen derecho a recibir servicios de salud (LSS, 1995, art. 5A Fracción XIII), asimismo, en caso de muerte del trabajador y bajo ciertas condiciones pueden ser beneficiarios de una pensión por viudez, orfandad, o de ascendencia (LSS, 1995, art. 5A Fracción XIV).

El ISSSTE está dirigido a trabajadores del sector público, específicamente a empleados de los poderes Ejecutivo, Legislativo y Judicial, de los órganos autónomos, del Distrito Federal y a aquellos que laboran para las entidades federativas que hayan establecido un convenio con la institución (Muramaya Rendón, Martínez Soria, y Ruesga Benito, 2016). Otorga las siguientes

¹Existen otras organizaciones que brindan las normas mínimas de la seguridad social, sin embargo, están dirigidas a sectores específicos de la población, por ejemplo, el Instituto de Seguridad Social de las Fuerzas Armadas (ISSFAM), que está dirigido al ejército, la marina y la fuerza aérea. Asimismo, los empleados de las entidades federativas tienen sus propios sistemas de seguridad social. En el caso de los trabajadores de Petróleos Mexicanos, de la Comisión Federal de Electricidad, de la Banca de desarrollo (Banco de México, Nafinsa y Banobras), cuentan con un sistema de seguridad social, que no necesariamente recae en una sola institución.

prestaciones(LISSSTE, 2007, art. 5): atención médica preventiva; atención médica curativa y de maternidad; rehabilitación física y mental; de riesgos del trabajo; de retiro, cesantía en edad avanzada y vejez; de invalidez y vida. Además, permite extender la cobertura de salud a familiares del trabajador que dependan económicamente de él (LISSSTE, 2007, art. 41.).

Tanto la LSS como la LISSSTE otorgan una pensión al trabajador ante la ocurrencia de los siguientes casos:

- Incapacidad permanente total o incapacidad permanente parcial de acuerdo con la escala que opere cada instituto (LSS, art. 58) derivadas riesgos o enfermedades de trabajo.
- Invalidez, derivada de una enfermedad o accidente no profesionales, que lo imposibilite obtener, mediante un trabajo igual, un ingreso superior al cincuenta por ciento de su remuneración habitual percibida durante el último año de trabajo (LSS, art. 119).
- Cesantía en edad avanzada, cuando el asegurado que tenga cumplidos 60 años y reconocidas 1250 semanas cotizadas (LSS, art 154).
- Vejez, cuando el asegurado que tenga 65 años cumplidos y tenga reconocidas 1250 semanas cotizadas (LSS, art 162).

Si el trabajador activo o en estatus de pensionado muere, sus beneficiarios, bajo ciertas condiciones, tienen derecho a recibir una pensión por viudez, orfandad o ascendencia (LSS, art. 68):

- La pensión por Viudez se otorga a la viuda, viudo o concubinato que hubiera dependido económicamente del asegurado, siempre y cuando no contraigan nupcias o entren nuevamente en concubinato (LSS, art. 68)
- La pensión por Orfandad se otorga a:
 - Huérfanos incapacitados hasta que recuperen sus capacidades.
 - Huérfanos menores a 16 años o hasta los 25 años siempre y cuando se encuentren estudiando en planteles del sistema educativo nacional.
- La pensión por Ascendencia se otorga, a falta de viuda o viudo, huérfanos, concubina o concubinario, a los ascendentes que hubieran dependido económicamente del asegurado.

Una vez que el trabajador haya cumplido con los requisitos para recibir una pensión por retiro, vejez o cesantía, o el IMSS o el ISSSTE hayan declarado a los beneficiarios de pensión por invalidez, incapacidad, viudez, orfandad o ascendencia se tienen que contratar un seguro de

pensiones a una compañía aseguradora para la administración de los recursos, de manera que ésta le garantice el pago de una pensión periódica durante el resto de la vida del pensionado.

2.4. Los seguros de pensiones derivados de las leyes de seguridad social

Los seguros de pensiones también conocidos como seguros de rentas vitalicias son operados por compañías aseguradoras, las cuales se dedican exclusivamente a operar este seguro debido a que están sujetas a un régimen de inversión más restrictivo en comparación con los otros tipos de seguros. En la actualidad sólo hay cuatro aseguradoras activas en el mercado de rentas vitalicias y seis que administran una cartera (OCDE, 2016).

La renta vitalicia es un contrato que garantiza el pago de una pensión periódica durante la vida del pensionado. Por lo cual el monto que constituye dicha renta vitalicia considera el cálculo una anualidad, la cual tiene implícitas las probabilidades de sobrevivencia de los pensionados, así como una tasa de descuento. El cálculo de una anualidad que paga al principio de cada año se realiza de la siguiente forma:

$$\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^k * (1 - {}_kq_x)$$

Donde:

${}_kq_x$ es la probabilidad de que una persona en edad x muera entre e y $x+k$

$v^k = \frac{1}{(1+i)^k}$, i es la tasa de descuento

Tanto las bases técnicas como los procedimientos relativos al cálculo del monto constitutivo para la contratación de las rentas vitalicias están a cargo del comité establecido en el artículo 81 de la Ley del Sistema de Ahorro para el Retiro (LSAR), el cual está integrado por once miembros: tres de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF), quien lo preside, dos por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP), dos por el IMSS, dos por el ISSSTE y dos por la Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro (CONSAR) (LSAR, 1996, art.81).

De conformidad con los acuerdos adoptados por el comité del artículo 81 de la LSAR, en la Circular Única de Seguros y Fianzas (CUSF) se establecen los esquemas operativos para el cálculo del

monto constitutivo de las rentas vitalicias. Actualmente se tienen vigentes dos esquemas operativos:

- Esquema Operativo anterior a 2009: esquema de precios fijos en el que la tasa de descuento mínima es de 3.5% y las tablas de vida utilizadas son EMSSAH-97 para hombres no inválidos, EMSSAM-97 para mujeres no invalidas, así como ESSIH-97 para hombres no inválidos y ESSIM-97 para mujeres no invalidas. Las tablas de vida EMSSA-97 se basan en la experiencia poblacional y en la práctica se mejoró para hombres en 2011 y para mujeres en 2013 de acuerdo con las proyecciones hechas por el CONAPO para el periodo 1990-2030 (OCDE, 2016).
- Nuevo Esquema Operativo: a partir de 2009 se establece un mecanismo comercial para determinar el precio de las rentas vitalicias mediante el cual las compañías aseguradoras puedan competir a través de estimaciones de tasas de descuento que reflejen las condiciones del mercado financiero, así como utilizar sus propias tablas de vida (OCDE, 2016). La CNSF proporciona un Sistema Único de Cotización correspondiente a cada régimen de seguridad social basado en las Metodologías de Cálculo descritas en la CUSF (CUSF, 2014). Las instituciones de seguros deberán enviar sus ofertas tanto de tasa de descuento como de tablas de vida al Sistema Administrados de Ofertas y Resoluciones (SAOR), el cual concentra y gestiona la información relativa a la operación y comercialización de los seguros de pensiones y que administra la CNSF (CUSF, 2014).

Cabe señalar que, las tablas de vida que propongan las compañías de seguros no pueden presentar al menos una edad cuya probabilidad de sobrevivencia sea mayor que la existente para esa misma edad en las tablas de vida que se utilizan para el cálculo del Requerimiento Bruto de Solvencia (RBS) (CUSF, 2014).

El SAOR procesa, conforme a una base homogénea, la licitación de los proveedores de rentas vitalicias y reúne todo en un solo documento de propuesta, de modo que los solicitantes de pensiones puedan comparar todas las propuestas de pensión: pensión de beneficio definido, pensión de contribución definida, retiros programados, beneficios de sobrevivientes, beneficios de discapacidad; para seleccionar la que más les convenga (OCDE, 2016).

Por otro lado, para la constitución de las reservas para el cumplimiento de obligaciones futuras y el cálculo del Requerimiento Bruto de Solvencia (RBS), el comité estableció las tablas de vida generacionales EMSSA-09 y EMSSA-RCS-0, respectivamente, ambas diferenciadas por sexo considerando las mejoras en la mortalidad para cada edad y año. La proyección de las tablas de vidas se realiza aplicando un factor de mejoras conforme al siguiente procedimiento (CUSF, 2014):

$$q_x^{2009+t} = q_x^{2009} * (1 + TM_x)^t$$

Donde:

q_x^{2009+t} es la probabilidad de muerte entre edades x y $x + 1$, q_x proyectado con la mejora de la mortalidad al año $2009 + t$, $t = 0,1,2,3 \dots$

q_x^{2009} es el valor q_x que corresponde a las bases de mortalidad de no inválidos de 2009

TM_x son los factores de mejora por sexo

Para el caso de los pensionados en estado de invalidez se utilizan las tablas de vida EMSSI-IMSS-09 y EMSSI-ISSSTE-09 los cuales no están diferenciadas por sexo. Por otro lado, para el cálculo del Requerimiento de Capital de Solvencia se ocupan las tablas de vida EMSSAH-RCS-09 para hombres no inválidos y EMSSAM-RCS-09 para mujeres no inválidas, dichas tablas deben proyectarse con mejoras en la mortalidad para cada edad y año de acuerdo con el procedimiento anteriormente descrito. En relación con la mortalidad de los inválidos se ocuparán las tablas EMSSI-IMSS-RCS-09 y EMSSI-ISSSTE-RCS-09 las cuales no están diferenciadas por sexo (CUSF, 2014).

En 2014, la OCDE en su estudio “*Mortality Assumptions and Longevity Risk*”, donde analizo las tablas de vida que utilizan las compañías aseguradoras de varios países incluyendo a México, al respecto recomendó: actualizar regularmente las tablas de vida para que reflejen de forma precisa la experiencia más reciente de la mortalidad de esta forma evitar cambios significativos en las reservas, así como usar la experiencia de la mortalidad poblacional pertinente para establecer las tablas de vida (OCDE, 2014).

La OCDE señala que el hecho de no tener en cuenta futuras mejoras en la mortalidad puede exponer a las compañías aseguradoras a un déficit esperado de provisiones de más del 10% de sus pasivos. (OCDE, 2014). Debido a que, si hay una subestimación de la mortalidad (la esperanza de vida

supuesta resulta menor a la real), implicaría tener que hacer pagos por más tiempo de los previsto lo cual requeriría un aumento significativo en las reservas (OCDE, 2014).

Por otro lado, si hay una sobrestimación de la mortalidad (la esperanza de vida supuesta es mayor a la real) la aseguradora realizará las provisiones sobre una base más amplia de años de sobrevivencia, lo cual limitaría el financiamiento de estos recursos. Cabe señalar que ante un escenario donde las aseguradoras no tengan los recursos para cubrir las obligaciones contraídas con los pensionados, éstos se verían afectados directamente.

3. MEDICIÓN Y MODELACIÓN DE LA MORTALIDAD

3.1. Medición de la mortalidad

El nivel y cambio de la mortalidad pueden medirse de diversas maneras, ya sea por el índice en sí mismo, o por el procedimiento que se utilice para medir el cambio del índice seleccionado (Arriaga, 1996). La existencia de varios índices se debe al hecho de que ninguno de manera general puede medir todos los aspectos que la mortalidad presenta. Los índices más comunes son: la tasa bruta de mortalidad, las tasas específicas de mortalidad por edad, la tasa bruta de mortalidad estandarizada, la esperanza de vida, los años de vida potencialmente perdidos y los años de vida perdidos (Arriaga, 1996).

La esperanza de vida, como se ha visto anteriormente, es el referente más común debido a que indica el promedio de los años de vida que un individuo de cierta edad viviría bajo las condiciones de mortalidad observadas en un momento dado (Arriaga, 1996). Además, a diferencia de la tasa bruta de mortalidad no se ve afectado por la distribución por edad de la población (Ortega Antonio, 1997). Sin embargo, se ve afectada cuando la mortalidad infantil presenta altos niveles al considerar la acumulación de las probabilidades condicionales de sobrevivencia² (Bowers, Gerber, Hickman, Jones, y Nesbitt, 1997).

3.2. Modelación de la mortalidad

La mortalidad se puede modelar desde varias perspectivas, por un lado, desde las tasas de mortalidad específicas y, por otro lado, midiendo el tiempo de ocurrencia desde el inicio de exposición hasta la muerte. En el primer caso, la tabla de vida es la herramienta comúnmente empleada. “En resumen, es una presentación tabular del progreso de una cohorte³ a través del tiempo que transcurre” (Díaz, 2005). Se construye a partir de la transformación de las tasas de mortalidad específicas ${}_n m_x$ a años de vida (Arriaga, 1996), los valores que se obtienen son las

² $e_x = \sum_{k=1}^w k p_x$.

³ La cohorte puede ser a partir del seguimiento longitudinal de una población desde un evento determinante hasta su completa extinción o cuando se decide concluir el período de observación (Arribalzaga, 2007). Dadas las dificultades prácticas, se ha optado por utilizar una cohorte ficticia usualmente de 10.000, 100.000 nacidos vivos o en general de 10 K sujetos. Aunque el cálculo se base en un tamaño de población “ficticia”, la tabla de vida refleja la experiencia de mortalidad “real” de la población (Arribalzaga, 2007).

probabilidades de muerte ${}_nq_x$, de sobrevivencia ${}_np_x$ y la esperanza de vida e_x de una población en función de la edad (Ortega Antonio, 1997). Para mayor detalle de la construcción de la tabla de vida ver Ortega (1987).

Con respecto a la medición del tiempo de ocurrencia de la muerte se realiza mediante un análisis de sobrevivencia, el cual consiste en el seguimiento de los individuos hasta la muerte en un tiempo de observación determinado (Arribalzaga, 2007). Cabe señalar, que durante el periodo de observación hay individuos a los que no les ocurre el evento, sino tiempo después o algunos que salen por causas distintas a la muerte, esta situación se conoce como *censoring* (Kleinbaum & Klein, 2012). El análisis de sobrevivencia considera tanto a las personas que han experimentado el evento, en este caso a los que han fallecido, como a las personas a las cuales no les ha ocurrido el evento dentro del periodo de observación (Kleinbaum & Klein, 2012). De esta manera, se puede conocer tiempo promedio de exposición al riesgo de morir de todos los individuos. Es pertinente tomar en cuenta la información de las personas que no fallecieron durante el periodo de medición, ya que indica que su sobrevivencia es mayor a dicho periodo (Hosmer, Lemeshow, y May, 2008).

Los tiempos de sobrevivencia se analizan a partir de la función de sobrevivencia $S(x)$, la cual mide la probabilidad acumulada de que un individuo sobreviva desde la fecha de inicio de observación hasta un momento determinado (Hosmer, Lemeshow, y May, 2008). Estos valores describen la sobrevivencia global una población (Rebasa, 2005). Cabe señalar que la función de sobrevivencia se centra sobre todo en la “no ocurrencia” del evento, sin embargo, a partir de ésta es posible medir la “ocurrencia” del evento.

El análisis de los datos para estimar la función de sobrevivencia se realiza mediante el empleo de técnicas estadísticas paramétricas y no paramétricas (ver apartado 7. Aplicación del estimador Kaplan Meier). Asimismo, ambas perspectivas están basadas en la teoría de la probabilidad, de manera que, existen relaciones entre las probabilidades de muerte, la fuerza de mortalidad y la función de sobrevivencia, lo cual permite que al tener alguno de estos elementos es posible obtener otros. A continuación, se explican brevemente:

3.2.1. Probabilidades de muerte

Las probabilidades de morir, como se mencionó anteriormente, se calculan a partir de la tabla de vida. Pueden calcularse en función de las tasas de mortalidad específicas individuales o por grupos de edades, por lo cual es una medida en tiempo discreto, es decir, refiere a intervalos finitos de edades (Ortega Antonio, 1997). Cabe señalar que, frecuentemente se trabaja con medidas en el campo continuo, de manera que es posible encontrar funciones matemáticas que se ajusten a los puntos en tiempo discreto que permitan realizar un análisis más profundo entre edades, así como proyecciones sobre los futuros patrones de la mortalidad.

3.2.2. Fuerza de mortalidad

La fuerza de mortalidad también es conocida como tasa instantánea de mortalidad o tasa de riesgo, es una medida en tiempo continuo, que mide en cada instante la probabilidad de morir. De acuerdo con lo que se comentó anteriormente, la fuerza de mortalidad busca suavizar la probabilidad de muerte mediante funciones matemáticas, dichas funciones son conocidas como métodos de graduación o leyes de mortalidad y se han propuesto varias. A continuación, se enlistan algunas de las más conocidas (Doray, 2002; Pitacco, 2017; Thatcher, Kannisto, y Vaupel, 1998):

- Ley Gompertz (1825): $\mu_x = ae^{bx}$, en la cual la fuerza de mortalidad incrementa con la edad a una tasa exponencial constante.
- Ley Makeham (1980): $\mu_x = ae^{bx} + c$, agrega un parámetro extra, que consideraba la mortalidad por accidentes como una constante independientemente de la edad
- Modelo logístico:

- Perks (1932): $\mu_x = \frac{\alpha e^{\beta x} + \gamma}{\delta e^{\beta x} + 1}$

- Beard (1959): $\mu_x = \frac{\alpha e^{\beta x}}{\delta e^{\beta x} + 1}$

- Vaupel et al (1979) y por Le Bras (1976).

- Kannisto (1992): $\mu_x = \frac{\alpha e^{\beta x}}{\alpha e^{\beta x} + 1}$

- Modelo Weibull (1951): $\mu_x = ax^b$ en el cual la fuerza de la mortalidad es proporcional a la energía que se tienen con la edad.
- Modelo cuadrático Wilmoth (1995): $Ln(\mu_x) = a + bx + cx^2$

3.2.3. Función de sobrevivencia

La función de sobrevivencia es la probabilidad de que un individuo sobreviva más allá de cierto tiempo. Se expresa en términos de probabilidades considerando la variable aleatoria⁴ X que mide el tiempo a la muerte. Se expresa de la siguiente forma (Bowers et al., 1997):

$$S(x) = P(X > x) \text{ donde } x \geq 0$$

Donde $S_X(x)$ es la probabilidad de que un individuo sobreviva a edad x . Hay varios estimar la función de sobrevivencia, en este trabajo se empleará el estimador Kaplan Meier (ver apartado 7. Aplicación del modelo del estimador Kaplan Meier). Por otro lado, a partir de esta función es posible conocer la probabilidad de que un individuo muera antes o en edad x . Sin embargo, este evento se representa mediante la función de distribución acumulada $F_x(x)$ denotada mediante la siguiente expresión (Bowers et al., 1997):

$$F(x) = P(X \leq x) = 1 - S(x) \text{ donde } x \geq 0$$

Estas funciones son complementaras y sus resultados se encuentran entre el rango $[0,1]$. Por los cual, $F(0) = 0$ implica $S(0) = 1$. Además, la probabilidad condicional de que un individuo muera entre las edades x y z , dado que sobrevivió a edad x , se puede calcular en términos de la función de sobrevivencia de la siguiente forma:

$$P(x < X \leq z | X < x) = \frac{S(x) - S(z)}{S(x)}$$

De ahí que la probabilidad de que un individuo muera entre edad x y $x + 1$ ⁵ se obtiene de la siguiente forma (Bowers et al., 1997):

⁴ Una variable aleatoria es una función mediante la cual se pueden obtener todos los posibles resultados de un experimento (Rincon, 2006).

⁵ Es decir $z = x + 1$

$$q_x = 1 - \frac{S(x+1)}{S(x)}$$

3.3. Estimación de las probabilidades de muerte

La modelación de la mortalidad, entendida como la estimación de las probabilidades de muerte a partir de patrones observados se ha abordado desde tres principales enfoques: analítico, empírico y relacional. A continuación, se explica brevemente en que consiste cada uno de estos (Ewbank, Gomez De Leon, y Stoto, 1983):

3.3.1. Enfoque empírico

El enfoque empírico se basa en la relación de las observaciones empíricas con probabilidades de muerte de tablas de vida estándar, específicamente las tablas modelo de Naciones desarrolladas por Coale y Demeny. Estas tablas se construyeron a partir de datos observados en cuatro regiones y mediante regresiones se asociaron las probabilidades de muerte entre las edades adyacentes. Este método sólo consideraba un parámetro que no permitía describir la compleja variedad de formas que presentaban las curvas de sobrevivencia, por lo cual se produjeron ocho conjuntos de tablas de vida modelo, definidas por sexo y por región (Ewbank et al., 1983).

3.3.2. Enfoque analítico

Los modelos analíticos consisten en el suavizamiento de las tasas de mortalidad mediante el ajuste de una función matemática. En un principio, el ajuste se realizaba desde un enfoque determinístico, en el que el proceso de suavizamiento se hace a partir de la descripción de la tendencia general de las tasas específicas o probabilidades de mortalidad en función de la edad, sin embargo, este enfoque no considera la variabilidad que puede presentarse en dichas tendencias (Mendoza Ramírez et al., 2015).

Los ajustes se pueden efectuar de dos formas. Por un lado, mediante funciones no paramétricas, en la cual los valores de la tabla de vida estimada se obtienen optimizando una función que penaliza tanto su discrepancia respecto a las tasas observadas como su falta de suavidad; algunos de los más utilizados son el método de Whittaker Henderson y el método Kaplan Meier (Mendoza Ramírez et al., 2015). Por otro lado, mediante funciones paramétricas, en la cual las probabilidades de muerte estimadas provienen de una función, cuya suavidad está determinada de manera implícita y

la minimización se realiza sólo en la parte donde se presenten diferencias con los datos observados, algunas de las funciones más utilizadas, son las mencionadas en el apartado 3.2 (3.2 Fuerza de mortalidad) (Mendoza Ramírez et al., 2015).

Para considerar la variabilidad inherente a la mortalidad, se adoptaron modelos probabilísticos, al inicio combinando modelos determinísticos con algunas técnicas de inferencia estadística, uno de los modelos más conocidos es el de Whittaker (1923), sin embargo, cada vez se recurre más a este tipo de estimaciones (ver Forfar, Mc Cutcheon, y Wilkie, 1988; Haberman y Renshaw, 1996; Renshaw, 1991) (Mendoza Ramírez et al., 2015).

3.3.3. Modelos relacionales

Los modelos relacionales combinan algunas ventajas de los dos anteriores, el principal exponente es Brass con su modelo logit, en el que se establece una relación lineal en diferentes momentos en el tiempo entre el logito de las funciones de sobrevivencia observadas y uno estándar. Luego se proyectan los valores de los parámetros y se obtiene un nuevo logito proyectado, el cual permite obtener los nuevos valores de la función de sobrevivencia. El estándar pueden ser las tablas modelo de Naciones Unidas (Ewbank et al., 1983).

4. MODELACIÓN BASADA EN AGENTES

De acuerdo con Shannon (1976), la simulación es una herramienta computacional que permite diseñar un modelo de un sistema real y experimentar con él, con la finalidad de comprender mejor el comportamiento del sistema, así como evaluar nuevas estrategias (Shannon y Johannes, 1976). La modelación basada en agentes (ABM por sus siglas en inglés Agent Based Modeling) utiliza esta herramienta para modelar la dinámica de una población. Por medio de líneas de código de un programa computacional se crea una población virtual, se caracteriza y se establecen reglas de comportamiento e interacción de los individuos que integran dicha población. Al ejecutarse el programa es posible observar qué hacen los individuos en el curso de la simulación y ver qué patrones surgen a nivel agregado (Gilbert, 2008).

De acuerdo con Gilbert, la modelación basada en agentes es adecuada para los temas donde es importante entender el proceso y sus consecuencias (Gilbert, 2008). Además, permite modelar el "flujo bidireccional" a partir del nivel individual hacia el nivel poblacional, hasta el momento no se ha considerado en otros métodos (Courceau et al., 2016 citado en Van Bavel y Grow, 2017).

Por otro lado, los métodos de modelación convencionales asumen que los individuos tienen un alto grado de homogeneidad y sus características se describen en términos de promedios condicionales (Miller y Page, 2007 citado en Van Bavel y Grow, 2017). Por el contrario, los modelos basados en agentes toman en cuenta la heterogeneidad y la variabilidad de los individuos (Miller y Page, 2007 citado en Van Bavel y Grow, 2017).

Además, pueden implementarse mecanismos de herencia genética, ecológica y cultural, lo cual permite un análisis bidireccional del nivel individual hacia el nivel poblacional y viceversa. De manera que, las propiedades emergentes del sistema se pueden estudiar en el nivel del comportamiento individual del agente, en el nivel del vecindario o en el nivel de la población (Kendal et al., 2011 citado en Van Bavel y Grow, 2017). Por lo que, la ABM representa un cambio de paradigma (Courceau et al., 2016 citado en Van Bavel y Grow, 2017).

Los ABM son dinámicos, escalables y flexibles. Son dinámicos porque se centran tanto en el proceso como en los resultados, buscan comprender los mecanismos que producen o reducen la diversidad y el cambio (Van Bavel y Grow, 2017). La escalabilidad se refiere a la capacidad de explorar el comportamiento de un sistema con un número muy bajo o alto de agentes, así como

cambiar el enfoque de las propiedades del sistema del nivel micro al nivel macro (Kendal et al., 2011 citado en Van Bavel y Grow, 2017). Por su parte, son flexibles porque permiten capturar una amplia gama de comportamientos (Kendal et al., 2011 citado en Van Bavel y Grow, 2017).

De manera que, se puede simular el cambio a través de miles de generaciones, así como observar y registrar lo que ocurre en cada punto en el tiempo (Kendal et al., 2011 citado en Van Bavel y Grow, 2017). Por lo tanto, en el campo de las proyecciones, la AMB ofrece la oportunidad de llevar a cabo experimentos de "¿qué pasa si?" (Prskawetz, 2016 citado en Grow y Van Babel), es decir, establecer escenarios en los cuales se consideren varias circunstancias que pueden ocurrir en relación al fenómeno estudiado, y no sólo basarse en extrapolaciones de tendencias experimentadas en el pasado (Prskawetz, 2016 citado en Van Bavel y Grow, 2017: 10). Además, mediante técnicas estadísticas es posible explorar y medir la incertidumbre que existe en los resultados del modelo (Van Bavel y Grow, 2017).

Cabe señalar que, debe existir una estrecha conexión entre la investigación empírica y la ABM, para asegurar que los conocimientos sobre la dinámica de la población que podrían arrojar están firmemente basados en la evidencia empírica y no supuestos arbitrarios desconectados de la realidad (Courgeau et al., 2016 citado en Van Bavel y Grow, 2017). De modo que, es necesario hacer uso de diversas fuentes de información, incluso datos de encuestas o censos, para implementar una representación detallada de una población específica, tanto en términos de estructura, como de procesos de decisión (Williams et al., 2016 citado en Grow y Van Babel).

5. DATOS Y FUENTES DE INFORMACIÓN

La Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros (AMIS) concentra la información del seguro de pensiones operado por 9 compañías aseguradoras⁶ mediante el Sistema Estadístico de los Seguros de Pensiones Derivados de la Seguridad Social del Sector Asegurador (SESA Rentas Vitalicias) (AMIS, 2015). La información que se utiliza para el análisis de la mortalidad de los pensionados fue obtenida a partir de dicho sistema, para el periodo que comprende de 2008 a 2014.

5.1. Descripción de las bases de datos

La información está dividida en dos. Por un lado, las bases de “siniestros”, las cuales contienen el registro de las defunciones que ocurren cada año. Por otro lado, las bases de “expuestos”, donde se encuentran los pensionados vigentes en cada año. Un primer paso, fue considerar eliminar la información de los pensionados siniestrados de la base de expuestos con la finalidad de mantener los registros de los individuos estuvieron expuestos al riesgo de morir, pero que no murieron en cada periodo analizado.

Las bases de datos contienen la siguiente información: número de póliza, sistema de seguridad social, número de seguridad social, sexo, fecha de nacimiento, fecha de inicio de vigencia, fecha de inicio de derechos, fecha de baja, causa, importe de la pensión, edad al inicio de vigencia, edad al inicio de derechos, edad a la defunción, así mismo incluye tres campos cuya combinación hace posible realizar la distinción del tipo de pensión.

Las pensiones están dirigidas, a los trabajadores y a sus beneficiarios. Los trabajadores adquieren una pensión en caso de incapacidad permanente, ésta puede ser total o parcial, invalidez, cesantía, vejez o retiro anticipado. A la muerte del trabajador, en estatus de activo o pensionado, los beneficiarios pueden tener derecho a una pensión por orfandad, viudez o incluso ascendía (ver apartado 4.3 Seguro de pensiones derivados de la seguridad social).

Debido a que en la base se defunciones no hay registros de huérfanos a los que les haya ocurrido el siniestro, para este trabajo no se considerara esta parte de la población, por ende, en la base de expuestos se limitara a los pensionados por viudez, por ascendencia, y todas las relacionadas

⁶ 1) Profuturo GNP Pensiones, S.A. de C.V., 2) HSBC Pensiones, S.A., 3) MetLife Pensiones, S.A de C.V., 4) Pensiones Banamex, S.A. de C.V., 5) Pensiones BBVA Bancomer S.A. de C.V., 6) Pensiones Banorte Generali, S.A. de C.V., 7) Pensiones Inbursa, S.A, 8) Pensiones SURA, S.A. de C.V. y 9) Principal pensiones, S.A.

directamente con el trabajador. Asimismo, en el caso de la pensión por viudez, existe otra causa de salda aparte de la muerte, que se da en caso de contraer segundas nupcias, en este trabajo sólo se modelo la salida por muerte.

Para la modelación de la mortalidad, se considera que la población de pensionados inválidos e incapacitados, están expuestos a riesgos diferentes por lo cual se realizarán modelos separados. Asimismo, el análisis se realiza distinguiendo el sexo del pensionado. De manera que la población de pensionados se divide en tres sectores: 1) Activos, que engloban a los pensionados por viudez, ascendencia, cesantía, vejez y retiro anticipado; 2) Incapacitados, comprende a los pensionados por incapacidad permanente total e incapacidad permanente parcial; y 3) Inválidos, contiene a los pensionados por invalidez.

5.2. Distribución de la población de pensionados

En el cuadro 5.1 se muestra la distribución de la población de pensionados por año y por sexo. En general y en cada sector se observa que la población ha ido incrementando en el tiempo, con una tasa de crecimiento anual de 9.81%. Destaca el tamaño de la población que comprende el sector de activos, debido a que, éste comprende la mayoría de las coberturas, en promedio representa 70.5% de la población de cada año. El sector de inválidos es el siguiente en tamaño, representa en promedio el 18.7% de población en cada año. Por su parte, el sector de los incapacitados es el de menor tamaño, apenas representa en promedio 10.8% de la población en cada año.

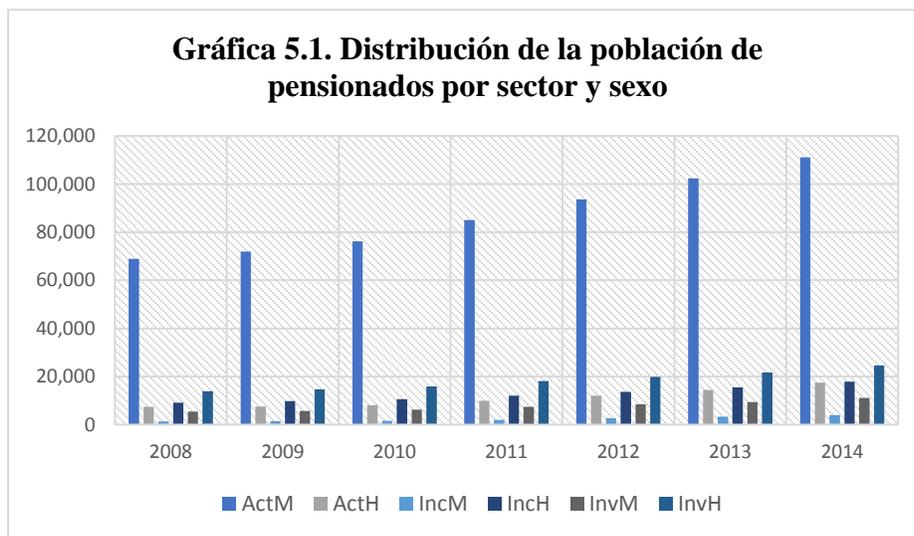
Cuadro 5.1. Población total de pensionados por sector

Año	Activos	%	Incapacitados	%	Inválidos	%	Total	Tasa de crecimiento r
2008	76,291	71.8%	10,544	9.9%	19,352	18.2%	106,187	
2009	79,572	71.5%	11,199	10.1%	20,486	18.4%	111,257	4.77%
2010	84,386	71.1%	12,191	10.3%	22,176	18.7%	118,753	6.74%
2011	95,086	70.7%	13,992	10.4%	25,432	18.9%	134,510	13.27%
2012	105,599	70.3%	16,315	10.9%	28,279	18.8%	150,193	11.66%
2013	116,863	70.1%	18,842	11.3%	31,084	18.6%	166,789	11.05%
2014	128,601	69.1%	21,894	11.8%	35,731	19.2%	186,226	11.65%
<i>Promedio</i>		70.5%		10.8%		18.7%	100%	9.81%

Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias (AMIS, 2015).

Cabe señalar, que la pensión por incapacidad se otorga como parte de las coberturas de riesgos de trabajo, por lo cual, una declaración de incapacidad repercute en la posibilidad de continuar ejerciendo un trabajo similar al que desempeñaba el trabajador. Mientras que, la pensión de invalidez es derivada de algún accidente o enfermedad no relacionada con a los riesgos de trabajo, y que no imposibilite ejercer un trabajo igual al que anteriormente llevaba a cabo. Como se observa en el cuadro 5.1 son más frecuentes las pensiones por invalidez que por incapacidad.

Por otro lado, en la gráfica 5.1 se presenta la distribución por sexo de cada uno de los sectores a lo largo del tiempo. Para el sector de activos sobresale una mayor cantidad de mujeres con respecto a los hombres. Sin embargo, en los sectores de pensionados incapacitados e inválidos destaca más la participación de los hombres.



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

Con respecto a las defunciones, éstas representan una mínima proporción de la población total expuesta, en el cuadro 5.2 se observa que, en promedio 0.91% de la población pensionada ha muerto en cada año. Además, en concordancia con el crecimiento de la población total, los fallecimientos han aumentado a lo largo del tiempo. Asimismo, en el sector de pensionados activos se presentan una mayor magnitud de registros en comparación con los otros dos sectores.

Cuadro 5.2. Distribución de las defunciones por sector y su porcentaje con respecto a la población total por año

Año	Activos	Incapacitados	Inválidos	Defunciones totales	Población total	%
2008	898	64	340	1,302	106,187	1.23%
2009	957	74	416	1,447	111,257	1.30%
2010	898	71	407	1,376	118,753	1.16%
2011	717	32	194	943	134,510	0.70%
2012	775	58	250	1,083	150,193	0.72%
2013	715	59	224	998	166,789	0.60%
2014	934	72	295	1,301	186,226	0.70%
<i>Promedio</i>						0.91%

Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

6. TABLAS DE VIDA EMPÍRICAS

Para el cálculo de las probabilidades de muerte de una tabla de vida es necesario conocer las tasas específicas de mortalidad m_x , para su cálculo se requiere conocer el número de defunciones de la población por edad D_x y los años persona vividos por edad AP_x . De manera que, las tasas específicas de mortalidad se obtienen mediante la siguiente expresión:

$$m_x = \frac{D_x}{AP_x}$$

Los años persona vividos AP_x miden el volumen de la población expuesta y el tiempo de exposición. Para el cálculo de las probabilidades de muerte, usualmente los años persona vividos se aproximan mediante la población a mitad de año, bajo el supuesto de que la población crece linealmente durante este periodo (Preston, Heuveline, y Guillot, 2001), sin embargo, en poblaciones pequeñas no siempre se cumple este supuesto.

Derivado de la información con la que cuenta el seguro de pensiones, es posible emplear el algoritmo propuesto por García Guerrero y Hernández Mercado (2016), con la finalidad de contabilizar exactamente el tiempo y volumen de exposición. El volumen de exposición se obtiene a partir de la población expuesta por edad. Sin embargo, para el tiempo de exposición es necesario tomar en cuenta que, en cada edad los individuos pasan expuestos una fracción de cada año a edad x y el resto del año a edad $x + 1$.

Cada año, los pensionados comienzan la exposición al riesgo a partir de la fecha de inicio de vigencia del contrato hasta la fecha de la muerte o el término del año de observación, lo que ocurra primero. Por consiguiente, para tomar en cuenta la fracción del tiempo por edad en la que el pensionado está expuesto se tienen los siguientes casos (ver figura 6.1):

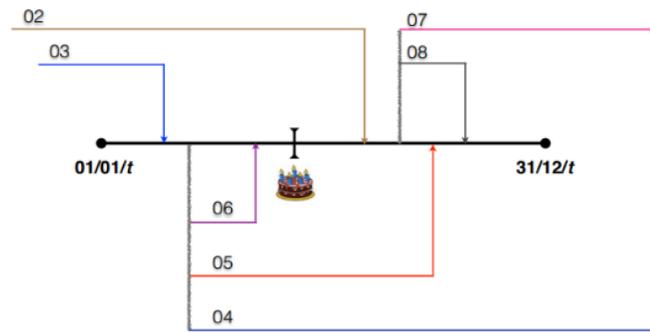
- Si el pensionado comienza su exposición antes del año de observación, entonces puede:
 - Caso 01. Sobrevivir todo el año, manteniendo edad x o alcanzando edad $x+1$.
 - Caso 02. Morir después de su cumpleaños, es decir, alcanza edad $x+1$.
 - Caso 03. Morir antes de su cumpleaños, es decir, mantiene edad x .
- Si el pensionado comienza su exposición una vez iniciado el año, pero antes de su cumpleaños, entonces puede:

- Caso 04. Sobrevivir todo el año manteniendo edad x .
- Caso 05. Morir después de su cumpleaños, es decir, alcanza edad $x+1$.
- Caso 06. Morir antes de su cumpleaños, es decir, mantiene edad x .
- Si el pensionado comienza su exposición después de su cumpleaños, entonces puede:

Caso 07. Sobrevivir todo el año manteniendo edad x .

Caso 08. Morir en edad x , antes de terminar el año.

Figura 6.1. Esquema del tiempo de exposición de un pensionado en relación con su edad y el año de observación



Fuente: García Guerrero y Hernández Mercado (2016)

De acuerdo con estos ocho casos, se obtuvo la fracción por edad a_x que en promedio los pensionados estuvieron expuestos en cada año de observación. De manera que, las probabilidades de muerte se calcularon mediante la siguiente expresión: $q_x = \frac{m_x}{m_x*(1-a_x)+1}$

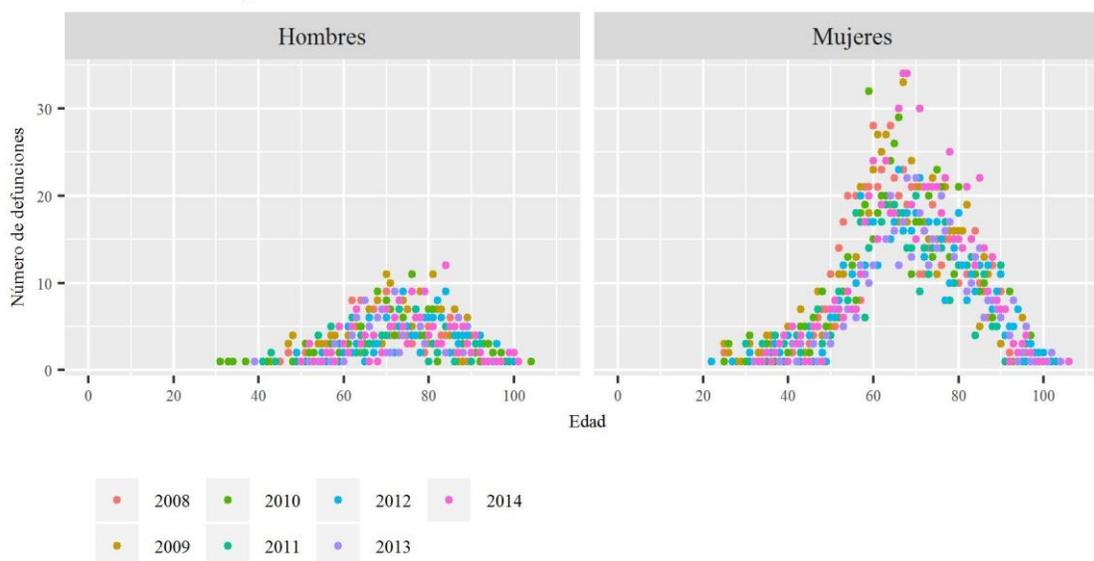
A continuación, se expone el análisis de las defunciones, de la población de expuestos y de las probabilidades de mortalidad empíricas obtenidas a partir de estos elementos.

6.1.1. Defunciones

6.1.1.1. Sector de Activos

En la gráfica 6.1 se presenta la distribución de las defunciones por sexo del sector de pensionados activos. Las mujeres presentan una mayor frecuencia de fallecimientos en comparación con los hombres. Sin embargo, las mujeres presentan registros en edades más tempranas que los hombres. Por otro lado, la distribución de las defunciones se mantiene a lo largo del tiempo para cada sexo.

Gráfica 6.1. Distribución de las defunciones por sexo y año del sector de pensionados activos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

De acuerdo con el cuadro 6.1, el promedio del número de defunciones que se presentó cada año, entre 2010 y 2014, es de 175 para los hombres y de 671 para las mujeres. Por otro lado, las edades mínimas en las que se registraron defunciones son: 33 años para los hombres y 22 años para las mujeres. Asimismo, las edades máximas fueron de 104 y 106 años respectivamente. Los fallecimientos de los hombres están concentrados entre las edades 64 y 84 años, mientras que los de las mujeres se encuentran entre 50 y 80 años. La edad promedio de muerte es de 73 y 69 respectivamente.

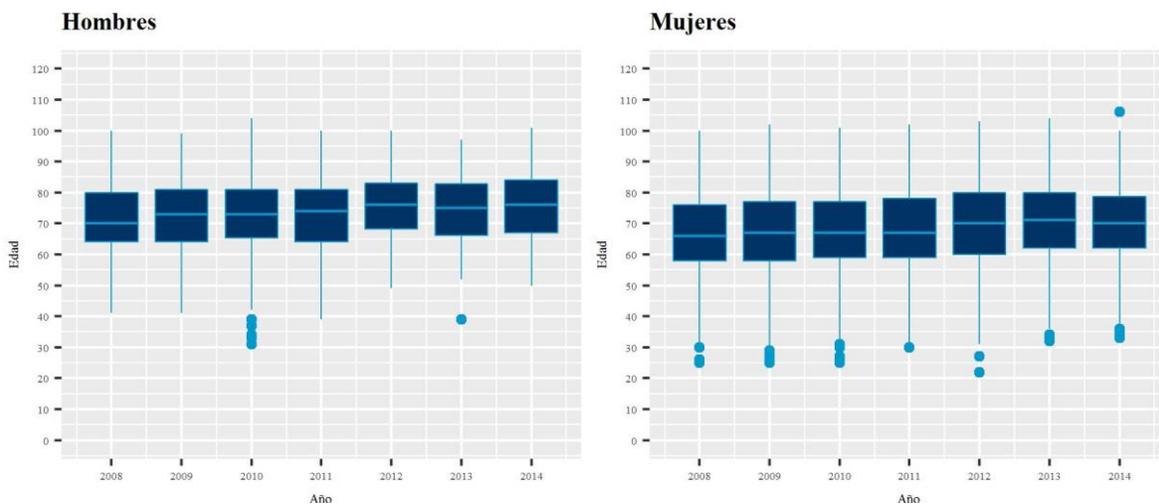
Cuadro 6.1. Resumen de la distribución las defunciones del sector de pensionados activos de 2008 a 2014

Descriptivo	Hombres			Mujeres		
	Mín.	Máx.	Prom.	Mín.	Máx.	Prom.
Número de observaciones	143	215	175	565	758	671
Edad mínima observada	31	50	42	22	33	28
Edad máxima observada	97	104	100	100	106	103
Media	71	76	73	66	71	69
Cuartil 25%	64	68	66	58	62	60
Mediana	70	76	74	66	71	69
Cuartil 75%	80	84	82	76	80	78
Moda	70	84	76	59	70	66

Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

En esta población resalta la mortalidad de las mujeres sobre la mortalidad de los hombres, por el mayor número de defunciones y por el rango de edad más amplio en el que se presentan y concentran los fallecimientos. En la gráfica 6.2 se observa la consistencia y la poca variación de los indicadores antes señalados a lo largo del tiempo. Asimismo, resaltan las edades atípicas en las que se registraron defunciones, en el caso de los hombres las muertes registradas antes de los 40 años, en el caso de las mujeres de 2010 a 2012 antes de los 30 años, para 2013 y 2014 antes de los 36 años. Con respecto a las edades máximas atípicas, en 2014 las mujeres presentan registros encima de los 105 años.

Gráfico 6.2. Diagrama de caja de la distribución de las defunciones por edad y sexo del sector de pensionados activos. 2008-2014

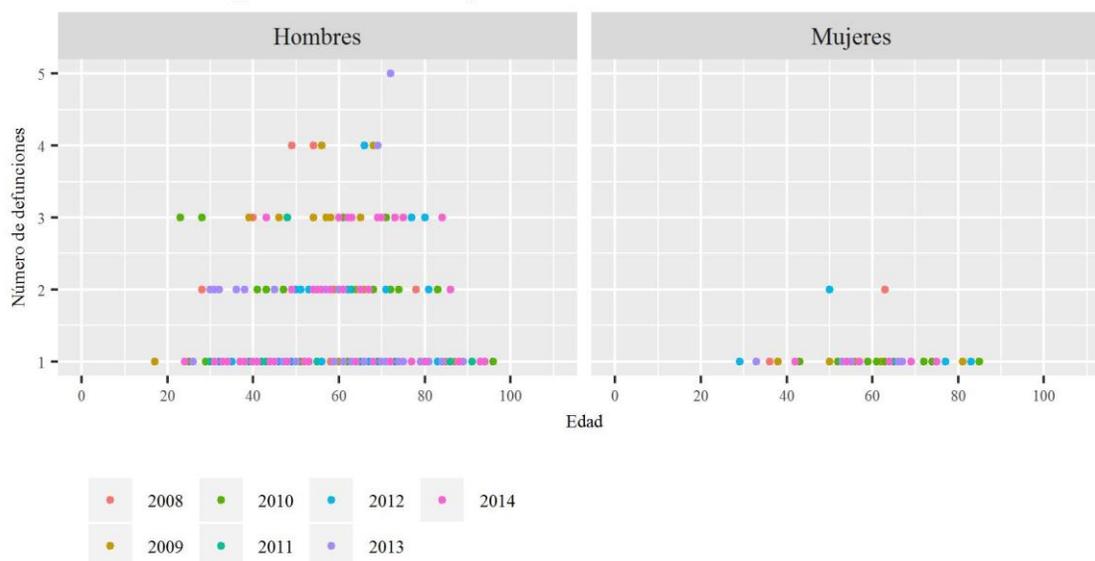


Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

6.1.1.2. Sector de incapacitados

Como se mencionó anteriormente, el sector de incapacitados es el que tiene menos pensionados, asimismo sólo una mínima parte de esta población ha muerto. En la gráfica 6.3 se presenta la distribución de las defunciones por sexo, los hombres presentan más defunciones en comparación con las mujeres. Asimismo, presentan registros desde edades menores que las mujeres. Sin embargo, las mujeres presentan registros en edades más tempranas que los hombres. Con el paso de los años, han incrementado las defunciones.

Gráfica 6.3. Distribución de las defunciones por sexo y año del sector de pensionados incapacitados



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

De acuerdo con el cuadro 6.2, entre 2010 y 2014 se registraron en promedio 61 defunciones cada año, para los hombres y de 7 para las mujeres. Las edades mínimas en las que se registraron defunciones fueron: 17 años para los hombres y 29 años para las mujeres. Asimismo, las edades máximas fueron de 96 y 85 años respectivamente. Los fallecimientos de los hombres están concentrados entre las edades 41 y 72 años, mientras que los de las mujeres se encuentran entre 48 y 72 años. La edad promedio de muerte es de 58 años en ambos casos.

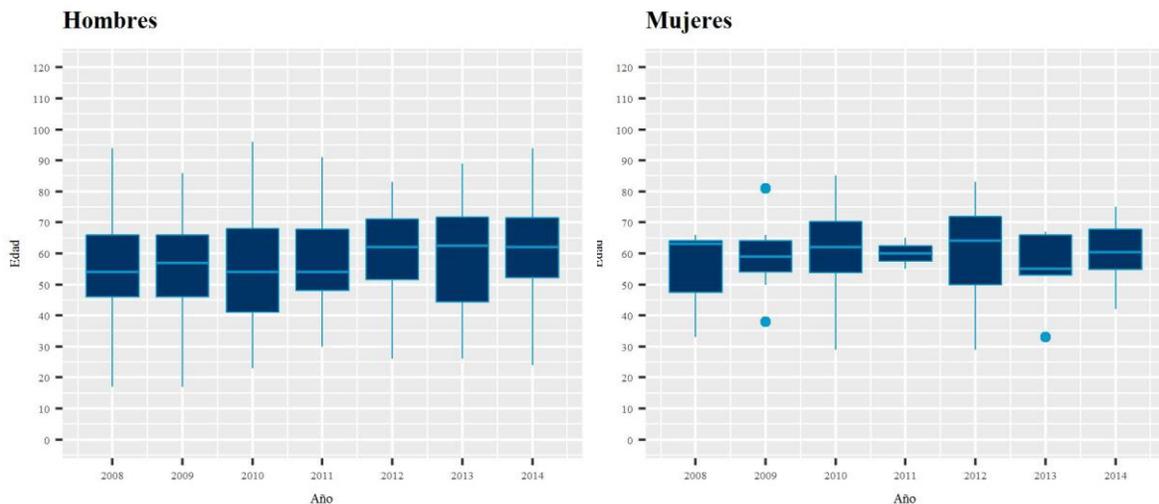
Cuadro 6.2. Resumen de la distribución las defunciones del sector de pensionados incapacitados de 2008 a 2014

Descriptivo	Hombres			Mujeres		
	Mín.	Máx.	Prom.	Mín.	Máx.	Prom.
Número de observaciones	30	66	61	2	10	7
Edad mínima observada	17	30	23	29	55	37
Edad máxima observada	83	96	93	65	85	75
Media	55	61	58	55	60	58
Cuantil 25%	41	52	48	48	58	53
Mediana	54	63	58	55	64	61
Cuantil 75%	66	72	69	63	72	67
Moda	23	84	60	50	63	57

Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

En la gráfica 6.4 destaca la variabilidad de los indicadores antes mencionados entre 2010 y 2014. En el caso de los hombres hay mayor consistencia en las edades en las que se concentra las defunciones, sobresalen los años 2010 y 2011 donde el rango es mayor. La edad mediana varia con el tiempo, sin embargo, ha aumentado en los años más recientes. En el caso de las mujeres, debido al escaso registro de defunciones la varianza es mayor. Aunque la amplitud de los rangos de concentración de los fallecimientos varia, se mantienen por encima de los 50 años.

Gráfico 6.4 Diagrama de caja de la distribución de las defunciones por edad y sexo del sector de pensionados incapacitados. 2008-2014

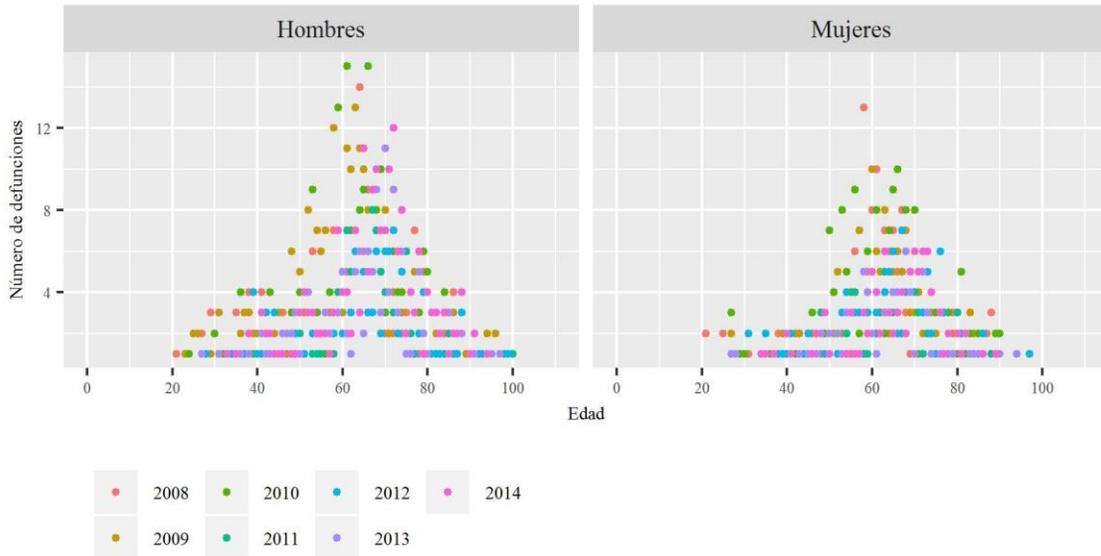


Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

6.1.1.3. Sector de inválidos

En la gráfica 6.5 se presenta la distribución de las defunciones por sexo del sector de pensionados inválidos. La frecuencia de las defunciones que presentan los hombres es ligeramente mayor a la que presentan las mujeres. Ambos sexos tienen registros desde alrededor de los 20 años. Por otro lado, se observa que las muertes aumentan con el transcurso del tiempo.

Gráfica 6.5. Distribución de las defunciones por sexo y año del sector de pensionados inválidos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

De acuerdo con el cuadro 6.3, entre 2010 y 2014 los hombres presentaron en promedio 188 defunciones cada año, mientras que las mujeres 111. La edad mínima en la que se registraron defunciones fue de 21 años en ambos sexos. Asimismo, las edades máximas fueron de 100 y 97 años respectivamente. Por otro lado, los fallecimientos se concentran entre las edades 52 y 74 años en el caso de los hombres y 53 y 72 en el caso de las mujeres.

Cuadro 6.3. Resumen de la distribución las defunciones del sector de pensionados inválidos de 2008 a 2014

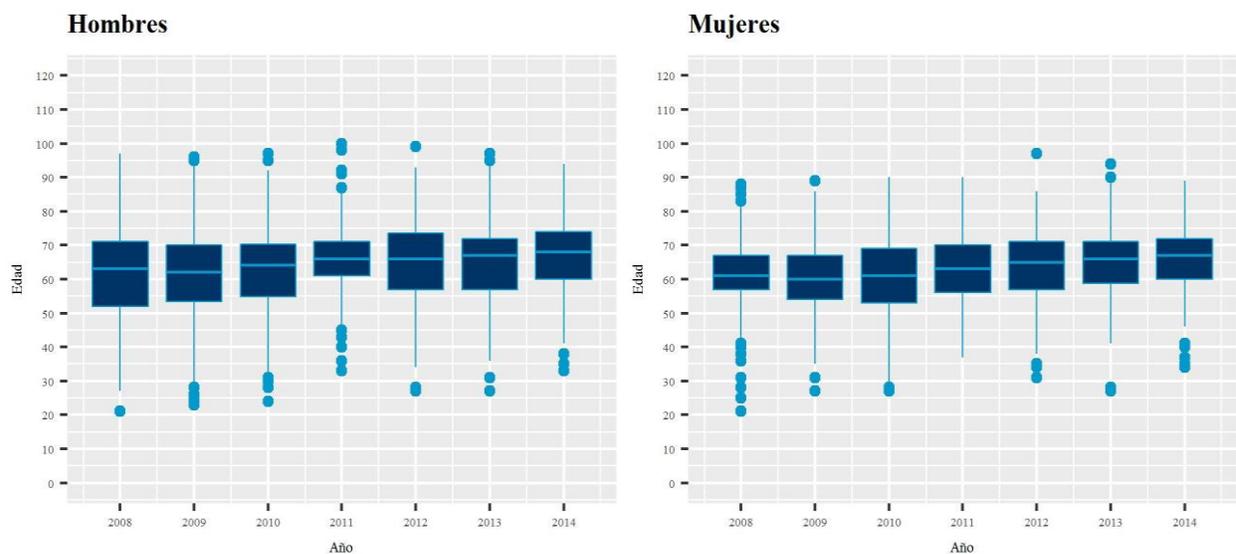
Descriptivo	Hombres			Mujeres		
	Mín.	Máx.	Prom.	Mín.	Máx.	Prom.
Número de observaciones	121	263	188	73	179	111
Edad mínima observada	21	33	27	21	37	31
Edad máxima observada	94	100	97	88	97	90
Media	61	67	64	60	65	63
Cuartil 25%	52	61	56	53	60	57
Mediana	62	68	65	60	67	64
Cuartil 75%	70	74	72	67	72	70
Moda	61	72	67	58	73	65

Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

En la gráfica 6.6 se observa la poca variabilidad que existe de los indicadores antes mencionados entre 2010 y 2014. La amplitud del rango de concentración de las defunciones varía con el tiempo para ambos sexos. Se observa que la edad en la que empiezan a concentrarse los fallecimientos, aumenta con el tiempo, mientras que la edad máxima en la que se presentan más fallecimientos se mantiene alrededor de los 70 años. De manera que en los últimos años el rango es pequeño. La edad mediana ha aumentado ligeramente, y se observa que la distribución en este rango está levemente sesgada hacia edades menores a los 65 años.

En esta población sobresalen las edades atípicas, en el caso de los hombres de 2008 a 2009 por debajo de los 30 años, en 2011 en edades anteriores a los 45 años, en 2012 y 2013 debajo de los 30 años y en 2014 antes de los 40 años. Asimismo, en 2009 por encima de los 95 años, en 2010, 2012 y 2013 arriba de los 90 años, y en 2011 después de los 85 años. En el caso de las mujeres, en 2008 y 2014 por debajo de los 42 años, en 2012 y 2013 abajo de los 30 años y en 2010 antes de los 30 años. Además, en 2008 arriba de los 83 años, y 2009, 2012 y 2013 por encima de los 88 años.

Gráfica 6.6. Diagrama de caja de la distribución de las defunciones por edad y sexo del sector de pensionados inválidos. 2008-2014



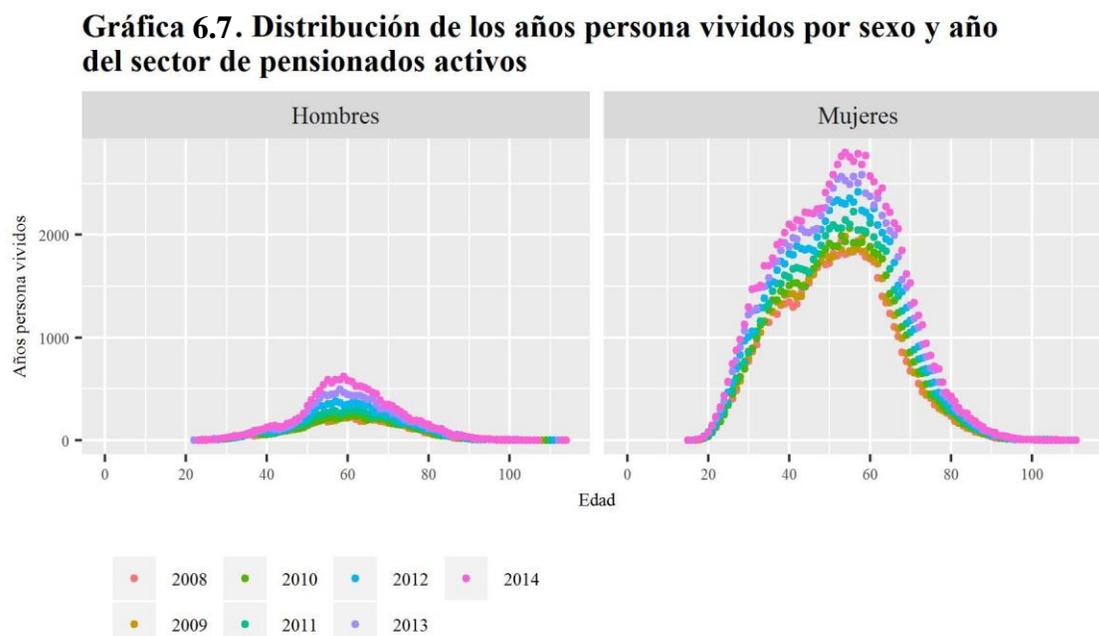
Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

6.1.2. Años persona vividos

Los años persona vividos representan la cantidad de años que cada individuo que no ha experimentado el evento de la muerte ha vivido hasta el periodo de tiempo observado. De manera que, los años persona vividos se obtienen con base en la población expuesta al riesgo de morir. A continuación, se presenta el análisis de la distribución por edad de esta población.

6.1.2.1. Sector de pensionados activos

En la gráfica 6.7 se presenta la distribución de los años persona vividos de la población expuesta al riesgo de morir del sector de pensionados activos por sexo. Las mujeres presentan una mayor magnitud de años persona vividos en comparación con los de los hombres. Asimismo, las mujeres presentan registros en edades más tempranas que los hombres. Los años persona vividos aumentan para ambos sexos a lo largo del tiempo, sin embargo, la distribución con respecto a las edades se mantiene.



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

De acuerdo con el cuadro 6.4, entre 2008 y 2014 la población expuesta alcanzó en promedio 10,811 hombres y 86, 404 mujeres cada año. Las edades iniciales de exposición fueron desde 22 años en el caso de los hombres y de 15 en las mujeres. Asimismo, las edades máximas de exposición fueron hasta 115 en los hombres y 112 en las mujeres. Sin embargo, los hombres expuestos se concentran entre 52 y 79 años, y las mujeres expuestas se aglomeran entre 41 y 73 años. El rango de la acumulación es ligeramente mayor para las mujeres con respecto al de los hombres. Asimismo, la edad promedio de la población es de 61 en los hombres y 52 en las mujeres, cabe señalar que la edad media coincide con la edad median, lo cual indica que hay simetría al interior del intervalo de edades de concentración.

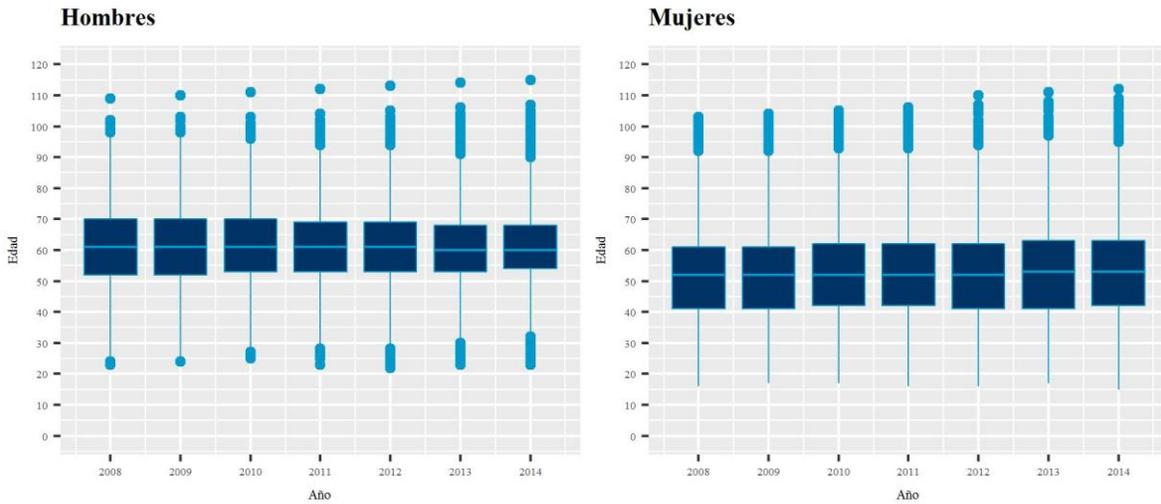
Cuadro 6.4. Resumen de la distribución la población expuesta del sector de pensionados activos de 2008 a 2014

Descriptivo	Hombres			Mujeres		
	Mín.	Máx.	Prom.	Mín.	Máx.	Prom.
Número de observaciones	7,207	17,236	10,811	68,186	110,431	86,404
Edad mínima observada	22	25	23	15	17	16
Edad máxima observada	109	115	112	103	112	107
Media	61	61	61	52	53	52
Cuantil 25%	52	54	53	41	42	41
Mediana	60	61	61	52	53	52
Cuantil 75%	68	70	69	61	63	62
Moda	57	63	60	54	59	56

Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

En la gráfica 6.8 se observa la poca variabilidad y la consistencia que existe de los indicadores antes mencionados entre 2010 y 2014. Con respecto a los hombres destaca la reducción del rango de concentración con el transcurso del tiempo, asimismo, resalta la dispersión en las edades extremas. En todos los años por debajo de los 30 años, sin embargo, en 2008, 2009 y 2010 arriba de los 95 años, en 2011 y 2012 después de los 93 años y en 2013 y 2014 por encima de los 89 años. En el caso de las mujeres, la amplitud del intervalo de edades en las que se acumula la población se mantiene con el tiempo. Resalta la dispersión de la población en edades mayores a 90 años.

Gráfico 6.8. Diagrama de caja de la distribución de la población expuesta por edad y año del sector de pensionados inválidos. 2008-2014

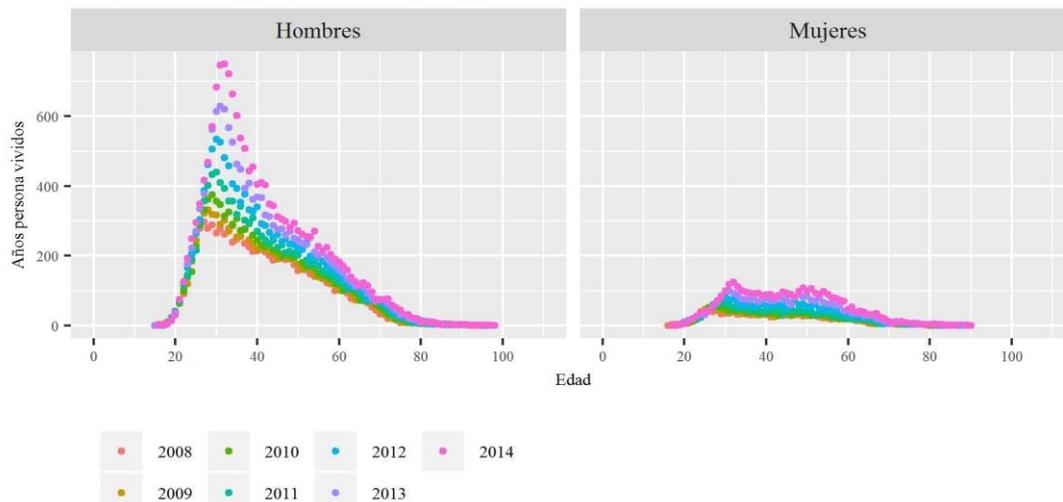


Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

6.1.2.2. Sector de pensionados incapacitados

En la gráfica 6.9 se presenta la distribución de los años persona vividos de la población expuesta al riesgo de morir del sector de pensionados incapacitados. Los hombres tienen más años persona vividos en comparación con los años persona vividos de las mujeres. Ambos sexos inician su exposición alrededor de los 20 años. La población aumenta con el tiempo, sin embargo, la distribución con respecto a las edades se mantiene.

Gráfica 6.9. Distribución de los años persona vividos por sexo y año del sector de pensionados incapacitados



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

De acuerdo con el cuadro 6.5, entre 2008 y 2014 la población expuesta anual en promedio fue de 12,592 hombres y 2003 mujeres. La edad de exposición de los hombres partió de los 16 años y la de las mujeres de los 17 años. Asimismo, las edades máximas de exposición alcanzaron 98 años en los hombres y 89 en las mujeres. Sin embargo, la población masculina se concentra entre los 31 y 51 años, mientras que la población femenina se acumula entre los 30 y 53 años. La edad media de la población ha sido en promedio de 42 y 43 años respectivamente. La edad mediana es ligeramente diferente a la media, sobre todo en los hombres, lo cual indica un sesgo dentro del intervalo de aglomeración de la población.

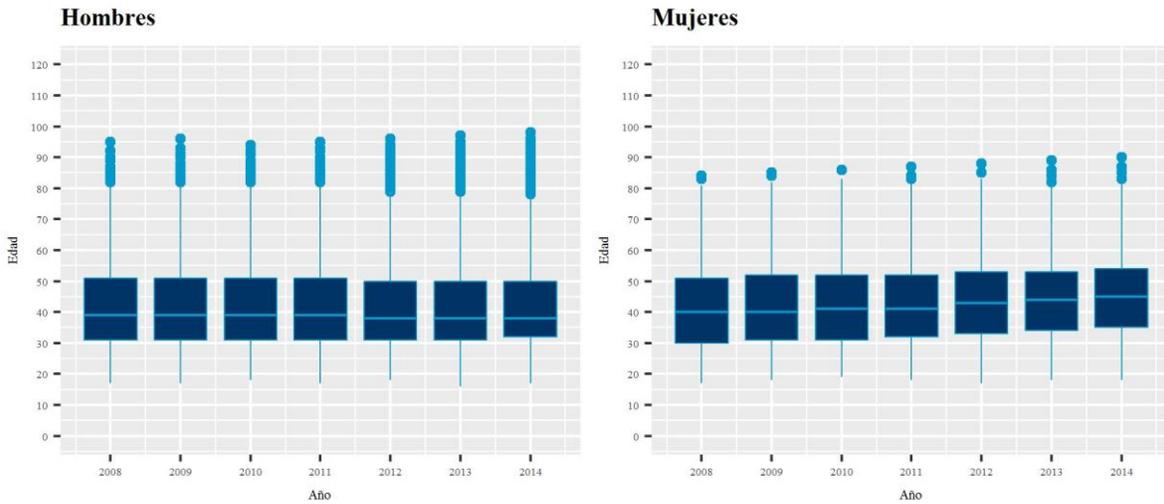
Cuadro 6.5. Resumen de la distribución la población expuesta del sector de pensionados incapacitados de 2008 a 2014

Descriptivo	Hombres			Mujeres		
	Mín.	Máx.	Prom.	Mín.	Máx.	Prom.
Número de observaciones	9,129	17,806	12,592	1,351	3,286	2,003
Edad mínima observada	16	18	17	17	19	18
Edad máxima observada	94	98	96	84	89	86
Media	41	42	42	42	44	43
Cuantil 25%	31	32	31	30	34	32
Mediana	38	39	39	40	44	41
Cuantil 75%	50	51	51	51	53	52
Moda	28	32	30	25	31	28

Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

En la gráfica 6.10 se observa la poca variabilidad y la consistencia de los indicadores antes mencionados entre 2008 y 2014. Con respecto al rango de concentración de la población, en ambos sexos ha disminuido con el transcurso del tiempo. En el caso de los hombres, resalta el sesgo hacia edades mayores a 40 años. Asimismo, la dispersión de esta población a partir de los 80 años entre 2008 y 2011 y después de los 77 años entre 2012 y 2014. En cuanto a la población femenina, la concentración es simétrica, asimismo la mayor dispersión de la población de sitúa por encima de 80 años.

Gráfico 6.10. Diagrama de caja de la distribución de la población expuesta por edad v año del sector de pensionados incapacitados. 2008-2014

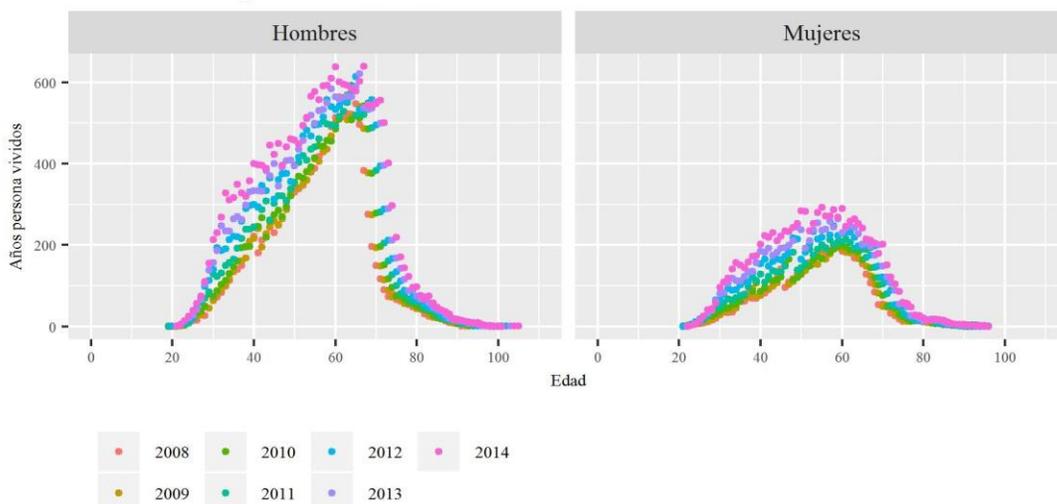


Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

6.1.2.3. Sector de pensionados inválidos

En la gráfica 6.11 se presenta la distribución de los años persona vividos de la población expuesta al riesgo de morir del sector de pensionados inválidos por sexo. La población masculina presenta mayor volumen de años persona vividos en comparación con los de la población femenina. Ambos sexos inician su exposición alrededor de los 20 años. Los años persona vividos aumentan con el tiempo, sin embargo, conservan su distribución con respecto a la edad.

Gráfica 6.11 Distribución de los años persona vividos por sexo y año del sector de pensionados inválidos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

De acuerdo con el cuadro 6.6, entre 2008 y 2014 la población masculina expuesta en promedio cada año ascendió a 18, 217, mientras que la población femenina en promedio fue de 7,556 cada año. El inicio de exposición fue a partir de 20 años en los hombres y 21 en las mujeres. Asimismo, las edades máximas de exposición alcanzaron 105 en los hombres y 96 en las mujeres. Sin embargo, la concentración de la población de sitúa entre las edades 44 y 66 en los hombres y entre 43 y 63 en las mujeres. En promedio la población expuesta tuvo 56 y 54 años respectivamente. Asimismo, la edad mediana ligeramente diferente a la edad media, lo cual indica sesgo con respecto a las edades en el intervalo de concentración de la población.

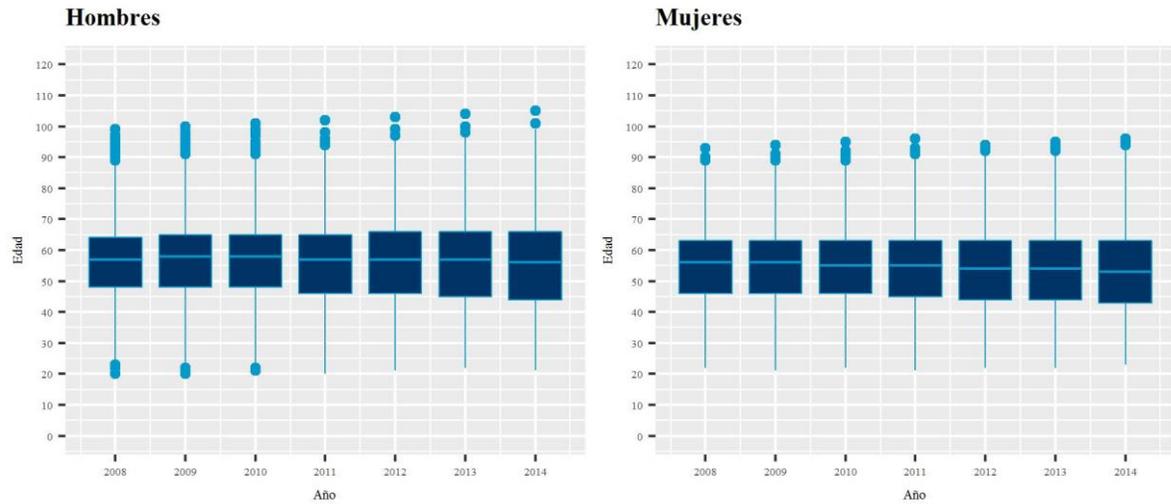
Cuadro 6.6. Resumen de la distribución la población expuesta del sector de pensionados inválidos de 2008 a 2014

Descriptivo	Hombres			Mujeres		
	Mín.	Máx.	Prom.	Mín.	Máx.	Prom.
Número de observaciones	13,743	24,422	18,217	5,269	11,014	7,556
Edad mínima observada	20	22	21	21	23	22
Edad máxima observada	99	105	102	93	96	95
Media	55	56	56	53	54	54
Cuantil 25%	44	48	46	43	46	45
Mediana	56	58	57	53	56	55
Cuantil 75%	64	66	65	63	63	63
Moda	60	66	63	51	60	58

Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

En la gráfica 6.12 se observa la poca variabilidad y la consistencia de los indicadores antes mencionados entre 2008 y 2014. Con respecto al rango de concentración de la población, en ambos sexos ha aumentado con el tiempo. Tanto en hombres como en mujeres resalta el sesgo hacia edades menores a los 55 años. Asimismo, sobresale la dispersión de la población masculina a partir de los 90 años entre 2008 y 2014, arriba de 93 años en 2010 y por encima de los 95 años entre 2011 y 2014. En el caso de las mujeres, la mayor dispersión de la población de encuentra por encima de los 89 años.

Gráfico 6.12. Diagrama de caja de la distribución de la población expuesta por edad y año del sector de pensionados inválidos. 2008-2014



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

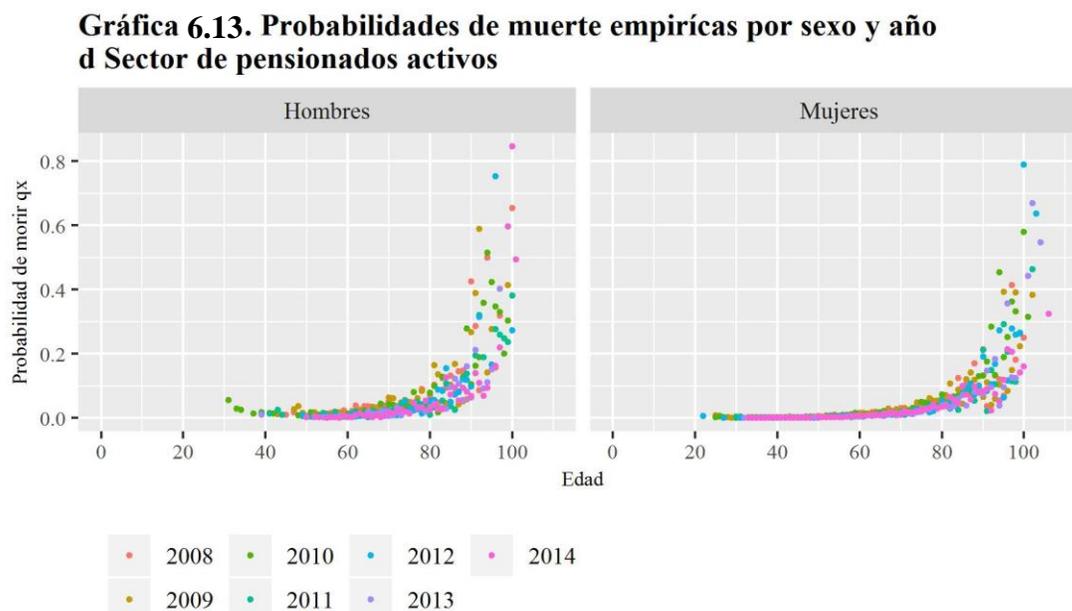
6.1.3. Probabilidades de muerte empíricas

A partir de las tasas de mortalidad específicas, derivadas del cociente entre el número de defunciones y de los años persona vividos, se obtuvieron las probabilidades de muerte. Cabe señalar que se consideró la distribución del riesgo existente en el intervalo de edad observado a_x , también conocido como factor de separación, éste se calculó de conformidad con el algoritmo antes descrito para cada edad y cada año de observación. A continuación, se presentan las probabilidades de muerte empíricas para cada uno de los sectores:

6.1.3.1. Sector de pensionados activos

En la gráfica 6.13 se presentan las probabilidades de muerte observadas del sector de pensionados activos. Para todos los años calendario se observa que tanto para hombres, como para mujeres las probabilidades de morir aumentan en función de la edad. De manera que, las probabilidades más altas se sitúan en edades más avanzadas y viceversa. Asimismo, se advierte que dichas probabilidades con el tiempo se extienden hacia edades más envejecidas, en 2008 tanto hombres, como mujeres alcanzan los 100 años, para 2014 ambos sexos sobrepasan dicha edad.

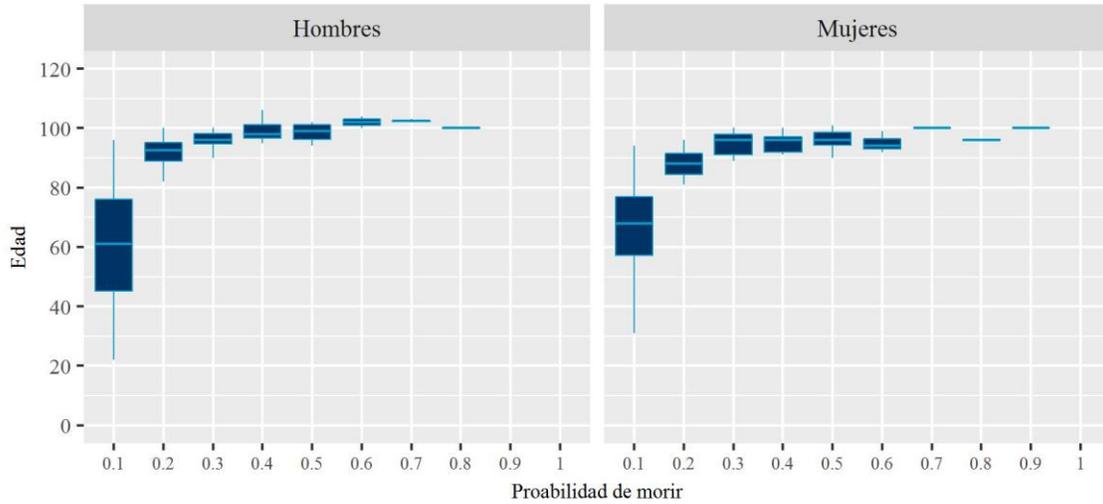
Por otro lado, se aprecia que, las probabilidades de muerte se concentran en las edades centrales. Mientras que en las edades de los extremos observa gran dispersión de dichas probabilidades, en el caso de los hombres entre 30 a 50 años y después de los 90. Por su parte, las mujeres, presentan dispersión entre 20 y 25 años, así como después de los 90 años.



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

En la gráfica 6.14 se presenta un resumen de la distribución de las probabilidades empíricas de muerte entre 2008 y 2014. Los hombres entre 45 y 77 en promedio tienen probabilidades de morir de hasta 0.1, mientras que las mujeres entre edades 57 y 77. Los hombres entre edades 90 y 95 alcanzan hasta la probabilidad de morir de 0.2 y las mujeres entre edades 85 y 92. Los hombres entre edades 96 y 106 años en promedio tienen probabilidades entre 0.3 y 0.8. En el caso de las mujeres entre edades 93 y 100 mujeres en promedio alcanzan probabilidades de morir entre 0.3 y 0.9.

Gráfica 6.14. Resumen de las probabilidades de muerte empíricas por sexo del sector de pensionados activos. 2008-2014

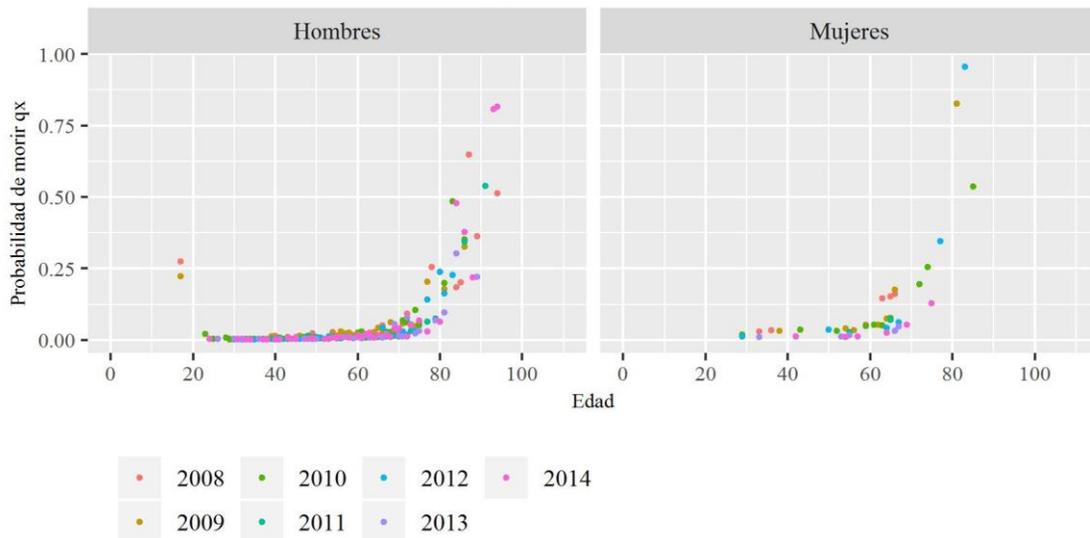


Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

6.1.3.2. Sector de pensionados incapacitados

En la gráfica 6.15 se presentan las probabilidades de muerte observadas del sector de pensionados incapacitados. Para todos los años calendario se observa que tanto para hombres como para mujeres las probabilidades de morir aumentan en función de la edad. De manera que, las probabilidades más altas se sitúan en edades más avanzadas y viceversa.

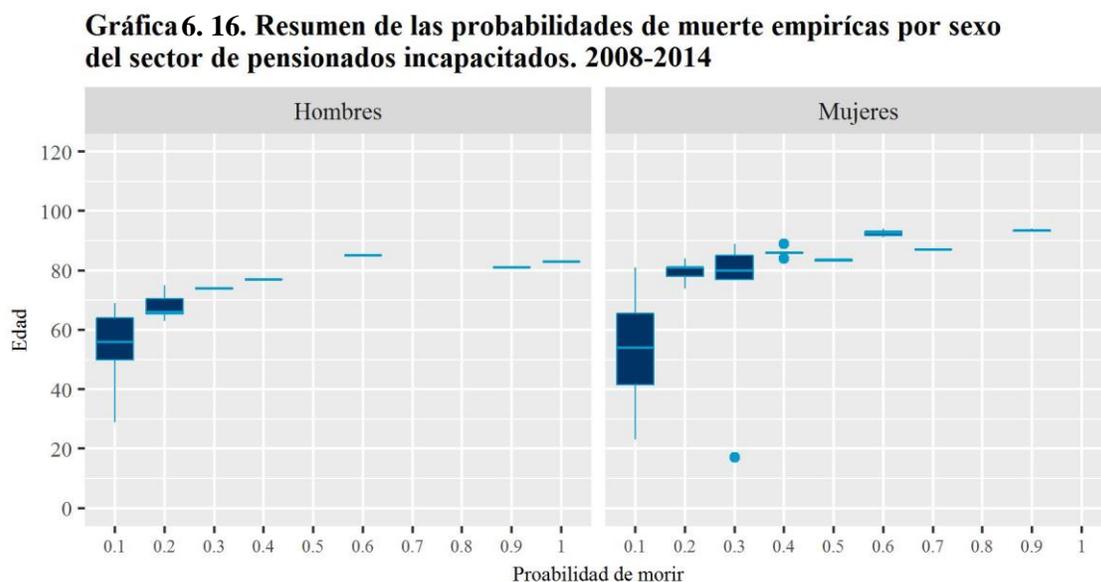
Gráfica 6.15. Probabilidades de muerte empíricas por sexo y año del sector de pensionados incapacitados



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

Asimismo, las probabilidades se extienden hasta alrededor de edad 90 en los hombres y alrededor de los 85 años en las mujeres. Por otro lado, en el caso de los hombres se advierte gran dispersión en las probabilidades después de los 75 años, asimismo sólo en 2008 y 2009 se presentan antes de los 17 años. Con respecto a las mujeres, hay mucha dispersión de las probabilidades a lo largo de las edades, sólo en alrededor de edad 60 se observa una ligera concentración de dichas probabilidades.

En la gráfica 6.16 se presenta un resumen de la distribución de las probabilidades empíricas de muerte entre 2008 y 2014. Los hombres entre 50 y 62 en promedio tienen probabilidades de morir de hasta 0.1, mientras que las mujeres entre edades 41 y 65. Los hombres entre edades 63 y 70 alcanzan hasta la probabilidad de morir de 0.2. Asimismo, los hombres entre edades 75 y 85 años en promedio tienen probabilidades entre 0.3 y 0.1. En el caso de las mujeres, entre edades 75 y 95 en promedio presentan probabilidades de morir entre 0.2 y 0.9.



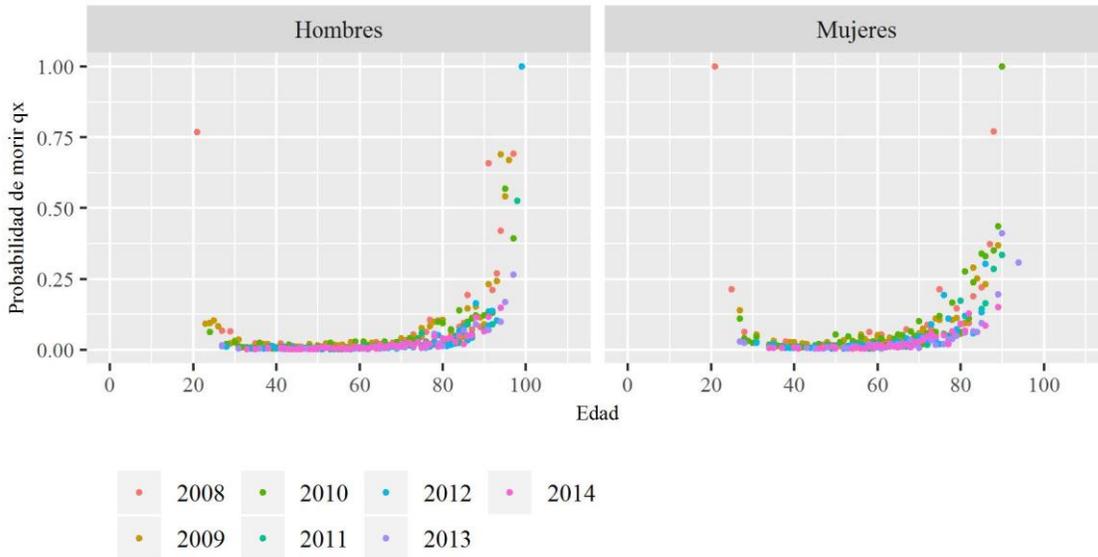
Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

6.1.3.3. Sector de pensionados inválidos

En la gráfica 6.17 se presentan las probabilidades de muerte observadas del sector de pensionados inválidos. En general, a partir de edad 40, se observa que tanto para hombres como para mujeres las probabilidades de morir aumentan en función de la edad.

De manera que, las probabilidades más altas se sitúan en edades más avanzadas y viceversa. Sin embargo, antes de edad 40 en ambos sexos se advierte gran dispersión, incluso probabilidades por arriba de 0.75. Asimismo, la dispersión se presenta, en el caso de los hombres después de los 90 años, mientras que para las mujeres después de los 80 años.

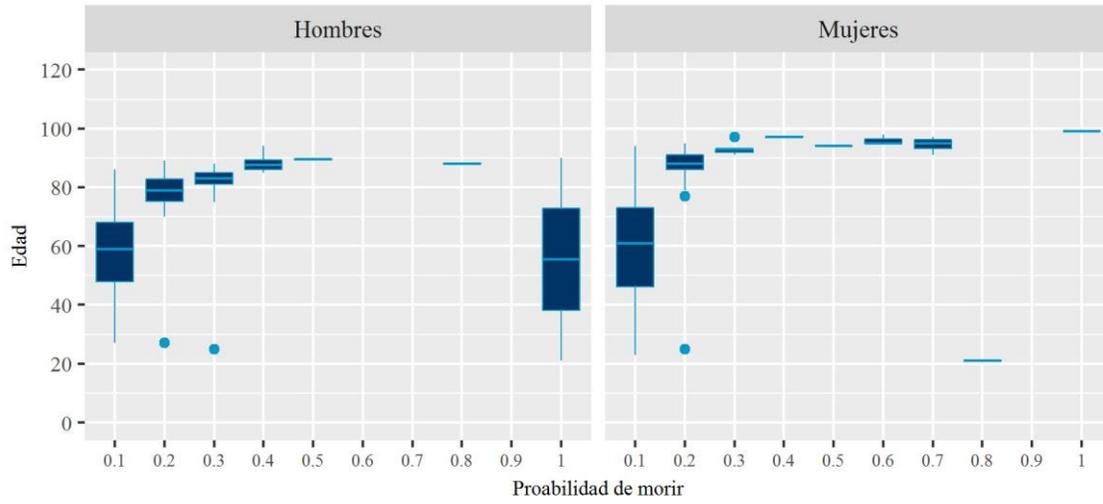
Gráfica 6.17. Probabilidades de muerte empíricas por sexo y año del sector de pensionados inválidos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

En la gráfica 6.18 se presenta un resumen de la distribución de las probabilidades empíricas de muerte entre 2008 y 2014. Los hombres entre 48 y 68 en promedio tienen probabilidades de morir de hasta 0.1, mientras que las mujeres entre edades 48 y 72. Los hombres entre edades 75 y 83 alcanzan hasta la probabilidad de morir de 0.2 y las mujeres entre edades 85 y 92. Los hombres entre edades 93 y 95 años en promedio tienen probabilidades entre 0.3 y 0.9. Cabe señalar que gran parte de los hombres presentan probabilidad de morir de 1 entre edades 3 y 73. En el caso de las mujeres entre edades 90 y 100 mujeres en promedio alcanzan probabilidades de morir entre 0.3 y 1.0. Sobresalen como edades atípicas, las edades tempranas en las que se presentan las probabilidades de muerte.

Gráfica 6.18. Resumen de las probabilidades de muerte empíricas por sexo del sector de pensionados inválidos. 2008-2014



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

7. APLICACIÓN DEL ESTIMADOR KAPLAN MEIER

El análisis de sobrevivencia es una metodología que se centra en el estudio del comportamiento de la mortalidad mediante la estimación del tiempo de la ocurrencia de un evento. Se realiza a partir de la función de sobrevivencia, que indica la probabilidad de que un individuo sobreviva más allá de cierta edad. Se denota de la siguiente forma:

$$S(x) = P(X > x)$$

Donde:

X es la variable aleatoria⁷ que mide la edad a la muerte de un individuo

x representa la edad

$S(x)$ denota la probabilidad de que un individuo sobreviva a edad x

Existen varias formas de estimar la función de sobrevivencia, una de las más conocidas es a partir del estimador Kaplan-Meier, el cuál es un estimador no paramétrico que toma en cuenta la censura de los datos (Kaplan & Meier, 1958). La censura se refiere cuando se tiene información sobre el tiempo de sobrevivencia de un individuo, sin embargo, en el periodo de observación no le ha ocurrido el evento. Es decir, se sabe que el tiempo de sobrevivencia es mayor que el tiempo de observación (Kleinbaum & Klein, 2012). El estimador Kaplan-Meier de la función de sobrevivencia está definido como (Planchet & Thérond, 2015):

$$\widehat{S}(x) = \prod_{x < i} \left(1 - \frac{d_i}{r_i}\right)$$

Donde:

x representa la edad

d_i representa el número de muertes que ocurre a la edad x

r_i es el número de expuestos al riesgo justo antes de x . Si no hay censura, es el número de sobrevivientes justo antes de la edad x . Si hay censura, es el número de sobrevivientes menos el número de los casos censurados.

⁷ Una variable aleatoria es una función mediante la cual se pueden obtener todos los posibles resultados de un experimento (Rincón, 2006).

Como se mencionó en el apartado 3.3 (3.3 La función de sobrevivencia), a partir de la función de sobrevivencia es posible obtener la probabilidad condicional de que un individuo muera entre las edades x y $x + 1$, dado que sobrevivió a edad x , de la siguiente forma (Bowers et al., 1997):

$$q_x = 1 - \frac{S(x + 1)}{S(x)}$$

Donde:

$S(x + 1)$ es la función de sobrevivencia en edad $x + 1$

$S(x)$ es la función de sobrevivencia en edad x

q_x la probabilidad condicional de que un individuo muera entre las edades x y $x + 1$, dado que sobrevivió a edad x

Por otro lado, es más común realizar el análisis de sobrevivencia en términos de la mortalidad, por lo cual se utiliza la función de distribución:

$$F(x) = P(X \leq x) = 1 - S(x)$$

Donde:

$F(x)$ denota la probabilidad de que un individuo muera antes o incluso en edad x

$S(x)$ es la función de sobrevivencia en edad x

A continuación, se presentan los resultados de la función de distribución y de las probabilidades de muerte obtenidos para cada segmento de la población de pensionados.

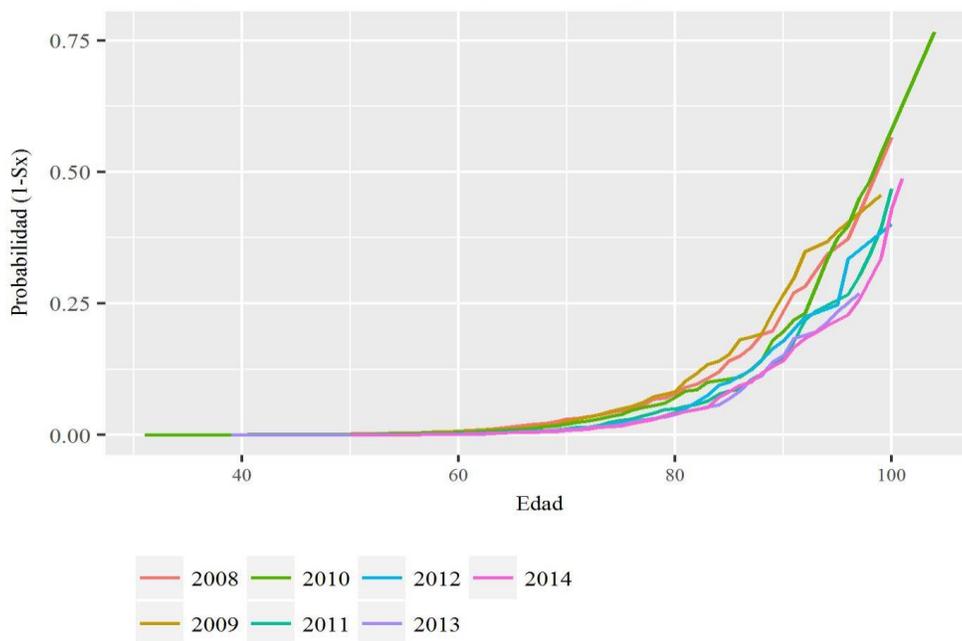
7.1. Sector de pensionados activos

En la gráfica 7.1, a partir de la función de distribución se observa la probabilidad de que un pensionado muera antes o en de determinada edad. En el caso de la población de hombres del sector de pensionados activos, se observa que la mayoría muere a partir de los 70 años. Sin embargo, entre los 90 y poco más de 100 años la mortalidad se presenta de forma más acelerada en comparación con las edades anteriores.

Gráficamente, en este periodo se observa una mayor inclinación de la pendiente de la curva de distribución. A lo largo del tiempo, se ha manifestado de manera diferente, 2010, 2011 y 2014 tienen una mayor inclinación con respecto a los otros años, lo cual indica que la mortalidad es más precipitada en estos años. Cabe señalar, que en 2010 se alcanzan probabilidades acumuladas por arriba del 0.75, y 2013 alcanza probabilidades alrededor de 0.25.

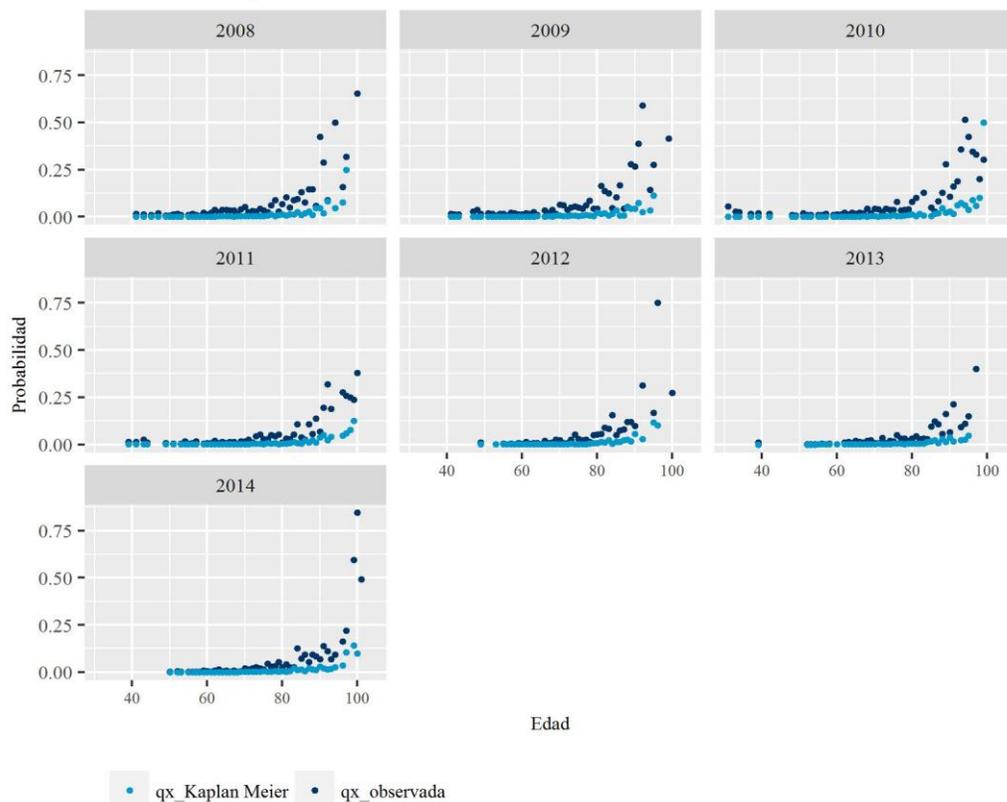
A partir de la función de sobrevivencia se obtuvieron las probabilidades de muerte. Sin embargo, las probabilidades estimadas mediante este método resultan ser menores que las obtenidas a partir de la tabla de vida. Cabe señalar que, presentan dispersión en las mismas edades, aunque no en los mismos niveles. En la gráfica 7.2 se presentan los resultados obtenidos para la población de hombres del sector de pensionados activos.

Gráfica 7.1 . Kaplan Meier: Función de distribución (1-Sx) de la población de hombres del sector de pensionados activos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

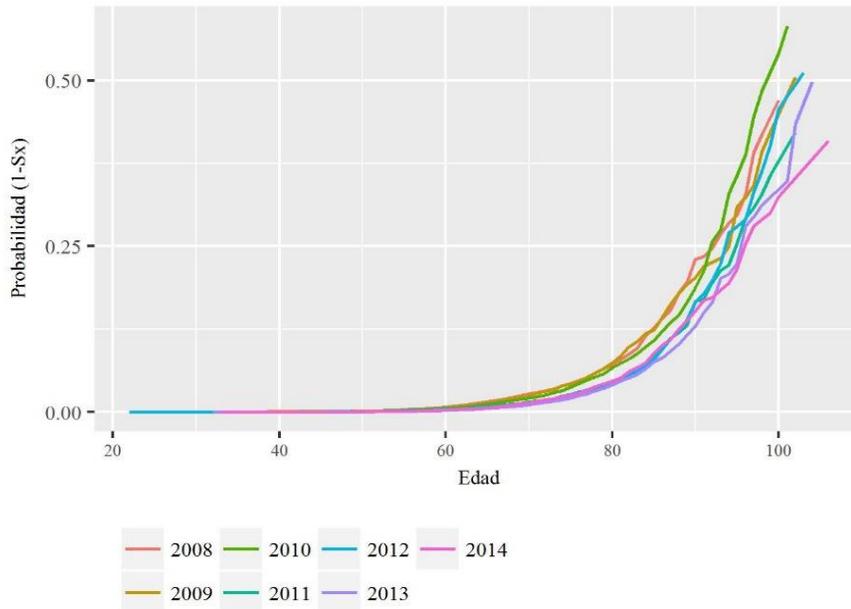
Gráfica 7.2 . Estimación de las probabilidades de muerte mediante la función de sobrevivencia Kaplan Meier para la población de hombres del sector de pensionados activos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

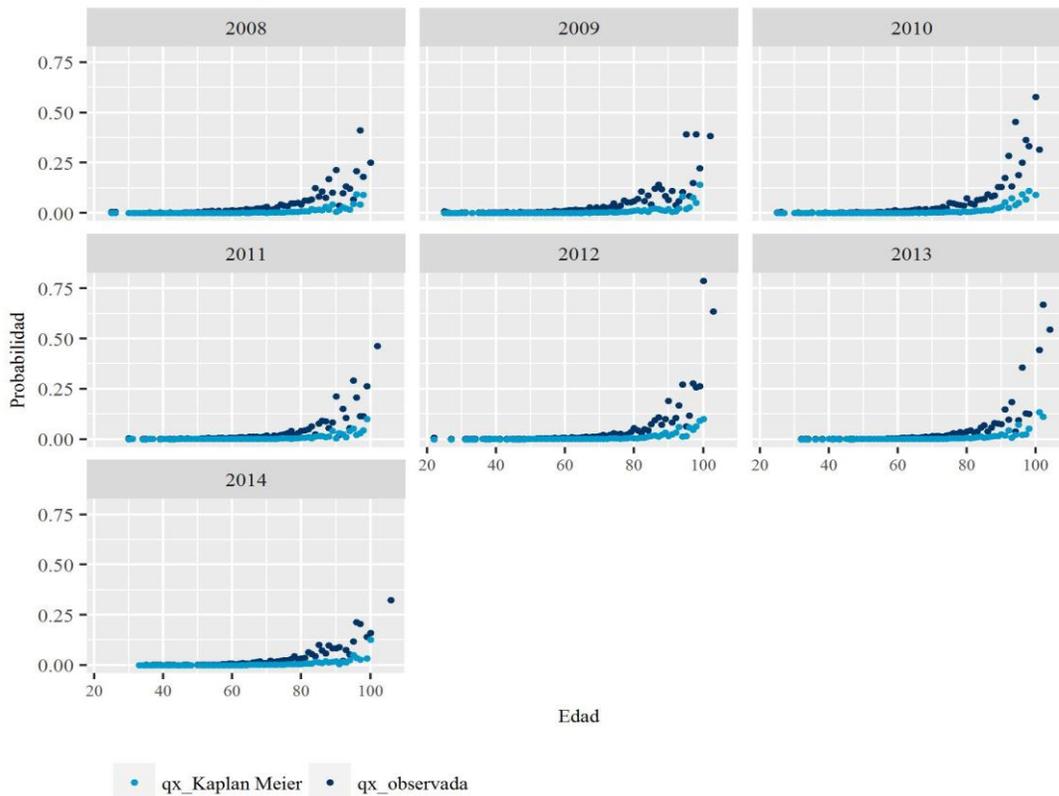
En la gráfica 7.3, a partir de la función de distribución se observa la probabilidad de que un pensionado muera antes de determinada edad. En el caso de la población de mujeres del sector de pensionados activos, se observa que la mayoría muere a partir de los 70 años. Sin embargo, entre los 92 y poco más de 106 años la mortalidad se presenta de forma más acelerada en comparación con las edades anteriores. Cabe señalar que, a lo largo del tiempo el grado de aceleración se ha manifestado de forma diferente. En 2010 y 2011, la pendiente de la curva presenta una mayor inclinación, lo que indica una mayor precipitación en comparación con los otros años. Por otro lado, en todos los años se alcanzan probabilidades por arriba de 0.375, particularmente en 2010, ascienden a poco más 0.5. En la gráfica 7.4 se presentan las probabilidades de muerte obtenidas para la población de mujeres del sector de pensionados activos.

Gráfica 7.3 . Kaplan Meier: Función de distribución (1-Sx) de la población de mujeres del sector de pensionados activos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

Gráfica 7.4 . Estimación de las probabilidades de muerte mediante la función de sobrevivencia Kaplan Meier para la población de mujeres del sector de pensionados activos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

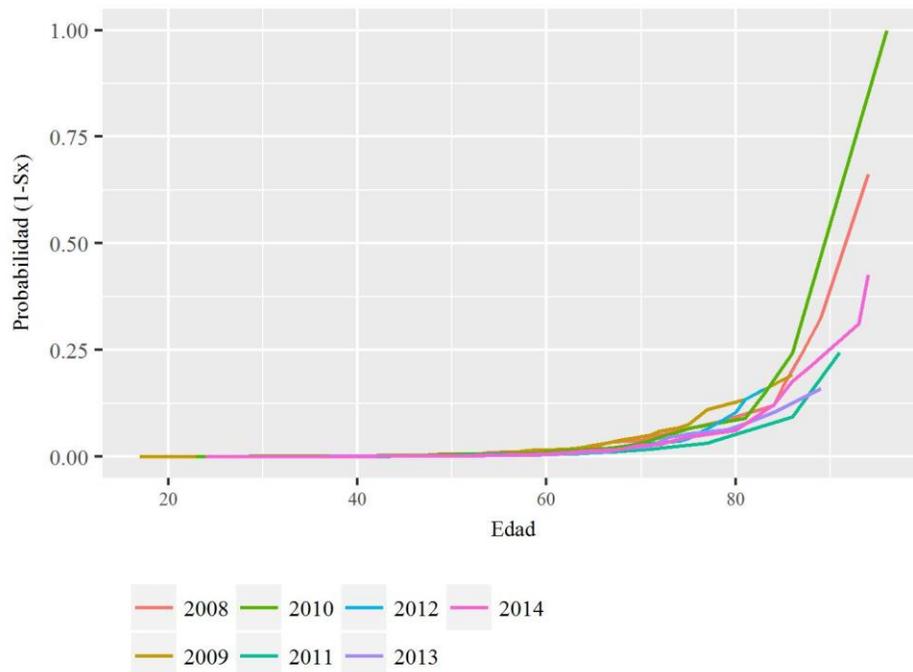
Las probabilidades de muerte (Gráfica 7.4) estimadas mediante este método resultan ser menores que las obtenidas a partir de la tabla de vida. Cabe señalar que, presentan dispersión en las mismas edades, aunque no en los mismos niveles.

7.2. Sector de pensionados incapacitados

En la gráfica 7.5, a partir de la función de distribución se observa la probabilidad de que un pensionado muera antes de determinada edad. En el caso de la población de hombres del sector de pensionados incapacitados, se observa que hay una mayor probabilidad de morir a partir de los 75 años. Sin embargo, entre los 85 y 96 años la mortalidad se presenta de forma más acelerada en comparación con las edades anteriores.

Cabe señalar que, a lo largo del tiempo el grado de aceleración se ha manifestado de forma diferente. En 2008 y 2010, la pendiente de la curva presenta una mayor inclinación, lo que indica una mayor precipitación en comparación con los otros años. Por otro lado, en 2010 se alcanzaron la probabilidad 1; en 2008, de poco más de 0.625; en 2014, poco más de 0.375, 2009, 2011, 2012 y 2013 por debajo de 0.25.

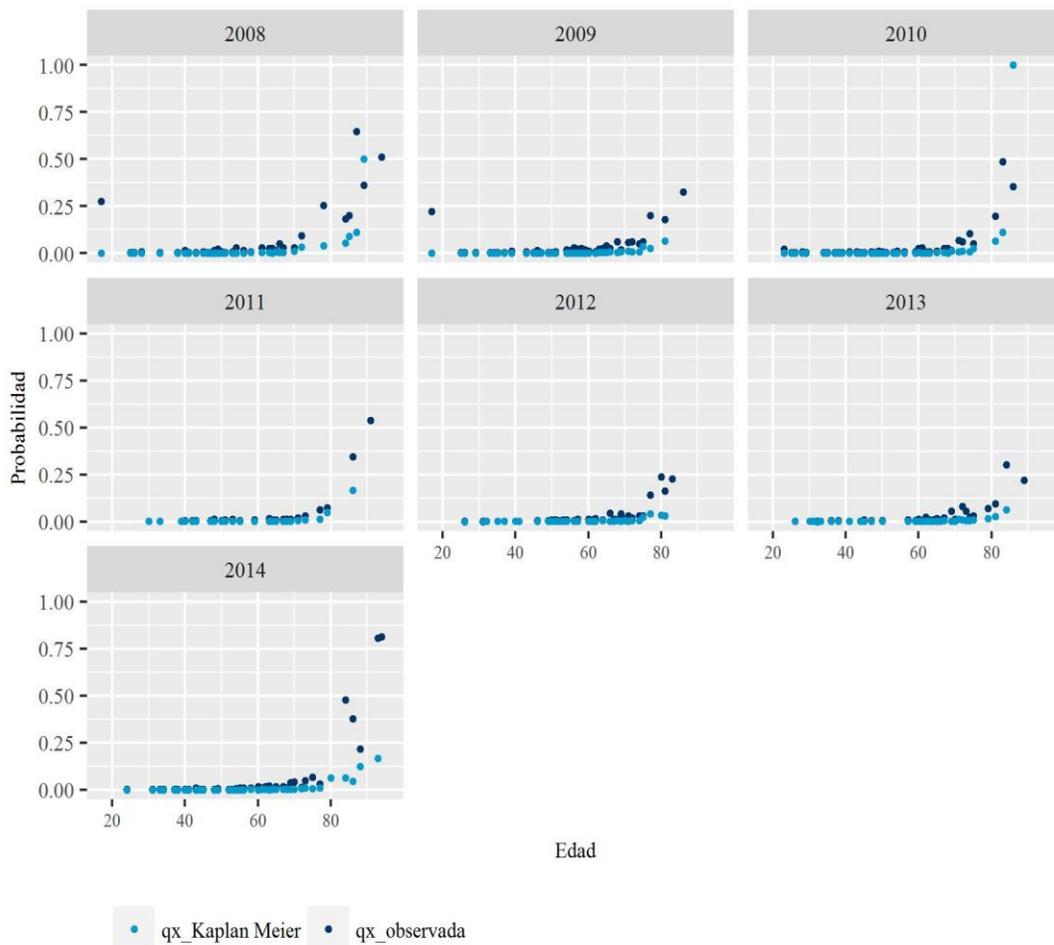
Gráfica 7.5 . Kaplan Meier: Función de distribución (1-Sx) de la población de hombres del sector de pensionados incapacitados



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

A partir de la función de supervivencia se obtuvieron las probabilidades de muerte. Sin embargo, las probabilidades estimadas mediante este método resultan ser menores que las obtenidas a partir de la tabla de vida. Cabe señalar que, presentan dispersión en las mismas edades, aunque no en los mismos niveles. En la gráfica 7.6 se presentan los resultados obtenidos para la población de hombres del sector de pensionados incapacitados.

Gráfica 7.6 . Estimación de las probabilidades de muerte mediante la función de supervivencia Kaplan Meier para la población de hombres del sector de pensionados incapacitados

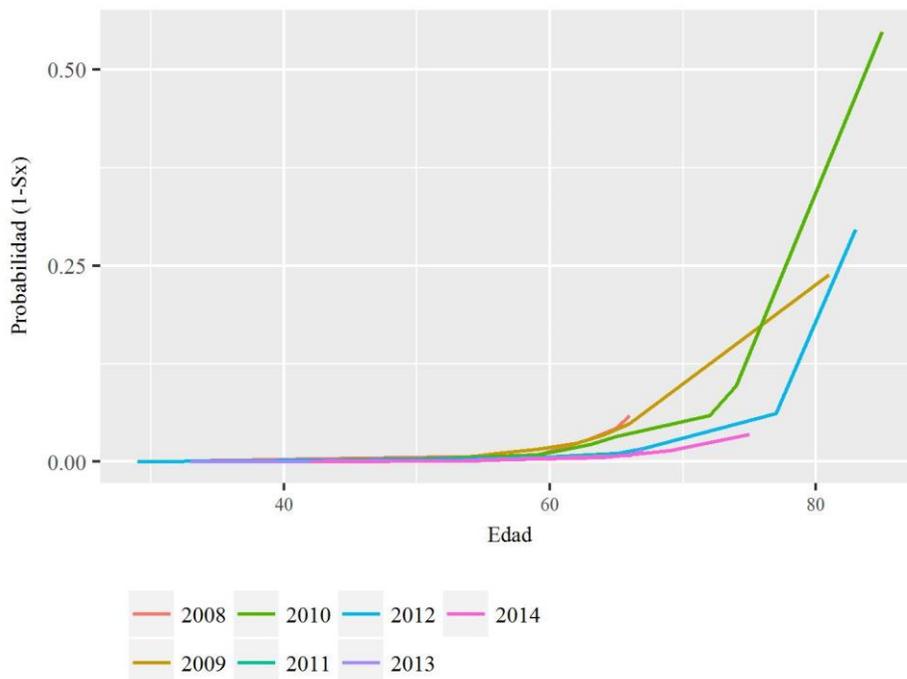


Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

En la gráfica 7.7, a partir de la función de distribución se observa la probabilidad de que un pensionado muera antes de determinada edad. En el caso de la población de mujeres del sector de pensionados incapacitados, se observa que hay una mayor probabilidad de morir a partir de los 65 años. A lo largo del tiempo se observan diferentes intervalos de edades en las que la mortalidad se presenta de forma acelerada. En 2008, entre 60 y 65 años; en 2009 entre 65 y 80 años; en 2010, entre 75 y 85 años; en 2011, alrededor de los 60 años; en 2012, entre 78 y 83 años; en 2013, alrededor de los 67 años, y finalmente en 2014, entre los 68 y 75 años. Además, el grado de aceleración es diferente. Particularmente, en 2010 y 2012 la pendiente de la curva es más pronunciada, lo cual indica que presenta un mayor grado de aceleración.

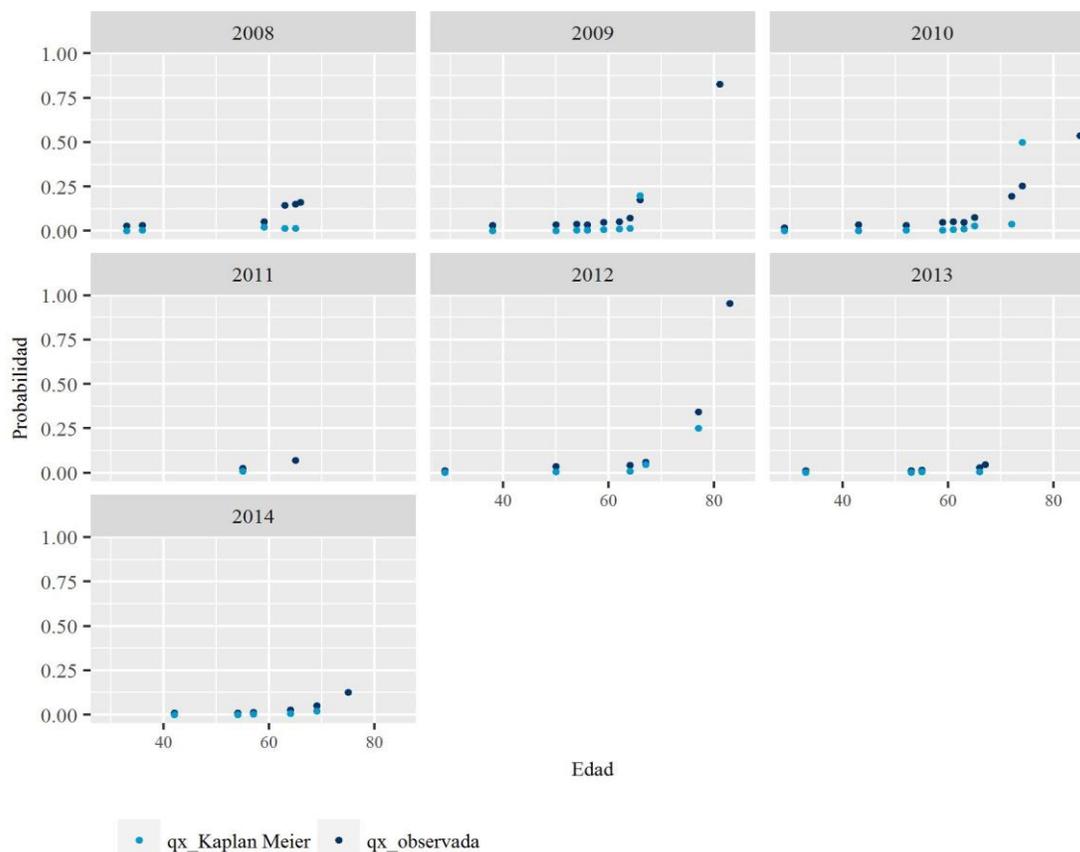
A partir de la función de sobrevivencia se obtuvieron las probabilidades de muerte. Sin embargo, las probabilidades estimadas mediante este método resultan ser menores que las obtenidas a partir de la tabla de vida. Cabe señalar que, presentan dispersión en las mismas edades, aunque no en los mismos niveles. En la gráfica 7.8 se presentan los resultados obtenidos para la población de mujeres del sector de pensionados incapacitados.

Gráfica 7.7 . Kaplan Meier: Función de distribución (1-Sx) de la población de mujeres del sector de pensionados incapacitados



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

Gráfica 7.8 . Estimación de las probabilidades de muerte mediante la función de sobrevivencia Kaplan Meier para la población de mujeres del sector de pensionados incapacitados

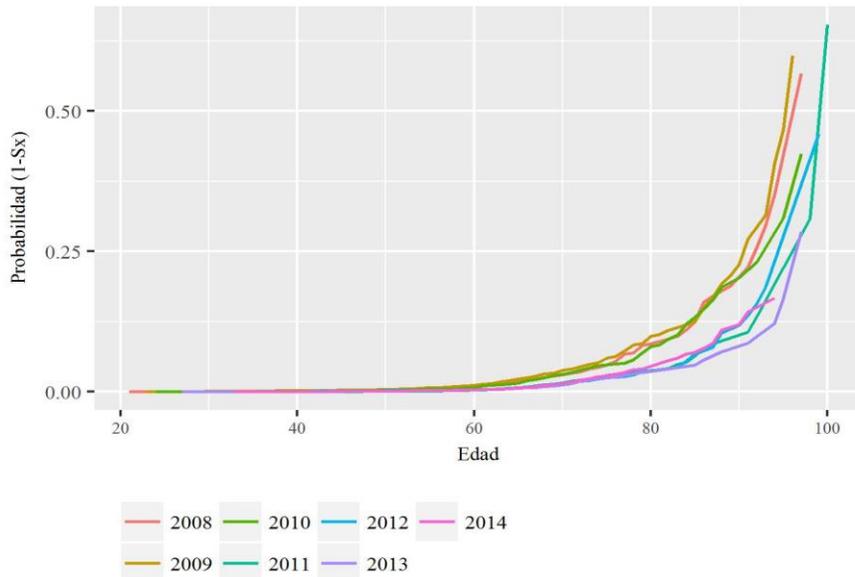


Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

7.3. Sector de pensionados inválidos

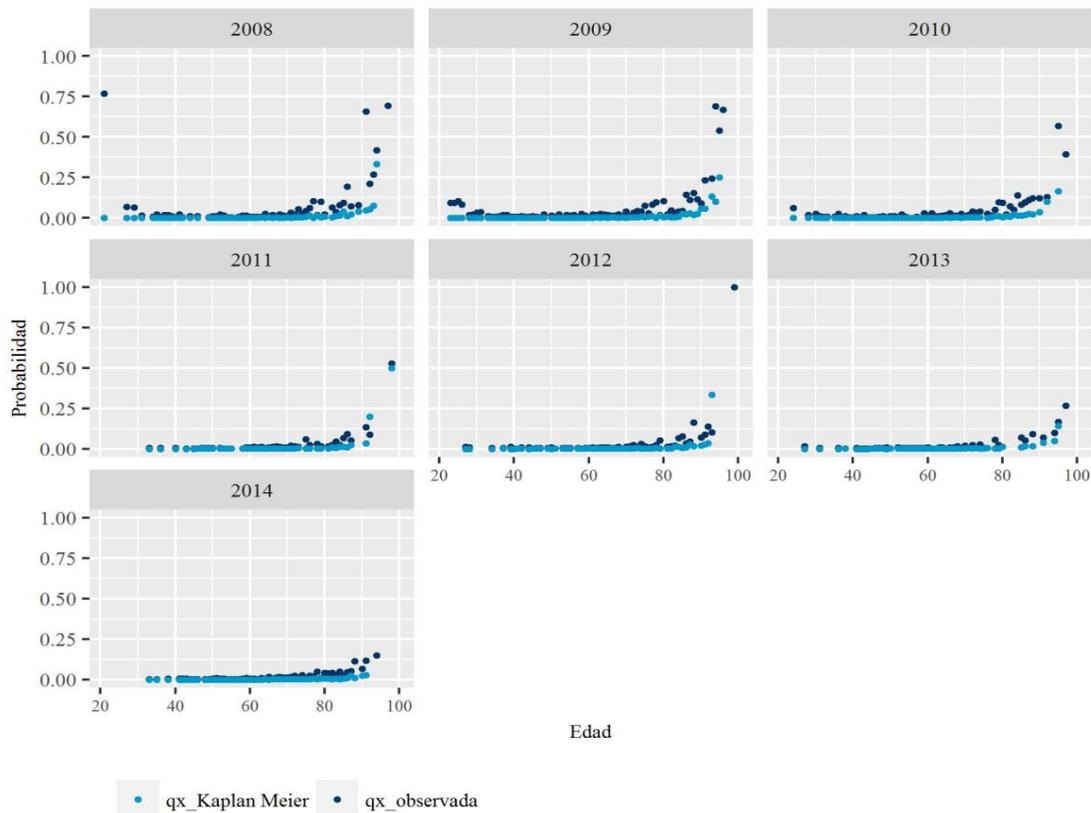
En la gráfica 7.9, a partir de la función de distribución se observa la probabilidad de que un pensionado muera antes de determinada edad. En el caso de la población de hombres del sector de pensionados inválidos, se observa que hay una mayor probabilidad de morir a partir de los 65 años. Sin embargo, a lo largo del tiempo hay diferentes intervalos de edades en las que la mortalidad se presenta de forma acelerada. En 2008 y 2009, entre 90 y 97 años; en 2010 y 2012 entre 93 y 99 años; en 2011, entre 97 y 100 años; en 2013 entre 94 y 98 años, y finalmente en 2014, entre 85 y 94 años. Cabe señalar que cada año el grado de aceleración es diferente. Particularmente, 2008, 2009 y 2011 hay un mayor grado de aceleración de la mortalidad. En la gráfica 7.10 se presentan las probabilidades de muerte para la población de mujeres del sector de pensionados incapacitados.

Gráfica 7.9 . Kaplan Meier: Función de distribución (1-Sx) de la población de hombres del sector de pensionados inválidos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

Gráfica 7.10 . Estimación de las probabilidades de muerte mediante la función de sobrevivencia Kaplan Meier para la población de hombres del sector de pensionados inválidos

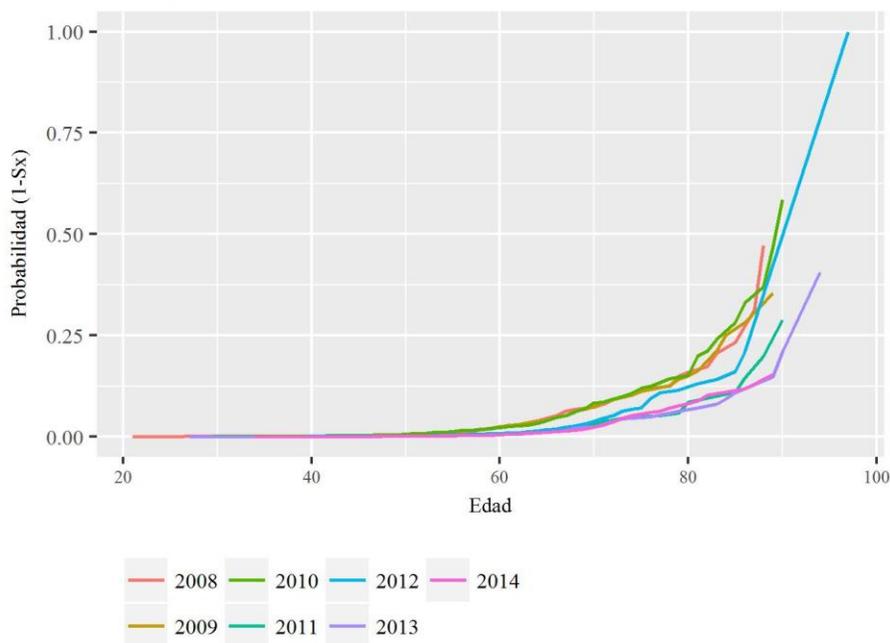


Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

Las probabilidades de muerte estimadas mediante este método resultan ser menores que las obtenidas a partir de la tabla de vida. Cabe señalar que, presentan dispersión en las mismas edades, aunque no en los mismos niveles.

En la gráfica 7.11, a partir de la función de distribución se observa la probabilidad de que un pensionado muera antes de determinada edad. En el caso de la población de mujeres del sector de pensionados inválidos, se observa que hay una mayor probabilidad de morir a partir de los 65 años. Sin embargo, a lo largo del tiempo hay diferentes intervalos de edades en las que la mortalidad se presenta de forma acelerada. En 2008 y 2009, entre 80 y 89 años; en 2010, entre 88 y 90 años, en 2011, entre 85 y 90 años; en 2012, entre 85 y 90 años; en 2013 entre 89 y 94 años y finalmente en 2014, entre 80 y 90 años. Cabe señalar que cada año el grado de aceleración es diferente. Particularmente, en 2010 y 2012 hay un mayor grado de aceleración de la mortalidad.

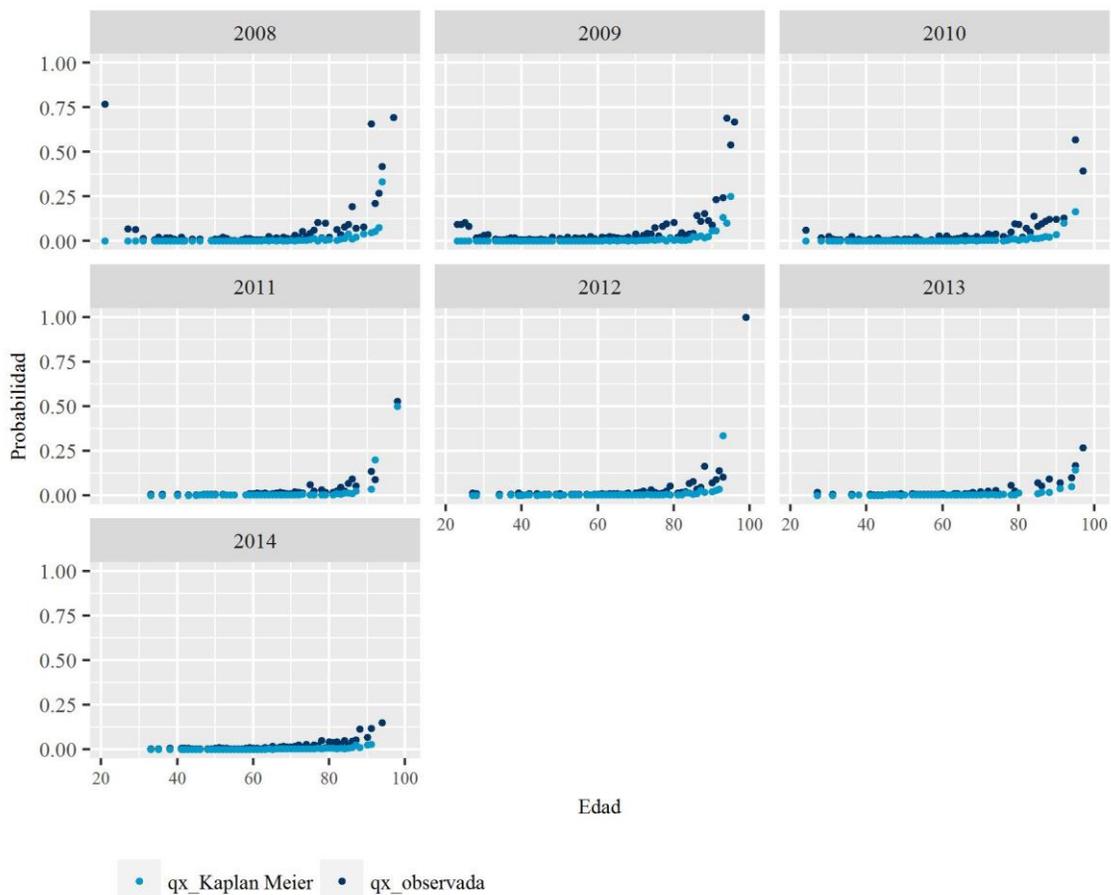
Gráfica 7.11. Kaplan Meier: Función de distribución (1-Sx) de la población de mujeres del sector de pensionados inválidos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

A partir de la función de supervivencia se obtuvieron las probabilidades de muerte. Sin embargo, las probabilidades estimadas mediante este método resultan ser menores que las obtenidas a partir de la tabla de vida. Cabe señalar que, presentan dispersión en las mismas edades, aunque no en los mismos niveles. En la gráfica 7.12 se presentan los resultados obtenidos para la población de hombres del sector de pensionados inválidos.

Gráfica 7.12 . Estimación de las probabilidades de muerte mediante la función de supervivencia Kaplan Meier para la población de hombres del sector de pensionados inválidos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

8. APLICACIÓN DEL MODELO KANNISTO

Los modelos de tipo logístico para la fuerza de mortalidad proporcionan un mejor ajuste a la mortalidad de las personas mayores de 85 años en comparación con los modelos donde la fuerza de la mortalidad aumenta exponencialmente con la edad (Doray, 2002, 2008; Thatcher et al., 1998). Particularmente, se ha observado que el modelo Kannisto brinda un mejor ajuste en edades envejecidas (Thatcher et al., 1998). Debido a que la población de pensionados comprende un grupo de personas en edades avanzadas se ha optado por utilizar este modelo.

La forma original del modelo Kannisto se expresa de la siguiente forma:

$$\mu_x = \frac{\alpha e^{\beta x}}{\alpha e^{\beta x} + 1}$$

La estimación de los parámetros se puede realizar mediante máxima verosimilitud, sin embargo, resulta más sencillo realizar una transformación que haga posible estimar los parámetros mediante una regresión lineal, específicamente empleando el método de mínimos cuadrados. Las transformaciones se pueden hacer mediante una transformación logit de la función (McCullagh y Nelder 1989 citado en Doray, 2008).

El modelo Kannisto se establece como la relación lineal entre los logits de la fuerza de mortalidad y la edad, de la siguiente forma: $\text{logit}(\mu_x) = \text{Ln}(a) + bx$

En algunos trabajos se han empleado variaciones al modelo original de Kannisto (ver García Guerrero y Hernández Mercado, 2016; Sevcíková y Raftery, 2016). En el presente trabajo se hará uso de la modificación propuesta por García Guerrero y Hernández Mercado (2016), debido a que se utilizó para medir la mortalidad en los seguros de vida, asimismo, para la estimación considera las edades en las que no se han registrado defunciones.

La modificación propuesta consiste en que los logits de las probabilidades de morir se relacionan mediante una función con respecto a la edad (García Guerrero y Hernández Mercado, 2016), de la siguiente forma:

$$\text{logit}(q_x) = \text{Ln}(a) + b * f(x)$$

Por simplicidad se utilizará la siguiente expresión:

$$\text{logit}(q_x) = \beta_0 + \beta_1 * f(x) ; \text{ donde, } \beta_0 = \text{Ln}(a) \text{ y } \beta_1 = b$$

Asimismo, las funciones con respecto a la edad que se proponen son: 1) con las edades elevadas a la potencia 1, identificado como “Modelo Kannisto original”; 2) considerando las edades a la potencia 2, denominado como “Modelo Kannisto al cuadrado”; y 3) con las edades elevadas a la potencia 3, nombrado como “Modelo Kannisto al cubo” (García Guerrero y Hernández Mercado, 2016).

La estimación de los parámetros se realizó mediante el software estadístico R⁸. Una vez obtenidos los parámetros estimados se calcularon las probabilidades de muerte estimadas \hat{q}_x a partir de la siguiente relación:

$$\text{logit}(q_x) = \text{Ln}\left(\frac{q_x}{1-q_x}\right) \text{ entonces } q_x = \frac{e^{\text{logit}(q_x)}}{1 + e^{\text{logit}(q_x)}}$$

Como primer paso, es necesario considerar en donde se concentran las probabilidades de muerte q_x observadas, para restringir el ajuste a estas edades y posteriormente extrapolar hacia el rango de edades de 0 a 106 años. Asimismo, la bondad de ajuste se evaluó por medio de la raíz cuadrada del error cuadrático (RMSE por sus siglas en inglés), el cual se calculó de la siguiente forma:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{x=0}^{w+1} (q_x - \hat{q}_x)^2}{w+1}}$$

Dónde:

q_x son a las probabilidades de muerte empíricas

\hat{q}_x son las probabilidades de muerte estimadas mediante el modelo Kannisto modificado

w número de observaciones

Se optó por esta medida, debido a que incorpora la varianza y el sesgo del estimados, tiene las mismas unidades de medida que la cantidad que se estima y es una analogía a la desviación estándar considerando al error cuadrático medio como la varianza. (García Guerrero & Hernández Mercado, 2016). A continuación, se presentan los resultados para cada sector.

⁸ Mediante la función fitting linear models (lm) y los paquetes forecast y mvtnorm.

8.1. Sector de pensionados activos

En el cuadro 8.1 se presentan los resultados de los RMSE para evaluar la bondad de ajuste de los tres modelos propuestos para la estimación de las probabilidades de muerte. Los valores resaltados en negrita corresponden a los valores mínimos, los cuales indican el mejor ajuste. En el caso de las mujeres, el modelo Kannisto original brinda el mejor ajuste en de 2008 a 2011 y el modelo Kannisto cúbico en 2013 y 2014. Por su parte, para los hombres, el modelo Kannisto cúbico es el que ofrece el mejor ajuste en todos los años.

Cuadro 8.1. Prueba de bondad de ajuste RMSE del modelo Kannisto modificado para la estimación de probabilidades de muerte del sector de pensionados activos

Modelo	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Mujeres							
Modelo Kannisto original	0.08776	0.08727	0.08799	0.08874	0.08888	0.08947	0.08915
Modelo Kannisto cuadrado	0.08805	0.08766	0.08836	0.08883	0.08910	0.08950	0.08919
Modelo Kannisto cúbico	0.08804	0.08769	0.08840	0.08874	0.08910	0.08941	0.08910
Hombres							
Modelo Kannisto original	0.17235	0.17184	0.17082	0.17281	0.17358	0.17348	0.17364
Modelo Kannisto cuadrado	0.17112	0.17044	0.16988	0.17209	0.17322	0.17311	0.17339
Modelo Kannisto cúbico	0.16962	0.16882	0.16872	0.17119	0.17257	0.17255	0.17293

Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

En el cuadro 8.2 se presentan los parámetros β_0 y β_1 estimados, de acuerdo con el modelo que presento el ajuste más adecuado en cada año y sexo.

Cuadro 8.2. Parámetros estimados del modelo Kannisto modificado para la estimación de las probabilidades de muerte de la población del sector de pensionados activos

Año	Mujeres			Hombres		
	Modelo	B0	B1	Modelo	B0	B1
2008	Kannisto original	-9.11614	0.07787	Kannisto cúbico	-5.07701	0.00000
2009	Kannisto original	-8.61440	0.07125	Kannisto cúbico	-4.90025	0.00000469
2010	Kannisto original	-9.59269	0.08535	Kannisto cúbico	-4.86045	0.00000425
2011	Kannisto original	-9.86757	0.08332	Kannisto cúbico	-5.56443	0.00000474
2012	Kannisto original	-10.38271	0.09149	Kannisto cúbico	-6.41523	0.00000648
2013	Kannisto cúbico	-7.11588	0.00001	Kannisto cúbico	-6.35503	0.00000584
2014	Kannisto cúbico	-6.71884	0.00001	Kannisto cúbico	-6.77855	0.00000657

Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

A partir de los parámetros estimados, anteriormente expuestos, en las gráficas 8.1 y 8.2 se presentan los ajustes de las probabilidades de muerte del modelo Kannisto modificado para hombres y para mujeres del sector de pensionados activos por año. Los puntos azules corresponden a las probabilidades empíricas, la línea morada representa el modelo que de acuerdo con la RMSE resulto el ajuste más apropiado, asimismo, las líneas grises corresponden al intervalo de confianza del 99.5 %.

En el caso de los hombres, gráfica 8.1, se observa que en las edades más jóvenes es donde los intervalos de confianza tienen mayor amplitud debido a que en esta parte hay mayor dispersión de las probabilidades de muerte, sin embargo, conforme avanzan las edades esta amplitud se va reduciendo, sobre todo en las edades en las que se concentran las probabilidades empíricas. En general, el modelo subestima ligeramente las probabilidades en edades tempranas y en edades avanzadas.

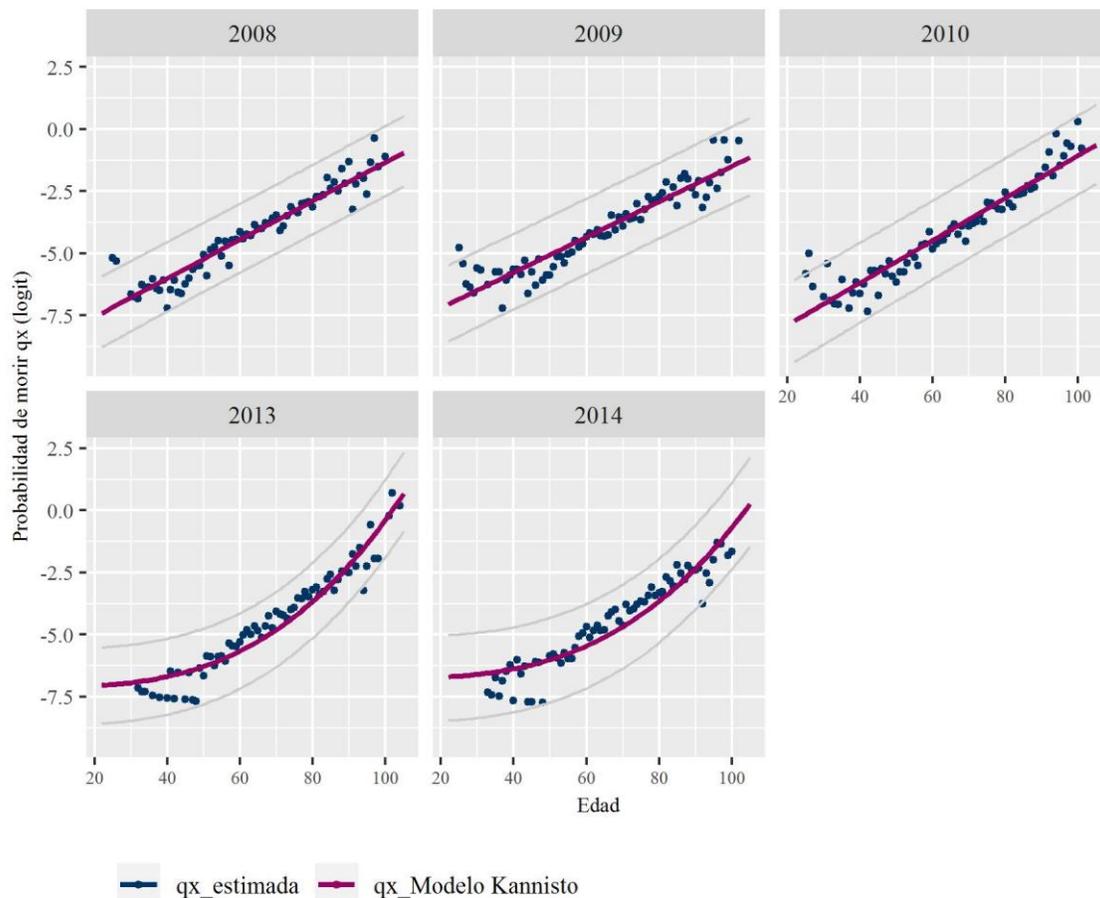
Gráfica 8.1 . Modelo Kannisto Modificado para la estimación de las probabilidades de muerte de la población de hombres del sector de pensionados activos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

Con respecto a las mujeres, gráfica 8.2, resalta la amplitud de los intervalos de confianza de los años 2009, 2010 y 2013, lo cual se deriva de la variabilidad que presentan las probabilidades empíricas. Entre los años 2008 y 2010 se observa un mejor ajuste en las edades centrales que es donde se concentran las probabilidades empíricas, en edades tempranas y avanzadas se advierte una subestimación de las probabilidades de morir. En los años 2013 y 2014, se observa una mayor dispersión en edades tempranas, lo cual motiva la amplitud del intervalo de confianza. Asimismo, entre edades 40 y 90 el modelo subestima las probabilidades de morir, en 2013 el ajuste comprende las probabilidades empíricas de 100 años en adelante, sin embargo, en 2014 entre las edades 90 y 100 el modelo sobreestima la mortalidad.

Gráfica 8.2 . Modelo Kannisto Modificado para la estimación de las probabilidades de muerte de la población de mujeres del sector de pensionados activos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

8.2. Sector de pensionados incapacitados

En el cuadro 8.3 se presentan los resultados de los RMSE para evaluar la bondad de ajuste de los tres modelos propuestos para la estimación de las probabilidades de muerte del sector de pensionados incapacitados. Como se comentó anteriormente, los valores mínimos de RMSE indican el mejor ajuste. Por lo que, para las mujeres éste resulta con el modelo Kannisto cúbico. Cabe señalar que, en 2011 los valores contra los cuales se contrastó la prueba fueron muy pocos por lo cual no se obtuvo un valor de RMSE para este año. Con respecto a los hombres el modelo Kannisto original resultó el mejor ajuste en todos los años.

Cuadro 8.3. Prueba de bondad de ajuste RMSE del modelo Kannisto modificado para la estimación de probabilidades de muerte del sector de pensionados incapacitados

Modelo	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Mujeres							
Modelo Kannisto original	0.04923	0.05020	0.04974	NA	0.05017	0.04938	0.05014
Modelo Kannisto cuadrado	0.04796	0.04950	0.04840	NA	0.04961	0.04866	0.04962
Modelo Kannisto cúbico	0.04775	0.04830	0.04741	NA	0.04888	0.04824	0.04903
Hombres							
Modelo Kannisto original	0.11831	0.11952	0.12042	0.12202	0.12198	0.12198	0.12190
Modelo Kannisto cuadrado	0.11948	0.12013	0.12104	0.12245	0.12240	0.12246	0.12256
Modelo Kannisto cúbico	0.12032	0.12067	0.12158	0.12273	0.12271	0.12278	0.12295

Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

En el cuadro 8.4 se presentan los parámetros β_0 y β_1 estimados, de acuerdo con el modelo que presentó el mejor ajuste en cada año y sexo.

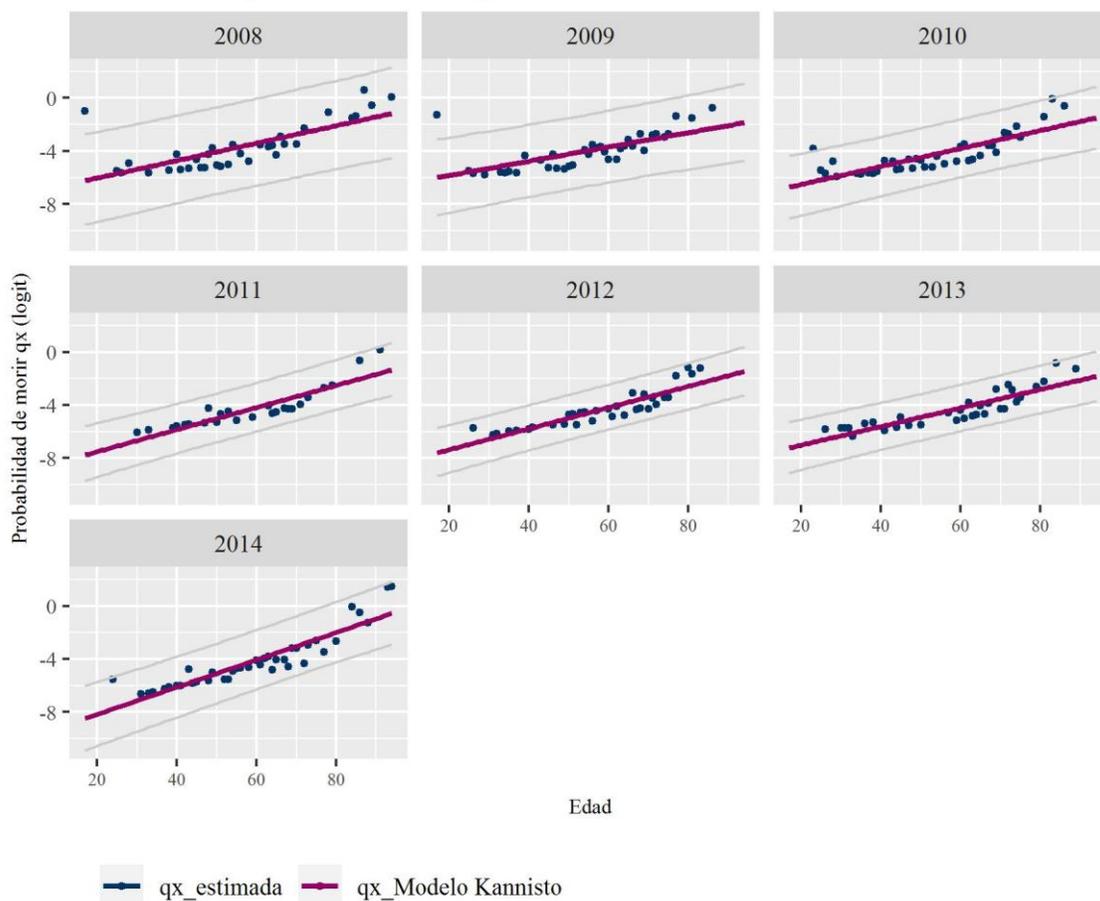
Cuadro 8.4. Parámetros estimados del modelo Kannisto modificado para la estimación de las probabilidades de muerte de la población del sector de pensionados incapacitados

Año	Mujeres			Hombres		
	Modelo	B0	B1	Modelo	B0	B1
2008	Kannisto cúbico	-3.78500	0.00001	Kannisto original	-7.33677	0.06578
2009	Kannisto cúbico	-4.93848	0.00001	Kannisto original	-6.89303	0.05360117
2010	Kannisto cúbico	-4.27572	0.00001	Kannisto original	-7.85527	0.06772659
2011	Kannisto cúbico	-5.04696	0.00001	Kannisto original	-9.16659	0.08316040
2012	Kannisto cúbico	-5.39850	0.00001	Kannisto original	-8.95379	0.07961484
2013	Kannisto cúbico	-4.90673	0.00001	Kannisto original	-8.40643	0.06994624
2014	Kannisto cúbico	-5.50485	0.00001	Kannisto original	-10.22087	0.10278074

Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

A partir de los parámetros estimados, anteriormente expuestos, en las gráficas 8.3 y 8.4 se presentan los ajustes de las probabilidades de muerte del modelo Kannisto modificado para hombres y para mujeres del sector de pensionados incapacitados por año. Los puntos corresponden a las probabilidades empíricas, la línea morada representa el modelo que de acuerdo con la RMSE resulto el ajuste más apropiado. Las líneas grises corresponden al intervalo de confianza del 99.5%. En el caso de los hombres, gráfica 8.3, se distingue la amplitud de los intervalos de confianza de 2011, el cual se debe principalmente a la dispersión de las probabilidades empíricas, cabe señalar que con el paso los años los intervalos de confianza se han ido reduciendo. En general el modelo presenta un buen ajuste, sin embargo, entre las edades 50 y 75 se advierte una sobrestimación de las probabilidades de muerte, mientras que entre 80 y 106 aprecia una subestimación de la mortalidad.

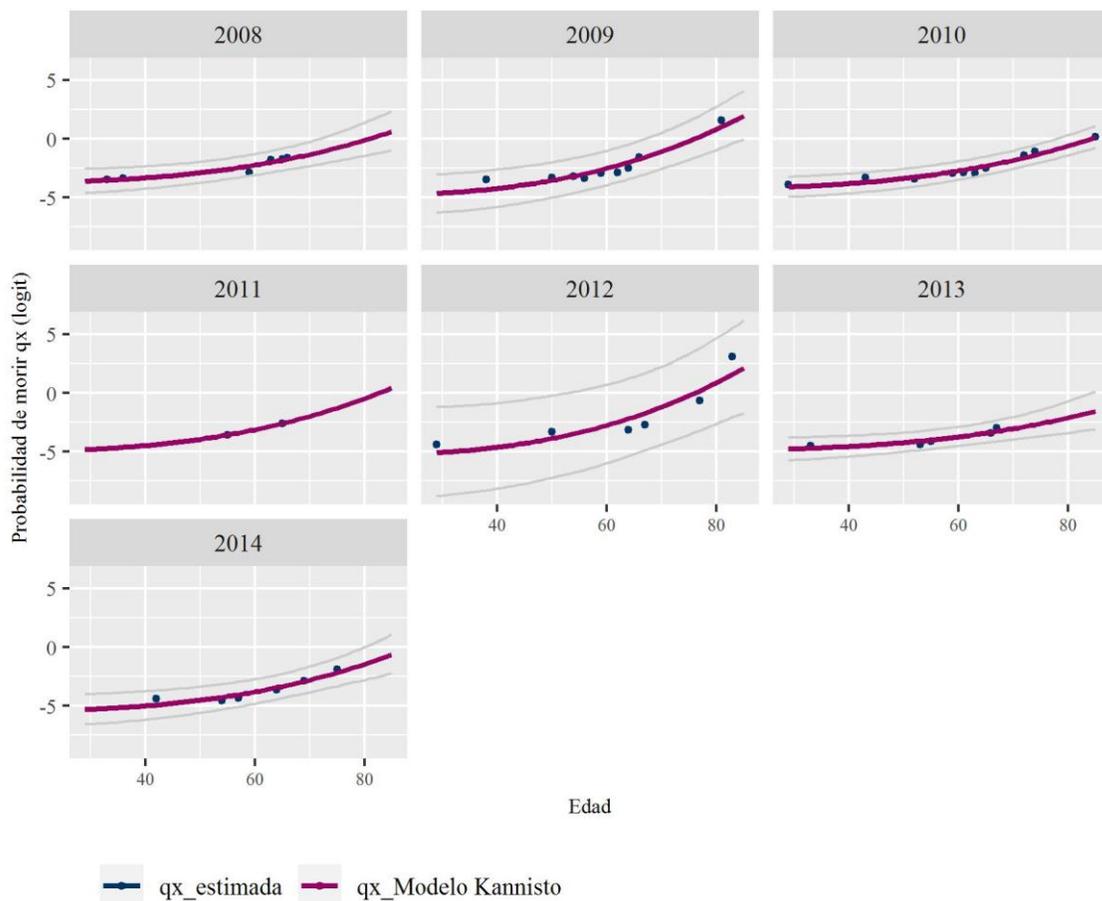
Gráfica 8.3 . Modelo Kannisto Modificado para la estimación de las probabilidades de muerte de la población de hombres del sector de pensionados incapacitados



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

Con respecto a las mujeres, gráfica 8.4, como se mencionó anteriormente son escasas las defunciones que se han registrado entre 2008 y 2014, por lo cual las probabilidades de muerte empíricas resultantes también son pocas. El modelo presenta un buen ajuste en todos los años, sin embargo, resalta el año 2012, en el cual hay mayor dispersión de las probabilidades de muerte lo que motiva intervalos de confianza más amplios.

Gráfica 8.4 . Modelo Kannisto Modificado para la estimación de las probabilidades de muerte de la población de mujeres del sector de pensionados incapacitados



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

8.3. Sector de pensionados inválidos

En el cuadro 8.5 se presentan los resultados de los RMSE para evaluar la bondad de ajuste de los tres modelos propuestos para la estimación de las probabilidades de muerte del sector de pensionados inválidos. En concordancia con los valores mínimos obtenidos de RMSE, para las mujeres el mejor ajuste se encuentra en el modelo Kannisto original de 2008 a 2010, sin embargo, para los años restantes el mejor ajuste lo brinda el modelo Kannisto cúbico. En el caso de los hombres el modelo Kannisto original es el que ofrece el mejor ajuste en todos los años.

Cuadro 8.5. Prueba de bondad de ajuste RMSE del modelo Kannisto modificado para la estimación de probabilidades de muerte del sector de pensionados inválidos

Modelo	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Mujeres							
Modelo Kannisto original	0.11945	0.12537	0.12670	0.13103	0.12958	0.13021	0.13098
Modelo Kannisto cuadrado	0.12017	0.12552	0.12726	0.13078	0.12956	0.13027	0.13087
Modelo Kannisto cúbico	0.12162	0.12540	0.12736	0.13041	0.12939	0.13008	0.13064
Hombres							
Modelo Kannisto original	0.14206	0.14101	0.14453	0.14733	0.14696	0.14723	0.14739
Modelo Kannisto cuadrado	0.14316	0.14216	0.14510	0.14740	0.14735	0.14737	0.14745
Modelo Kannisto cúbico	0.14377	0.14287	0.14539	0.14736	0.14755	0.14739	0.14742

Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

En el cuadro 8.6 se presentan los parámetros β_0 y β_1 estimados, de acuerdo con el modelo que presento el mejor ajuste en cada año y sexo.

Cuadro 8.6. Parámetros estimados del modelo Kannisto modificado para la estimación de las probabilidades de muerte de la población del sector de pensionados inválidos

Año	Mujeres			Hombres		
	Modelo	B0	B1	Modelo	B0	B1
2008	Kannisto original	-2.85848	-0.00042	Kannisto original	-5.80878	0.03724
2009	Kannisto original	-5.64215	0.04194	Kannisto original	-5.59329	0.03568202
2010	Kannisto original	-6.97404	0.06847	Kannisto original	-6.84847	0.04881491
2011	Kannisto cúbico	-5.65489	0.00001	Kannisto original	-8.71944	0.06705260
2012	Kannisto cúbico	-5.21245	0.00001	Kannisto original	-8.83722	0.07250561
2013	Kannisto cúbico	-5.40672	0.00001	Kannisto original	-8.09591	0.05598950
2014	Kannisto cúbico	-5.72425	0.00001	Kannisto original	-8.56613	0.06344237

Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

A partir de los parámetros estimados, anteriormente expuestos, en las gráficas 8.5 y 8.6 se presentan los ajustes de las probabilidades de muerte del modelo Kannisto modificado para hombres y para mujeres del sector de pensionados inválidos por año. Los puntos corresponden a las probabilidades empíricas, la línea morada representa el modelo que de acuerdo con la RMSE resulto el ajuste más apropiado. Las líneas grises corresponden al intervalo de confianza del 99.5%.

En el caso de los hombres, resaltan los años 2008, 2009 y 2010 en los que los intervalos de confianza son amplios, debido principalmente a la variabilidad que existe en las probabilidades empíricas tanto en edades tempranas como en edades avanzadas. Se aprecia un mejor ajuste en las edades en las que se concentran dichas probabilidades empíricas, sin embargo, entre las edades 44 y 80 se advierte una sobrestimación de las probabilidades de muerte, mientras que entre las edades 20 y 30, así como entre las edades 80 y 106 se aprecia una subestimación de la mortalidad.

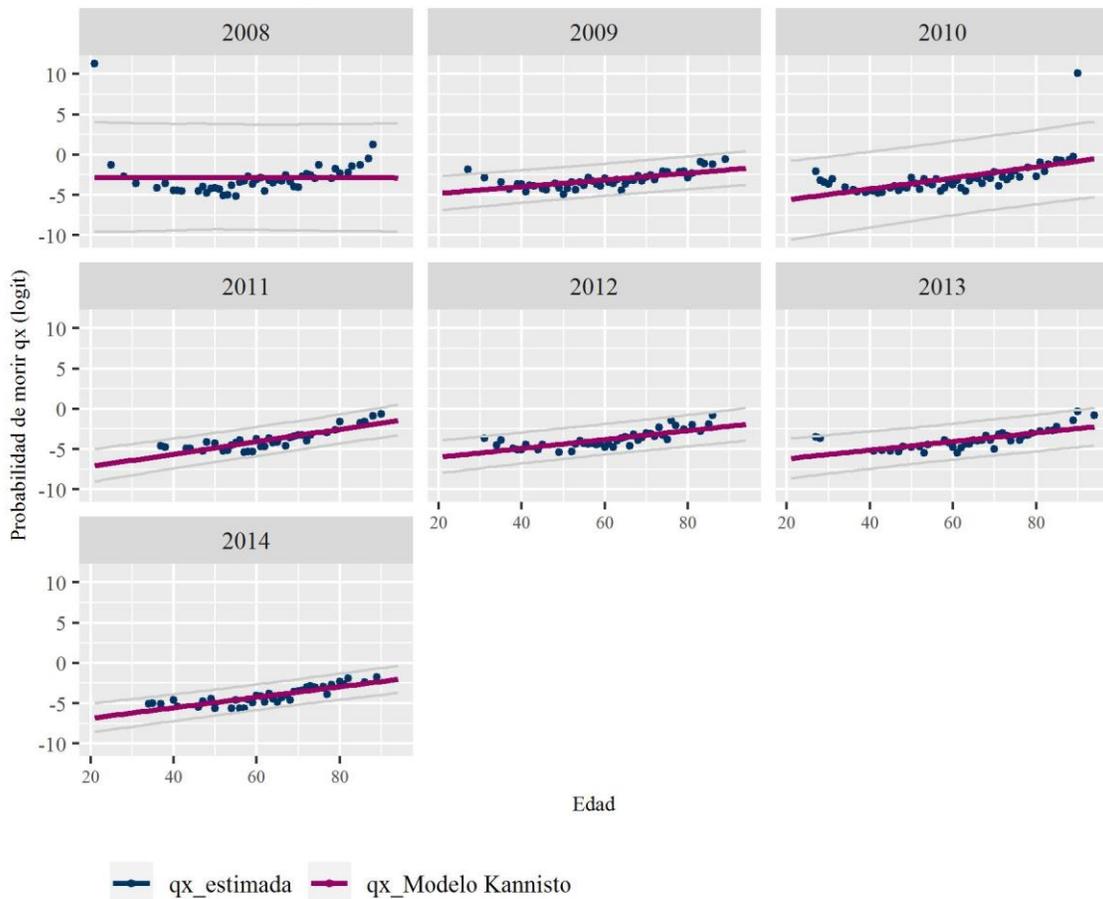
Gráfica 8.5 . Modelo Kannisto Modificado para la estimación de las probabilidades de muerte de la población de hombres del sector de pensionados invalidos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

Por su parte, en las mujeres (gráfica 8.6) resalta la amplitud de los intervalos de confianza en 2008 y en 2010, lo cual se debe a la presencia de probabilidades empíricas en edad 20 en 2008 y en edad 100 en 2010, estos valores resultan atípicos en comparación con las edades en las que se concentra la mortalidad. En general, se aprecia un buen ajuste, sin embargo, entre edades 40 y 75 se observa una sobrestimación de las probabilidades de muerte, mientras que de los 80 a los 106 años se aprecia una ligera subestimación de la mortalidad.

Gráfica 8.6 . Modelo Kannisto Modificado para la estimación de las probabilidades de muerte de la población de mujeres del sector de pensionados invalidos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9. APLICACIÓN DE LA MODELACIÓN BASADA EN AGENTES

Como se mencionó en el apartado 3, la modelación basada en agentes consiste en un programa computacional, el cual, mediante líneas de código permite crear una población virtual, caracterizarla y establecer reglas de comportamiento e interacción de los individuos que la integran. A partir de estas reglas iniciales se simula la dinámica de la población, es decir, el origen de la población, la incorporación de individuos y las salidas de los integrantes de la misma. Además, es posible observar, registrar y analizar los patrones que emergen de dicha simulación en diferentes momentos en el tiempo.

En este trabajo se modeló la dinámica de cada una de las poblaciones de pensionados con la finalidad de estimar su mortalidad futura, particularmente al año 2050. Para este fin, se construyeron poblaciones virtuales con base en las estructuras por edad observadas en cada una de las poblaciones de pensionados en 2008. De manera que, la edad inicial de cada población virtual corresponde al inicio de exposición de los pensionados en cada una de sus poblaciones. Asimismo, se establecieron reglas iniciales de incorporación y de salida por edad para cada una de las poblaciones virtuales. Estas reglas se definieron de acuerdo con las tasas de incorporación y probabilidades de muerte por edad observadas entre 2008 y 2014 en cada uno de los segmentos de esta población.

La modelación basada en agentes permite realizar un análisis a nivel individual, es decir, hacer el seguimiento del pensionado desde su entrada al sistema hasta su salida, en este caso, hasta su muerte. Las reglas de incorporación y de salida se aplicaron a cada uno de los pensionados, lo que cambia la perspectiva de la unidad de análisis y la forma en la cual se aplican. Las tasas de incorporación indican el número de nuevos pensionados que se integran a la población por cada pensionado existente. Para implementarlas mediante modelación basada en agentes fue necesario aplicarlas de forma individual, es decir, por cada pensionado existente hay una posibilidad de que otro más se incorpore; las tasas de incorporación menores a uno y la parte decimal de las tasas mayores a uno, representan dicha posibilidad.⁹ Mediante un experimento en el que a cada pensionado se le asignó un número aleatorio entre cero y uno, el cual si resultaba menor o igual a la tasa de incorporación, se identificó cuál pensionado tenía esa posibilidad y por ende se agregaba

⁹ En el caso de las tasas de incorporación mayores o iguales a 1, la parte entera no se sometió a ningún experimento, sólo se agregó el número de pensionados que indica dicho número.

otro con las mismas características. Con un experimento similar, pero comparado con las probabilidades de muerte se determinaba la muerte del pensionado.

Una vez implementadas las condiciones iniciales es posible llevar a cabo la simulación de la dinámica de cada una de las poblaciones de pensionados. Derivada de las entradas y salidas de dichos pensionados se conoce el número de defunciones y de sobrevivientes por edad y año calendario. Con estos datos se puede calcular tanto las tasas específicas como las probabilidades de muerte por edad para cada año. La simulación de la dinámica de la población de los primeros siete años muestra la dinámica real observada del periodo 2008-2014 en cada uno de los segmentos de pensionados. Esta replica representa el escenario base de la simulación, los años subsecuentes corresponden al periodo de proyección.

Desde este escenario base es posible estimar si la dinámica futura de las poblaciones se mantiene o emergen nuevos patrones dadas las condiciones que hasta el momento han presentado. Asimismo, se pueden implementar escenarios del tipo “¿qué pasa si?” estableciendo nuevas condiciones de entrada o salida a la población para los años de proyección y observar qué ocurre ante tales cambios. En este trabajo la dinámica de la población de los años de proyección mantiene las condiciones del escenario base.

Este capítulo está dividido en tres secciones: en la primera se presenta la información a partir de la cual se establecieron los parámetros y las condiciones iniciales para cada uno de los segmentos de los pensionados; en la segunda se explica brevemente el algoritmo en NetLogo mediante el cual se implementó la simulación de la dinámica de cada segmento de los pensionados; en la tercera sección se muestran los resultados obtenidos tanto del escenario base como de la proyección de cada una de las poblaciones a 2050.

9.1. Parámetros y condiciones iniciales

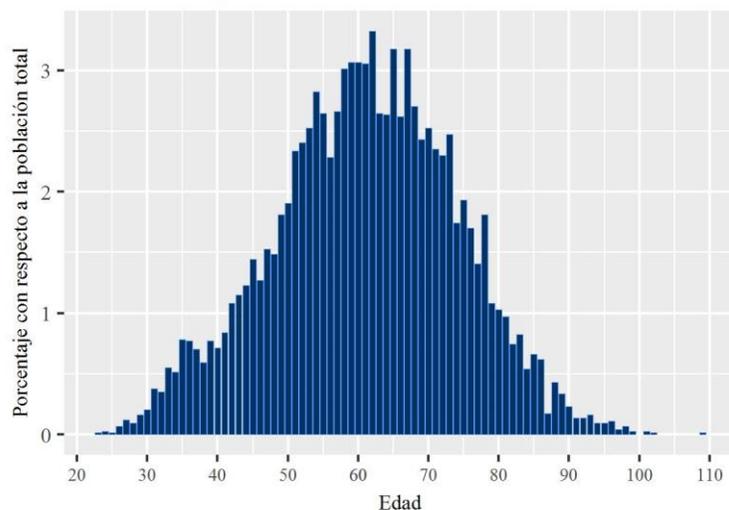
9.1.1. Estructura por edad de la población

Cada una de las poblaciones de pensionados tiene información desde 2008 hasta 2014, la información que se tuvo a partir de 2008 fue suficientemente robusta para tomar su distribución por edad y establecerla como la base de construcción de la población virtual. A continuación, se presentan de forma gráfica dichas proporciones por edad de cada una de las poblaciones de pensionados:

9.1.1.1. Población de hombres del sector de pensionados activos

La gráfica 9.1 muestra la distribución de la población de hombres del sector de pensionados activos por edad, esta población comienza su exposición en edad 23 a partir de la cual se observa una tendencia creciente de la cantidad de pensionados hasta la edad 62 donde se encuentra la mayor proporción de pensionados, seguido de ésta se sitúan las edades 65 y 67. Después de estas edades el número de pensionados tienen una tendencia decreciente hasta la edad 109. Sobresalen la edad 87, que tienen una proporción significativamente menor a las edades contiguas. Asimismo, aunque se encuentran registros hasta la edad 109, en edad 100 y entre la edad 103 y 108 no hay registros de pensionados.

Gráfica 9.1 . Distribución de la población de hombres del sector de pensionados activos

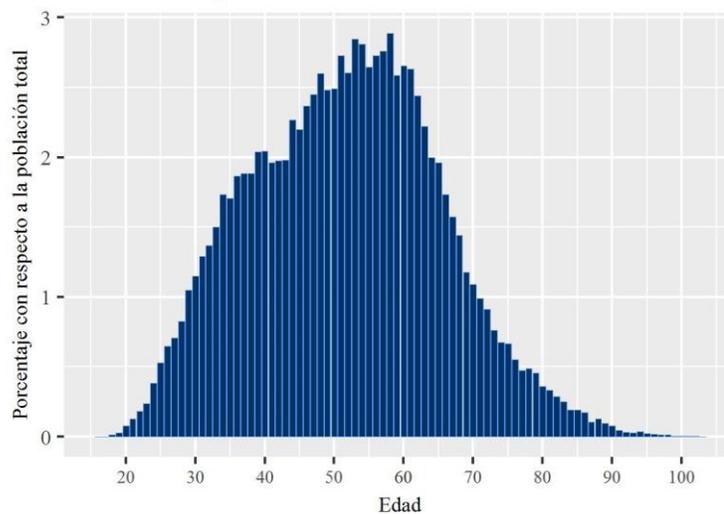


Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9.1.1.2. Población de mujeres del sector de pensionados activos

La gráfica 9.2 muestra la distribución de la población de mujeres del sector de pensionados activos por edad, dicha población comienza en edad 16, a partir de ésta las proporciones tienen una tendencia creciente hasta edad 58, donde se sitúa la máxima cantidad de pensionados, seguido se encuentran las edades 53 y 54. Después de estas edades la cantidad de pensionados disminuye conforme aumenta la edad. Los registros son continuos en todo el intervalo de edad observado, desde 16 a 103 años.

Gráfica 9.2 . Distribución de la población de mujeres del sector de pensionados activos

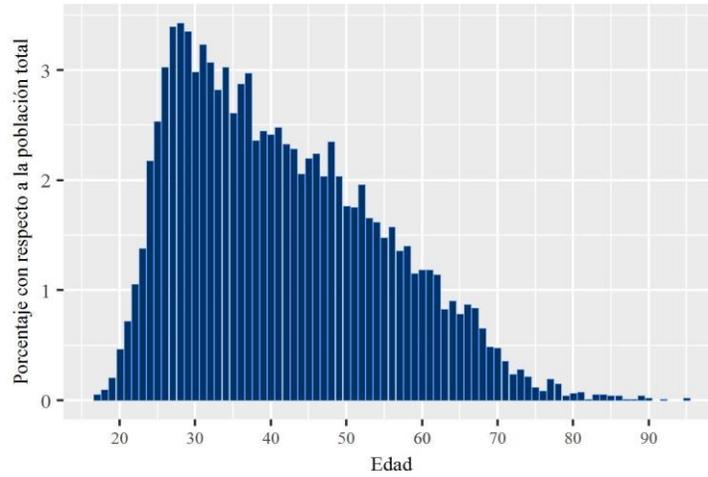


Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9.1.1.3. Población de hombres del sector de pensionados incapacitados

En la gráfica 9.3 se observa la distribución de la población de las mujeres del sector de pensionados incapacitados por edad. La población comienza en edad 17, a partir de ésta las proporciones tienen una tendencia creciente hasta edad 28, en la cual se sitúa la mayor proporción de pensionados. Después de esta edad las proporciones tienen una tendencia decreciente hasta edad 95, cabe señalar que, en las edades 91, 93 y 94 no hay registros de pensionados.

Gráfica 9.3 . Distribución de la población de hombres del sector de pensionados incapacitados

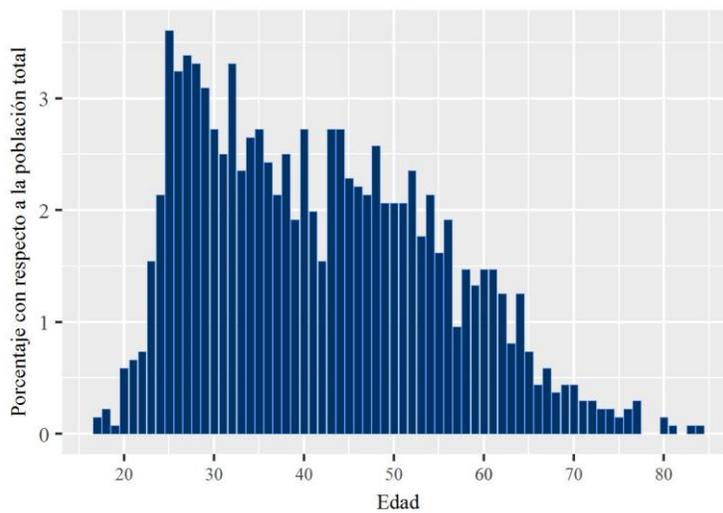


Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9.1.1.4. Población de mujeres del sector de pensionados incapacitados

En la gráfica 9.4 se observa la distribución de la población de mujeres del sector de pensionados incapacitados por edad. La población comienza en edad 17, a partir de ésta las proporciones tienen una tendencia creciente hasta edad 25, donde se encuentra la máxima proporción de pensionados, después de esta edad las proporciones tienen una tendencia decreciente hasta edad 84. Cabe señalar que, en edades 78 y 79, así como en edad 82 no hay registros de pensionados.

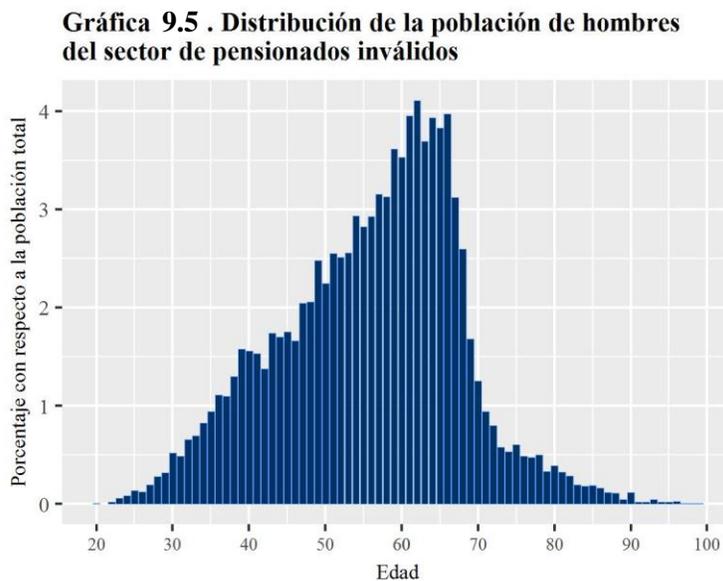
Gráfica 9.4 . Distribución de la población de mujeres del sector de pensionados incapacitados



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9.1.1.5. Población de hombres del sector de pensionados inválidos

La gráfica 9.5 presenta la distribución de la población de hombres del sector de pensionados inválidos por edad, esta población comienza en edad 20, a partir de esta edad la cantidad de pensionados aumentan con la edad hasta la edad 62, en la cual se sitúa la máxima proporción de pensionados, después de esta edad las proporciones tienen una tendencia decreciente hasta edad 99. Cabe señalar que, en edad 21 no hay registros de pensionados.

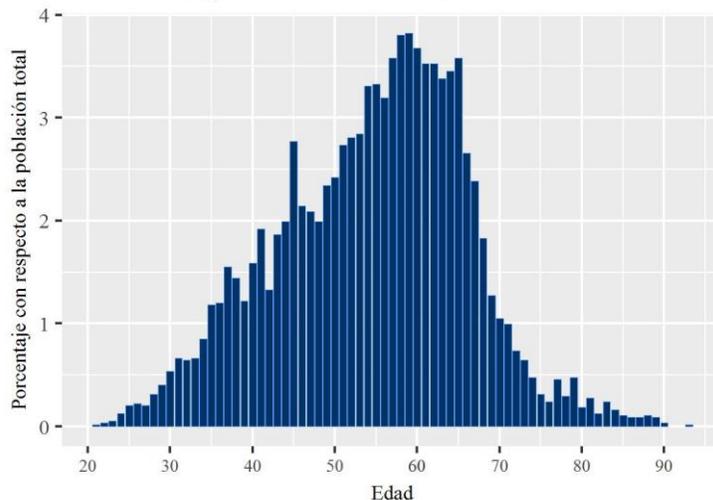


Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9.1.1.6. Población de mujeres del sector de pensionados inválidos

La gráfica 9.6 presenta la distribución de la población de mujeres del sector de pensionados inválidos por edad, esta población inicia su exposición a partir de edad 21, la cantidad de pensionados aumenta con la edad hasta edad 59, en la cual se encuentra la mayor proporción de pensionados, después de esta edad la cantidad de pensionados disminuye con la edad hasta 93 años. Cabe señalar que, en edades 91 y 92 no hay registros de pensionados.

Gráfica 9.6. Distribución de la población de mujeres del sector de pensionados inválidos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9.1.2. Tasas de incorporación de pensionados

Las tasas de incorporación de pensionados (TIP) indican el número de pensionados que se integran a la población por cada pensionado que ya se encuentran dentro de ella. Debido a que la modelación de la dinámica de la población de pensionados se realiza considerando las edades individuales, es necesario establecer las reglas de entrada de pensionados por edad. Por lo cual se requiere de tasas de incorporación por edad.

El cálculo de las tasas de incorporación por edad se realizó a partir de los registros de los pensionados que alguna vez estuvieron vigentes acumulados en cada año del periodo observado (de 2008 a 2014), para cada una de las poblaciones de pensionados. A partir de estas bases se obtuvieron tablas de frecuencias de los pensionados por edad y por año. Tomando como base la distribución por edad de cada una de las poblaciones en 2008 se calculó la tasa de incorporación de pensionados para cada edad y año calendario $TIP_{x,t}$ mediante la siguiente expresión:

$$TIP_{x,t} = \frac{Pensionados_{x,t}}{Pensionados_{x+1,t+1}} - 1$$

Donde:

$Pensionados_{x,t}$ corresponde al número de pensionados de edad cumplida x en el año t .

$Pensionados_{x+1,t+1}$ corresponde al número de pensionados de edad cumplida $x + 1$ en el año $t + 1$.

TIP indican el número de pensionados que se integrarán a la población en edad $x + 1$ en el año $t + 1$ por cada pensionado que ya se encuentran dentro de la población en edad x en el tiempo t .

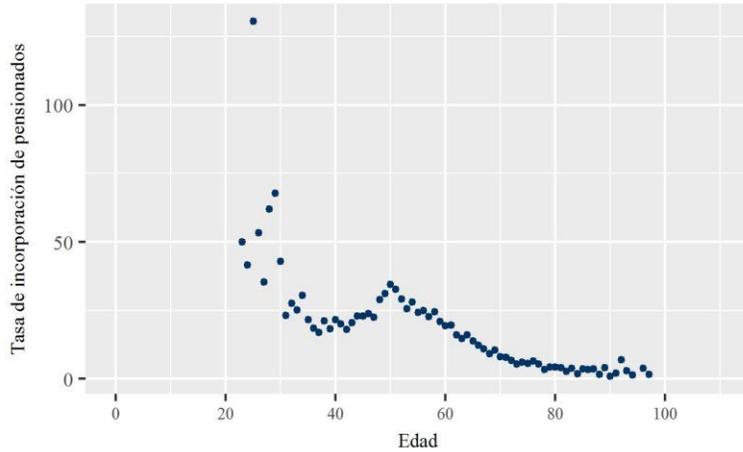
Debido a que las tasas de incorporación por edad presentan muy poca variación a lo largo de los años se optó por utilizar una tasa de incorporación promedio por edad. La mayoría de las edades presentaron tasas de incorporación en todos los años calendario, sin embargo, en las edades más tempranas y más avanzadas (no en todos los años) se obtuvo una tasa, por lo cual la tasa promedio para estas edades se obtuvo considerando solo los años en los que se contaba con información. A continuación, se presenta, de forma gráfica, las tasas de incorporación por edad para cada población.

9.1.2.1. Población de hombres del sector de pensionados activos

La gráfica 9.7 muestra las tasas de incorporación de la población de hombres del sector de pensionados activos. Las mayores tasas de incorporaciones de pensionados se presentan en las edades más jóvenes, entre los 20 y 35 años las tasas de incorporación se sitúan por arriba de 25 por cada 100, particularmente, las edades 23, 25, 26 y 29 tienen tasas de incorporación por encima de 50 por cada 100, asimismo, en la edad 25 se encuentra la tasa más alta, la cual está alrededor de 130 por cada 100.

Entre las edades 35 y 47 las tasas de incorporación presentan una caída considerable, éstas se sitúan por debajo de los 25 por cada 100, sin embargo, entre las edades 48 y 52 las tasas de incorporación aumentan hasta 30 por cada 100. A partir de los 53 años la tendencia de las tasas de incorporación es decreciente. De manera que las edades avanzadas presentan tasas menores tasas de incorporación, la tasa de incorporación más baja se ubica en edad 90 y a partir de la edad 98 no se observaron incorporaciones a través de los años.

Gráfica 9.7 . Tasas de incorporación de pensionados a la población de hombres del sector de pensionados activos

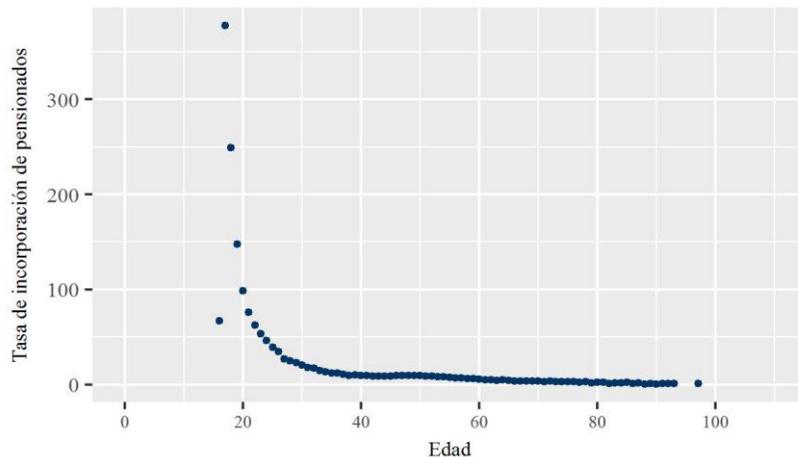


Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9.1.2.2. Población de mujeres del sector de pensionados activos

La gráfica 9.8 muestra las tasas de incorporación de la población de mujeres del sector de pensionados activos. Esta población comienza en la edad 16 con una tasa de incorporación de 66 por cada 100, sin embargo, las tasas más altas se encuentran en las edades 17, 18, 19 y 20, las cuales están por arriba de 100 por cada 100. En general, las tasas de incorporación presentan una tendencia decreciente con la edad.

Gráfica 9.8 . Tasas de incorporación de pensionados a la población de mujeres del sector de pensionados activos

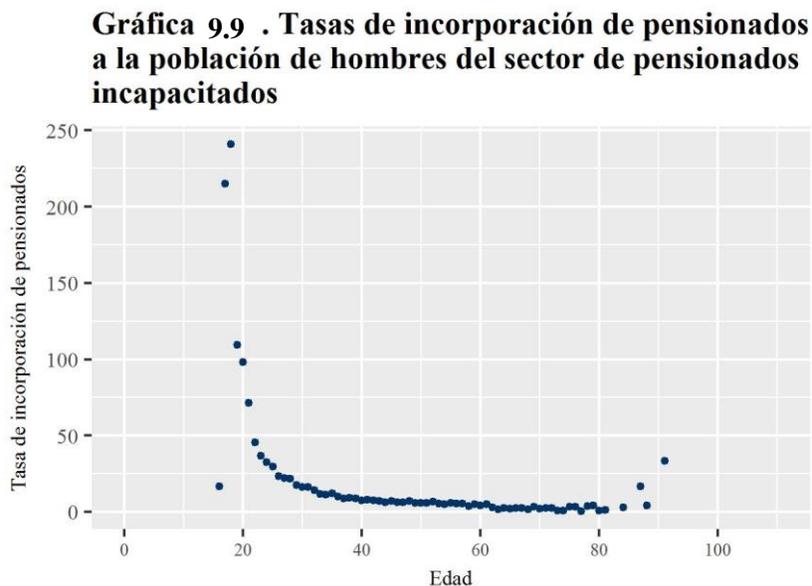


Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

La tasa más baja corresponde a la edad 90 y es de 0.37 por cada 100. Cabe señalar que entre las edades 94 y 96 y partir de edad 98 no se observaron incorporaciones a través de los años, además sobresale la edad 97 con una tasa de incorporación de 1 por cada 100.

9.1.2.3. Población de hombres del sector de pensionados incapacitados

La gráfica 9.9 muestra las tasas de incorporación de la población de hombres del sector de pensionados incapacitados. Esta población comienza en la edad 16 con una tasa de incorporación de 16 por cada 100, sin embargo, las edades 17, 18 y 19 presentan tasas por encima de 100 por cada 100. En general, las tasas de incorporación de pensionados presentan una tendencia decreciente hasta edad 80, a partir de la cual la tendencia cambia a creciente, para edad 91 la tasa de incorporación alcanza 33 por cada 100. La tasa más baja observada fue de 0.50 por cada 100 y corresponde a la edad 77.

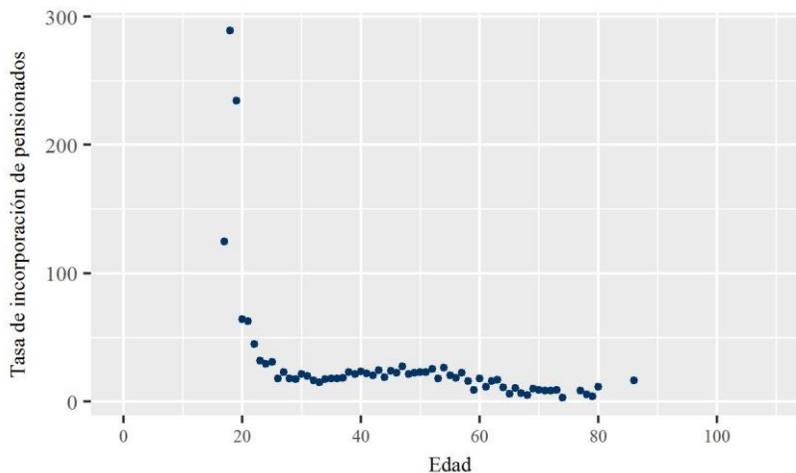


Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9.1.2.4. Población de mujeres del sector de pensionados incapacitados

La gráfica 9.10 muestran las tasas de incorporación de la población de mujeres del sector de pensionados incapacitados. Esta población comienza en edad 17 con una tasa de incorporación de 125 por cada 100. En la edad 18 se ubica la mayor tasa de incorporación, a partir de esta las tasas muestran una tendencia decreciente hasta la edad 33. Entre las edades 40 y 50 la tendencia de las tasas es ligeramente creciente, para volver a mostrar un comportamiento descendente a partir de la edad 60 y volver a ascender en edad 80. La tasa más baja es de 3 por cada 100 y corresponde a la edad 74.

Gráfica 9.10 . Tasas de incorporación de pensionados a la población de mujeres del sector de pensionados incapacitados

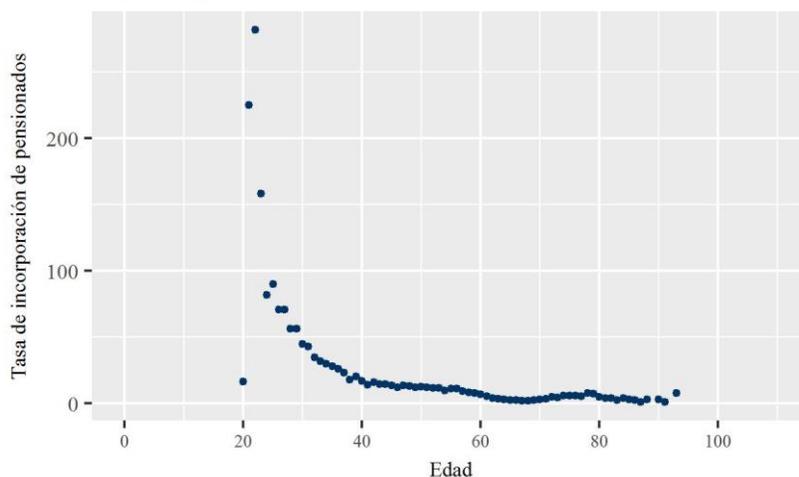


Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9.1.2.5. Población de hombres del sector de pensionados inválidos

La gráfica 9.11 se observan las tasas de incorporación de la población de hombres del sector de pensionados inválidos. Esta población comienza en edad 20 con una tasa de incorporación de 16 por cada 100. Las tasas por arriba de 100 por cada 100 se sitúan entre las edades 21 y 23. A partir de éstas las tasas presentan una tendencia decreciente con ligeros aumentos en algunas edades. La tasa más baja es de 1.04 por cada 100 y corresponde a edad 91.

Gráfica 9.11 . Tasas de incorporación de pensionados a la población de hombres del sector de pensionados inválidos

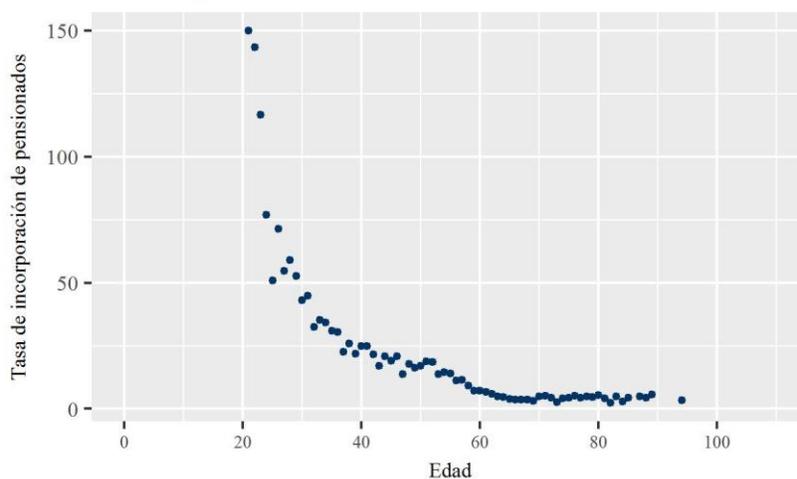


Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9.1.2.6. Población de mujeres del sector de pensionados inválidos

La gráfica 9.12 muestra las tasas de incorporación de la población de mujeres del sector de pensionados inválidos. Esta población comienza en edad 21 con una tasa de 150 por cada 100, la cual es la más alta. En general, las tasas a lo largo de la edad muestran una tendencia decreciente, con ligeras variaciones en algunas edades sobre todo entre las edades 25 y 50. La tasa más baja es de 2.37 y corresponde a edad 82.

Gráfica 9.12 . Tasas de incorporación de pensionados a la población de mujeres del sector de pensionados inválidos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

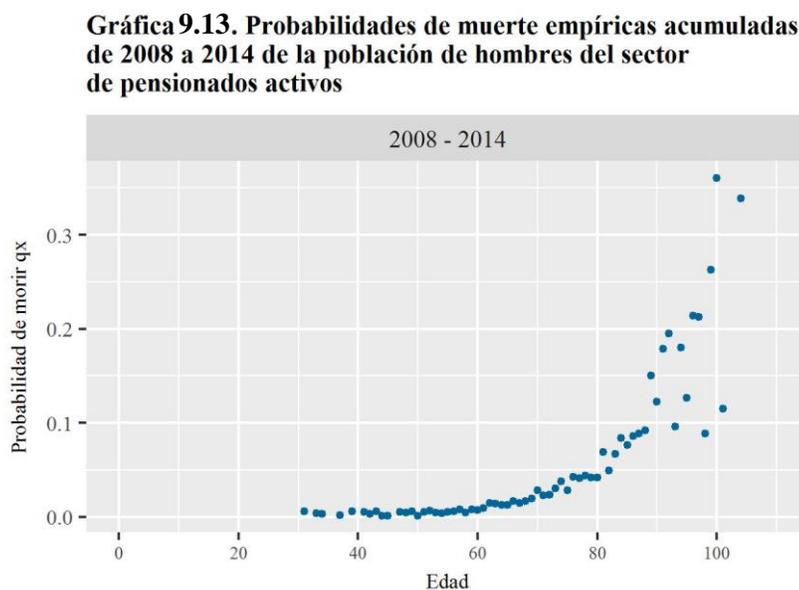
9.1.3. Probabilidades de muerte empíricas

En este trabajo la salida de los pensionados sólo se consideró por causa de muerte, por lo cual la regla de salida en la población virtual que se establece es mediante las probabilidades de muerte. Para este fin, se obtuvieron las probabilidades de muerte observadas en todo el periodo que comprende de 2008 hasta 2014 en cada una de las poblaciones de pensionados.

El cálculo de las probabilidades de muerte empíricas se realizó de acuerdo con la metodología descrita en el apartado 6 (ver 6. Tablas de vida empíricas). Sin embargo, la suma de las defunciones y la suma de los años persona vividos consideró todo el periodo de observación, es decir de 2008 a 2014. A continuación, se presentan de forma gráfica las probabilidades de muerte empíricas para cada una de las poblaciones de pensionados:

9.1.3.1. Población de hombres del sector de pensionados activos

En la gráfica 9.13 se presentan las probabilidades de muerte empíricas del periodo que comprende de 2008 a 2014 de la población de hombres del sector de pensionados activos. Las probabilidades de 0.025 y menores corresponden a las edades entre 30 y 69 años, particularmente, se concentran entre los 43 y 60 años. Entre 70 y 79 años se alcanzan probabilidades de muerte hasta de 0.05. Entre 80 y casi 88 años se llegan a probabilidades hasta de aproximadamente 0.1.



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

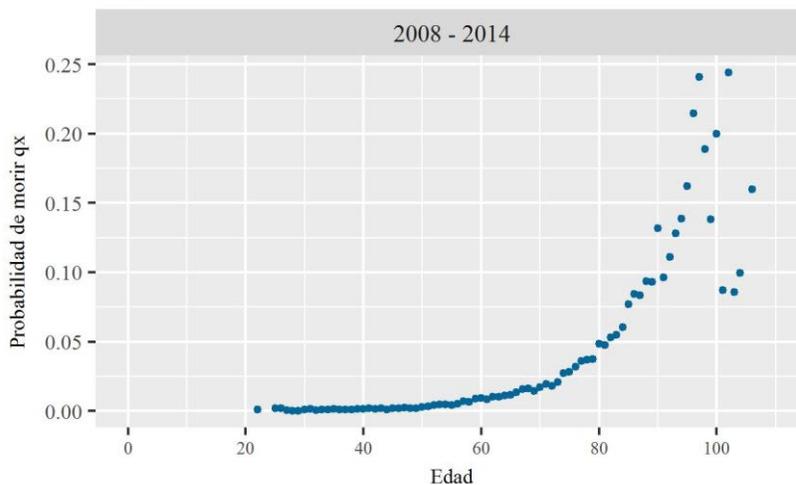
A partir de la edad 89 hay mayor dispersión de las probabilidades, algunas edades incluso alcanzan probabilidades hasta aproximadamente 0.36. La tendencia general de las probabilidades empíricas es creciente, es decir, aumenta con la edad, entre los 89 y 104 dicha tendencia acelera de manera que de una edad a otra se observan mayores aumentos en las probabilidades. De manera que, las probabilidades más altas se presentan corresponden a edades más envejecidas. Cabe señalar que, las edades 93, 95, 98 y 101 destacan por tener valores más bajos en comparación con los que tienen las edades contiguas.

9.1.3.2. Población de mujeres del sector de pensionados activos

En la gráfica 9.14 se muestran las probabilidades de muerte empíricas del periodo que comprende de 2008 a 2014 de la población de mujeres del sector de pensionados activos. Las probabilidades de 0.025 y menores corresponden a las edades entre 20 y 73 años, particularmente, se concentran entre los 38 y 60 años. Entre 74 y 82 años se alcanzan probabilidades de muerte hasta de 0.05. Entre 83 y casi 92 años se llegan a probabilidades hasta aproximadamente 0.1.

A partir de la edad 93 hay mayor dispersión de las probabilidades de muerte, algunas edades alcanzan probabilidades hasta aproximadamente 0.24. La tendencia general de las probabilidades de muerte es creciente, es decir, aumenta con la edad, de tal forma que a las edades más envejecidas les corresponden las probabilidades más altas.

Gráfica 9.14. Probabilidades de muerte empíricas acumuladas de 2008 a 2014 de la población de mujeres del sector de pensionados activos



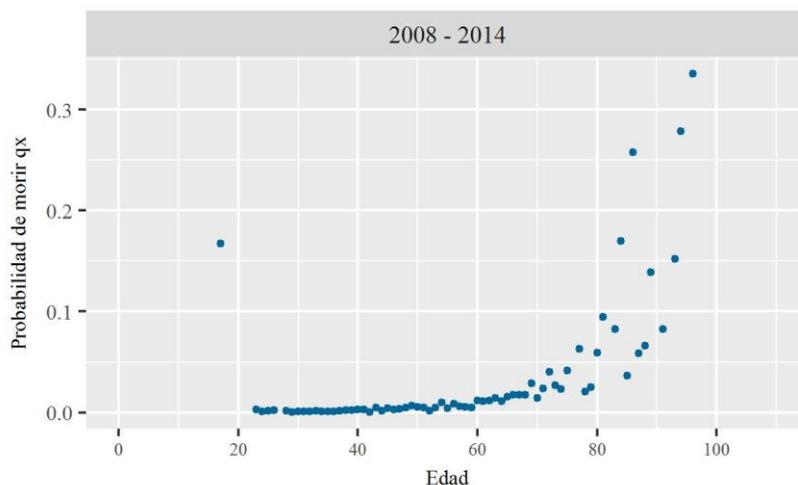
Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

Cabe señalar que entre los 92 y 106 la probabilidad de morir entre una edad y otra aumentan de manera acelerada, aunque las edades 99, 102, 103, 104 y 106 presentan probabilidades más bajas en comparación con las que tiene las edades próximas.

9.1.3.3. Población de hombres del sector de pensionados incapacitados

En la gráfica 9.15 se presentan las probabilidades de muerte empíricas del periodo que comprende de 2008 a 2014 de la población de hombres del sector de pensionados incapacitados. Las probabilidades de 0.023 y menores corresponden a las edades entre 23 y 71 años. Entre los 72 y 96 años se observa mayor dispersión en las probabilidades de muerte, sin embargo, la tendencia de dichas probabilidades es creciente alcanzando hasta la probabilidad 0.34. De manera que las edades más envejecidas presentan las probabilidades más altas. Por otro lado, las edades que sobresalen por presentar probabilidades más bajas en comparación con las de las edades adyacentes son 78,79, 85, 87, 88 y 91. Cabe señalar que en las edades 76, 82, 90, 92, 95 no tienen registros de defunciones por lo cual no tienen probabilidades de morir.

Gráfica 9.15. Probabilidades de muerte empíricas acumuladas de 2008 a 2014 de la población de hombres del sector de pensionados incapacitados

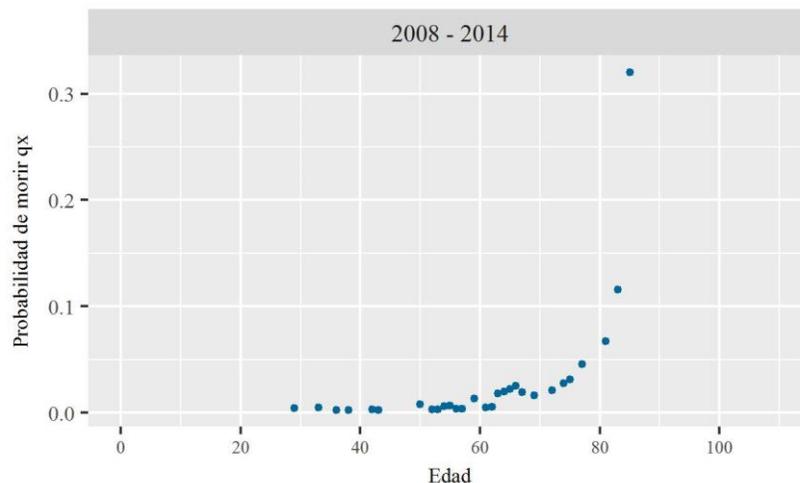


Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9.1.3.4. Población de mujeres del sector de pensionados incapacitados

En la gráfica 9.16 se presentan las probabilidades de muerte empíricas del periodo que comprende de 2008 a 2014 de la población de mujeres del sector de pensionados incapacitados. Las probabilidades de muerte presentan gran dispersión derivada de los pocos registros de defunciones que tiene esta población, por lo cual hay edades en las que se tienen probabilidades de morir. Las probabilidades de 0.025 y menores corresponden a las edades entre 29 y 66. A partir de los 67 años se observa mayor variabilidad en las probabilidades de muerte, aunque en general la tendencia de dichas probabilidades es creciente alcanzando hasta un valor de 0.32 en edad 85.

Gráfica 9.16. Probabilidades de muerte empíricas acumuladas de 2008 a 2014 de la población de mujeres del sector de pensionados incapacitados



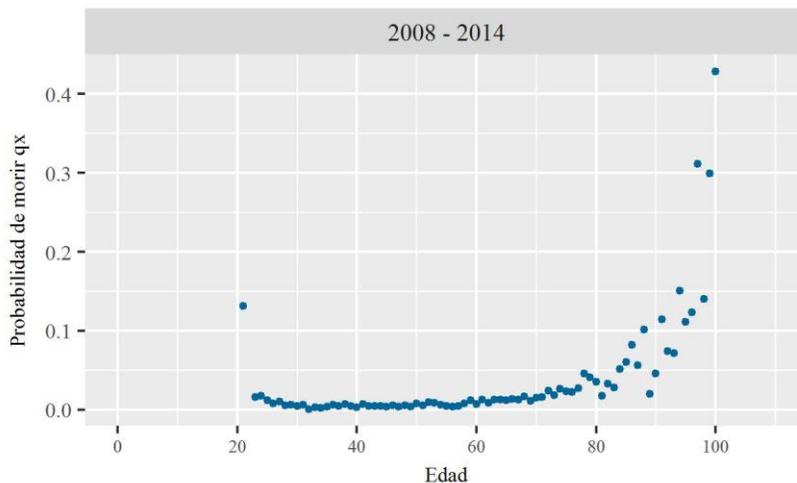
Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9.1.3.5. Población de hombres del sector de pensionados inválidos

En la gráfica 9.17 se presentan las probabilidades de muerte empíricas del periodo que comprende de 2008 a 2014 de la población de hombres del sector de pensionados inválidos. Las probabilidades de muerte se presentan desde la edad 21 con un valor de 0.13, sin embargo, las edades entre 23 y 78 años se concentran entre 0.045 y menores. A partir de la edad 79 hay mayor dispersión de las probabilidades de muerte, sin embargo, en general mantiene una tendencia creciente alcanzando 0.43 en la edad 100.

Cabe señalar que, entre las edades 79 y 100 las probabilidades de muerte aumentan de manera acelerada. Asimismo, sobresalen las edades 89, 90, 92, 93, 95, 96 y 98 por presentar probabilidades menores en comparación con las que tienen las edades contiguas. Por otra parte, dentro del intervalo de edades observado en la edad 22 no se han registrado defunciones por lo cual no hay probabilidades de muerte.

Gráfica 9.17. Probabilidades de muerte empíricas acumuladas de 2008 a 2014 de la población de hombres del sector de pensionados inválidos



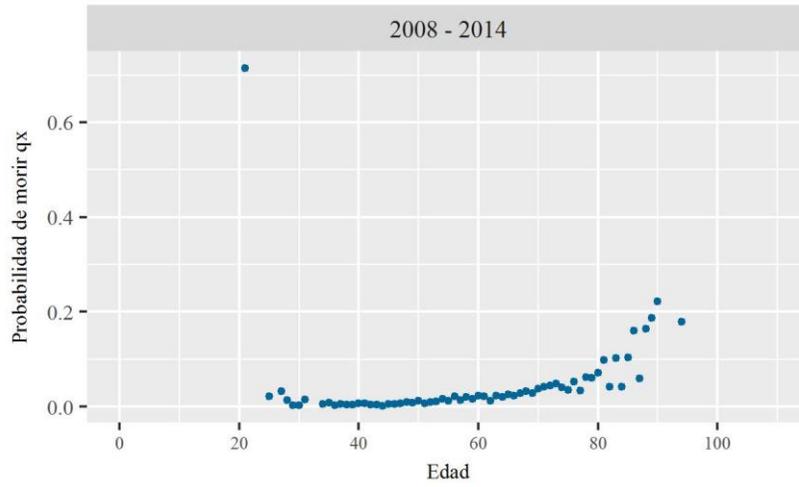
Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9.1.3.6. Población de mujeres del sector de pensionados inválidos

En la gráfica 9.18 se presentan las probabilidades de muerte empíricas del periodo comprendido de 2008 a 2014 de la población de mujeres del sector de pensionados inválidos. Las probabilidades de muerte se presentan desde la edad 21 con un valor de 0.71, sin embargo, las edades entre 25 y 73 años se concentran entre 0.05 y menores. Las edades 25, 27, 28 y 31 tienen probabilidades ligeramente mayores que las siguientes edades. A partir de la edad 74 hay mayor dispersión de las probabilidades de muerte, sin embargo, en general mantiene una tendencia creciente con incrementos mayores con respecto a la edad.

El valor más alto es de 0.22 y se sitúa en la edad 90. Cabe señalar que, las edades 82, 84, 87 y 94 se destacan por presentar probabilidades menores en comparación con las edades adyacentes. Asimismo, dentro del intervalo de edad analizado, las edades de 22 a 24, 26, 32 y 33, y de 91 a 93 no tienen registros de defunciones.

Gráfica 9.18. Probabilidades de muerte empíricas acumuladas de 2008 a 2014 de la población de mujeres del sector de pensionados inválidos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9.2. Implementación de la modelación basada en agentes

El desarrollo del modelo se realizó por medio de NetLogo, que es un entorno de modelado integrado basado en un lenguaje de programación de agentes¹⁰ múltiples (Wilensky, 1999), dichos agentes son: 1) *turtles*, entendidos como agentes móviles, es decir, cada uno de los individuos que integran la población; 2) *patches*, los cuales representan el espacio en el cual interactúan las *turtles*; 3) *links*, conectan a las *turtles* permitiendo representar las relaciones entre ellas; y 4) *the observer*, es el controlador general del modelo, en el cual se realiza el seguimiento de los procesos a través de pantallas y de variables globales (Railsback, 2012).

La modelación de la estructura por edad de cada una de las poblaciones virtuales se estableció mediante la creación de *turtles* asignando un código de color¹¹ diferente para identificar la población que tiene determinada edad. Por ejemplo, los individuos que tienen edad 15 fueron representados mediante *turtles* con el código de color 134, los individuos que tienen edad 16 fueron representados mediante *turtles* con el código de color 133 y así sucesivamente.

Las tasas de incorporación se aplicaron a cada *turtle* mediante un experimento en el que a cada *turtle* se le asignó un número aleatorio entre cero y uno, el cual si resultaba menor o igual a la tasa de incorporación que le correspondía de acuerdo con su edad se agregaba una *turtle* con las mismas características. El experimento determinaba que *turtle* tenía la posibilidad de replicarse. Además, en el modelo se consideró que con el paso de los años las *turtles* también aumentan su edad. Para tal efecto, después de la aplicación de la tasa de incorporación se cambiaba el código de color al color que representaba la edad siguiente. Por ejemplo, si la población inició en 2008 con una *turtle* con código de color 134, el cual representa la edad 16, para 2009 esa *turtle* cambiaría su código de color a 133, el cual representa la edad 17, y así sucesivamente.

Las *turtles* que entran en la edad inicial de la población de cada año se modelaron de acuerdo con la proporción que representaban con respecto a la población total, manteniéndose el mismo patrón para la extrapolación de los años de proyección. Por otro lado, para que *turtles* mueren cada año se

¹⁰ En NetLogo la palabra “agente” se refiere a los elementos del lenguaje de programación como: parches, links y the observer, es diferente de cómo se usa por AMB. Cuando se habla de ABM “agente” se refiere a los individuos que conforman la población o sistema que se esté modelando estamos modelando. En NetLogo este tipo de agentes es representado por *turtles* (Railsback, 2012).

¹¹ En NetLogo los colores pueden ser representados de diferentes formas, una de ellas es mediante una caja de colores, los cuales son representados por números 0 a 139.9, donde 0 corresponde al color negro y 9.9 al color blanco (<http://ccl.northwestern.edu/netlogo/docs/programming.html#colors>).

realizó un experimento similar al de las tasas de incorporación, pero comparado con las probabilidades de morir empíricas

Con respecto al tiempo, NetLogo tiene un contador de pasos denominado *ticks* mediante este componente es posible definir el número de pasos que se quieren procesar. En este modelo, los ticks representan los años, de manera que se llevaron a cabo 42 pasos, es decir, los años que comprendidos entre 2008 y 2050.

La modelación de la dinámica de cada una de las poblaciones de pensionados, mediante la simulación de entradas y salidas de los pensionados permite conocer el número de defunciones y el número de sobrevivientes por edad y por año calendario, a partir de estos elementos es posible obtener las tasas específicas de mortalidad de cada año, así como las probabilidades de muerte por edad y por año. La simulación de la dinámica de la población de los primeros siete años replicara la dinámica real observada de cada una de las poblaciones en el periodo que comprende de 2008 a 2014, esta replica representa el escenario base de la simulación, los próximos años corresponden al escenario de proyección.

Una vez obtenido el escenario base es posible estimar si la dinámica futura de las poblaciones mantiene o emergen nuevos patrones dadas las condiciones que hasta el momento han presentado. Asimismo, se pueden implementar escenarios del tipo “¿qué pasa si?” estableciendo nuevas condiciones de entrada o salida a la población para los años de proyección y observar que ocurre ante tales cambios. En este trabajo se mantuvieron los parámetros y condiciones iniciales del escenario base para estimar la mortalidad de los próximos 32 años.

9.3. Resultados

Los resultados de la modelación de la dinámica de la población se dividen en dos partes. Por un lado, se presenta la réplica de la dinámica observada de cada una de las poblaciones de pensionados en el periodo que comprende de 2008 a 2014. Por otro lado, se muestra la dinámica de cada una de las poblaciones de pensionados para el periodo de proyección de 2015 a 2050 que emerge de los patrones de entrada y salida que se observaron en los primeros años.

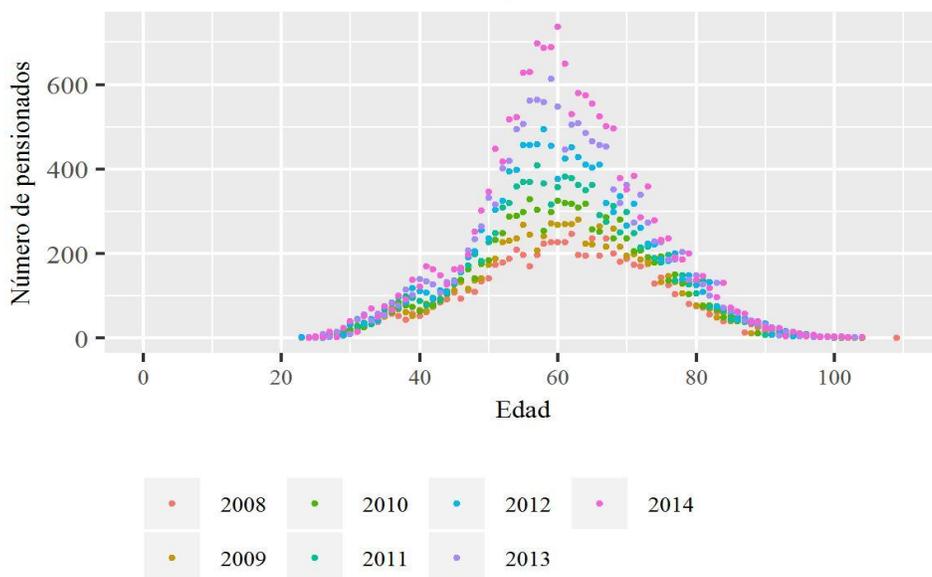
9.3.1. Escenario base

9.3.1.1. Estructura de la población

9.3.1.1.1. Población de hombres del sector de pensionados activos

Derivada de la simulación de la dinámica de la población de hombres del sector de pensionados activos en la gráfica 9.19 se presentan la estructura por edad de 2008 a 2014 para dicha población. La población ha ido aumentando a través de los años concentrándose entre los 50 y 70 años. Particularmente, alrededor de los 60 años se observa un mayor número de pensionados, lo cual coincide con la edad a la cual los trabajadores tienen derecho a una pensión por cesantía.

Gráfica 9.19 . Modelación de la población de hombres del sector de pensionados activos



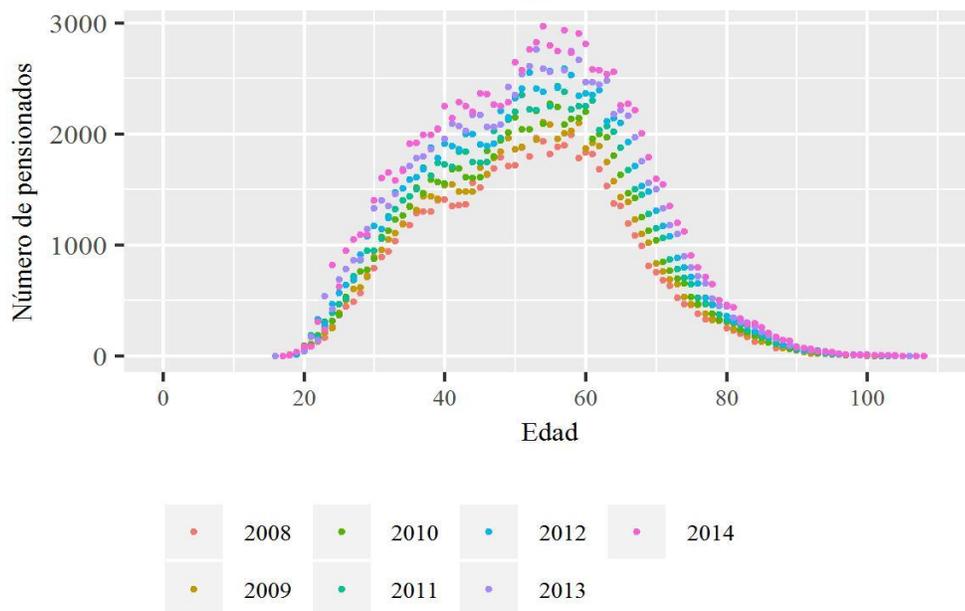
Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

La población está ligeramente cargada hacia edades jóvenes, esto derivado de las pensiones por retiro anticipado y en caso de viudez. De acuerdo con la distribución de la población son pocas las personas que hasta el momento se han pensionado por vejez. Gráficamente la distribución de esta población coincide con la distribución de los años persona vividos expuestos en el apartado 6.1.2.

9.3.1.1.2. Población de mujeres del sector de pensionados activos

Derivada de la simulación de la dinámica de la población de mujeres del sector de pensionados activos en la gráfica 9.20 se presentan la estructura por edad de 2008 a 2014. La población ha ido aumentando a través de los años, sin embargo, entre los 50 y 60 años se observa una mayor cantidad de pensionados. En general, esta población se concentra en edades jóvenes, la mayoría de las pensiones que se otorgan en este sector es por viudez. Gráficamente la distribución de esta población coincide con la del apartado 6.1.2.

Gráfica 9.20 . Modelación de la población de mujeres del sector de pensionados activos

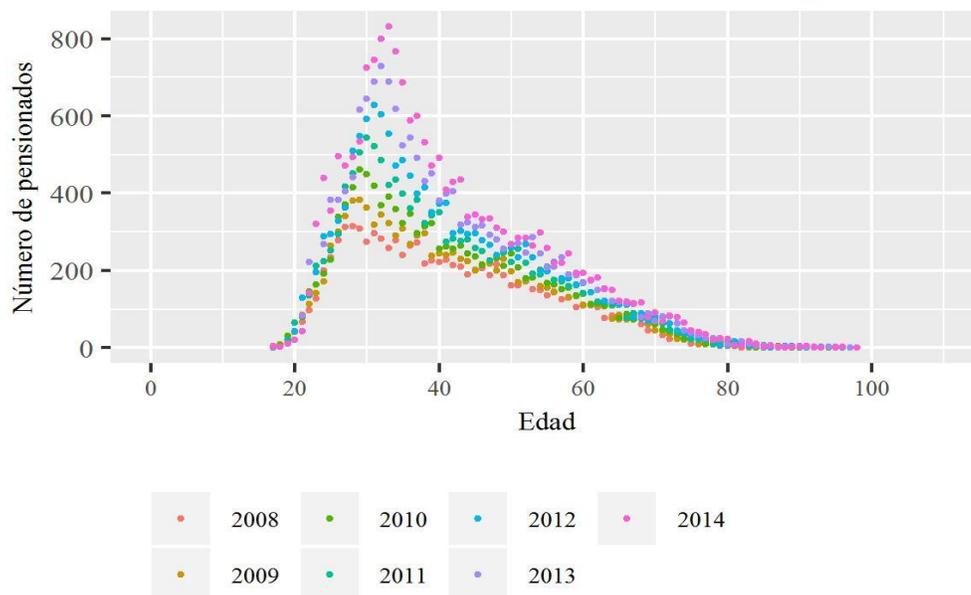


Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9.3.1.1.3. Población de hombres del sector de pensionados incapacitados

Derivada de la simulación de la dinámica de la población de hombres del sector de pensionados incapacitados en la gráfica 9.21 se presentan la estructura por edad de 2008 a 2014. La población ha ido aumentando a través de los años, alrededor de la edad 30 se presentan una mayor cantidad de pensionados en comparación con otras edades. Sin embargo, la población hay una mayor cantidad de pensionados de entre 30 y 50 años, son pocos los pensionados que tienen edades avanzadas. Gráficamente la distribución de esta población coincide con la del apartado 6.1.2.

Gráfica 9.21 . Modelación de la población de hombres del sector de pensionados incapacitados

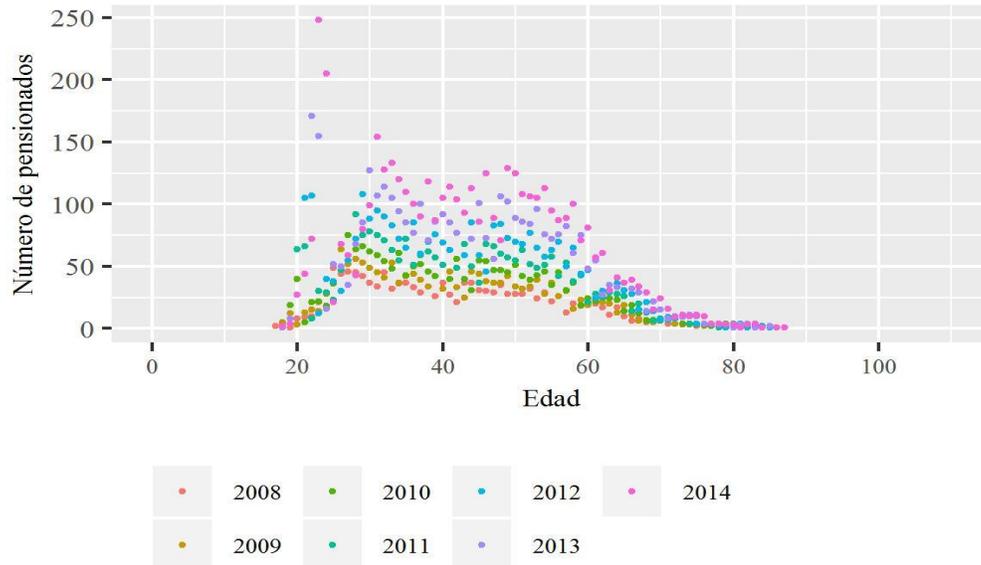


Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9.3.1.1.4. Población de mujeres del sector de pensionados incapacitados

Derivada de la simulación de la dinámica de la población de mujeres del sector de pensionados incapacitados en la gráfica 9.22 se presentan la estructura por edad de 2008 a 2014. La población ha ido aumentando a través de los años, alrededor de la edad 20 se presentan una mayor cantidad de pensionados en comparación con otras edades. Sin embargo, la población se concentra entre los 30 y 55 años. Hay una menor cantidad de pensionados mayores de 60 años. Gráficamente la distribución de esta población coincide con la del apartado 6.1.2.

Gráfica 9.22 . Modelación de la población de mujeres del sector de pensionados incapacitados

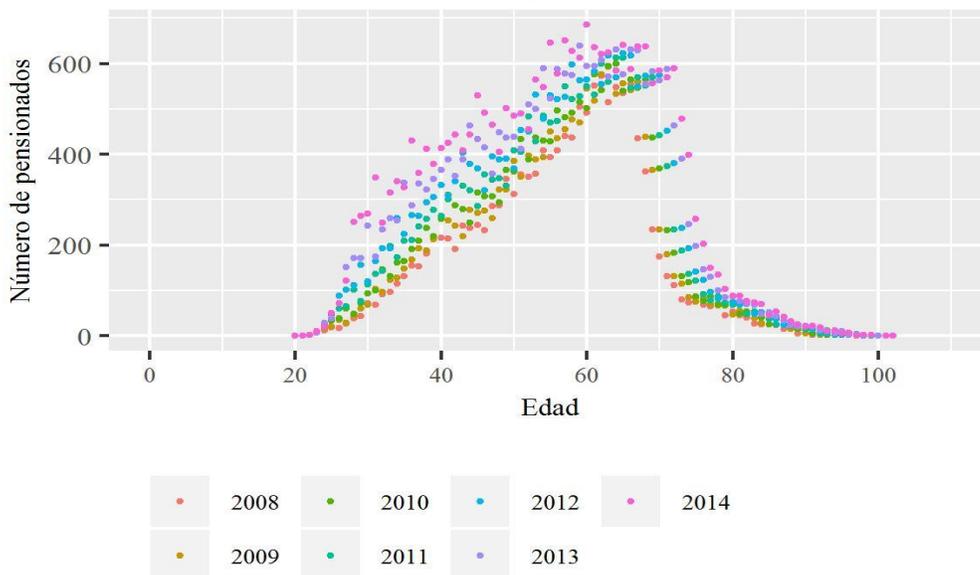


Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9.3.1.1.5. Población de hombres del sector de pensionados inválidos

Derivada de la simulación de la dinámica de la población de hombres del sector de pensionados inválidos en la gráfica 9.23 se presentan la estructura por edad de 2008 a 2014.

Gráfica 9.23 . Modelación de la población de hombres del sector de pensionados inválidos



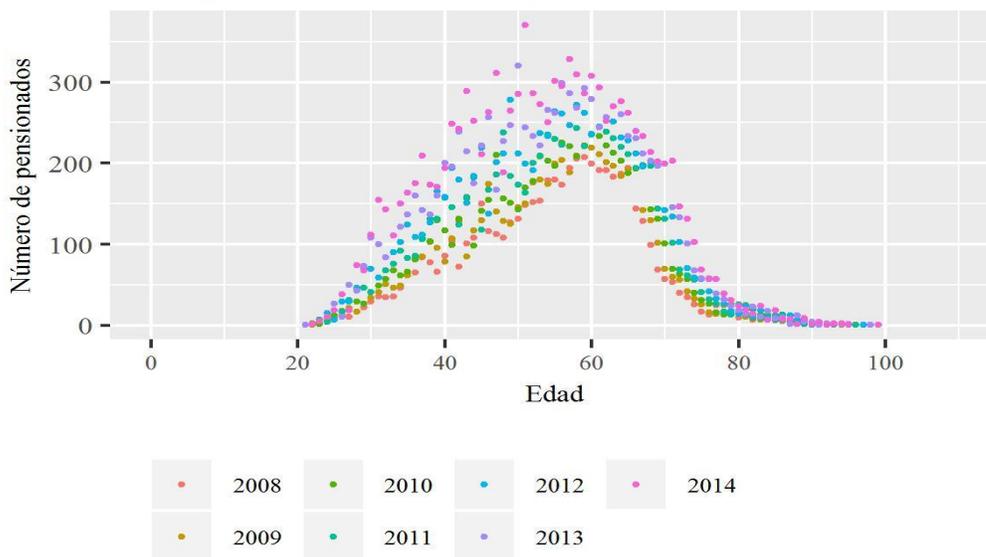
Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

La población ha ido aumentando a través de los años, entre los 55 y 65 años se presenta una mayor cantidad de pensionados en comparación con otras edades. La población está más cargada en edades jóvenes, hay una menor cantidad de pensionados con edades mayores a 70 años. Gráficamente la distribución de esta población coincide con la del apartado 6.1.2.

9.3.1.1.6. Población de mujeres del sector de pensionados inválidos

Derivada de la simulación de la dinámica de la población de mujeres del sector de pensionados inválidos en la gráfica 9.24 se presentan su estructura por edad de 2008 a 2014. La población ha ido aumentando a través de los años, entre los 50 y 60 años se presenta una mayor cantidad de pensionados en comparación con otras edades. En general, la población se concentra entre los 40 y 60 años, hay una menor cantidad de pensionados con edades mayores a 70 años Gráficamente la distribución de esta población coincide con la del apartado 6.1.2.

Gráfica 9.24 . Modelación de la población de mujeres del sector de pensionados inválidos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9.3.1.2. Probabilidades estimadas mediante la modelación basada en agentes

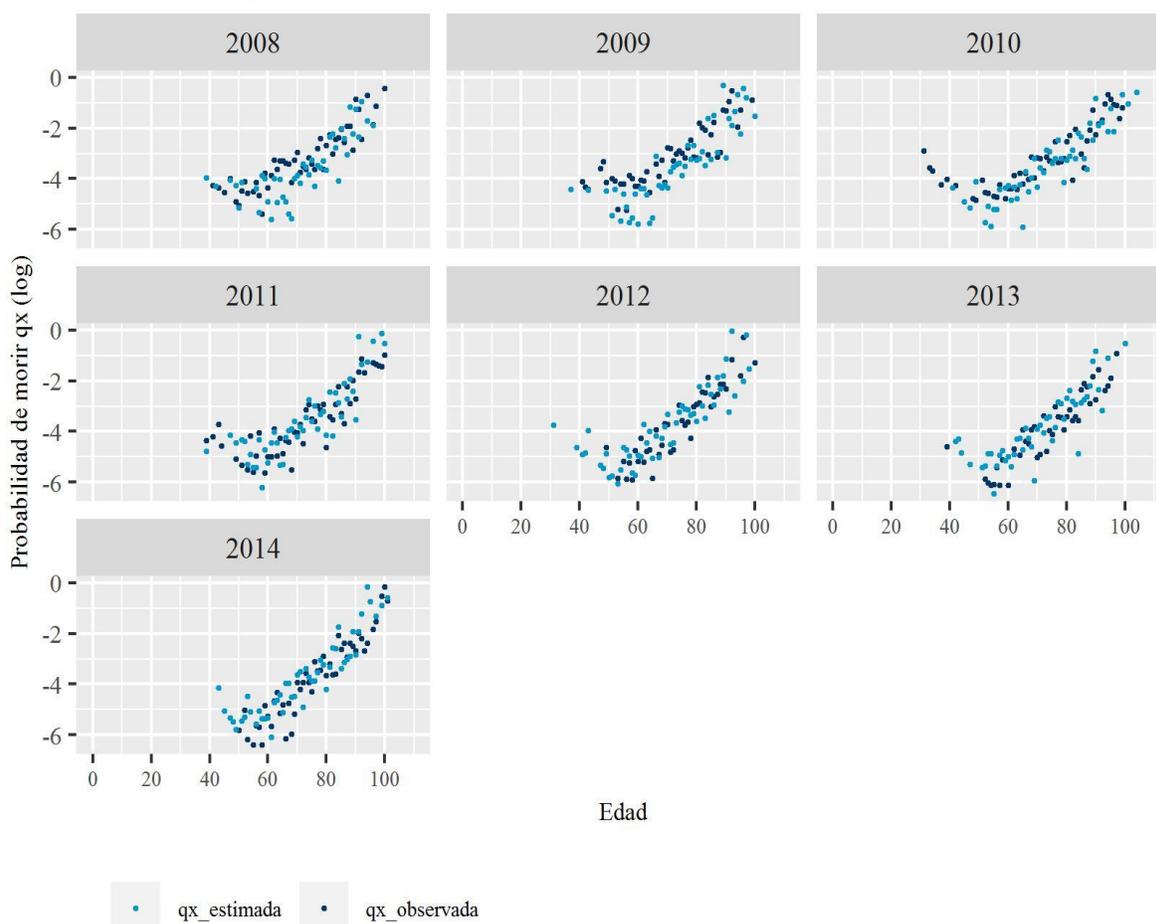
Mediante la simulación de la dinámica de cada una de las poblaciones de pensionados, se obtuvo el número de defunciones y el número de sobrevivientes por edad y por año calendario.

De manera que, con estos datos y de acuerdo con el procedimiento señalado en el apartado 6 (ver Tablas de vida empíricas) se calcularon las tasas de mortalidad específicas, y a partir de éstas, se obtuvieron las probabilidades de muerte por edad y para cada año. A continuación, se presentan los resultados obtenidos.

9.3.1.2.1. Población de hombres del sector de pensionados activos

En la gráfica 9.25 se presenta el ajuste de las probabilidades de muerte obtenidas mediante la simulación de la población de hombres del sector de pensionados activos respecto a las probabilidades observadas. Las probabilidades de muerte obtenidas mediante la modelación basada en agentes consideran la dispersión que se encuentra tanto en las edades jóvenes, como en las edades más envejecidas. De manera que, en general, se observa un ajuste adecuado.

Gráfica 9.25. Modelación basada en agentes para la estimación de las probabilidades de muerte de la población de hombres del sector de pensionados activos



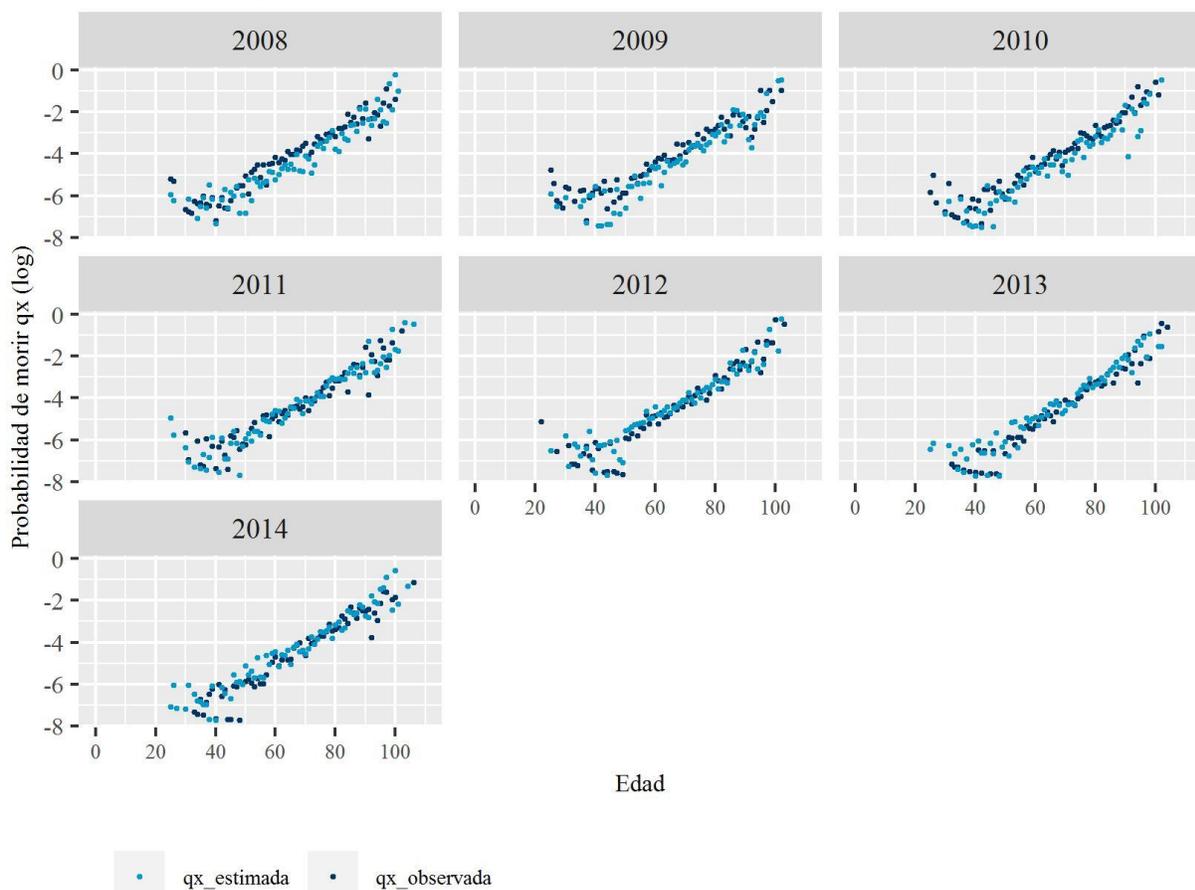
Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

De 2008 a 2010 se observa una ligera subestimación de las probabilidades de muerte, en 2008 entre 50 y 70 años, así como, alrededor de los 100 años; en 2009 entre los 40 y 70 años, y finalmente, en 2010 entre los 30 y 40 años. A partir de 2011 el ajuste es mejor, aunque en las edades más jóvenes y en las más avanzadas se observa una ligera sobreestimación de las probabilidades de muerte.

9.3.1.2.2. Población de mujeres del sector de pensionados activos

En la gráfica 9.26 se presenta el ajuste de las probabilidades de muerte obtenidas mediante la simulación de la población de mujeres del sector de pensionados activos respecto a las probabilidades observadas. Las probabilidades de muerte obtenidas mediante la modelación basada en agentes consideran la dispersión que se encuentra tanto en las primeras edades como en las últimas.

Gráfica 9.26. Modelación basada en agentes para la estimación de las probabilidades de muerte de la población de mujeres del sector de pensionados activos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

En general, se observa un ajuste adecuado. De 2008 a 2010 existe una ligera subestimación de las probabilidades de muerte, en 2008 alrededor de 25 años y entre 50 y 75 años; en 2009 y 2010 entre 20 y 80 años. A partir de 2011 el ajuste de las probabilidades de muerte es mucho mejor, aunque en las edades más jóvenes se presenta una ligera sobreestimación de las probabilidades.

9.3.1.2.3. Población de hombres del sector de pensionados incapacitados

En la gráfica 9.27 se presenta el ajuste de las probabilidades de muerte obtenidas mediante la simulación de la dinámica de la población de hombres del sector de pensionados incapacitados respecto a las probabilidades observadas. Como se ha mencionado anteriormente esta población tiene pocos registros de defunciones, por lo cual, a lo largo de las edades existe dispersión en las probabilidades de muerte.

Gráfica 9.27. Modelación basada en agentes para la estimación de las probabilidades de muerte de la población de hombres del sector de pensionados incapacitados



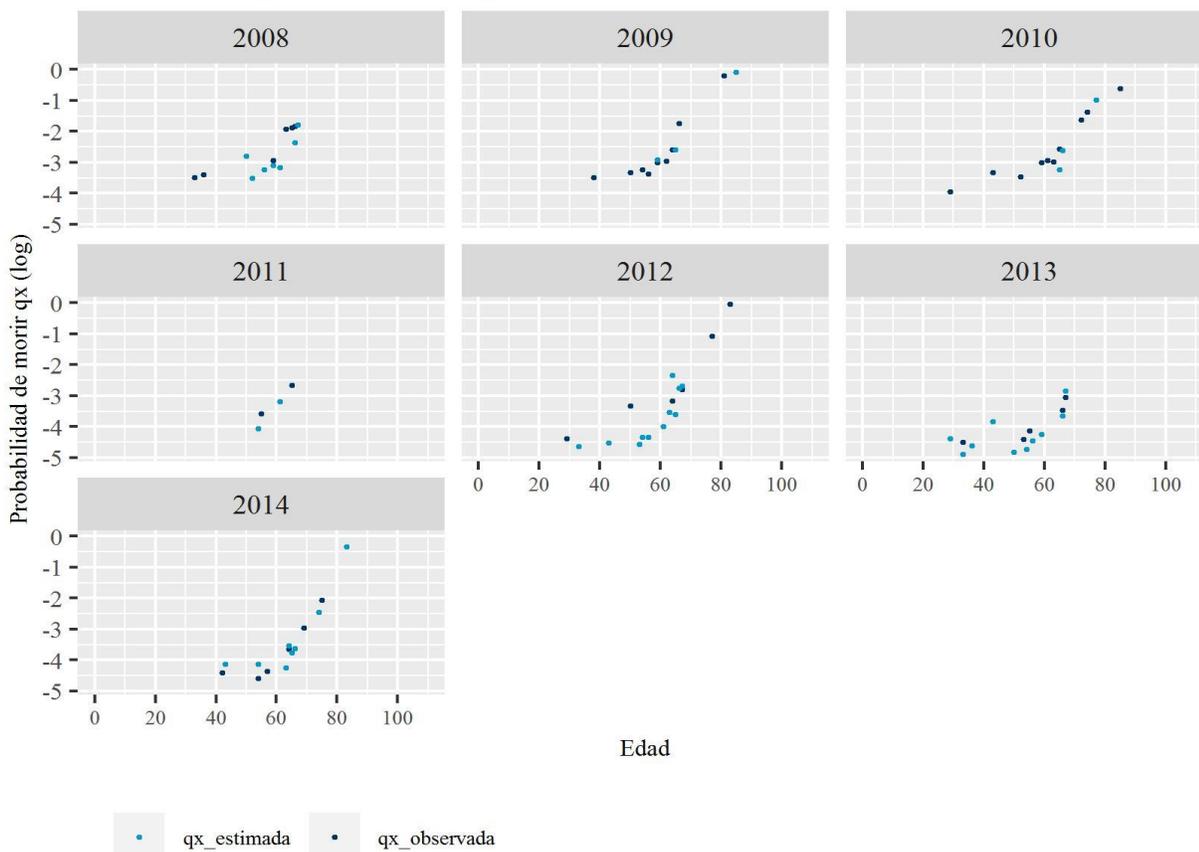
Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

Mediante la modelación basada en agentes fue posible simular la dinámica de la población y considerar dicha dispersión. En 2008 y 2009 algunas edades entre 27 y 70 años y particularmente, en 2009, alrededor de los 80 años se presenta una ligera subestimación de las probabilidades de muerte. A partir de 2010 el ajuste es mejor, aunque en edades avanzadas se observa una ligera sobreestimación de dichas probabilidades.

9.3.1.2.4. Población de mujeres del sector de pensionados incapacitados

En la gráfica 9.28 se presenta el ajuste de las probabilidades de muerte obtenidas mediante la simulación de la dinámica de la población de mujeres del sector de pensionados incapacitados respecto a las probabilidades observadas. Esta población ha presentado escasos registros de defunciones, de manera que, a lo largo de las edades existe dispersión en las probabilidades de muerte. Mediante la modelación basada en agentes fue posible considerar dicha dispersión.

Gráfica 9.28. Modelación basada en agentes para la estimación de las probabilidades de muerte de la población de mujeres del sector de pensionados incapacitados



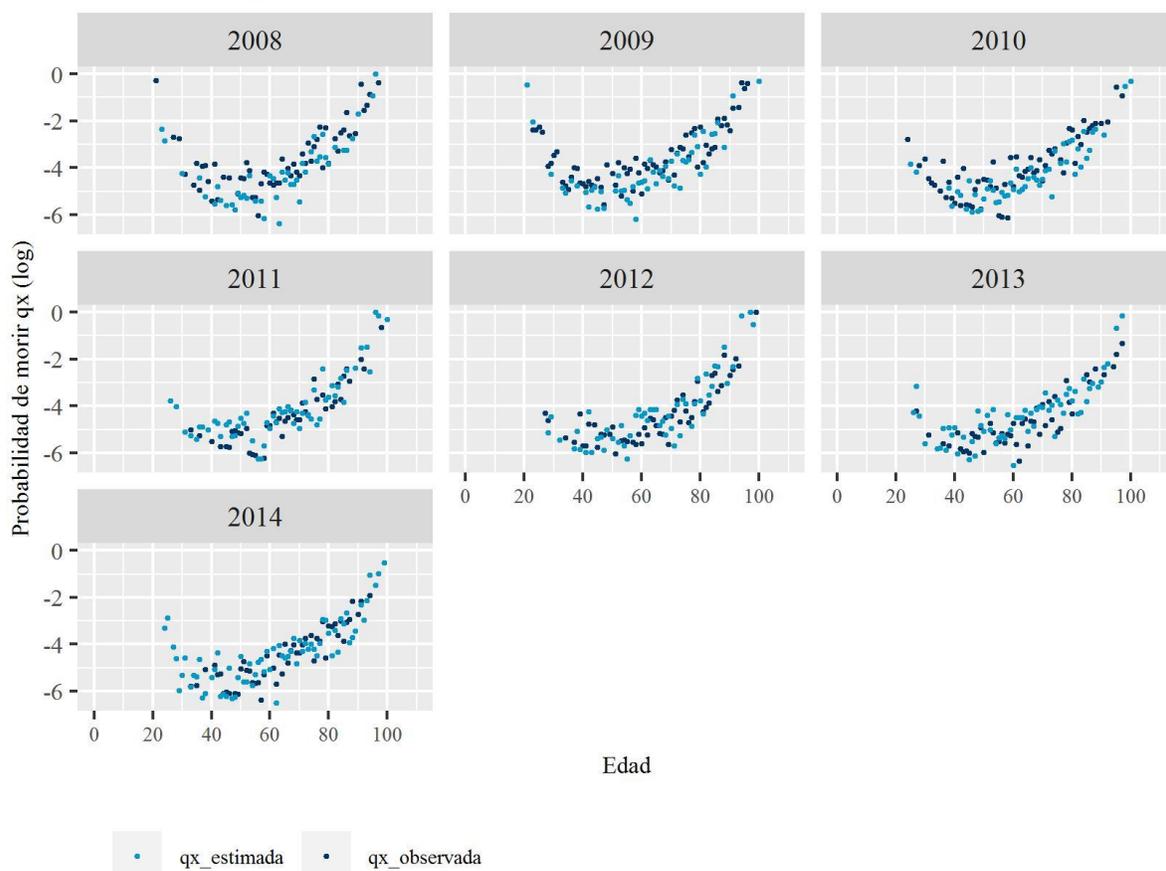
Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

El ajuste en general es adecuado, sin embargo, en 2008 y 2009 algunas edades entre 27 y 70 años y en 2009 alrededor de los 80 años se presenta una ligera subestimación de las probabilidades de muerte. A partir de 2010 el ajuste es mejor, aunque en edades avanzadas se observa una ligera sobreestimación de dichas probabilidades de muerte.

9.3.1.2.5. Población de hombres del sector de pensionados inválidos

En la gráfica 9.29 se presenta el ajuste de las probabilidades de muerte obtenidas mediante la simulación de la dinámica de la población de hombres del sector de pensionados inválidos respecto a las probabilidades observadas. El ajuste en general es apropiado, la modelación basada en agentes permite considerar la dispersión de las probabilidades de muerte empíricas que presenta esta población.

Gráfica 9.29 Modelación basada en agentes para la estimación de las probabilidades de muerte de la población de hombres del sector de pensionados inválidos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

Cabe señalar, que de 2008 a 2010 se observa una ligera subestimación en algunas edades entre 40 y 70 años, asimismo en 2014 sobresale la presencia de probabilidades de muerte entre 20 y 30 años y entre 80 y 85 años.

9.3.1.2.6. Población de mujeres del sector de pensionados inválidos

En la gráfica 9.30 se presenta el ajuste de las probabilidades de muerte obtenidas mediante la simulación de la dinámica de la población de mujeres del sector de pensionados inválidos respecto a las probabilidades observadas. Mediante la modelación basada en agentes fue posible considerar la dispersión que las probabilidades de muerte de esta población. Algunos años presentan un mejor ajuste que otros, sin embargo, en general la estimación es adecuada. En 2009 y 2010 sobresale una ligera subestimación de las probabilidades de morir entre 40 y 80 años. Asimismo, en 2014 destaca la estimación las probabilidades de morir entre 20 y 30 años y después de los 80 años, las cuales no se tienen en las probabilidades observadas.

Gráfica 9.30. Modelación basada en agentes para la estimación de las probabilidades de muerte de la población de mujeres del sector de pensionados inválidos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9.3.2. Proyección de la mortalidad de la población de pensionados a 2050

9.3.2.1. Estructura de la población a 2050

Una vez que los modelos de simulación de la dinámica de la población replicaron la dinámica presentada por cada una de las poblaciones de pensionados en los años de observación (escenario base) es posible extrapolar las tendencias de los modelos hacia años futuros y conocer si la dinámica de las poblaciones de los siguientes años mantiene o emergen nuevos patrones dadas las condiciones que hasta el momento han presentado.

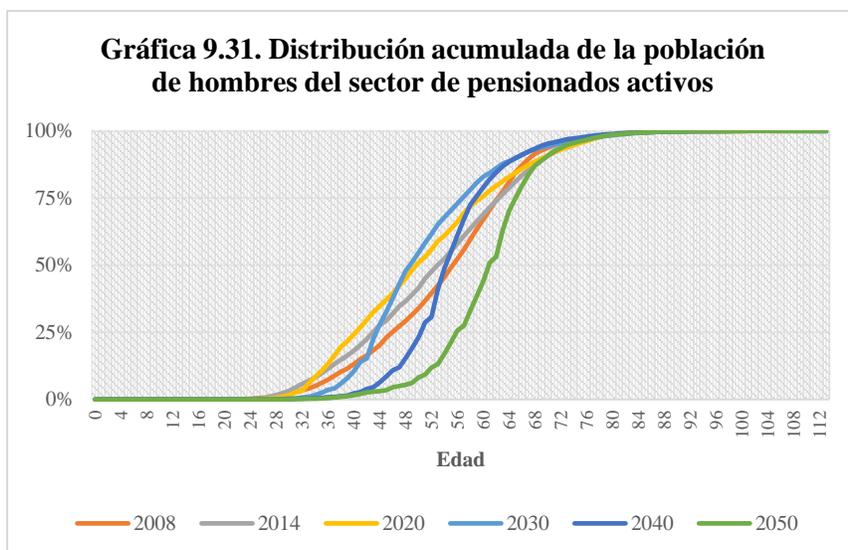
Aunque es posible implementar escenarios del tipo “¿qué pasa si?” estableciendo nuevas condiciones de entrada o salida para los años de proyección, en este trabajo sólo se analizaron los patrones que resultaron considerando las tendencias de las condiciones iniciales. A continuación, se presentan los resultados de los modelos para los años de proyección.

9.3.2.1.1. Población de hombres del sector de pensionados activos

En la gráfica 9.31 se muestran los resultados de la modelación de la dinámica de la población de hombres del sector de pensionados activos para los años 2008, 2016, 2020, 2030, 2040 y 2050. A lo largo de los años la edad en la que se concentra la población se ha ido desplazando ligeramente hacia edades más avanzadas. En 2008, cincuenta por ciento¹² de la población se concentró entre edades de 52 a 70, para 2014, se situó entre edades de 54 a 67. Manteniendo los promedios de entrada y salida se estima que la mitad de la población se encuentre entre las edades de 56 a 66 para 2020, de 59 a 69 para 2030, de 62 a 73 para 2040 y de 65 a 76 para 2050.

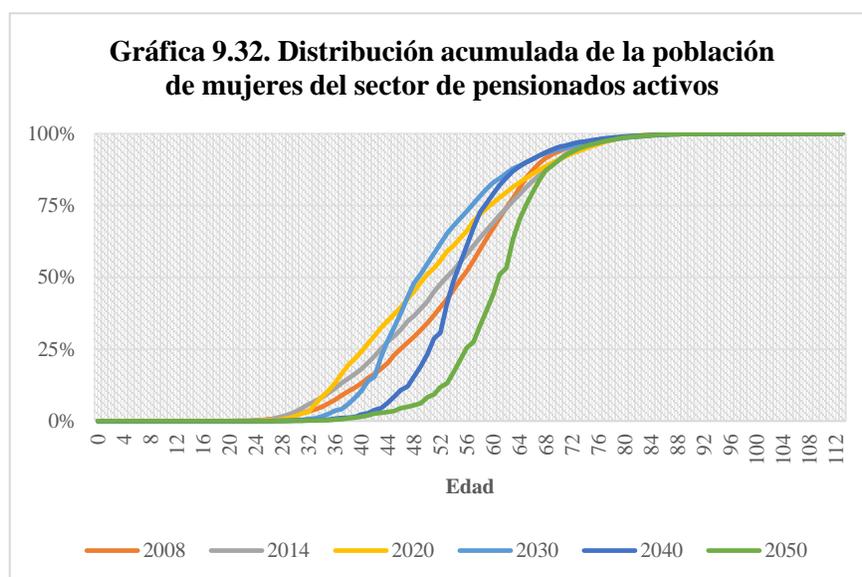
Con respecto a la población más envejecida, en 2008 cinco por ciento de la población tuvo 82 y más años, para 2014, 81 y más años. La tendencia en los años de proyección estimó que ese cinco por ciento comprendería a partir de 79 años para 2020 y 2030, de 82 años para 2040 y de 86 años para 2050. En síntesis, con el tiempo esta población será cada vez más envejecida.

¹² El cincuenta por ciento de la población al que se hace referencia es el que se encuentra concentrado entre el primer (25%) y tercer (75%) cuartil de la distribución.



9.3.2.1.2. Población de mujeres del sector de pensionados activos

En la gráfica 9.32 se muestran los resultados de la modelación de la dinámica de la población de mujeres del sector de pensionados activos para los años 2008, 2014, 2020, 2030, 2040 y 2050. A lo largo de los años la edad en la que se concentra la población se ha extendido ligeramente hacia edades más avanzadas.

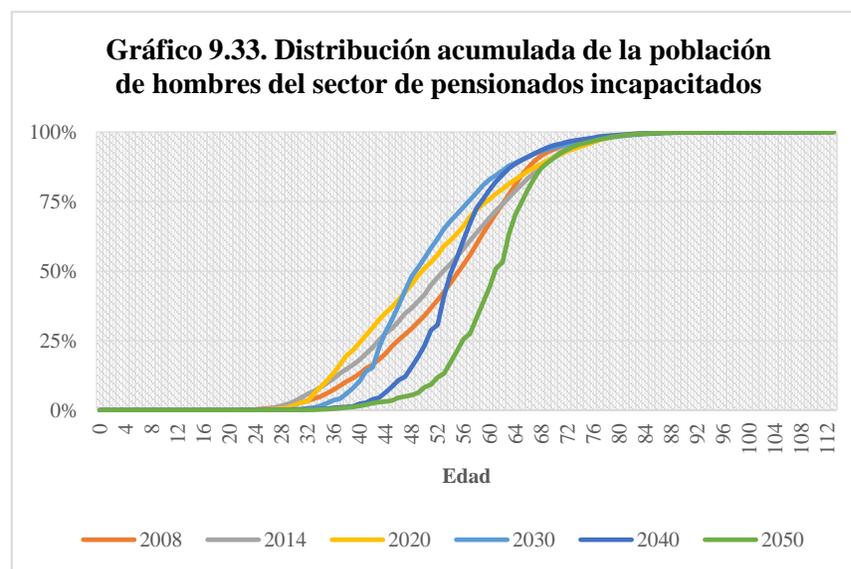


En 2008, cincuenta por ciento¹³ de la población se concentró entre edades de 41 a 60, para 2014, se situó entre edades de 41 a 62. Manteniendo los promedios de entrada y salida se estima que la mitad de la población se encuentre entre las edades de 40 a 63 para 2020, de 41 a 64 para 2030, de 46 a 64 para 2040 y de 52 a 65 para 2050. De manera que la concentración de la población se comprime y se desplaza hacia edades más avanzadas.

Con respecto a la población más envejecida, en 2008 cinco por ciento de la población tuvo 75 y más años, para 2014, 76 y más años. La tendencia en los años de proyección estimó que ese cinco por ciento comprendería a partir de 77 años para 2020, de 80 para 2030, de 81 años para 2040 y de 82 años para 2050. En síntesis, con el tiempo esta población será cada vez más envejecida. Sin embargo, no tanto como la de los hombres.

9.3.2.1.3. Población de hombres del sector de pensionados incapacitados

En la gráfica 9.33 se muestran los resultados de la modelación de la dinámica de la población de hombres del sector de pensionados incapacitados para los años 2008, 2014, 2020, 2030, 2040 y 2050. A lo largo de los años la edad en la que se concentra la población se ha ido desplazando ligeramente hacia edades más avanzadas.



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

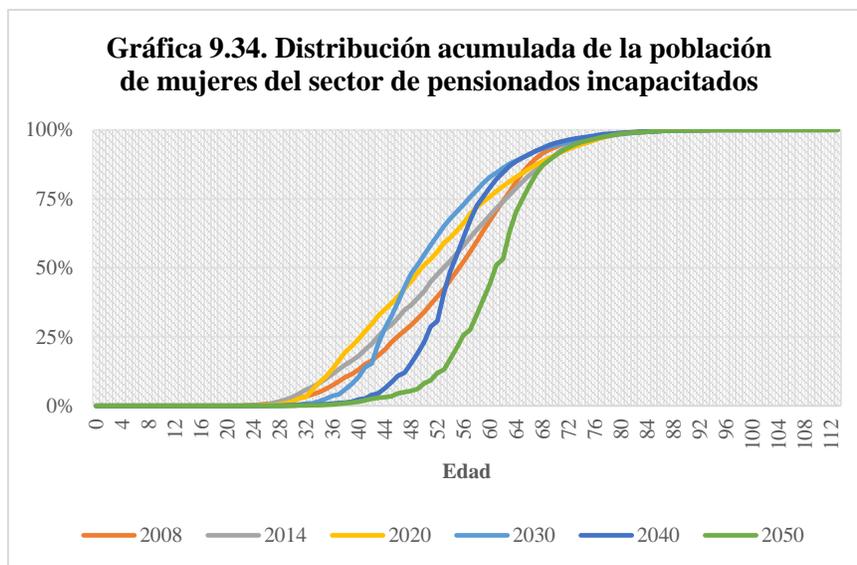
¹³ El cincuenta por ciento de la población al que se hace referencia es el que se encuentra concentrado entre el primer (25%) y tercer (75%) cuartil de la distribución.

En 2008, cincuenta por ciento¹⁴ de la población se concentró entre edades de 31 a 50, para 2014, se sitió entre edades de 31 a 48. Conservando los promedios de entrada y salida se estima que la mitad de la población se encuentre entre las edades de 33 a 48 para 2020, de 40 a 50 para 2030, de 49 a 58 para 2040 y de 55 a 65 para 2050.

Con respecto a la población más envejecida, en 2008 cinco por ciento de la población tuvo 66 y más años, para 2014, 67 y más años. La tendencia en los años de proyección estimó que ese cinco por ciento comprendería a partir de 67 años para 2020, de 69 para 2030, de 72 años para 2040 y de 76 años para 2050. En síntesis, con el tiempo esta población será cada vez más envejecida.

9.3.2.1.4. Población de mujeres del sector de pensionado incapacitados

En la gráfica 9.34 se muestran los resultados de la modelación de la dinámica de la población de mujeres del sector de pensionados incapacitados para los años 2008, 2014, 2020, 2030, 2040 y 2050. A lo largo de los años la edad en la que se concentra la población se ha ido desplazando ligeramente hacia edades más avanzadas. En 2008, cincuenta por ciento¹⁵ de la población se concentró entre edades de 30 a 50, para 2014, se sitió entre edades de 32 a 52.



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

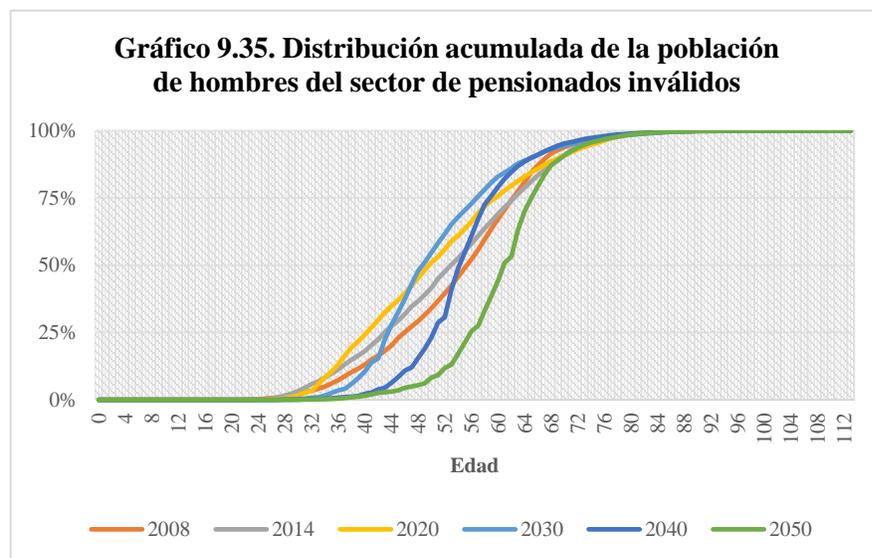
¹⁴ Ídem.

¹⁵ Ídem.

Manteniendo los promedios de entrada y salida se estima que la mitad de la población se encuentre entre las edades de 36 a 55 para 2020, de 45 a 59 para 2030, de 50 a 62 para 2040 y de 59 a 67 para 2050. Con respecto a la población más envejecida, en 2008 cinco por ciento de la población tuvo 65 y más años, para 2014, 66 y más años. La tendencia en los años de proyección estimó que ese cinco por ciento comprendería a partir de 66 años para 2020, de 70 para 2030, de 73 años para 2040 y de 76 años para 2050. En síntesis, con el tiempo esta población será cada vez más envejecida.

9.3.2.1.5. Población de hombres del sector de pensionados inválidos

En la gráfica 9.35 se muestran los resultados de la modelación de la dinámica de la población de hombres del sector de pensionados incapacitados para los años 2008, 2014, 2020, 2030, 2040 y 2050. A lo largo de los años la edad en la que se concentra la población se ha ido desplazando ligeramente hacia edades más avanzadas. En 2008, cincuenta por ciento¹⁶ de la población se concentró entre edades de 48 a 63, para 2014, se situó entre edades de 44 a 65. Conservando los promedios de entrada y salida se estima que la mitad de la población se encuentre entre las edades de 37 a 63 para 2020, de 41 a 54 para 2030, de 48 a 56 para 2040 y de 54 a 63 para 2050.



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

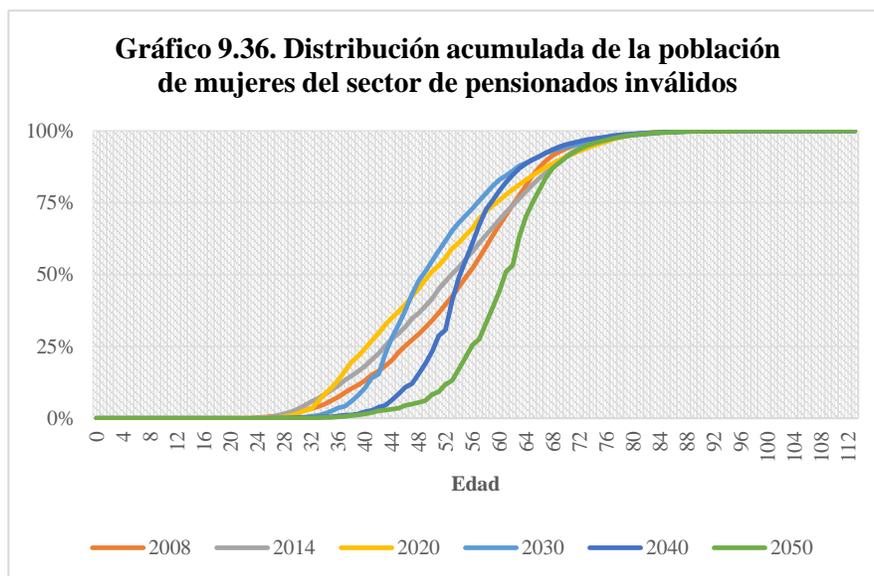
¹⁶ Ídem.

Con respecto a la población más envejecida, en 2008 cinco por ciento de la población tuvo 74 y más años, para 2014, 76 y más años. La tendencia en los años de proyección estimó que ese cinco por ciento comprendería a partir de 79 años para 2020 y 2030, de 73 años para 2040 y 2050. En síntesis, con el tiempo esta población será cada vez más envejecida.

9.3.2.1.6. Población de mujeres del sector de pensionados inválidos

En la gráfica 9.36 se muestran los resultados de la modelación de la dinámica de la población de mujeres del sector de pensionados inválidos para los años 2008, 2014, 2020, 2030, 2040 y 2050. A lo largo de los años la edad en la que se concentra la población se ha ido desplazando ligeramente hacia edades más avanzadas. En 2008, cincuenta por ciento¹⁷ de la población se concentró entre edades de 46 a 62, para 2014, se situó entre edades de 43 a 62. Manteniendo los promedios de entrada y salida se estima que la mitad de la población se encuentre entre las edades de 41 a 59 para 2020, de 44 a 56 para 2030, de 51 a 58 para 2040 y de 56 a 64 para 2050.

Con respecto a la población más envejecida, en 2008 cinco por ciento de la población tuvo 72 y más años, para 2014, 73 y más años. La tendencia en los años de proyección estimó que ese cinco por ciento comprendería a partir de 75 años para 2020, de 71 para 2030, de 70 años para 2040 y de 74 años para 2050. En síntesis, con el tiempo esta población será cada vez más envejecida.



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

¹⁷ Ídem.

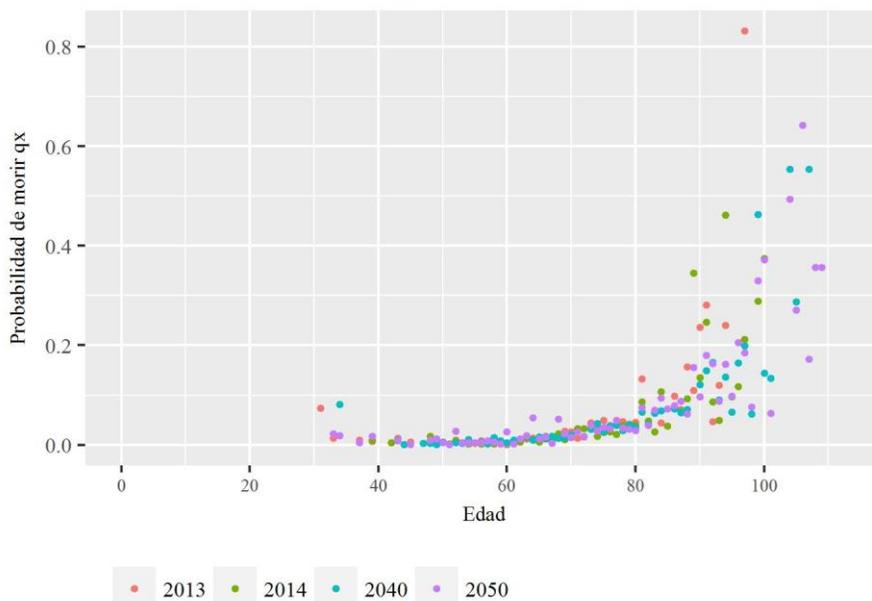
9.3.2.2. Proyección de las probabilidades de muerte de la población de pensionados a 2050

A partir de la dinámica estimada para cada una de las poblaciones de pensionados del periodo que comprende 2015 a 2050, es posible obtener el número de defunciones y el número de sobrevivientes de cada año de proyección. De manera que, con estos elementos se calcularon las tasas de mortalidad específicas y las probabilidades de morir por edad y por año. Cabe señalar que, uno de los componentes para el cálculo de probabilidades es el factor de separación a_x . Tanto para la construcción de las probabilidades empíricas, como para las resultantes se ocupó el a_x promedio observado de 2008 a 2014 de cada edad. A continuación, se presentan los resultados obtenidos para cada población.

9.3.2.2.1. Población de hombres del sector de pensionados activos

De acuerdo con el apartado anterior (ver 9.3.2.1.1 Estructura de la población a 2050) se estima que para 2050 la población se concentre entre 65 y 76 años, este desplazamiento tendrá un efecto en la mortalidad. En la gráfica 9.37 se presentan las probabilidades de la población de hombres del sector de pensionados activos estimadas mediante modelación basada en agentes para los años 2020, 2030, 2040 y 2050 comparadas con los años 2013 y 2014 que corresponden al escenario base.

Gráfica 9.37. Modelación basada en agentes para la estimación de las probabilidades de muerte de la población de hombres del sector de pensionados activos



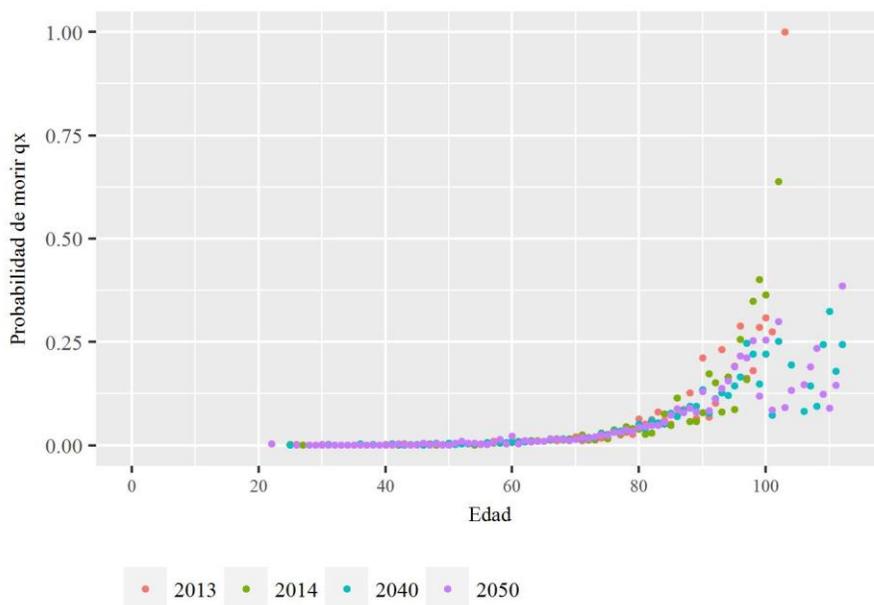
Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

En esta gráfica se aprecia que entre los 30 y 50 años se mantiene la dispersión de las probabilidades, entre la edad 51 y 70 se conservan los niveles de mortalidad observados en años anteriores. Sin embargo, a partir de los 70 años la dispersión de las probabilidades comienza a disminuir, particularmente, entre los 90 y 99 años es más evidente la concentración de probabilidades menores a 0.2. Además, emergen las probabilidades de la población mayor a 100 años, las cuales, aunque presenta cierta variación son las más altas en comparación con las edades más jóvenes.

9.3.2.2.2. Población de mujeres del sector de pensionados activos

De acuerdo con el apartado anterior (ver 9.3.2.1.2 Estructura de la población a 2050) se estima que para 2050 la población se concentre entre 52 a 65 años, este desplazamiento tendrá un efecto en la mortalidad. En la gráfica 9.38 se presentan las probabilidades de la población de mujeres del sector de pensionados activos estimadas mediante modelación basada en agentes para los años 2040 y 2050 comparadas con los años 2013 y 2014 que corresponden al escenario base. En esta gráfica se aprecia que entre los 20 a 69 años se mantienen los niveles de mortalidad observados en años anteriores. Sin embargo, a partir de los 70 años la dispersión de las probabilidades comienza a disminuir, de manera que las de edades menores a 100 años se sitúan por debajo de 0.25.

Gráfica 9.38. Modelación basada en agentes para la estimación de las probabilidades de muerte de la población de mujeres del sector de pensionados activos



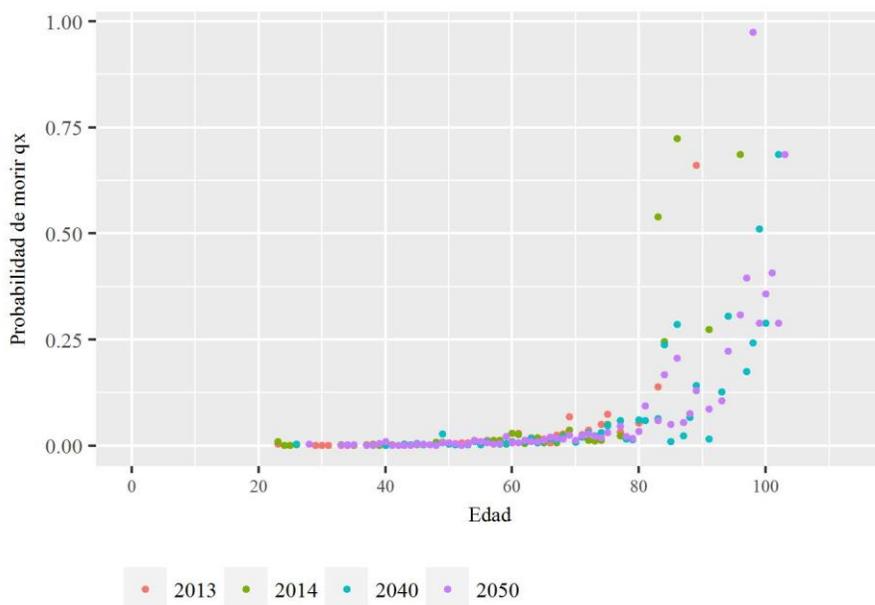
Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

Cabe señalar, que la población mayor a 100 años manifiesta mayor participación en la mortalidad, sin embargo, al ser poca la población que se encuentra en este rango de edad presenta dispersión en las probabilidades de morir.

9.3.2.2.3. Población de hombres del sector de pensionados incapacitados

De acuerdo con el apartado anterior (ver 9.3.2.1.3 Estructura de la población a 2050) se estima que para 2050 la población se concentre entre 55 y 65 años, este desplazamiento tendrá un efecto en la mortalidad. En la gráfica 9.39 se presentan las probabilidades de la población de hombres del sector de pensionados incapacitados estimadas mediante modelación basada en agentes para los años 2040 y 2050 comparadas con los años 2013 y 2014 que corresponden al escenario base. En esta gráfica se aprecia que entre los 20 a 50 años se mantienen los niveles de mortalidad observados en años anteriores. Sin embargo, de 51 a 80 años se observa una menor dispersión de las probabilidades de morir. Además, surge una mayor mortalidad de los pensionados mayores a 80 cuyas probabilidades de morir presentan una tendencia creciente con la edad, pero con cierta dispersión entre una edad y otra.

Gráfica 9.39. Modelación basada en agentes para la estimación de las probabilidades de muerte de la población de hombres del sector de pensionados incapacitados



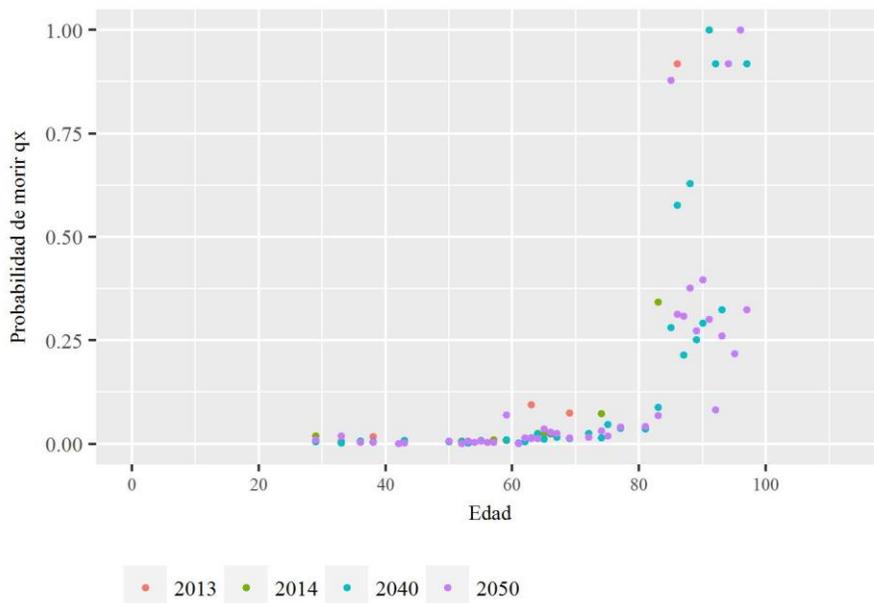
Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9.3.2.2.4. Población de mujeres del sector de pensionado incapacitados

De acuerdo con el apartado anterior (ver 9.3.2.1.4 Estructura de la población a 2050) se estima que para 2050 la población se concentre entre 59 y 67 años, este desplazamiento tendrá un efecto en la mortalidad. En la gráfica 9.40 se presentan las probabilidades de la población de mujeres del sector de pensionados incapacitados estimadas mediante modelación basada en agentes para los años 2040 y 2050 comparadas con los años 2013 y 2014 que corresponden al escenario base.

En esta gráfica se aprecia que a pesar de la escasa información que se tiene en los años de observación mediante la modelación basada en agentes fue posible realizar las estimaciones para los años siguientes. En la gráfica se observa que las probabilidades de morir se concentran entre 50 y 80 años. Además, emerge una mayor mortalidad de los pensionados de 80 años y más, aunque las probabilidades de morir presenten una tendencia creciente con la edad, también se observa gran dispersión.

Gráfica 9.40. Modelación basada en agentes para la estimación de las probabilidades de muerte de la población de mujeres del sector de pensionados incapacitados



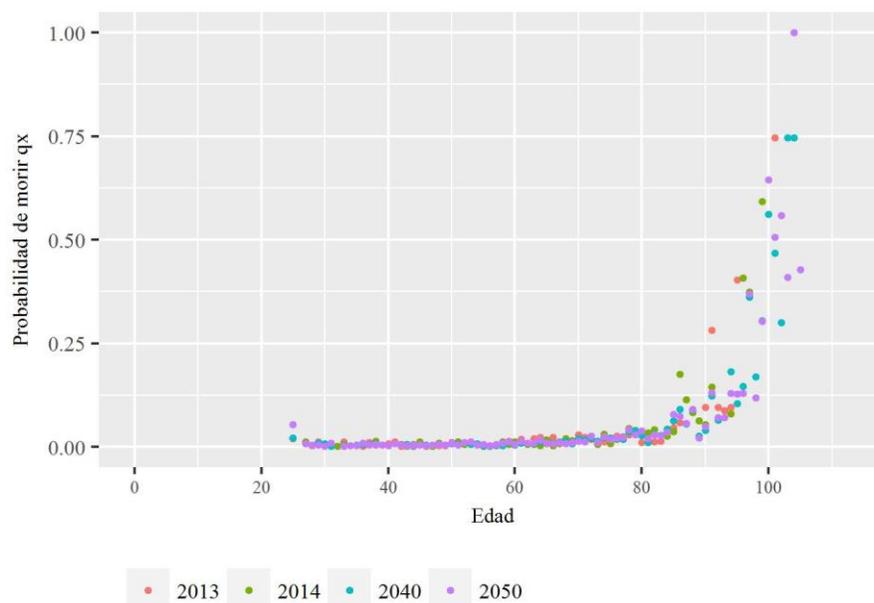
Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9.3.2.2.5. Población de hombres del sector de pensionados inválidos

De acuerdo con el apartado anterior (ver 9.3.2.1.5 Estructura de la población a 2050) se estima que para 2050 la población se concentre entre 54 a 63 años, este desplazamiento tendrá un efecto en la mortalidad. En la gráfica 9.41 se presentan las probabilidades de la población de hombres del sector de pensionados inválidos estimadas mediante modelación basada en agentes para los años 2040 y 2050 comparadas con los años 2013 y 2014 que corresponden al escenario base.

En esta gráfica se aprecia que a pesar de la escasa información que se tiene en los años de observación mediante la modelación basada en agentes fue posible realizar las estimaciones para los años siguientes. En la gráfica se observa que para 2050, de los 27 hasta los 90 años disminuye la dispersión de las probabilidades de morir que en años anteriores se había observado, de manera que se presenta una tendencia creciente más estable a lo largo de este rango de edad. Sin embargo, a partir de los 91 años la dispersión de las probabilidades aumenta e incluso emergen probabilidades por arriba de los 100 años.

Gráfica 9.41. Modelación basada en agentes para la estimación de las probabilidades de muerte de la población de hombres del sector de pensionados inválidos



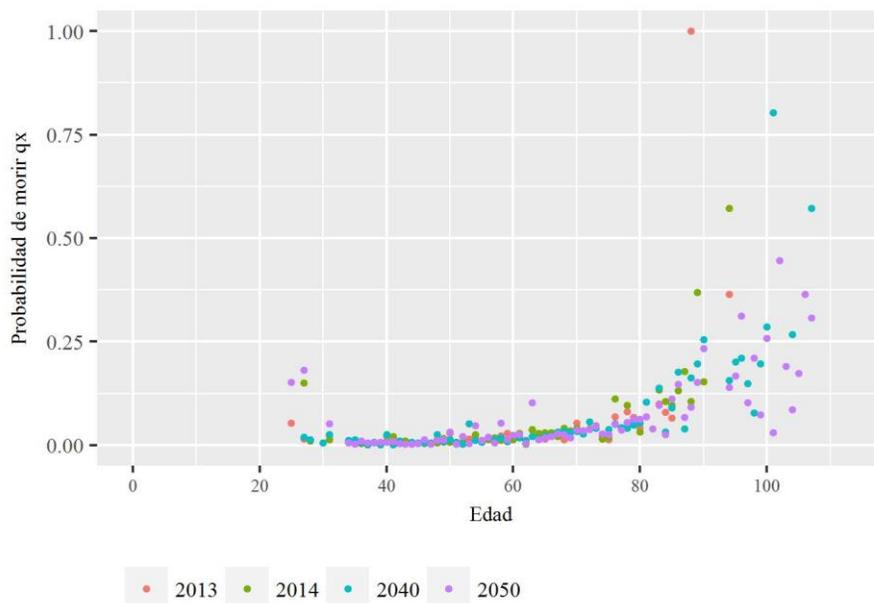
Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

9.3.2.2.6. Población de mujeres del sector de pensionados inválidos

De acuerdo con el apartado anterior (ver 9.3.2.1.6 Estructura de la población a 2050) se estima que para 2050 la población se concentre entre 56 y 64 años, este desplazamiento tendrá un efecto en la mortalidad. En la gráfica 9.41 se presentan las probabilidades de la población de mujeres del sector de pensionados inválidos estimadas mediante modelación basada en agentes para los años 2040 y 2050 comparadas con los años 2013 y 2014 que corresponden al escenario base.

En esta gráfica se observa que para 2050, a partir de la edad 35 las probabilidades de morir, aunque, presentan dispersión, ésta es menor en comparación con los años anteriores. De manera que su tendencia creciente se va regulando con el tiempo. Cabe señalar que, entre los 80 y 90 años, la reducción de la dispersión es más evidente, al concentrar sus probabilidades por debajo de 0.35. Por otro lado, emerge la mortalidad de la población mayor a 100 años.

Gráfica 9.42. Modelación basada en agentes para la estimación de las probabilidades de muerte de la población de mujeres del sector de pensionados inválidos



Fuente: Cálculos propios con base en la información del SESA Rentas Vitalicias. (AMIS, 2015)

CONCLUSIONES

El análisis y estimación de la mortalidad de la población de pensionados comprendidos en el seguro de pensiones derivado de las leyes de seguridad social, resulta pertinente porque tiene implicaciones financieras de importancia para la estabilidad económica del país. Actualmente, el comité 81 de la ley del SAR establece las tablas de vida a partir de las cuales se fijan los precios de las rentas vitalicias, y se constituyen las reservas para el pago de obligaciones futuras. A partir de 2009, las aseguradoras pueden usar tablas de vida propias para fijar los precios. Lo cual, hace relevante la aplicación de metodologías para la estimación y proyección de la mortalidad.

Las metodologías comúnmente empleadas para la modelación de la mortalidad consisten en el suavizamiento de las tasas de mortalidad mediante una función matemática. Con el tiempo y con la adopción de métodos probabilísticos se ha considerado el componente de variabilidad inherente al fenómeno. Sin embargo, estos métodos siguen minimizando la variación que se presenta, usualmente se establecen intervalos de confianza, pero cuando hay demasiada volatilidad de las probabilidades dichos intervalos resultan muy amplios. Por lo cual, el objetivo de este trabajo es proponer un modelo que considerará la variabilidad que suele presentarse en las probabilidades de muerte, sobre todo cuando se tiene escasa ocurrencia del evento.

Para realizar el análisis de la mortalidad de estos seguros de pensiones se utilizó la información que concentra el Sistema Estadístico del Sector Asegurador de Rentas Vitalicias, específicamente para el periodo que comprende de 2008 a 2014. La información consiste en bases de datos en los cuales está registrada la población vigente, así como los registros de defunciones de cada año. Estas bases incluyen información básica sobre los pensionados, como: fecha de nacimiento, edad al inicio de la vigencia de la póliza, inicio y término de exposición del pensionado entre otras. Además, incluye tres campos que, combinados, permiten identificar a la población de acuerdo con el tipo de pensión: incapacidad, invalidez, viudez, orfandad, ascendencia, retiro, vejez y cesantía en edad avanzada.

Cabe señalar que, en el caso de la pensión por orfandad, la base de datos de defunciones no tenía registros de muertes. Por lo cual se optó por no incluir los registros de vigor de esta pensión en el análisis. Asimismo, en el caso de la pensión por viudez, aunque existe otra causa de salida, como contraer segundas nupcias, en este trabajo sólo se consideró la salida por muerte.

Derivado de lo anterior, el análisis de la mortalidad se realizó dividiendo la población en tres sectores: 1) activos, que comprende las pensiones por viudez, ascendencia, retiro, vejez y cesantía, 2) incapacitados, e 3) inválidos. Asimismo, se diferenció por sexo en cada caso. La población de pensionados se compone por 70.5% del sector de pensionados activos, 18.7% del sector de inválidos y 10.8% del sector de incapacitados. Con respecto al sexo, en el sector de activos, sobresale la participación de mujeres, mientras que en los otros dos sectores predomina la participación de los hombres. Aunque la población de pensionados se ha ido robusteciendo con el tiempo, ha conservado las mismas proporciones. Por otro lado, las defunciones representan en promedio el 0.91% de la población expuesta en cada año. De manera que, son muy pocas las muertes que se han registrado a lo largo del periodo de observación.

A partir de la información anterior fue posible identificar el número de defunciones y la cantidad de población expuesta para cada edad. Con estos elementos es posible obtener las tasas de mortalidad específicas y calcular las probabilidades de muerte empíricas de la tabla de vida. Cabe señalar que, derivado de las fechas de nacimiento, inicio y fin de exposición que incluía la información original fue posible calcular el tiempo de exposición de los pensionados en cada edad, este tiempo se consideró para el cálculo de las probabilidades de muerte.

En los tres sectores de pensionados y en ambos sexos se observó que las probabilidades de muerte mostraban una tendencia creciente en relación con la edad, de manera que las probabilidades más altas corresponden a edades más envejecidas. Sin embargo, en cada población de pensionados las probabilidades de muerte se concentraron en rangos de edades diferentes, asimismo el grado de dispersión fue distinto.

En el periodo de observación que comprende de 2008 a 2014, el sector de pensionados activos en promedio las probabilidades de morir se concentran por debajo de 0.1 entre las edades 45 y 77 en el caso de los hombres y entre 57 y 77 en el caso de las mujeres. El mayor grado de dispersión de las probabilidades de morir se presenta a partir de 90 años hasta 104 para los hombres y hasta 106 para las mujeres. Las probabilidades máximas que se alcanzan son 0.8 y 0.9 para hombres y mujeres respectivamente.

En relación con el sector de pensionados incapacitados, las probabilidades de morir presentan una mayor dispersión sobre todo en el caso de las mujeres. Hay una mayor concentración de probabilidades de morir por debajo de 0.1 entre las edades 50 y 62 para los hombres y 41 y 65 para

las mujeres. El mayor grado de dispersión se sitúa de 70 a 96 años en el caso de los hombres, mientras que las mujeres en todo el rango de edad, de 28 a 85 años. Las probabilidades máximas que se alcanzan son 1 y 0.9 para hombres y mujeres respectivamente.

Finalmente, en el caso del sector de pensionados inválidos, las probabilidades de morir muestran una mayor concentración por debajo de 0.1 entre las edades 48 y 68 para los hombres y entre 48 y 72 para las mujeres. El mayor grado de dispersión se presenta después de los 90 en el caso los hombres y de los 80 en el caso de las mujeres. Las probabilidades máximas alcanzadas ascienden 1 tanto para hombres, como para mujeres.

En síntesis, los escasos registros de defunciones contribuyen con la dispersión que presentan las probabilidades de muerte en cada uno de los sectores de pensionados. Asimismo, tanto el rango de edad de exposición al riesgo, como las edades en las cuales ocurren las defunciones es diferente en cada sector. El sector de pensionados activos abarca un rango de edad de exposición más amplio en comparación con los otros dos sectores.

La modelación de la mortalidad de la población de pensionados se realizó mediante tres metodologías: 1) análisis de sobrevivencia mediante el estimador Kaplan Meier, 2) modelo Kannisto modificado y 3) modelación basada en agentes. La modelación se realizó considerando por separado poblaciones según el sector y el sexo. Es decir, la población de pensionados se dividió en seis subpoblaciones quedando de la siguiente forma: 1) población de hombres del sector de pensionados activos, 2) población de mujeres del sector de pensionados activos, 3) población de hombres del sector de pensionados incapacitados, 4) población de mujeres del sector de pensionados incapacitados, 5) población de hombres del sector de pensionados inválidos y 6) población de mujeres del sector de pensionados inválidos. La aplicación de los modelos para la estimación de las probabilidades de muerte se implementó para cada una de estas poblaciones.

El análisis de sobrevivencia mediante el estimador Kaplan Meier permitió examinar el comportamiento de la mortalidad de manera acumulada a lo largo de los años. Mediante la curva de la función de distribución se distinguieron los intervalos de edades en las que se produce una mayor aceleración de la mortalidad. Así como, la probabilidad de muerte acumulada máxima que se presenta en cada segmento de la población. Cabe señalar, que el análisis de sobrevivencia toma en cuenta toda la población que estuvo expuesta al riesgo, aun cuando en el periodo observado no le ocurrió el evento. La base de la cual parte el estimador es mayor que la que se utiliza para el

cálculo de las tasas de mortalidad, lo cual contribuyó a que las probabilidades de morir obtenidas a partir de este método resultaran menores a las calculadas mediante la tabla de vida.

Por otro lado, de acuerdo con estudios anteriores (Thatcher et al., 1998) el modelo Kannisto ha mostrado tener un buen ajuste en edades avanzadas. Debido a que la población de pensionados incluye individuos en edades envejecidas se optó por utilizar el modelo Kannisto en este trabajo. Sin embargo, se empleó una modificación del modelo Kannisto propuesto por García Guerrero y Hernández Mercado (2016), porque en algunas de las poblaciones de pensionados había edades en las cuales no se han observado probabilidades de muerte, la propuesta de modificación del modelo considera estos huecos en la información, dicha propuesta consiste en relacionar los logits de las probabilidades de muerte una función de la edad.

Los resultados del modelo en general brindan un ajuste adecuado a lo largo de las edades en cada año y para cada una de las poblaciones de pensionados. Sin embargo, en todos los casos a lo largo de las edades se observa tanto sobreestimación, como subestimación de las probabilidades de muerte, sobre todo en las edades más jóvenes y en las más envejecidas. En síntesis, el modelo es una buena aproximación de las probabilidades de muerte observadas, sin embargo, al ser un modelo lineal la única forma de considerar la dispersión de las probabilidades es mediante los intervalos de confianza, que en algunos casos resultan muy amplios. Por otro lado, este modelo no considera cambios que la estructura por edad de la población puede tener con el tiempo, así como la extensión de la mortalidad hacía edades aún más avanzadas.

Mediante la modelación basada en agentes fue posible simular la dinámica de cada una de las poblaciones de pensionados. Establecer condiciones de entrada y de salida por edades individuales requirió de un análisis exhaustivo de los patrones y tendencias que las probabilidades de muerte han presentado en cada edad a lo largo del periodo de observación (2008-2014). Las tasas de incorporación calculadas por edad presentaron muy poca varianza a lo largo de los años. Por lo cual, la regla de entrada se estableció como el promedio de las tasas de incorporación observadas de cada edad. Cabe señalar que, las incorporaciones en la edad inicial observadas a lo largo del tiempo fueron mínimas y en algunos años no se presentaron, de manera que se modelaron como un número aleatorio que oscilaba entre 0 y el número máximo de pensionados observados en todo el periodo. Por otro lado, derivado de la dispersión que mostraron las probabilidades de morir,

sobre todo en las edades más jóvenes y más envejecidas en cada año del periodo de observación, se emplearon las probabilidades de muerte empíricas de manera acumulada en todo el periodo.

Mediante la modelación basada en agentes fue posible reproducir la dinámica de cada una de las poblaciones de pensionados de cada año, esta replica corresponde al escenario base del modelo. A partir de este escenario y conservando las condiciones de entrada y salida en los años de proyección fue posible estimar los cambios en la estructura por edad de cada una de las poblaciones de pensionados, así como el efecto que tendría en su mortalidad en el futuro.

Los resultados de la simulación indican que para 2050 en todos los segmentos hay un desplazamiento de la población hacia edades avanzadas, de manera que aumenta la proporción de pensionados mayores a 60 años. Particularmente, se observa una mayor frecuencia de pensionados de 90 años y más. Esta nueva estructura de la población tiene un efecto directo en las probabilidades de morir, disminuyendo su dispersión, lo cual contribuye a una mayor estabilidad de las probabilidades de muerte.

En síntesis, la modelación basada en agentes permite modelar y proyectar la mortalidad de cada segmento de la población de pensionados tomando en cuenta la dispersión de las probabilidades de muerte que se presenta en algunas edades. La proyección del escenario base muestra los grupos etarios en los que se estabiliza o emerge dicha volatilidad, así como, las probabilidades de muerte que surgen a raíz del cambio en la estructura por edad de la población.

En contraste, las metodologías que modelan probabilidades de muerte mediante el ajuste de una curva resultan más apropiadas cuando no se presenta tanta dispersión a lo largo de las edades. Cuando existe dispersión el ajuste sobreestimaré o subestimaré las probabilidades en las edades en las que se presenta. Además, no consideran el efecto que tiene en los patrones de mortalidad, el cambio en la estructura por edad de la población. Este cambio, puede contribuir con minimizar dicha dispersión, estabilizando las probabilidades incluso en niveles más bajos de los ajustados.

Cabe señalar que, aunque la modelación basada en agentes permite establecer diversos escenarios para el análisis de la mortalidad futura, el alcance de este trabajo se limitó a extrapolar las tendencias de entrada y salida que ha presentado la población y estudiar a partir de éstas que cambios surgen en el transcurso del tiempo. Sería relevante establecer un escenario en el cual aumente la población en determinada edad. Por ejemplo, para 2022 se espera una importante

incorporación de pensionados por retiro, vejez y cesantía, debido a que es la primera generación que cumpliría con el requisito de las 1250 semanas cotizadas que establece la LSS de 1997. Además, debido a que uno otro requisito para obtener la pensión por cesantía es tener por lo menos 60 años. De manera, que parte de esta población tendrá alrededor de 60 años. Asimismo, debido a las características que tiene la modelación basada en agentes, es posible ampliar el modelo y considerar el comportamiento de la mortalidad a partir de la estructura del grupo familiar en el que se encuentra el pensionado.

BIBLIOGRAFÍA

- Agudelo, M., Aguirre, A., y Dávila, C. (2010). Variaciones en los años de vida perdidos por cánceres de mama y cérvico uterino en México según grado de marginación estatal, 1997 y 2007. *Revista Chilena de Salud Pública*, 14(1), 8–17.
- AMIS. (2015). *Seguro de Pensiones Derivados de la Seguridad Social Sistema Estadístico 2014*.
- Arriaga, E. E. (1996). Comentarios sobre algunos índices para medir el nivel y el cambio de la mortalidad. *Estudios Demográficos y Urbanos*, 11(1 (31)), 5–30.
- Arribalzaga, E. (2007). Interpretación de las curvas de supervivencia|. *Revista Chilena de Cirugía*, 59(1), 75–83.
- Bowers, N. L., Gerber, H. U., Hickman, J. C., Jones, D. A., y Nesbitt, C. J. (1997). Survival distributions and life tables. En *Actuarial Mathematics* (2a ed., pp. 51–92). United States of America: The Society of Actuaries.
- Camposortega, S. (1992). *Análisis demográfico de la mortalidad en México, 1940-1980*. México.
- Canudas, V., García, V. M., y Echarri, C. J. (2015). The stagnation of the Mexican male life expectancy in the first decade of the 21st century: the impact of homicides and diabetes mellitus. *Journal of Epidemiology and Community Health*, 69(1), 28–34.
- Cárdenas, R. (2001). Las causas de muerte en México. En J. Gómez de León Cruces y C. Rabell (Eds.), *La población de México* (pp. 109–144). México: FCE/CONAPO.
- Cerejido, M., y Blanck-Cerejido, F. (2011). *La muerte y sus ventajas* (4a ed.).
- Circular Única de Seguros y Fianzas (2014). Diario Oficial de la Federación.
- CONAPO. (2017). Datos de Proyecciones | Consejo Nacional de Población CONAPO. Recuperado el 6 de diciembre de 2017, de http://www.conapo.gob.mx/es/CONAPO/Proyecciones_Datos
- Díaz, F. J. (2005). Introducción a los estudios de cohorte en epidemiología y al análisis de supervivencia. *MedUNAB*, 8(1), 43–53. <https://doi.org/10.29375/01237047.210>
- Doray, L. G. (2002). *Living to age 100 in Canada in 2000*. Montreal.
- Doray, L. G. (2008). *Inference for logistic-type models for the force of mortality*. Orlando, Florida.
- Ewbank, D. C., Gomez De Leon, J. C., y Stoto, M. A. (1983). A reducible four-parameter system of model life tables. *Population Studies*, 37(1), 105–127. <https://doi.org/10.1080/00324728.1983.10405927>
- Forfar, D. O., Mc Cutcheon, J. J., y Wilkie, A. D. (1988). On graduation by mathematical formula. *Journal of the Institute of Actuaries*, (115), 1–135.
- Frenk, J., Bobadilla, J. L., Stern, C., Frejka, T., y Lozano, R. (1991). Elements for a theory of the health transition. *Health Transition Review*, 1, 21–38.
- Fries, J. F. (1980). Aging, natural death, and the compression of morbidity. *The New England Journal of Medicine*, 303(3), 130–135. <https://doi.org/10.1590/S0042-96862002000300012>
- García-Valdecasas Medina, J. I. (2011). La simulación basada en agentes: una nueva forma de explorar los fenómenos sociales. *Reis: Revista Española de Investigaciones Sociológicas*, (136), 91–109.
- García Guerrero, V. M., y Hernández Mercado, J. D. (2016). *Análisis de la mortalidad, mortalidad*

accidental e inválidez para los seguros de vida y de grupo.

- Gilbert, G. N. (2008). *Agent-based models*. Thousand Oaks, California: SAGE Publications.
- Gjonca, A., Tomassini, C., y Vaupel, J. W. (1999). ¿Por qué las mujeres sobreviven a los hombres? *Mundo Científico*, (205), 70–73.
- Haberman, S., y Renshaw, A. E. (1996). Generalized Linear Models and Actuarial Science. *Source Journal of the Royal Statistical Society. Series D (The Statistician)*, 45(4), 407–436.
- Ham Chande, R. (2000). Sistema de pensiones y perspectivas de la seguridad social. *Estudios Demográficos y Urbanos*, 15(3), 613–639.
- Hill, G. (1993). The Entropy of the survival curve: an alternative measure. *Canadian Studies in Population*, 20(1), 43–57.
- Hosmer, D. W., Lemeshow, S., y May, S. (2008). *Applied survival analysis : regression modeling of time-to-event data*. Wiley-Interscience.
- INEGI. (2017). Población. Esperanza de vida. Recuperado el 6 de diciembre de 2017, de <http://cuentame.inegi.org.mx/poblacion/esperanza.aspx?tema=P>
- Kannisto, V. (2000). Measuring the Compression of Mortality. *Demographic Research*, 3(6). <https://doi.org/10.4054/DemRes.2000.3.6>
- Kaplan, E. L., y Meier, P. (1958). Nonparametric Estimation from Incomplete Observations. *Journal of the American Statistical Association*, 53(282), 457. <https://doi.org/10.2307/2281868>
- Keyfitz, N., y Golini, A. (1975). Mortality comparisons: the male-female ratio. *Source: Genus*, 31(14), 1–34.
- Kleinbaum, D. G., y Klein, M. (2012). Introduction to survival analysis. En D. G. Kleinbaum & M. Klein (Eds.), *Survival Analysis* (3a ed., pp. 1–54). Springer.
- LANCIS. (2018). Modelación basada en agentes. Recuperado de http://lancis.ecologia.unam.mx/iai/modelacion_agentes
- Langer, A., y Lozano, R. (1998). Condición de la mujer y salud. En J. G. Figueroa Perea (Ed.), *La condición de la mujer en el espacio de la salud* (pp. 33–82). México: El Colegio de México.
- Lener, M. (1973). Modernization and health: a model of the health transition. *Paper presented at the annual meeting of the American Public Health Association*. San Francisco.
- Ley del Instituto de Seguridad y Servicios Sociales de los Trabajadores del Estado (2007). Diario Oficial de la Federación.
- Ley del Seguro Social (1995). Diario Oficial de la Federación.
- Ley del Sistema de Ahorro para el Retiro (1996). Diario Oficial de la Federación.
- Manton, K. G., y Tolley, H. D. (1991). Rectangularization of the Survival Curve. *Journal of Aging and Health*, 3(2), 172–193. <https://doi.org/10.1177/089826439100300204>
- Mendoza Ramírez, M., Contreras Cristán, A., y Gutiérrez Peña, E. (2015). Inferencia bayesiana y tablas de mortalidad en México. *Revista Internacional de Estadística y Geografía*, 6(1), 4–17.
- Morelos, J. B. (1994). La mortalidad en México: hechos y consensos. En F. Alba y G. Cabrera (Eds.), *Población en el desarrollo contemporáneo de México* (pp. 53–84). México: El Colegio de México.

- Muramaya Rendón, C., Martínez Soria, J., y Ruesga Benito, S. M. (2016). Propuestas y Recomendaciones. En C. Muramaya Rendón y S. M. Ruesga Benito (Eds.), *Hacia un sistema nacional público de salud en México: una propuesta integral a partir de experiencias internacionales* (1a ed., pp. 339–349). México, D.F: Universidad Nacional Autónoma de México.
- Myers, G. C., y Manton, K. G. (1984). Compression of Mortality: Myth or Reality? *The Gerontologist*, 24(4), 346–353. <https://doi.org/10.1093/geront/24.4.346>
- Nagnur, D. (1986). Rectangularization of the survival curve and entropy: the canadian experience, 1921-1981. *Canadian Studies in Population*, 13(1), 83–102.
- Notestein, F. W. (1953). Economic Problems of Population Change. En *Proceedings of the Eighth Conference of Agricultural Economists*. Londres: Oxford University Press.
- Nusselder, W. J., y Mackenbach, J. P. (1996). Rectangularization of the survival curve in the Netherlands, 1950-1992. *The Gerontologist*, 36(6), 773–782. <https://doi.org/10.1093/geront/36.6.773>
- OCDE. (2014). *Mortality Assumptions and Longevity Risk: Implications for pension funds and annuity providers*.
- OCDE. (2016). *Estudio de la OCDE sobre los sistemas de pensiones: México*.
- Olshansky, S. J., y Ault, A. B. (1986). The fourth stage of the epidemiologic transition: The Age of Delayed Degenerative. *The Milbank Quarterly*, 64(3), 355–391.
- Omran, A. R. (2005). The Epidemiologic Transition: A Theory of the Epidemiology of Population Change. *The Milbank Quarterly*, 83(4), 731–757.
- Ornelas Vargas, A. (2015). *La mortalidad y la longevidad en la cuantificación del riesgo actuarial para la población de México*. Universidad de Barcelona.
- Ortega Antonio. (1997). *Tablas de Mortalidad* (E No. 1004). XX Curso Regional Intensivo de Análisis Demográfico. San José, Costa Rica.
- Paccaud, F., Pinto, C. S., Marazzi, A., y Mili, J. (1998). Age at death and rectangularisation of the survival curve: trends in Switzerland. *J Epidemiol Community Health*, 52, 412–415.
- Peláez, O. (2009). Descripción y proyección de la esperanza de vida al nacimiento en Mexico (1900-2050). *Estudios Demográficos y Urbanos*, 24(2 (71)), 469–492.
- Pitacco, E. (2017). High-age mortality and frailty: Implications for actuarial modeling. En *Taller CEPAR Longevity organizado por PWC*.
- Planchet, F., y Thérond, P.-E. (2015). Survival Analysis. En A. Charpentier (Ed.), *Computational Actuarial Science with R* (pp. 383–405). Taylor & Francis Group.
- Preston, S. H., Heuveline, P., y Guillot, M. (2001). *Demography: measuring and modeling population processes*. Oxford: Blackwell.
- Railsback, S. F. (2012). *Agent-based and individual-based modeling: a practical introduction*. (V. Grimm, Ed.). Princeton Princeton University Press.
- Rebasa, P. (2005). Conceptos básicos del análisis de supervivencia. *Cirugía Española*, 78(4), 222–230. [https://doi.org/10.1016/S0009-739X\(05\)70923-4](https://doi.org/10.1016/S0009-739X(05)70923-4)
- Renshaw, A. E. (1991). Actuarial graduation practice and generalised linear and non-linear models. *Journal of the Institute of Actuaries*, (118), 295–312.

- Rincon, L. (2006). *Una introducción a la probabilidad y estadística*.
- Rodríguez Loredo, H. E. (2004). *Diferencial por sexo de la esperanza de vida y de la mortalidad por causas 1980-2000*. El Colegio de México.
- Sevčíková, H., y Raftery, A. E. (2016). Age-Specific Mortality and Fertility Rates for Probabilistic Population Projections.
- Shannon, R., y Johannes, J. D. (1976). Systems Simulation: The Art and Science. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-6(10), 723–724. <https://doi.org/10.1109/TSMC.1976.4309432>
- Soto Alarcon, R. (2006). *Crisis del sistema de pensiones mexicano y alternativas para su adecuación*. El Colegio de México.
- Soto, C. (1992). La seguridad social en México. En A. Uthoff y R. Szalachman (Eds.), *Sistema de pensiones en América latina* (pp. 213–286). Santiago de Chile: CEPAL/ PNUD.
- Szasz, I., y Lerner, S. (2003). Aportes teóricos y desafíos metodológicos de la perspectiva de género para el análisis de los fenómenos demográficos. En A. Canales y S. Lerner (Eds.), *Desafíos teórico-metodológicos en los estudios de población en el inicio del milenio*. El Colegio de México / Universidad de Guadalajara / SOMEDE.
- Thatcher, R., Kannisto, V., y Vaupel, J. W. (1998). *The force of mortality at age 80-120. Monographs on Population Aging*. Odense, Denmark: Odense University Press.
- Vallin, J. (1999). *Mortalité, sexe et genre*. International Union for the Scientific Study of Population.
- Vallin, J. (2007). Mortality differences by sex among the oldest-old. En J.-M. Robine, E. M. Crimmins, S. Horiuchi, & Z. Yi (Eds.), *Human longevity, individual life duration and the growth of the oldest-old population* (pp. 333–356). Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Van Bavel, J., y Grow, A. (2017). Introduction: Agent-Based Modelling as a Tool to Advance Evolutionary Population Theory. En A. Grow y J. Van Bavel (Eds.), *Agent-Based Modelling in Population Studies Concepts, Methods and Applications* (pp. 3–28). Springer International Publishing Switzerland.
- Ware, H. R. (1987). El descenso diferencial de la mortalidad y sus consecuencias respecto de la condición y las funciones de la mujer. En *Naciones Unidas, Consecuencias de las tendencias y diferenciales de la mortalidad* (pp. 120–133). Nueva York: Naciones Unidas.
- Whittaker, E. T. (1923). A method of graduation based on probability. *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society*, (41), 63–75.
- Wilensky, U. (1999). NetLogo. Recuperado de <https://ccl.northwestern.edu/netlogo/>
- Wilmoth, J. R., y Horiuchi, S. (1999). Rectangularization Revisited: Variability of Age at Death within Human Populations. *Demography*, 36(4), 475. <https://doi.org/10.2307/2648085>
- Zavala de Cosío, M. E. (1992). Los antecedentes de la transición demográfica en México. *Historia Mexicana*, 42(1), 103–128.