



# EL COLEGIO DE MÉXICO

## CENTRO DE ESTUDIOS ECONÓMICOS

### MAESTRÍA EN ECONOMÍA

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OBTENER EL GRADO  
DE

MAESTRO EN ECONOMÍA

FORMACIÓN DE HABILIDADES Y LOGROS  
COGNITIVOS EN LOS NIÑOS DE MÉXICO  
¿LA TIRANÍA DE LA HISTORIA?

ANDRÉS GONZALO HINCAPIÉ NOREÑA

PROMOCIÓN 2008-2010

ASESOR:

DR. ISIDRO SOLOAGA

JULIO 2010



---

# RESUMEN

En este trabajo se utilizan modelos de ecuaciones estructurales con variables latentes para estudiar fundamentalmente la influencia de la inversión parental (manifestada a través de variables indicadoras entre las que están: si hubo o no gasto en cultura en el hogar y la frecuencia con la que se le lee a los niños) en la formación de la habilidad cognitiva (manifestada a través del puntaje en el test de Raven, si el niño leyó o no la semana pasada, y si utilizó o no internet la semana pasada) de las y los niños en México utilizando datos de la ENNVIH 1 y 2. Se estudia la influencia de la habilidad cognitiva parental y del rezago de habilidad cognitiva del niño. Se introduce un elemento novedoso en un ejercicio más tradicional al estudiar también la tecnología de formación de logros cognitivos (entendidos en este trabajo como el puntaje en el test de Raven) mientras la inversión sigue siendo considerada como variable latente. Se consideran posibles diferencias en la tecnología de formación de logros cognitivos en distintos periodos de la niñez dividiendo la muestra en dos grupos de edad.

Al utilizar el modelo que considera a la habilidad cognitiva como variable latente se encuentra que la habilidad cognitiva rezagada es el único insumo estadísticamente significativo. Al estudiar el modelo de logros cognitivos (utilizando sólo los puntajes del Raven) se encuentra que tanto el logro cognitivo rezagado como la inversión parental y el logro cognitivo parental son estadísticamente significativos en la producción de logros cognitivos. Al dividir la muestra en grupos de edad se

encuentra evidencia de periodos sensibles para los insumos de la función de producción de logros cognitivos en el periodo estudiado.

*A todos los niños y niñas, especialmente los de Colombia y México.*



---

# AGRADECIMIENTOS

A riesgo de extenderme demasiado en mis agradecimientos, reconoceré a todos aquellos que considero pertinente gratificar. Agradezco en primera instancia al pueblo mexicano, que en una muestra formidable de amor por el conocimiento, permite que jóvenes de otras nacionalidades estudiemos en este gran país con recursos del erario público. Agradezco a CONACYT por su especial atención en todo este proceso. Agradezco también el trato recibido por la comunidad de El Colegio de México, institución en la que fui tratado como un mexicano más.

Quisiera expresar mi gratitud al Centro de Estudios Económicos y especialmente a su planta de profesores, de quienes recibí grandes enseñanzas. Agradezco particularmente a mi asesor, el profesor Isidro Soloaga, por sugerirme este apasionante tema y por sus valiosos comentarios que siempre fueron más allá del puro ámbito académico. Agradezco también los preciados comentarios recibidos del profesor Delfino Vargas, de los asistentes al Empirical Micro Lunch del 2 de febrero de 2010 llevado a cabo en El Colegio de México, de mis colegas de la Maestría en Economía y de los profesores asistentes a las reuniones de presentación de avances. Los comentarios del revisor anónimo fueron sumamente valiosos.

Por último, pero no con menos fervor, quiero agradecer a Carolina Silva y a Eva Arceo quienes, con gran amabilidad, me prestaron sus equipos de cómputo para adelantar este trabajo cuando el mío desafortunadamente se averió. Agradezco también a mi familia, a mi madre, mi padre, mi

hermana y mi tía Rosa Muia, sin cuyo acompañamiento y apoyo no hubiera podido empezar este importante lapso de mi vida. Finalmente quiero expresar mi gratitud a mis amigos, y entre ellos especialmente a Lucía Miranda, Irvin Rojas y Alexander Sarmiento, quienes fueron un importante soporte para llevar a cabo este proyecto.



---

# ÍNDICE GENERAL

<b>Resumen</b>	<b>III</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>VII</b>
<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1. Revisión de literatura</b>	<b>5</b>
<b>2. El modelo</b>	<b>9</b>
<b>3. Estrategia de estimación</b>	<b>13</b>
3.1. Modelo de ecuaciones estructurales con variables latentes . . . . .	14
3.2. La formación de logros cognitivos . . . . .	18
3.3. Posibles problemas en la estimación . . . . .	19
<b>4. Datos</b>	<b>21</b>
<b>5. Resultados</b>	<b>27</b>
5.1. Formación de habilidades cognitivas . . . . .	27
5.2. Formación de logros cognitivos . . . . .	30

<b>Conclusiones</b>	<b>35</b>
<b>A. Anexos</b>	<b>37</b>
A.1. Un caso particular del modelo LISREL . . . . .	40
A.2. Modelos extendidos. . . . .	43
A.3. Ecuaciones de medición. . . . .	46
A.4. Distribución de la inversión latente en el modelo de puntajes del Raven. . . . .	48
<b>Bibliografía</b>	<b>49</b>

---

# INTRODUCCIÓN

El estudio de la formación de habilidades cognitivas y no cognitivas es un tema al que se le ha prestado especial atención recientemente (ver, por ejemplo, Cunha, Heckman y Schennach (2010), Cunha y Heckman (2008)). Entre los elementos que justifican estudios de este tipo se encuentra la importancia de las habilidades en la explicación de resultados en etapas posteriores a la niñez como la probabilidad de graduarse de la secundaria, el ingreso, la participación en actividades delictivas o los embarazos a edades tempranas. Este poder predictivo de las habilidades ha sido mostrado en algunos de los estudios citados en el compendio de la literatura hecho por Todd y Wolpin (2003), en el que los autores presentan los datos, métodos y supuestos subyacentes a las estimaciones realizadas de la tecnología de formación de logros cognitivos.

Otro argumento importante a favor de estos estudios es la reducción potencial de la desigualdad vía nivelación de las circunstancias (Roemer (2005)) en las que se desenvuelven los niños. Ha sido mostrado que las brechas de habilidad cognitiva surgen a edades tempranas y se mantienen en el ciclo vital (ver Figura 1 en Cunha y Heckman (2007) o Figura 15 en Arias *et al.* (2010) para una ilustración en México). De esta manera, si se reconoce la importancia de las habilidades cognitivas en la predicción de resultados en la edad adulta, acciones de política social que nivelen las circunstancias, en las que se desarrollan los individuos a edades tempranas, muy posiblemente representarán una disminución tanto de la desigualdad contemporánea como de la desigualdad en

la edad adulta.

En este trabajo se abordan concretamente dos formas de acercarse al problema. En la primera parte, se considera a la habilidad cognitiva como una variable latente (que se manifiesta a través de otras variables) y se utilizan modelos de ecuaciones estructurales<sup>(1)</sup> con variables latentes para la estimación. Este enfoque permite utilizar información proveniente de múltiples fuentes que pueden ser más o menos informativas sobre las variables latentes.

En la segunda parte del trabajo se abandona el modelo que trata la habilidad cognitiva como variable latente y se retoma la visión más tradicional utilizando los puntajes del Raven (logros cognitivos) mientras se introduce un elemento novedoso al seguir considerando la inversión parental como variable latente en lugar de tener un vector de insumos parentales. Como será descrito más adelante, se considera que este modelo no utiliza toda la información disponible y la motivación para llegar a él son las posibles debilidades de las variables indicadoras de habilidad cognitiva.

Los datos provienen de un panel elaborado con la ENNVIIH-1 y -2 para niños con edades menores o iguales a 12 años a 2005. La principal fuente de información, aunque no la única, sobre las habilidades cognitivas de los niños es el conjunto de resultados de las pruebas de matrices progresivas de Raven. Para la estimación del efecto de la inversión latente se consideran varias indicadoras que serán descritas más adelante.

Este trabajo se diferencia claramente de los trabajos relacionados con habilidades cognitivas en México en tanto se consideran estas habilidades y la inversión como variables latentes que se manifiestan a través de múltiples indicadores que son observados con cierto componente de error. Se diferencia también al utilizar datos en panel, lo que permite analizar el fenómeno de la formación de habilidades cognitivas en una perspectiva dinámica.

Los resultados principales del trabajo resaltan la importancia del rezago de la habilidad cognitiva (*autofomento* de la habilidad cognitiva). Al utilizar el enfoque de habilidad cognitiva latente se encuentra que lo relevante es el autofomento. En el periodo tratado parece haber evidencia de lo que en el trabajo se denomina como *la tiranía de la historia* en la formación de la habilidad cognitiva, al menos en el rango de edad considerado; una vez que se incluye el rezago de la habilidad, tanto

---

<sup>(1)</sup>SEM por sus siglas en inglés.

---

la inversión parental como la habilidad parental pierden todo su poder explicativo. Utilizando el enfoque de logros cognitivos se encuentra que tanto la inversión parental como el logro cognitivo parental juegan un papel relevante. En efecto, se encuentra que los coeficientes estandarizados del puntaje rezagado, la inversión y el puntaje parental son de magnitud similar.

Como una posible explicación para las diferencias de resultados (con respecto a la inversión y habilidad parental) entre modelos, se argumenta la posibilidad de que la estimación de la formación de logros cognitivos esté evitando los problemas que se enfrentan en la estimación con variables cognitivas latentes. El modelo de logros cognitivos evitaría las dificultades con las variables indicadoras de habilidad cognitiva (distintas al puntaje en la prueba de Raven) que pueden incluir un componente de información socioeconómica de los hogares incluido también en las indicadoras de la inversión latente. Dados los resultados, el argumento general del trabajo no pretende ser concluyente en el tema de la formación de habilidades y logros cognitivos en México sino ser un acercamiento al tema, sujeto a los problemas que la disponibilidad de datos genera.

Por último, utilizando los puntajes del Raven y dos grupos de edad elegidos arbitrariamente, se estudia la existencia de una función de producción de logros cognitivos que sea específica por grupo de edad. En esta parte del trabajo se rechaza la invarianza temporal de la función de formación de logros cognitivos. Se encuentra evidencia de periodos sensibles para la inversión, el autofomento y el componente parental. La función de producción de logros cognitivos es específica al grupo de edad.

Lo que resta del documento está organizado de la siguiente forma: el capítulo 1 contiene una revisión breve de la literatura; en el capítulo 2 se expone el modelo teórico en que se enmarca el trabajo; en el capítulo 3 se trata la estrategia de estimación, se da una breve introducción al SEM, se citan algunos problemas que se enfrentan con las variables y con la estimación y algunas posibles soluciones a estos problemas; en el capítulo 4 se da una descripción sucinta de los datos y en el capítulo 5 se presentan los resultados para los modelos de formación de habilidades y logros cognitivos.



---

---

# CAPÍTULO 1

---

## REVISIÓN DE LITERATURA

Hay una gama de estudios teóricos y estimaciones de la tecnología de formación de habilidades que son de reciente existencia. Muchos de estos utilizan puntajes en pruebas, como el PIAT <sup>(1)</sup> en Estados Unidos o el test de matrices progresivas de Raven en México, como variables que aproximan la capacidad cognitiva y estiman los efectos de diferentes controles como características parentales, variables de inversión y condiciones del entorno, tanto rezagadas como contemporáneas, sobre los logros cognitivos medidos a través de estas pruebas. A las diferentes especificaciones de la función presentes en la literatura se les ha dado forma teniendo en cuenta la disponibilidad de datos históricos o contemporáneos en las bases existentes.

En este sentido, Todd y Wolpin (2004) utilizan diferentes alternativas para la estimación de la función de producción de logros cognitivos presentes en la literatura que van desde el uso de variables instrumentales, o efectos fijos de la madre o del niño, hasta mínimos cuadrados ordinarios o funciones de valor agregado (en las que la medición rezagada del test es un estadístico suficiente del historial de insumos). En su especificación preferida, variables instrumentales para los puntajes en

---

<sup>(1)</sup>*Peabody Individual Achievement Test.*

diferencias, utilizando datos de la NLSY79 Child Sample, encuentran que las variables de inversión parental son determinantes substancialmente significativos de los puntajes en las pruebas para los niños de los Estados Unidos.

En México existen varios estudios referentes a las habilidades cognitivas. Rubalcava y Teruel (2004) relacionan las habilidades cognitivas maternas con resultados en variables de salud. Oliva, Rubalcava y Teruel (2004) relacionan habilidades cognitivas con la percepción subjetiva de salud. Altamirano y Soloaga (2009) estudian la trasmisión intergeneracional de la desigualdad en habilidades cognitivas. López, Mayer y Serván (2008) tratan la trasmisión intergeneracional de las habilidades cognitivas por niveles socioeconómicos.

Mayer y Serván (2009) estudian concretamente la formación de la capacidad cognitiva en México utilizando un modelo de frontera estocástica y datos de la ENNVIH-1. En su estudio, Mayer y Serván encuentran que la capacidad cognitiva no depende exclusivamente de factores genéticos sino también de la situación económica de la familia, de variables de política pública, y de características de la localidad de vivienda. Esta relación puede ser interpretada como un hallazgo en concordancia con literatura reciente que ha dejado clara la obsolescencia del debate que situaba una disyuntiva entre el componente heredado y el componente *formado en vida* de las habilidades, en la medida en que las variables utilizadas en su estudio pueden ser vistas como variables de inversión en la tecnología de formación de habilidades cognitivas de los niños.

Otro enfoque en el estudio de la tecnología de formación de habilidades es el que considera las habilidades como variables latentes no observables que se manifiestan a través de otras que sí se observan. Un ejemplo de esto sería considerar a la capacidad cognitiva como una variable escalar no observable (aunque estos modelos no están restringidos a magnitudes escalares), y a los resultados en diferentes pruebas de capacidad intelectual como manifestaciones de esta variable latente a las que les cabe error; es decir, no es posible medir perfectamente la variable latente a partir de los resultados en las pruebas.

Estos modelos han buscado especialmente explicar algunos hallazgos en la literatura de formación de habilidades de los niños. Algunos de estos hallazgos son expuestos por Cunha *et al.* (2005): las *habilidades importan* para explicar resultados en la edad adulta. Las *habilidades son multid-*



*mensionales*, la dicotomía entre lo genéticamente heredado y las habilidades formadas es falsa. *Es posible compensar* el efecto de ambientes familiares adversos. Hay *periodos sensibles*, las habilidades de distintos tipos parecen ser manipulables a distintas edades. El *retorno a la inversión en edades tempranas* es alto. Hay *complementariedad de la inversión*, la inversión en edades tempranas debe ser acompañada de inversión en edades subsiguientes.

Estos mismos autores y otros como Cunha y Heckman (2007, 2008, 2009), Cunha, Heckman y Schennach (2010) y Heckman, Stixrud y Urzua (2005) han desarrollado modelos teóricos y han hecho estimaciones de la tecnología de formación de habilidades. Cunha, Heckman y Schennach (2010) utilizan una especificación tipo CES de la tecnología de formación de habilidades y corroboran la hipótesis de existencia de periodos sensibles en edades tempranas y la de complementariedad de la inversión. En éste trabajo, en el que incluyen habilidades cognitivas y no cognitivas,<sup>(2)</sup> los autores encuentran también que existe productividad propia y cruzada de las habilidades; es decir, un nivel mayor de habilidades no cognitivas en un periodo puede fomentar la acumulación de habilidades no cognitivas en el periodo siguiente y también puede fomentar la acumulación de habilidades cognitivas en el siguiente periodo.

Entre las críticas que se hacen a los modelos con variables latentes se encuentra la interpretación no directa de sus resultados. Cunha, Heckman y Schennach (2010) y Cunha y Heckman (2008) resuelven este problema *anclando* la escala de las variables latentes a resultados en la edad adulta, como ingreso o la probabilidad de graduarse de la secundaria, a través de ecuaciones que relacionan el nivel de la variable latente, en el último periodo de formación de habilidades, con estos resultados. La ausencia de datos para practicar este anclaje<sup>(3)</sup> hace este trabajo susceptible a dicha crítica.

---

<sup>(2)</sup>A pesar del creciente estudio de la relevancia de las habilidades no cognitivas en el conjunto de habilidades que explican resultados en la edad adulta (Postlewaite y Silverman (2006); Heckman y Rubinstein (2001) y Farkas (2003)) y de los hallazgos acerca de su papel no insignificante en la promoción de otras habilidades (lo que ha sido llamado *productividad cruzada*), en el presente trabajo se ha tenido que dejar su análisis a un lado debido a la ausencia de datos de este tipo para los niños de la muestra.

<sup>(3)</sup>En el modelo de habilidad cognitiva latente la unidad de medida de las variables latentes cognitivas será en puntos del test de Raven. La unidad de medida para la inversión en todo el trabajo será en (logaritmo de) pesos.



---

---

## CAPÍTULO 2

---

### EL MODELO

El modelo en el que se enmarcan las estimaciones hechas en gran parte de este trabajo se encuentra en línea con los expuestos por Cunha *et al.* (2005) y Cunha y Heckman (2007) que integran algunos hechos estilizados sobre la formación de habilidades como son la presencia de periodos sensibles y críticos, el autofomento de las habilidades (importancia del rezago de habilidad) y la productividad cruzada (entre tipos de habilidades diferentes).

Supóngase la existencia de sólo dos tipos de habilidades, cognitivas ( $\theta^C$ ) y no cognitivas ( $\theta^N$ ), y que éstas son magnitudes escalares.  $\theta^C$  puede ser pensado como la capacidad cognitiva del individuo, una construcción teórica que evidentemente no es observada directamente. De forma similar,  $\theta^N$  puede pensarse como la capacidad no cognitiva del individuo, también una construcción teórica que puede recoger habilidades no cognitivas que son valoradas en el mercado (Postlewaite y Silverman (2006)) como persistencia, liderazgo y capacidad de establecer relaciones sociales.

Los insumos en la producción de estas habilidades son el stock de habilidades acumuladas hasta el momento y la inversión hecha en formación de habilidades,  $I$ . Suponiendo efectos no inmediatos de la inversión, y múltiples periodos, la forma de la función de producción de habilidades estaría

dada por:

$$\theta_{t+1}^k = f_t^k(\theta_t^C, \theta_t^N, I_t) \quad \text{con } k \in \{C, N\} \text{ y } t \in \{1, \dots, T\} \quad (2.1)$$

donde  $T$  es el periodo final de formación de habilidades.

Hay dos cosas que deben notarse acerca de la ecuación (2.1). Primero, el subíndice  $t$  de la función  $f$  permite la existencia de periodos sensibles y críticos como se mostrará más abajo. Intuitivamente, la tecnología de formación de habilidades cambia de acuerdo al periodo, la inversión puede ser más productiva en unos periodos que en otros. Segundo, la inversión carece de superíndice; esto sugiere que la inversión en habilidades no es distinguible entre los tipos de habilidad. El insumo de inversión es único y tiene efectos para ambos tipos de habilidad. Este supuesto responde a la dificultad para distinguir entre uno y otro tipo de inversión empíricamente.

*Periodos sensibles.* Los periodos sensibles son aquellos periodos  $t'$  para los cuales se cumple que

$$\frac{\partial f_{t'}^k}{\partial I_{t'}} > \frac{\partial f_t^k}{\partial I_t} \quad \forall t \text{ con } t, t' \in \{1, \dots, T\} \quad (2.2)$$

*Periodos críticos.* Los periodos críticos para la formación de la habilidad  $k$  son aquellos periodos  $t'$  para los cuales se cumple que

$$\frac{\partial f_{t'}^k}{\partial I_{t'}} \neq 0 \text{ y } \frac{\partial f_t^k}{\partial I_t} = 0 \quad \forall t \neq t' \text{ con } t, t' \in \{1, \dots, T\} \quad (2.3)$$

*Autofomento y productividad cruzada.* El autofomento y la productividad cruzada de las habilidades sugieren que el stock de habilidades acumulado hasta el momento  $t$  favorecen la acumulación de habilidades en el periodo siguiente. Es decir

$$\frac{\partial f_t^k}{\partial \theta_t^j} > 0 \quad \text{con } k, j \in \{C, N\} \text{ y } t \in \{1, \dots, T\} \quad (2.4)$$

Una implicación de la tecnología de formación de habilidades en (2.1) es que el stock de habilidades en  $t + 1$  puede ser expresado en función de la dotación inicial de habilidades  $\theta_0^k$  y del vector intertemporal de inversión  $\mathbf{I}_t = (I_1, I_2, \dots, I_t)$ . Este resultado sugiere que las diferencias en habilidades surgidas por el *accidente de nacer* pueden ser compensadas a través de niveles apropiados de

inversión. En este marco, el resultado al que se hace referencia en la Introducción como *tiranía de la historia* correspondería con periodos críticos de la inversión en edades menores a los cinco años. Un ejemplo de esto puede verse en la simulación llevada a cabo por Cunha, Heckman y Schennach (2010) en la que el planeador social maximiza los logros educativos agregados o minimiza una medida agregada del crimen.



---

---

## CAPÍTULO 3

---

### ESTRATEGIA DE ESTIMACIÓN

En este trabajo se asumirá una forma lineal<sup>(1)</sup> para la tecnología de formación de habilidades y estará restringido a la formación de habilidades cognitivas por las razones mencionadas anteriormente. De manera que la tecnología estimada estará dada por una simplificación de (2.1):

$$\theta_{i,t+1}^C = \gamma_1^t \theta_{i,t}^C + \gamma_2^t I_{i,t} + u_{i,t} \quad \text{con } t \in \{1, \dots, T\} \quad (3.1)$$

Suponer una tecnología de este tipo tiene una desafortunada implicación. Supóngase una tecnología invariante en el tiempo (i.e. sin periodos sensibles) de manera que  $\gamma_2^t = \gamma_2^s \forall t, s \in \{1, \dots, T\}$ . Esto implica que el efecto ocasionado por la falta de inversión en un periodo  $t$  puede ser compensado enteramente por inversiones en periodos subsiguientes con un sobre costo prácticamente nulo. La intuición de este resultado puede ser más clara contrastando este ejemplo con uno en el que los insumos de la tecnología son complementos perfectos, de manera que la ausencia de inversión en un periodo lleva a la ausencia de habilidades cognitivas de ahí en adelante,

---

<sup>(1)</sup>Cunha y Heckma (2007) presentan un ejemplo de cuál sería la estrategia óptima de inversión suponiendo una función de este tipo y dos periodos.

independientemente del nivel de inversión.

Una forma de permitir mayor flexibilidad en la tecnología (2.1) es considerar una función CES que permita estudiar la elasticidad de sustitución entre los insumos de la tecnología. Cunha, Heckman y Schennach (2010) hacen esta estimación encontrando resultados consistentes con los hechos estilizados anteriormente mencionados.

A pesar de que la tecnología en (3.1) puede ser restrictiva para el estudio de la formación de habilidades cognitivas, esta especificación permite estudiar la existencia de periodos sensibles y de autofomento de las habilidades (recuérdese que la productividad cruzada está fuera del alcance de este estudio).

Además de la estimación de la ecuación en (3.1), también se estudian otras especificaciones en las que se incluyen las habilidades cognitivas maternas como variable latente, o la escolaridad o el puntaje de la madre en la prueba de Raven como controles en la tecnología de formación de habilidades cognitivas.

### **3.1. Modelo de ecuaciones estructurales con variables latentes**

Hasta ahora se ha dicho que la capacidad cognitiva de los niños será considerada como una variable latente que no es observable directamente. Sin embargo, sí se observan manifestaciones de esta variable en puntajes de pruebas como el test de Raven y otras variables que también pueden contener información sobre la capacidad cognitiva como es si el niño leyó o no la semana pasada. Esta forma de entender la capacidad cognitiva corresponde con un análisis de factores, técnica ampliamente utilizada en las ciencias sociales (ver Goldberger y Duncan (1973)), aunque no así en la economía, especialmente por la dificultad para dar una interpretación clara de los coeficientes obtenidos en este tipo de estimaciones.

En este trabajo se considerará la inversión parental,  $I_t$ , también como una variable latente, de manera que para la estimación de (3.1) se tienen no observables del lado izquierdo y del lado derecho de la ecuación.<sup>(2)</sup> Un diagrama de la tecnología a estimar, utilizando la notación tradicional

---

<sup>(2)</sup>Un modelo en el que la única variable latente se encuentra del lado izquierdo de la ecuación es el MIMIC (Jöreskog



en este tipo de estudios (ver Bollen (1989)) sería:

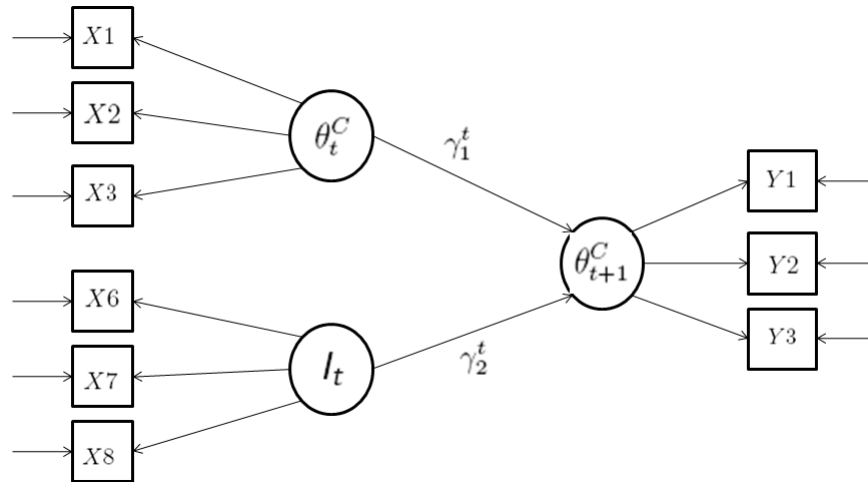


Figura 3.1: Diagrama del modelo de ecuaciones estructurales con variables latentes para la estimación de la tecnología en (3.1).

En el diagrama expuesto en la Figura 3.1 se está suponiendo que se cuenta con tres indicadores por cada variable latente (exógenas o endógena). La dirección a la que apuntan las flechas indica la dirección de los efectos. Movimientos en las variables latentes se ven reflejados en movimientos en sus variables indicadoras, y movimientos en las variables latentes endógenas,  $\theta_t^C$  e  $I_t$ , provocan movimientos en la variable latente exógena,  $\theta_{t+1}^C$ .

Formalmente, suponiendo relaciones lineales entre las variables latentes y sus variables indicadoras, y entre las variables latentes endógenas y exógenas,<sup>(3)</sup> el modelo a estimar está dado por el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\theta_{t+1}^C = \mathbf{\Gamma}'\boldsymbol{\theta}_t + \zeta_{t+1} \quad (3.2)$$

$$\mathbf{Y}_{t+1} = \mathbf{\Lambda}_y\theta_{t+1}^C + \boldsymbol{\epsilon}_{t+1} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{X}_t = \mathbf{\Lambda}_x\boldsymbol{\theta}_t + \boldsymbol{\delta}_t \quad (3.4)$$

Donde  $\boldsymbol{\theta}_t = (\theta_t^C, I_t)'$ ,  $\mathbf{\Gamma}' = (\gamma_1, \gamma_2)$ ,  $\mathbf{Y}_{t+1}$  es el vector de indicadores de  $\theta_{t+1}^C$  (variable latente

y Goldberger (1975))

<sup>(3)</sup>Modelo LISREL, ver por ejemplo Jöreskog (2000).

escalar),  $\mathbf{X}_t$  es el vector de indicadores de  $\boldsymbol{\theta}_t$ ,  $\boldsymbol{\Lambda}_y$  es un vector de coeficientes y  $\boldsymbol{\Lambda}_x$  es una matriz de coeficientes. Por último,  $\zeta_{t+1}$  es el error latente,  $\boldsymbol{\epsilon}_{t+1}$  y  $\boldsymbol{\delta}_t$  son los vectores de errores en las ecuaciones de medición. Por simplicidad se ha omitido el superíndice  $t$  de los vectores de coeficientes, esto equivale a decir que la función es invariante en el tiempo; sin embargo, esta simplificación sólo se hace para facilitar la exposición del modelo básico de estimación.

Omitiendo los subíndices por simplicidad, se tiene además que

$$\begin{aligned} E(\zeta) &= 0; & Var(\zeta) &= \psi \\ E(\boldsymbol{\epsilon}) &= \mathbf{0}; & Var(\boldsymbol{\epsilon}) &= \boldsymbol{\Theta}_\epsilon \\ E(\boldsymbol{\delta}) &= \mathbf{0}; & Var(\boldsymbol{\delta}) &= \boldsymbol{\Theta}_\delta \end{aligned} \tag{3.5}$$

En el modelo,  $\zeta$ ,  $\boldsymbol{\epsilon}$  y  $\boldsymbol{\delta}$  están mutuamente no correlacionadas, los valores esperados de las variables latentes son ceros,  $\zeta$  no está correlacionada con  $\boldsymbol{\theta}_t$ , los valores esperados de los errores son igualmente cero,  $\boldsymbol{\epsilon}$  no está correlacionado con  $\theta_{t+1}^C$ ,  $\zeta$  ni con  $\boldsymbol{\delta}$ ;  $\boldsymbol{\delta}$  no está correlacionado con  $\zeta$ ,  $\theta_{t+1}^C$  ni con  $\boldsymbol{\epsilon}$ , y  $E(\boldsymbol{\theta}_t' \boldsymbol{\theta}_t) = \boldsymbol{\Phi}$ .

Definiendo el vector de datos como  $\mathbf{Z} = [\mathbf{Y}', \mathbf{X}']'$  se tiene que la matriz de varianzas-covarianzas de  $\mathbf{Z}$ ,  $Cov(\mathbf{Z}) = \boldsymbol{\Sigma}$ , queda expresada en función de los parámetros del modelo. Para la estimación de los parámetros del modelo se establece  $\hat{\boldsymbol{\Sigma}} = \mathbf{S}$  (donde  $\mathbf{S}$  es la matriz de varianzas-covarianzas muestral) y se resuelven las ecuaciones resultantes utilizando rutinas iterativas que utilizan una función criterio para reducir la discrepancia entre  $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}$  y  $\mathbf{S}$ . Dado que las ecuaciones resultantes surgen de restricciones de covarianza en función de los parámetros del modelo, no es necesario calcular los valores de las variables latentes para la estimación de los parámetros del modelo de ecuaciones estructurales con variables latentes.<sup>(4)</sup>

Aún así, los valores de estas variables podrían ser de interés para mostrar, por ejemplo, las características de su distribución. Este ejercicio se lleva a cabo para la inversión latente en el modelo de formación de logros cognitivos (Anexo A.4) dada la relevancia de la misma en este modelo. Se excluye la especificación de la forma en que dichos valores son obtenidos pues ésta está fuera

<sup>(4)</sup>Un ejemplo puede encontrarse en el Anexo A.1

de las intenciones del trabajo. Una forma para recuperar estos valores<sup>(5)</sup> puede verse en Jöreskog (2000) y en los trabajos que el autor cita.

Las estimaciones que incluyen indicadores categóricas, como es el caso en este trabajo, requieren un tratamiento un poco diferente.<sup>(6)</sup> En estos casos se considera la existencia de indicadores latentes con respecto a cuyo valor se determinan las variables categóricas. Por ejemplo, si la variable latente  $\theta_{t+1}^C$  se manifiesta a través de una variable dicotómica  $y_1$ , entonces el modelo de medición se transforma en un modelo de probabilidad tal que

$$y_1^* = \lambda_1 \theta_{t+1}^C + \epsilon_1 \quad (3.6)$$

$$y_1 = \begin{cases} 0 & \text{si } y_1^* \leq a_1 \\ 1 & \text{si } y_1^* > a_1 \end{cases} \quad (3.7)$$

En la estimación se obtiene el umbral  $a_1$ . Los coeficientes de las ecuaciones de medición corresponden a la función *índice* para la variable indicadora latente cuyo valor se evaluará con respecto al umbral estimado para dar a la variable dicotómica observada su valor (son los coeficientes de una regresión probit o logit).

La estimación de estos modelos se hace tradicionalmente por máxima verosimilitud o utilizando un estimador de mínimos cuadrados ponderados. El software *Mplus*, que se utiliza en este trabajo para hacer la estimación, usa un estimador robusto de mínimos cuadrados ponderados,<sup>(7)</sup> llamado WLSMV, que ha probado tener un buen desempeño estadístico y aumentar la velocidad computacional en la estimación de los modelos de variables latentes que incluyen variables categóricas (Muthén et. al (1997)). El método de estimación utilizado por el *Mplus* permite además utilizar observaciones con valores faltantes en algunas de las variables indicadoras.<sup>(8)</sup>

<sup>(5)</sup>El software *Mplus* permite recuperar estos valores para gran variedad de modelos.

<sup>(6)</sup>Ver, por ejemplo, Bollen (1989) o Everitt (1984)

<sup>(7)</sup>*Mplus* también permite hacer la estimación por máxima verosimilitud. Este tipo de estimación no ha sido utilizada por problemas de tiempo en la convergencia de las estimaciones y capacidad computacional.

<sup>(8)</sup>Ver Muthén y Muthén (2007).

## 3.2. La formación de logros cognitivos

En el presente trabajo se considera que abandonar la noción de la habilidad cognitiva como variable latente es un acercamiento que no utiliza toda la información disponible sobre el problema. Si se acepta la idea de la habilidad cognitiva como una variable latente de la cual se observan algunas de sus manifestaciones, utilizar el modelo de formación de logros cognitivos (el que sólo considera los puntajes de Raven) significa desaprovechar toda la información disponible sobre la habilidad cognitiva latente. En este sentido, si se contara con un buen conjunto de datos (por ejemplo, resultados en varias pruebas de diferente tipo) que no sufriera de desventajas como las mencionadas en el capítulo de Datos, sería preferible utilizar el SEM. Aún así, dadas las relaciones teóricas supuestas entre la habilidad latente y sus manifestaciones (como es el puntaje en la prueba de Raven), los resultados con uno u otro acercamiento no deberían diferir significativamente.

Una debilidad posible de la estimación del modelo considerando a la habilidad cognitiva como variable latente sería la pobreza informativa de los indicadores dicotómicos que se utilizan en el estudio (ver el capítulo de Datos). Recuérdese que el proceso de formación de habilidades ha sido considerado acumulativo, es decir, el inventario de habilidades crece en el tiempo, al menos en el periodo considerado en el estudio. De esta manera, la riqueza informativa de las variables dicotómicas como indicadores del nivel del inventario adolecen de falta de variabilidad, lo que puede impedirles capturar el fenómeno de la mejor forma.<sup>(9)</sup> Un agravante de este problema es la alta concentración de las variables dicotómicas en el cero (ver Tabla 4.1). A pesar de que se observa un aumento de la masa acumulada en el valor uno, entre  $t$  y  $t + 1$ , podría pensarse que esta variación es insuficiente para dar cuenta del fenómeno acumulativo que es estudiado.

Por otra parte, dos individuos con habilidades cognitivas muy diferentes (por ejemplo alta y baja) pueden decidir leer o utilizar internet la semana pasada. La contundencia de este problema, que no se presenta necesariamente en las pruebas de Raven, puede ser disminuido si se piensa en la existencia de un costo para los individuos, decreciente en la habilidad, de leer o utilizar internet. Una solución a este problema en el trabajo sería restringirse a los resultados en el test de Raven y analizar la producción de logros cognitivos retornando a especificaciones más estándar como son

---

<sup>(9)</sup>Cunha y Heckman (2008) utilizan el puntaje en dos pruebas aprovechando la variación entre edades.

las mencionadas en el trabajo de Todd y Wolpin (2003).

En el estudio se utiliza esta solución aunque no se abandona la noción conceptual de la inversión parental como variable latente. Es decir, en lugar de tener un vector de variables que aproximen la inversión parental entrando directamente como variables independientes, la covarianza entre ellas es aprovechada para hacer uso del concepto de inversión parental como variable latente recogiendo las múltiples expresiones de la inversión y entendiéndola como una actitud latente hacia sus hijos que se manifiesta a través de las variables indicadoras utilizadas.

Esta solución, aunque restringida por el abandono del concepto atractivo de la habilidad cognitiva como variable latente, es novedosa en la medida en que sigue considerando la inversión parental como variable latente en una especificación más tradicional en la que sólo se utilizan los puntajes de Raven en el análisis de la formación de logros cognitivos. El diagrama de esta especificación se muestra en la Figura (3.2).

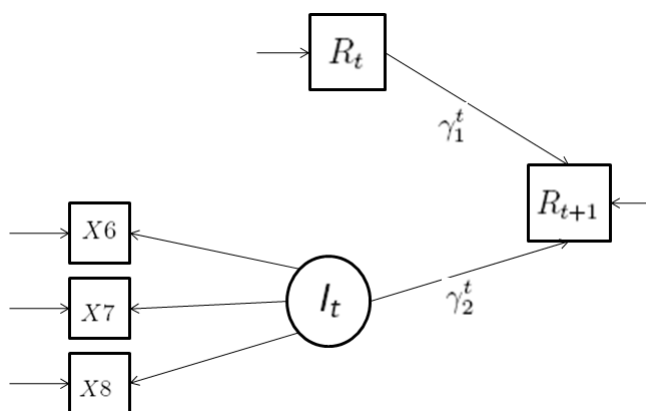


Figura 3.2: Formación de logros cognitivos. Inversión parental como variable latente.

Para la estimación de este modelo se sigue usando la misma estrategia de estimación. El modelo está dado por una simplificación de las ecuaciones (3.2) y (3.4).

### 3.3. Posibles problemas en la estimación

Los supuestos clave establecidos por Todd y Wolpin (2003) para la especificación de modelos de este tipo no son ignorados en el trabajo. En efecto, se hacen dos supuestos fundamentales para la

especificación. Por una parte se supone que el rezago de la habilidad (o del puntaje según sea el caso) es un estadístico suficiente para el historial de insumos pasados. Por otra parte, dado que no se cuenta con información sobre la dotación inicial, se está suponiendo que el rezago de la habilidad (puntaje) es también un estadístico suficiente para la dotación.<sup>(10)</sup>

En este trabajo se pone a prueba el primero de estos supuestos. Todd y Wolpin (2003) sugieren hacerlo con una prueba sencilla. Proponen incluir la inversión contemporánea al igual que sus rezagos y el rezago de habilidad (puntaje) como regresores de la habilidad (puntaje) contemporánea, y observar si la inversión rezagada tiene algún poder explicativo adicional. Si el supuesto es correcto la inversión rezagada no debería tener ningún poder explicativo adicional. Como puede verse en las Tablas A.2.1 y A.2.2 (columnas (1) a (4)) el supuesto se mantiene para el modelo de habilidad cognitiva latente al igual que para el modelo que considera sólo los puntajes del Raven una vez que se incluye el puntaje parental.

---

<sup>(10)</sup>Parte del problema podría pensarse resuelto por la inclusión de la habilidad parental si se le considera como una posible aproximación del componente hereditario de la dotación inicial y se piensa en el componente idiosincrático como ortogonal a las variables exógenas incluidas en el modelo. Sin embargo, esta forma de ver el problema cambiaría la interpretación del coeficiente de la variable cognitiva parental.

---

---

# CAPÍTULO 4

---

## DATOS

En la estimación de la tecnología de formación de habilidades se utilizan datos de la ENNVIH<sup>(1)</sup> 2002 y 2005 para construir un panel de dos periodos con información de los niños con edades entre los cinco<sup>(2)</sup> y doce años, y su correspondiente información parental cognitiva y de inversión.

*Habilidad cognitiva* ( $\theta_t$ ). Como indicadores de la habilidad cognitiva son utilizadas las siguientes variables:

- PUNTAJE ( $R_t$ ). Puntaje en la prueba de Raven. Es una variable entera cuyo rango está entre 0 y 18, que corresponde a la asignación de un punto por cada pregunta respondida correctamente, de las 18 preguntas hechas al niño. Esta es la variable base del estudio. Sin embargo, la calidad de esta variable es cuestionable.

Uno de los problemas con PUNTAJE es que la correlación entre periodos es extrañamente

---

<sup>(1)</sup>ENNVIH: Encuesta Nacional sobre Niveles de Vida de los Hogares, México. Ver Rubalcava y Teruel (2006, 2008).

<sup>(2)</sup>Edad mínima en la que los niños responden la prueba. La explicación del límite superior se encuentra más adelante.

baja (0.268) para los niños con edades menores a 12 años en el 2005.<sup>(3)</sup> Estas bajas medidas no corresponden con lo observado en otros estudios como son los citados en la sección de Estudios de Confiabilidad en Court, Raven y Raven (2006). Estos estudios dan valores de correlación *test-retest* que van de 0.6 a poco más de 0.9 para diferentes intervalos de tiempo, tipos de individuos y rangos de edad.

Otro inconveniente es que la prueba de Raven hecha a niños y adultos de 13 o más años es distinta a la hecha a niños de 12 años o menos. Esta característica lleva a que la comparación entre niños de edades antes y después de este umbral no sea clara dada la característica acumulativa de las habilidades cognitivas en (3.1). Para eludir este problema el rango de comparación de edades ha sido reducido, de manera que en el trabajo se consideran edades menores o iguales a 12 años en la ENNVIIH-2.

Por último, las preguntas presentes en los cuestionarios de las ENNVIIH-1 y -2, antes y después del umbral de edad, son una selección del total de preguntas presentes en el Test de Raven (ver Raven (2007)). No se encontró ningún documento que analizara la fiabilidad de esta selección con respecto a los resultados obtenidos con el test completo.

- LEYO e INTERNET. Variables dicotómicas que valen uno si el niño leyó o utilizó internet, respectivamente, la semana pasada. Estas variables están sujetas a las críticas mencionadas anteriormente sobre su capacidad para capturar el fenómeno acumulativo y sobre su posible pobreza para diferenciar entre individuos de alta y baja habilidad. Una precaución más sobre el uso de estas variables es que pueden estar recogiendo también características socioeconómicas de los hogares de los niños y no sólo habilidades.

*Habilidad cognitiva parental* ( $\theta^P$ ). Se consideran las mismas variables indicadoras que se utilizan para la habilidad cognitiva de los niños más la variable RECADO (ver Tablas 4.2 y 4.1). Esta es una variable dicotómica que toma el valor uno si quien responde sabe leer y escribir un recado en español.

---

<sup>(3)</sup>La baja correlación se encuentra en toda la muestra y al dividir en grupos de edad. La correlación utilizando la variable estandarizada por sexo y edad, conocida como ZRAVEN, es igualmente baja (0.239).



Tabla 4.1: Estadística descriptiva. Indicadoras dicotómicas.

	2002			2005		
	Obs.	0	1	Obs.	0	1
<i>Cognitivas</i>						
LEYO	2771	0.77	0.23	2773	0.57	0.43
INTERNET	2771	0.99	0.01	2773	0.95	0.05
<i>Cognitivas parentales</i>						
LEYOP	2642	0.72	0.28	1425	0.70	0.30
INTERNETP	2642	0.98	0.02	1425	0.97	0.03
RECADO	2642	0.11	0.89	1426	0.10	0.90
<i>Inversión parental</i>						
CULTURA	2751	0.84	0.16	2757	0.86	0.14
ACULTURA	2776	0.85	0.15	2774	0.77	0.23
CLASES	2776	0.97	0.03	2774	0.95	0.05
GRITARIA	-	-	-	2627	0.79	0.21
PEGARIA	-	-	-	2619	0.66	0.34

LEYOP e INTERNETP son variables de la madre.

Valores en las columnas 0 y 1 son proporciones

Para el puntaje del Raven parental,  $R^P$ , se utiliza la media de los puntajes de la madre en ambos periodos, o el puntaje en el periodo disponible cuando no hay información de la madre en ambos periodos. Para las variables RECADO, LEYO e INTERNET se usa el máximo de la observación en ambos periodos (ver Tabla 4.3). Con este procedimiento se considera que es capturado el supuesto de la invariabilidad de habilidades cognitivas parentales. Por una parte, se utiliza la media del puntaje del Raven en un intento por capturar el *valor de largo plazo* mientras se reduce el posible error de medición y se ajusta a la baja por el efecto aprendizaje en la prueba. Por otra parte, utilizar el máximo de las variables dicotómicas LEYO e INTERNET pretende capturar el hecho de que la manifestación de la habilidad cognitiva a través de estas variables indicadoras puede quedar oculta si la madre no leyó, o no utilizó internet, por razones ajenas a su habilidad. Con respecto a la variable RECADO, la utilización del máximo de ambos periodos no parece ser la estrategia más apropiada. Sin embargo, se mantiene su uso pues al retirar las observaciones<sup>(4)</sup> de madres que manifestaban aprendizaje los resultados no cambian; de esta forma se evita desechar la información de los hijos de estas madres.

<sup>(4)</sup>Se retiran 45 observaciones en las que la madre tiene cero en la variable RECADO en la ENNVIIH-1 y uno en la ENNVIIH-2.

Tabla 4.2: Estadística descriptiva. Indicadoras continuas.

	2002			2005		
	Obs.	Media	DE	Obs.	Media	DE
<i>Cognitivas</i>						
PUNTAJE	2776	9.58	3.64	2776	12.37	3.38
<i>Cognitivas parentales</i>						
PUNTAJEP	2642	5.25	2.89	1426	6.03	2.85
<i>Inversión parental</i>						
CONSUMO	2776	8.04	0.77	2774	8.09	0.78

PUNTAJEP corresponde al puntaje de la madre.

Tabla 4.3: Estadística descriptiva. Indicadoras parentales.

	Obs.	Media	DE
<i>Continua</i>			
$R^P$	2707	5.48	2.64
	Obs.	0	1
<i>Dicotómicas</i>			
LEYO	2707	0.64	0.36
INTERNET	2707	0.97	0.03
RECADO	2707	0.10	0.90

*Inversión parental, I.* Como indicadoras de la inversión parental se usan, en ambos periodos, las primeras cuatro variables listadas; las últimas tres son utilizadas sólo en el último periodo por disponibilidad de información.<sup>(5)</sup>

- CONSUMO. Logaritmo natural del consumo corriente del hogar del niño a precios de junio de 2002.
- CULTURA. Variable dicotómica que vale uno si hubo gasto en cultura y recreación en el último mes.

<sup>(5)</sup>Los resultados son robustos a una modificación en el tratamiento de  $I$  en la que se utilizan las mismas variables indicadoras para  $I_{t+1}$  e  $I_t$ .

- ACULTURA. Variable dicotómica que vale uno si el niño participó en actividades deportivas, culturales o de entretenimiento fuera de su vivienda durante la semana pasada.
- CLASES. Variable dicotómica que vale uno si el niño fue a algún centro educativo, p.e. clases particulares, sin incluir escolaridad formal durante la semana pasada.
- FLECTURA. Variable de cinco categorías creciente en la frecuencia con que la madre que responde lee libros a sus hijos (ver Figura 4.1).
- GRITARIA y PEGARIA. Variables dicotómicas que valen uno respectivamente si, ante un berrinche o grito de parte del hijo, la madre que responde estaría dispuesta a gritar o golpear a su hijo.

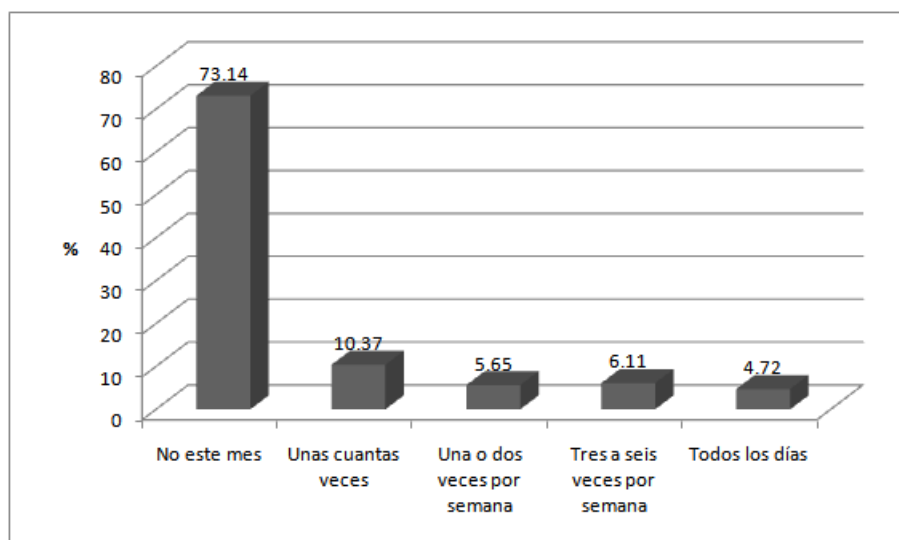


Figura 4.1: Categorías de FLECTURA



---

---

# CAPÍTULO 5

---

## RESULTADOS

### 5.1. Formación de habilidades cognitivas

Los resultados del modelo que trata la habilidad cognitiva como variable latente se presentan en la Tabla 5.1<sup>(1)</sup>. La variable  $\theta^P$  es la habilidad cognitiva de la madre como variable latente y  $R^P$  es el puntaje de la madre<sup>(2)</sup> en el test de Raven. Estas variables se suponen invariantes en el tiempo dado el corto periodo que se considera y teniendo en cuenta que el proceso de formación de habilidades cognitivas de los padres ya ha pasado su etapa final  $T$  en (2.1). Intuitivamente este supuesto implica que las ganancias (o pérdidas) de habilidad entre un periodo y otro son prácticamente nulas para los padres.

En los modelos principales es utilizada la inversión contemporánea. En la Tabla A.2.1 columnas (3) y (4) se observa que la inclusión de la inversión rezagada, en una ecuación que incluye la

---

<sup>(1)</sup>Esta tabla es una selección de las especificaciones presentes en la Tabla A.2.1 en el Anexo A.2.

<sup>(2)</sup>Altamirano y Soloaga (2009) muestran, con datos de la ENNVIH-2, que las características de la madre son las más relevantes en el desarrollo de logros cognitivos en los niños. Aún así, todos los modelos fueron repetidos utilizando el máximo de las variables indicadoras para ambos padres como indicadoras de la habilidad cognitiva parental y de la inversión. Los resultados son robustos a este cambio.

Tabla 5.1: Habilidad cognitiva como variable latente.  
Variable latente dependiente  $\theta_{t+1}$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(6')
$I_{t+1}$	0.804 (15.843)		0.041 (0.186)		0.140 (0.733)	0.406 (1.077)	0.144
$\theta_t$		1.093 (11.152)	1.054 (4.532)	1.360 (2.657)	1.355 (2.313)	1.084 (3.581)	0.778
$\theta^P$				-0.347 (-0.688)	-0.442 (-0.915)		
$R^P$						0.289 (13.293)	0.525
Observaciones	2776	2776	2776	2776	2776	2707	
p-valor $\chi^2$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
CFI	0.846	0.883	0.853	0.892	0.848	0.543	
TLI	0.821	0.810	0.851	0.889	0.873	0.499	
RMSEA	0.059	0.049	0.047	0.048	0.048	0.083	

Valores z en paréntesis.

inversión contemporánea, sólo disminuye un poco la magnitud del efecto de la última sin que la inversión rezagada se haga significativa. Este resultado sugiere que el efecto de la inversión parental *no tiene* retraso; nótese que, en el contexto del modelo, afirmar que la inversión tiene sólo efecto contemporáneo es equivalente a decir que lo relevante es lo invertido entre  $t$  y  $t + 1$ .

En las columnas (1) y (2) de la Tabla 5.1 se observan los resultados de los coeficientes estandarizados<sup>(3)</sup> de la ecuación estructural (3.2)<sup>(4)</sup> (denotados con la letra  $\gamma$ ) incluyendo sólo una de las variables latentes, inversión o rezago de habilidad. Cada una de estas variables por separado es relevante en la formación de habilidades. Sin embargo, cuando se les incluye juntas (columna (3)) el rezago de habilidad mantiene su magnitud y significancia y la inversión pierde su significancia estadística. Algo similar ocurre al incluir la habilidad cognitiva parental como variable latente

<sup>(3)</sup>Estos coeficientes indican el cambio en la variable dependiente por un cambio de una desviación estándar de la variable independiente, medido en unidades de desviación estándar de la variable dependiente. Al igual que las elasticidades, tan conocidas en la ciencia económica, se utilizan para hacer comparaciones entre efectos de variables evitando el problema de la escala. Ver Muthén y Muthén (2007).

<sup>(4)</sup>Los coeficientes de las ecuaciones de medición (denotados con la letra  $\lambda$  en las ecuaciones (3.3) y (3.4)) son omitidos. Estos tienen siempre el signo esperado y son estadísticamente significativos. En el Anexo A.3 se presentan estos coeficientes para los modelos preferidos en el trabajo.

(columna (4)). Cuando las tres variables son incluidas juntas (columna (5)), únicamente el rezago de habilidad sigue siendo estadísticamente significativo. El hecho de que las variables por separado sean relevantes, pero al ser incluidas juntas pierdan significancia, e incluso cambien de signo, sugiere que los resultados posiblemente estén evidenciando un problema de colinealidad entre las variables latentes que puede surgir por el componente socioeconómico de las variables indicadoras LEYO e INTERNET, común a algunas de las variables indicadoras de la inversión, fundamentalmente a la variable CONSUMO.

Tomando estos resultados a primera vista, la conclusión produce consternación: la historia persiste a pesar de la inversión. Lo importante en la formación de habilidades cognitivas a partir de los 5 años es el nivel del cual se parte. Sólo hay evidencia de autofomento en la producción de habilidades cognitivas. Este resultado es compatible con la existencia de periodos críticos y sensibles para la inversión en edades menores a cinco años, resultado presente en la literatura (ver Arias *et al.* (2010) y los trabajos que citan). Ahora, es cierto que el resultado es radical en la medida en que sugiere que la inversión, y aun la habilidad cognitiva parental, *no importan* a partir de los 5 años; este resultado puede ser provocado por colinealidad entre las variables latentes utilizadas<sup>(5)</sup> y por lo tanto puede ser visto como un hallazgo que resalta la importancia del autofomento de habilidad sin pretender descartar definitivamente un posible efecto de la inversión y la habilidad parental que podría ser estudiado con un conjunto más rico de datos y relajando algunas de las simplificaciones hechas en este trabajo.

En la columna (6) se presentan los resultados abandonando la noción de habilidad cognitiva parental como variable latente y controlando sólo por el promedio del puntaje del Raven de la madre  $R^P$ . Los coeficientes no están estandarizados. Los coeficientes estandarizados se encuentran en la columna (6').<sup>(6)</sup> Estos resultados sugieren que el puntaje del Raven de la madre sí juega un papel relevante en la producción de habilidades cognitivas de los niños. Este hallazgo puede parecer paradójico dados los resultados de la estimación en la columna (5); sin embargo, el incluir el puntaje del Raven de la madre mientras se trata la habilidad de los niños como variable latente

---

<sup>(5)</sup>Dada la especificación en (3.1) el rezago de habilidad del niño incluye un efecto de la habilidad parental (que se ha supuesto constante durante el periodo considerado).

<sup>(6)</sup>Desafortunadamente el software *Mplus* no provee los errores estándar de los coeficientes estandarizados en modelos que consideran del lado derecho de la ecuación estructural combinaciones de variables latentes y observables. Esta es la razón por la cual no son presentados dichos errores.

puede estar evitando el problema de colinealidad y por esto resultar significativo y con el signo esperado.

Por último, el ajuste del modelo<sup>(7)</sup> no es el mejor. En efecto, la hipótesis nula de que la matriz de varianzas y covarianzas del modelo es igual a la poblacional se rechaza, los p-valores de los modelos son siempre menores a 0.05. Sin embargo, dada la simplificación lineal del modelo que se estima y los problemas enfrentados en la estimación, este resultado no es sorprendente. El ajuste medido por los índices incrementales CFI y TLI es mediocre, los valores están cerca a los aceptados comúnmente en la literatura, pero aún no suficientes para argumentar un buen ajuste. Finalmente, el RMSEA indica que el ajuste es bueno.

## **5.2. Formación de logros cognitivos**

Se ha dicho que analizar el problema utilizando como variable indicadora sólo al puntaje en una prueba puede no estar integrando toda la información disponible sobre la formación de la habilidad cognitiva de los niños. Sin embargo, dadas las posibles restricciones que se enfrentan al estudiar la variable latente de habilidad cognitiva utilizando las indicadores dicotómicas disponibles, otra aproximación al proceso es obtenida utilizando un procedimiento más tradicional en economía, cual es hacer uso de los logros cognitivos, como puntajes en una prueba específica como el test de Raven, y estudiar su formación. Los resultados de esta forma de aproximarse al problema de estudio se presentan en la Tabla 5.2.

Los coeficientes de las columnas (3) y (5) no son estandarizados. Sus contrapartes estandarizadas se encuentran en las columnas (3') y (5'). La inversión y los logros cognitivos parentales mantienen su importancia en la producción de logros cognitivos de los niños aun cuando se les incluye juntos en un mismo modelo con el rezago del puntaje del niño. En efecto, si tomamos a primera vista los resultados estandarizados en la columna (5'), el orden de magnitud de los efectos estandarizados de la inversión parental, el logro rezagado y el logro parental es similar.

---

<sup>(7)</sup>Ver Bagozzi y Yi (1988), Yu (2002) y Hooper, Coughlan y Mullen (2008) para una explicación y discusión de las medidas de ajuste y Barret (2007) para una visión crítica de las medidas de ajuste y los umbrales de decisión utilizados en la literatura de modelos estructurales con variables latentes.



Tabla 5.2: Formación de logros cognitivos.  
Variable dependiente  $R_{t+1}$

	(1)	(2)	(3)	(3')	(4)	(5)	(5')
$I_{t+1}$	0.305 (13.856)		1.518 (9.142)	0.241		1.119 (6.511)	0.169
$R_t$		0.261 (14.786)	0.243 (14.335)	0.262	0.189 (10.124)	0.176 (10.285)	0.190
$R^P$					0.240 (12.950)	0.307 (12.477)	0.240
Observaciones	2776	2776	2776		2707	2707	
p-valor $\chi^2 \setminus F$	0.000	0.000	0.000		0.000	0.000	
CFI $\setminus R^2$	0.858	0.068	0.760		0.123	0.658	
TLI	0.826		0.700			0.564	
RMSEA	0.064		0.077			0.084	

Valores z en paréntesis.

Estos resultados llevan a una pregunta obligada: ¿Qué puede estar motivando la diferencia de resultados al estudiar la formación de habilidades y la de logros cognitivos? La respuesta a esta pregunta podría encontrarse en los problemas de estimación mencionados y en las dificultades que se enfrentan con las variables indicadoras dicotómicas de habilidad. Para poner a prueba estas posibles explicaciones se requeriría de un conjunto más rico de datos (resultados en otro tipo de pruebas) que desafortunadamente no se encuentra a disposición.

Otra pregunta interesante sobre el modelo es si la función de producción de logros cognitivos<sup>(8)</sup> cambia entre rangos de edad en la niñez. Para estudiar esta posibilidad se utiliza el modelo que incluye  $R_{t+1}$  regresado sobre  $R_t$ ,  $I_{t+1}$  y  $R^P$  (columna (5) Tabla 5.2). La muestra es dividida en dos grupos de edad, uno formado por los niños con edades (en 2002) en el intervalo [5, 7] y otro por los niños con edades en el intervalo [8, 9].<sup>(9)</sup> Esta elección de rangos de edad se hizo para agrupar

<sup>(8)</sup>Para el análisis por rangos de edad, el trabajo se restringe al modelo de formación de logros cognitivos pues es el contexto en el cual la inversión resulta ser importante y, además, al hacer la estimación por grupos, tratando la habilidad cognitiva como variable latente, los resultados por grupos no son muy confiables: los coeficientes de las variables latentes no son significativos e incluso varios son negativos. El resultado puede ser explicado por la calidad de las variables indicadoras. Al dividir la muestra la ausencia de suficiente variabilidad se exagera.

<sup>(9)</sup>El intervalo [8,9] integra también observaciones de 53 niños (4.9% de las observaciones en el intervalo) que reportaron tener 10 años en la ENNVIH-1 y 12 años en la ENNVIH-2. Estas observaciones se utilizan porque no sufren el problema de la incompatibilidad de resultados en la prueba de Raven luego del umbral de los 12 años;

las edades más pequeñas evitando concentraciones de las variables dicotómicas en el valor cero; las variables dicotómicas LEYO e INTERNET tienen concentraciones altas en el valor cero para los niños más pequeños, lo que no es sorprendente dada la definición de éstas variables. Por otra parte, también se busco tener cierta similitud con los rangos de dos años utilizados por Cunha y Heckman (2008).

Para estudiar la formación de logros cognitivos por periodos se hace una prueba  $\chi^2$  de diferencias en la que se enfrenta el modelo no restringido, en el que todos los coeficientes de las ecuaciones estructurales y de medición pueden variar entre grupos de edad, contra el modelo restringido en el que los coeficientes no estandarizados son iguales entre grupos de edad. Los resultados se presentan en la Tabla 5.3.<sup>(10)</sup>

Tabla 5.3: Formación de logros cognitivos por rangos de edad.  
Variable dependiente  $R_{t+1}$

	Modelo no restringido*				Modelo restringido**		
	5-7		8-9		5-7	8-9	
	Coef.	Coef. Est.	Coef.	Coef. Est.	Coef.	Coef. Est.	Coef. Est.
$I_{t+1}$	1.047 (4.743)	0.156	1.117 (4.578)	0.183	1.089 (6.614)	0.166	0.172
$R_t$	0.102 (4.581)	0.110	0.246 (8.709)	0.258	0.157 (8.980)	0.170	0.166
$R^P$	0.361 (11.096)	0.283	0.250 (6.668)	0.200	0.313 (12.750)	0.245	0.253
Observaciones	1627		1080		2707		
$\chi^2$			603.176		591.696		
Grados de libertad			58		63		
p-valor $\chi^2$			0.000		0.000		
p-valor $\chi^2$ prueba de diferencias	0.001						

\*Coeficientes varían en intervalos de edad

\*\*Restringido a que los coeficientes no estandarizados sean iguales entre grupos.

recuérdese que el conjunto de preguntas de la prueba de Raven presente en la ENNVIIH es diferente para niños de más de 12 años.

<sup>(10)</sup>Se omiten los resultados de los coeficientes de las variables indicadoras.

---

En la Tabla 5.3 se presentan los coeficientes no estandarizados (Coef.) y estandarizados (Coef. Est.) de ambos modelos. Es de notar que los coeficientes no estandarizados del modelo restringido no son iguales a los que se observan en la columna (5) de la Tabla 5.2 pues en el modelo de la Tabla 5.3 la restricción es sólo sobre el valor de los coeficientes no estandarizados entre grupos, esta es la razón por la que los coeficientes estandarizados siguen siendo ligeramente diferentes entre grupos en el modelo restringido. En la Tabla 5.2 la restricción es sobre todos los parámetros del modelo.

Los resultados del test indican que se rechaza el modelo restringido, es decir, los datos sugieren que la función de producción es diferente entre grupos de edad. El efecto de la inversión es un poco mayor para los niños con edades mayores. Sin embargo, la diferencia de efectos con respecto a la inversión no es muy grande. El efecto de autofomento es más del doble para los niños en el grupo de mayores edades. El efecto del componente parental es poco menos de cincuenta por ciento mayor para los niños más pequeños. Estos resultados difieren a los obtenidos por Cunha y Heckman (2008) quienes encuentran evidencia de periodos sensibles para la inversión en edades tempranas. En efecto, en el trabajo de Cunha y Heckman (2008)<sup>(11)</sup> los efectos de la inversión, la variable rezagada y el puntaje materno son todos mayores para los niños más pequeños.

---

<sup>(11)</sup>En este trabajo los autores utilizan una variable latente de habilidad cognitiva y no puntajes, por lo que los resultados no son directamente comparables.



---

## CONCLUSIONES

En este trabajo se desarrolla una aplicación empírica de los modelos de ecuaciones estructurales con variables latentes para estudiar la formación de habilidades y logros cognitivos en los niños mexicanos entre los 5 y 12 años. Se utiliza un modelo lineal (LISREL) en el cual las variables de habilidad (de los niños y parental) y de inversión parental son consideradas como variables latentes escalares que se manifiestan a través de otras variables indicadoras que sí pueden ser observadas. Se encuentra evidencia de lo que ha sido llamado *la tiranía de la historia* a partir de los cinco años. Lo que importa es el autofomento de la habilidad. Una vez que se incluye el rezago de la habilidad, la inversión y habilidad parentales pierden su poder explicativo en la formación de la habilidad cognitiva. Dados los problemas mencionados en el trabajo, este resultado puede entenderse como un indicador de la preponderancia de la inversión previa a los cinco años, más que como un argumento a favor de una posible productividad nula de la inversión a partir de esta edad.

En la segunda parte del trabajo se abandona el tratamiento de la habilidad cognitiva como variable latente y se usan los puntajes de la prueba de Raven para estudiar la formación de logros cognitivos en una estimación más tradicional aunque introduciendo un elemento novedoso al seguir considerando la inversión como variable latente. Aquí se encuentra que la inversión y el logro cognitivo parental sí son importantes en la formación de logros cognitivos de los niños aun cuando

se añade el rezago del puntaje. Esta diferencia en los resultados de ambos modelos (habilidades cognitivas y logros cognitivos) puede deberse al componente socioeconómico que comparten las indicatoras dicotómicas de habilidad con algunas de las indicatoras de inversión, fundamentalmente con el consumo.

En el marco de la formación de logros cognitivos, se pone a prueba la hipótesis de varianza temporal de la función de producción y se rechaza la invarianza temporal de la misma. Se encuentra que el efecto de la inversión parental es un poco mayor en los niños mayores. El efecto de autofomento en los niños mayores es más del doble del efecto encontrado para los niños más pequeños. El efecto del componente de puntaje materno es mayor para los niños en el grupo de menores edades.

Dada la ausencia de más datos sobre habilidad cognitiva (por ejemplo, puntajes en otras pruebas) no puede evaluarse enteramente el origen de los resultados disímiles, sobre la inversión y el componente de habilidad parental, encontrados en el estudio según se use el modelo de variables latentes o el modelo de producción de logros cognitivos. Con todo, los resultados indican direcciones para seguir investigando cuando los datos de la tercera ronda de la ENNVIH estén disponibles.



---

# ANEXOS





## A.1. Un caso particular del modelo LISREL

Al omitir los subíndices de tiempo por simplicidad, las ecuaciones que describen el modelo ((3.2), (3.3) y (3.4)) son:

$$\theta^C = \Gamma'\theta + \zeta \quad (\text{A.1})$$

$$\mathbf{Y} = \Lambda_y\theta^C + \epsilon \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{X} = \Lambda_x\theta + \delta \quad (\text{A.3})$$

Dado que el vector de datos ha sido definido como  $\mathbf{Z} = [\mathbf{Y}', \mathbf{X}']'$  se tiene que:

$$Cov(\mathbf{Z}) = \Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{yy} & \Sigma_{yx} \\ \Sigma'_{yx} & \Sigma_{xx} \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

En este trabajo,  $\theta^C$  es un escalar y  $\theta$  es un vector de 2x1 que integra la inversión parental y el rezago de la habilidad cognitiva. Suponiendo 3 indicadoras para cada una de las variables latentes se tiene que  $\mathbf{Y}$  y  $\mathbf{X}$  son vectores de 3x1 y de 6x1 respectivamente. Por lo tanto,  $\Gamma$ ,  $\Lambda_y$  y  $\Lambda_x$  son vectores(matrices) de parámetros de dimensiones 2x1, 3x1 y 6x2 respectivamente.

Los últimos componentes para la construcción del ejemplo del modelo LISREL son los supuestos sobre las medias, varianzas y covarianzas; estos supuestos están dados por:

$$\begin{aligned} E(\zeta) &= 0; & Var(\zeta) &= \psi \\ E(\epsilon) &= \mathbf{0}; & Var(\epsilon) &= \Theta_\epsilon \\ E(\delta) &= \mathbf{0}; & Var(\delta) &= \Theta_\delta \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Además, en el modelo,  $\zeta$ ,  $\epsilon$  y  $\delta$  están mutuamente no correlacionadas, los valores esperados de las variables latentes son ceros,  $\zeta$  no está correlacionada con  $\theta$ , los valores esperados de los errores son igualmente cero,  $\epsilon$  no está correlacionada con  $\theta^C$ ,  $\zeta$  ni con  $\delta$ ;  $\delta$  no está correlacionado con  $\zeta$ ,  $\theta^C$  ni con  $\epsilon$ , y  $E(\theta'\theta) = \Phi$ .

Con estos componentes pueden calcularse las matrices que conforman la matriz  $\Sigma$ , como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned}
\Sigma_{yy} &= E[(\Lambda_y \theta^C + \epsilon)(\Lambda_y \theta^C + \epsilon)'] \\
&= \Lambda_y E[\theta^C \theta^C] \Lambda_y' + \Lambda_y E[\theta^C \epsilon'] + E[\epsilon \theta^C] \Lambda_y' + E[\epsilon \epsilon'] \\
&= \Lambda_y E[(\Gamma' \theta + \zeta)(\Gamma' \theta + \zeta)'] \Lambda_y' + \Theta_\epsilon \\
&= \Lambda_y [\Gamma' E(\theta \theta') \Gamma + \Gamma' E(\theta \zeta) + E(\zeta \theta') \Gamma + E(\zeta \zeta)] \Lambda_y' + \Theta_\epsilon \\
&= \Lambda_y [\Gamma' \Phi \Gamma + \psi] \Lambda_y' + \Theta_\epsilon
\end{aligned} \tag{A.6}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma_{xy} &= E[(\Lambda_y \theta^C + \epsilon)(\Lambda_x \theta + \delta)'] \\
&= \Lambda_y E[\theta^C \theta'] \Lambda_x' + \Lambda_y E[\theta^C \delta'] + E[\epsilon \theta'] \Lambda_x' + E[\epsilon \delta'] \\
&= \Lambda_y E[(\Gamma' \theta + \zeta) \theta'] \Lambda_x' \\
&= \Lambda_y \Gamma' E[\theta \theta'] \Lambda_x' \\
&= \Lambda_y \Gamma' \Phi \Lambda_x'
\end{aligned} \tag{A.7}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma_{xx} &= E[(\Lambda_x \theta + \delta)(\Lambda_x \theta + \delta)'] \\
&= \Lambda_x E[\theta \theta'] \Lambda_x' + \Lambda_x E[\theta \delta'] + E[\delta \theta'] \Lambda_x' + E[\delta \delta'] \\
&= \Lambda_x \Phi \Lambda_x' + \Theta_\delta
\end{aligned} \tag{A.8}$$

Al reemplazar (A.6), (A.7) y (A.8) en (A.4) se obtiene

$$Cov(\mathbf{Z}) = \Sigma = \begin{pmatrix} \Lambda_y [\Gamma' \Phi \Gamma + \psi] \Lambda_y' + \Theta_\epsilon & \Lambda_y \Gamma' \Phi \Lambda_x' \\ (\Lambda_y \Gamma' \Phi \Lambda_x')' & \Lambda_x \Phi \Lambda_x' + \Theta_\delta \end{pmatrix} \tag{A.9}$$

Como se observa de (A.9),  $\Sigma$  queda expresada únicamente en función de los parámetros del modelo. Para la estimación de los parámetros del modelo se establece  $\hat{\Sigma} = S$  (donde  $\hat{\Sigma}$  es la matriz estimada y  $S$  es la matriz de varianzas-covarianzas muestral) y se resuelven las ecuaciones re-

sultantes utilizando rutinas iterativas que utilizan una función criterio para reducir la discrepancia entre  $\hat{\Sigma}$  y  $S$ .

## **A.2. Modelos extendidos.**

Tabla A.2.1: Formación habilidades cognitivas. Extendido.  
Variable latente dependiente  $\theta_{t+1}$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(4')	(5)	(5')	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(11')	(12)	(12')
$I_t$	0.684 (14.052)		0.130 (1.222)	0.271 (1.213)	0.115											
$I_{t+1}$		0.804 (15.843)	0.666 (6.038)	1.175 (4.959)	0.504	1.670 (10.389)	0.629	0.479 (5.841)		0.041 (0.186)		0.140 (0.733)	0.406 (1.077)	0.144	0.333 (0.724)	0.112
$\theta_t$									1.093 (11.152)	1.054 (4.532)	1.36 (2.657)	1.355 (2.313)	1.084 (3.581)	0.778	1.033 (3.187)	0.885
$\theta^P$								0.454 (5.398)			-0.347 (-0.688)	-0.442 (-0.915)				
$R^P$				0.256 (11.945)	0.511	0.265 (12.368)	0.516						0.289 (13.293)	0.525		
$E^P$															0.184 (11.286)	0.490
Observaciones	2776	2776	2776	2707		2707		2776	2776	2776	2776	2776	2707		2483	
p-valor $\chi^2$	0.000	0.000	0.000	0.000		0.000		0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000		0.000	
CFI	0.980	0.846	0.910	0.704		0.600		0.850	0.883	0.853	0.892	0.848	0.543		0.360	
TLI	0.973	0.821	0.923	0.721		0.526		0.864	0.810	0.851	0.889	0.873	0.499		0.280	
RMSEA	0.035	0.059	0.047	0.081		0.091		0.054	0.049	0.047	0.048	0.048	0.083		0.097	

Valores z en paréntesis.  $E^P$  es la media de la escolaridad de la madre.

Tabla A.2.2: Formación logros cognitivos. Extendido.  
Variable dependiente  $R_{t+1}$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(4')	(5)	(5')	(6)	(6')	(7)	(8)	(8')	(9)	(10)	(10')	(11)	(11')
$I_t$	0.299 (12.209)		0.128 (2.101)	0.524 (1.540)	0.087												
$I_{t+1}$		0.305 (13.856)	0.191 (3.236)	0.685 (2.148)	0.117	1.277 (7.359)	0.195	1.285 (5.562)	0.167		1.518 (9.142)	0.241		1.119 (6.511)	0.197	1.085 (4.816)	0.139
$R_t$										0.261 (14.786)	0.243 (14.335)	0.262	0.189 (10.124)	0.176 (10.285)	0.212	0.199 (11.216)	0.217
$R^P$				0.385 (15.864)	0.301	0.385 (15.864)	0.301						0.240 (12.950)	0.307 (12.477)	0.177		
$E^P$								0.216 (11.472)	0.227							0.168 (8.949)	0.176
Observaciones	2776	2776	2776	2707		2707		2483		2707	2776		2707	2707		2483	
p-valor $\chi^2 \setminus F$	0.000	0.000	0.000	0.000		0.000		0.000		0.000	0.000		0.000	0.000		0.000	
CFI $\setminus R^2$	0.990	0.858	0.926	0.712		0.613		0.324		0.068	0.760		0.123	0.658		0.407	
TLI	0.983	0.826	0.935	0.717		0.501		0.135			0.700			0.564		0.229	
RMSEA	0.037	0.064	0.048	0.089		0.103		0.139			0.077			0.084		0.116	

Valores z(t) en paréntesis.  $E^P$  es la media de la escolaridad de la madre.

Regresiones sin variables latentes incluyen estadísticos t, prueba  $F$  y  $R^2$ .

### A.3. Ecuaciones de medición.

Tabla A.3.1: Ecuaciones de medición. Formación de habilidades cognitivas.  
Coeficientes estandarizados

	Estimado	E.S.	Est./E.S.	p-valor
<i>Ecuaciones de medición</i>				
$\theta_t$				
PUNTAJE	0.425	0.033	12.966	0.000
LEYO	0.305	0.035	8.827	0.000
INTERNET	0.746	0.086	8.709	0.000
$\theta_{t+1}$				
PUNTAJE	0.436	0.030	14.741	0.000
LEYO	0.310	0.030	10.426	0.000
INTERNET	0.655	0.049	13.396	0.000
$\theta^P$				
PUNTAJE	0.595	0.020	30.179	0.000
LEYO	0.610	0.025	24.804	0.000
INTERNET	0.784	0.047	16.688	0.000
RECADO	0.820	0.028	29.152	0.000
$I_{t+1}$				
CONSUMO	0.691	0.018	38.455	0.000
ACULTURA	0.385	0.030	12.688	0.000
CLASES	0.447	0.047	9.595	0.000
CULTURA	0.777	0.025	31.435	0.000
PEGARIA	-0.278	0.029	-9.446	0.000
GRITARIA	-0.148	0.034	-4.326	0.000
FLECTURA	0.355	0.027	13.175	0.000
<i>Ecuación estructural</i>				
$\theta_t$	1.355	0.586	2.313	0.021
$I_{t+1}$	0.140	0.191	0.733	0.464
$\theta^P$	-0.442	0.483	-0.915	0.360

Modelo (10) en la Tabla A.2.1

En las Tablas A.3.1 y A.3.2 los coeficientes estandarizados, en las columnas dos y seis respectivamente, pueden ser considerados como una medición del concepto de *validez* de las variables a través de las cuales se manifiestan las variables latentes. Bollen (1989) define este concepto como la magnitud de la relación estructural directa entre las variables latentes y sus variables de medición. Recordando que los coeficientes de las variables dicotómicas corresponden a modelos probit,



se observa que la validez de las variables de medición de la habilidad cognitiva se mantiene aproximadamente igual entre periodos. La validez de LEYO como variable de medición de la habilidad cognitiva es mayor para las madres que para sus hijos. En inversión parental el consumo tiene validez considerable. La variable CULTURA tiene la mayor validez entre las dicotómicas, lo cual no es sorprendente dada la definición de esta variable.

Como se mencionó en el documento, todas las variables de medición resultan ser significativas y tener los signos esperados. Son especialmente reconfortantes los signos negativos de las variables PEGARIA y GOLPEARIA.

Los coeficientes de las ecuaciones estructurales en las Tablas A.3.1 y A.3.2 son, respectivamente, los coeficientes de la columna (5) en la Tabla 5.1 y los de las columnas (5) y (5') en la Tabla 5.2.

Tabla A.3.2: Ecuaciones de medición. Formación de logros cognitivos.  
Coeficientes no estandarizados y estandarizados

	Estimado	E.S.	Est./E.S.	p-valor	Coef. Est.
<i>Ecuaciones de medición</i>					
$I_{t+1}$					
CONSUMO	1.000	0.000	-	-	0.690
ACULTURA	0.601	0.077	7.839	0.000	0.307
CLASES	0.696	0.109	6.362	0.000	0.355
CULTURA	1.587	0.154	10.274	0.000	0.809
PEGARIA	-0.326	0.069	-4.687	0.000	-0.166
GRITARIA	-0.275	0.072	-3.799	0.000	-0.140
FLECTURA	0.410	0.068	6.029	0.000	0.209
<i>Ecuación estructural</i>					
$I_{t+1}$	1.119	0.172	6.511	0.000	0.169
$R_t$	0.176	0.017	10.285	0.000	0.190
$R^P$	0.307	0.025	12.477	0.000	0.240

Estimado: coeficientes no estandarizados escalados en CONSUMO

Coef. Est.: coeficientes estandarizados

Modelo (10) en la Tabla A.2.2

## A.4. Distribución de la inversión latente en el modelo de puntajes del Raven.

A continuación se presenta la distribución Kernel de la inversión parental latente en el modelo de puntajes del Raven. En este modelo su efecto es significativo en la formación de logros cognitivos. Esta distribución corresponde a la variable  $I_{t+1}$  generada con el modelo en la Tabla A.3.2.

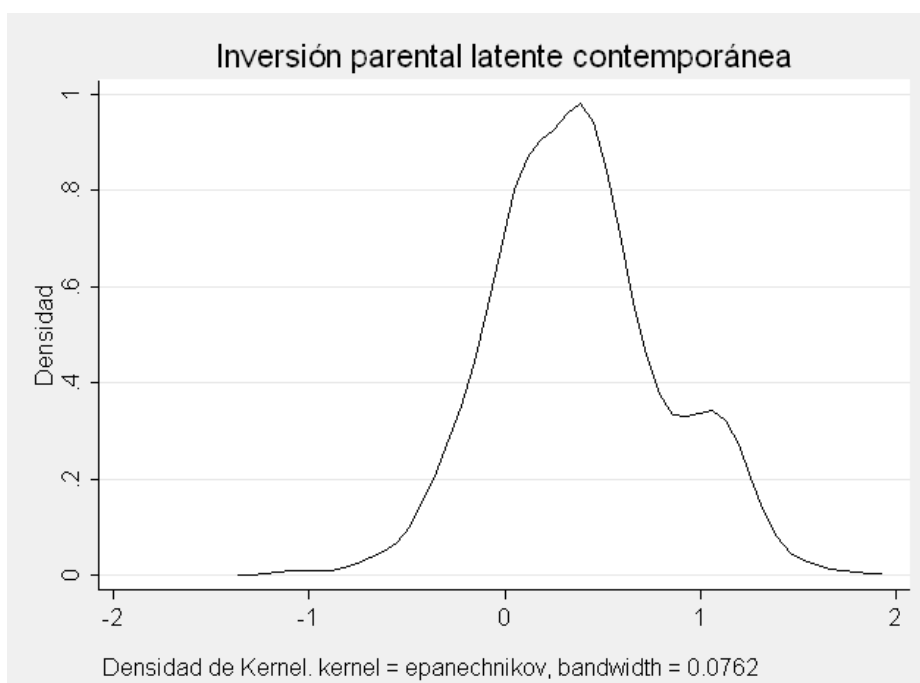


Figura A.4.1: Distribución Kernel de  $I_{t+1}$ .

La media y desviación estándar de  $I_{t+1}$  calculadas con las 2707 observaciones consideradas son respectivamente 0.378 y 0.442. Estos valores implican un coeficiente de variación de la inversión de 1.169, lo que indica la presencia de buena variabilidad en la inversión parental.

---

# BIBLIOGRAFÍA

- [1] Altamirano, Aniel e I. Soloaga. 2009. Trasmisión intergeneracional de la desigualdad en habilidades cognitivas (mimeo).
- [2] Arias, Javier, O. Azuara, P. Bernal, J. J. Heckman y C. Villarreal. 2010. Policies to Promote Growth and Economic Efficiency in Mexico, IZA, Discussion Paper, núm. 4740.
- [3] Bagozzi, Richard y Youjae Yi. 1988. On the Evaluation of Structural Equation Models, *Journal of the Academy of Marketing Science*, 16(1): 74-94.
- [4] Barrett, Paul. 2007. Structural Equation Modeling: Adjudging Model Fit, *Personality and Individual Differences*, 42(5): 815-824.
- [5] Bollen, Kenneth. 1989. *Structural Equations with Latent Variables*, Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics.
- [6] Court, J.H., J.C. Raven y J. Raven. 2006. *Test de matrices progresivas. Escalas coloreada, general y avanzada. Manual*, Paidós, cuarta reimpresión.
- [7] Cunha, Flavio y J.J. Heckman. 2007. The Technology of Skill Formation, *American Economic Review*, 97(2): 31-47.

- [8] ———. 2008. Formulating, Identifying and Estimating the Technology of Cognitive and Noncognitive Skill Formation, *Journal of Human Resources*, 43(4): 738-782.
- [9] ———. 2009. The Economics and Psychology of Inequality and Human Development, UCD Geary Institute discussion paper núm. 200905.
- [10] ———, L. Lochner y D. Masterov. 2005. Interpreting the Evidence on Life Cycle Skill Formation, Iza, Discussion Paper, núm. 1675.
- [11] Cunha, Flavio, J. J. Heckman, y S. Schennach. 2010. Estimating the Technology of Cognitive and Noncognitive Skill Formation, NBER working paper, núm. 15664.
- [12] Duncan, Otis D. y A. Goldberger. 1973. *Structural Equation Models in the Social Sciences*, Seminar Press.
- [13] Everitt, Brian. 1984. *An Introduction to Latent Variable Models. Monographs on Statistics and Applied Probability*, Chapman and Hall.
- [14] Farkas, George. 2003. Cognitive Skills and Noncognitive Traits and Behaviors in Stratification Processes, *Annual Review of Sociology*, 29: 541-562.
- [15] Heckman, James J. y J. Rubinstein. 2001. The Importance of Noncognitive Skills: Lessons from the GED Testing Program, *American Economic Review*, 91(2): 145-149.
- [16] Heckman, James J., J. Stixrud y S. Urzua. 2005. The Effects of Cognitive and Noncognitive Abilities on Labor Market Outcomes and Social Behavior, NBER Working Paper, núm. 12006.
- [17] Hooper, D., J. Coughlan y M.R. Mullen. 2008. Structural Equation Modeling: Guidelines for Determining Model Fit, *The Electronic Journal of Business Research Methods*, 6(1): 53-60, [en línea] disponible en: [www.ejbrm.com](http://www.ejbrm.com).
- [18] Jöreskog, Karl. 2000. Latent Variable Scores and their Uses, (mimeo).
- [19] ——— y A. S. Goldberger. 1975. Estimation of a Model with Multiple Indicators and Multiple Causes of a Single Latent Variable, *Journal of the American Statistical Association*, 70(351): 631-639.

- 
- [20] López, María Fernanda, D. Mayer Foulkes y E. E. Serván Mori. 2008. Habilidades cognitivas: transmisión intergeneracional por niveles socioeconómicos, *Estudios Económicos*, 23(1): 129-156.
- [21] Mayer Foulkes, David y E. E. Serván Mori. 2009. Formación de la capacidad cognitiva en México: impactos económicos y de políticas públicas, *Estudios Económicos*, número extraordinario, 83-122.
- [22] Muthén, L.K. y B. Muthén. 2007. *Mplus User's Guide*. 5a. ed., Los Angeles, Muthén y Muthén.
- [23] Muthén, B., S. du Toit y D. Spisic. 1997. Robust inference using weighted least squares and quadratic estimating equations in latent variable modeling with categorical and continuous outcomes, (mimeo).
- [24] Oliva, Paulina, L. Rubalcava y G. Teruel. 2004. *Schooling. Cognitive Ability or Emotional Well Being: What Drives the Individual's Perception of Health Outcomes?* Universidad Iberoamericana.
- [25] Postlewaite, Andrew y D. Silverman. 2006. Non-Cognitive Skills, Social Success, and Labor Market Outcomes, (mimeo).
- [26] Raven, J.C. 2007. *Test de matrices progresivas. Escala coloreada. Cuaderno de matrices/Series A, A<sub>B</sub> y B*, Paidós, cuarta reimpresión.
- [27] Roemer, John. 2005. Equality of Opportunity. For the New Palgrave Dictionary.
- [28] Rubalcava, Luis y G. Teruel. 2004. The Role of Maternal Cognitive Ability on Child Health, Inter-American Development Bank, Research Network Working Paper, núm R-497.
- [29] ——. 2006. *Guía de usuario de la encuesta nacional sobre niveles de vida de los hogares, primera ronda*, [en línea] disponible en: [www.ennvih-mxfls.org](http://www.ennvih-mxfls.org).
- [30] ——. 2008. *Guía de usuario de la encuesta nacional sobre niveles de vida de los hogares, segunda ronda*, [en línea] disponible en: [www.ennvih-mxfls.org](http://www.ennvih-mxfls.org).

- [31] Todd, Petra y K. Wolpin. 2003. On the Specification and Estimation of the Production Function for Cognitive Achievement, *The Economic Journal*, 113(485): F3-F33.
- [32] ——. 2004. The Production of Cognitive Achievement in Children: Home, School and Racial Test Score Gaps, Penn Institute for Economic Research, Working Paper, núm. 04-019.
- [33] Yu, Ching-Yun. 2002. Evaluating Cutoff Criteria of Model Fit Indices for Latent Variable Models with Binary and Continuous Outcomes, Tesis doctoral, Universidad de California, L.A.

---

## ÍNDICE DE TABLAS

4.1. Estadística descriptiva. Indicadoras dicotómicas. . . . .	23
4.2. Estadística descriptiva. Indicadoras continuas. . . . .	24
4.3. Estadística descriptiva. Indicadoras parentales. . . . .	24
5.1. Habilidad cognitiva como variable latente. . . . .	28
5.2. Formación de logros cognitivos. . . . .	31
5.3. Formación de logros cognitivos por rangos de edad. . . . .	32
A.2.1 Formación habilidades cognitivas. Extendido. . . . .	44
A.2.2 Formación logros cognitivos. Extendido. . . . .	45
A.3.1 Ecuaciones de medición. Formación de habilidades cognitivas. . . . .	46
A.3.2 Ecuaciones de medición. Formación de logros cognitivos. . . . .	47





---

# ÍNDICE DE FIGURAS

3.1. Diagrama del modelo de ecuaciones estructurales con variables latentes para la estimación de la tecnología en (3.1). . . . .	15
3.2. Formación de logros cognitivos. Inversión parental como variable latente. . . . .	19
4.1. Categorías de FLECTURA . . . . .	25
A.4.1 Distribución Kernel de $I_{t+1}$ . . . . .	48