

EL COLEGIO DE MEXICO
CENTRO DE ESTUDIOS ECONOMICOS

TRABAJO DE INVESTIGACION PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRIA EN ECONOMIA

UN ENSAYO SOBRE LA TEORIA DINAMICA DE
HARROD

Alfredo Cuéllar M.

Promoción 1985 - 87

Supervisor: Nora Lustig

Febrero de 1989.

UN ENSAYO SOBRE LA TEORIA DINAMICA DE HARROD

Segundo trabajo presentado para optar
por el grado de Maestría en Economía

Alfredo Cuéllar Montoya

Centro de Estudios Económicos
El Colegio de México

Febrero de 1989.

INDICE

	Pág.
Introducción.....	1
I. El Ensayo sobre Teoría Dinámica de Harrod....	2
II. Intepretación neoclásica de la Teoría Dinámica de Harrod.....	16
II.A. Una interpretación neoclásica del Ensayo sobre Teoría Dinámica de Harrod....	16
II.B. La crítica de Nikaído al modelo de Solow..	25
III. Una interpretación neokeynesiana del Ensayo sobre Teoría Dinámica de Harrod.....	31
IV. Conclusiones.....	41
Bibliografía.....	43

Introducción.

Han pasado ya 50 años desde la publicación del Ensayo sobre Teoría Dinámica de Harrod (1939), uno de los trabajos que mayor influencia han ejercido dentro del desarrollo de la teoría moderna del crecimiento y acumulación.

Escribir un artículo adicional sobre este tema parecería poco justificable, sobre todo si se toma en cuenta la gran cantidad de trabajos que se han dedicado al mismo, y que cubren tanto la perspectiva neoclásica como la neokeynesiana. Sin embargo, creemos que es necesario dedicar unas líneas adicionales a este tópico por las razones siguientes: i) consideramos que la mayor parte de los trabajos que se han escrito sobre el tema han hecho una inadecuada interpretación del Ensayo sobre Teoría Dinámica, y ii) que aún omitiendo el inciso anterior, la respuesta neoclásica (Solow 1956, 1970) y neokeynesiana (Kaldor 1955-6), al problema de la inestabilidad de la tasa de crecimiento que Harrod planteó en su ensayo, es inadecuada, y por lo tanto no resuelve el problema.

A fin de poder sustentar los dos argumentos anteriores con mayor claridad, el presente trabajo se ha dividido en cuatro partes. En la primera se resume el Ensayo de Harrod (1939). En la segunda se presenta la respuesta neoclásica (Solow 1956 y 1970) y la crítica a ésta (Nikaido 1975, 1980). El caso neokeynesiano (Kaldor 1955-6) se examina a continuación, y se discuten las críticas planteadas por Pasinetti (1974) y

y se discuten las criticas planteadas por Pasinetti (1974). Finalmente en la ultima parte se presentan las conclusiones.

I. El Ensayo sobre Teoría Dinámica de Harrod.

Como el título del ensayo lo indica, Harrod intenta desarrollar una teoría dinámica, la cual en palabras del autor significa "...definir lo dinámico como proposiciones donde una tasa de crecimiento se considera (como la) variable incógnita." (Harrod p.47), y como ejemplo de esto, toma el caso de la tasa de crecimiento del ingreso o producto.

El marco teórico del cual parte el autor es la determinación de la oferta de ahorros a través de la teoría del multiplicador, de la demanda de ahorros por medio del principio de aceleración y de la condición de equilibrio oferta igual a demanda. (Harrod p.43).

Lo anterior puede formalizarse de la siguiente manera: sean $x(0)$ y $x(1)$ el producto en el periodo cero (uno) respectivamente, s la fracción del ingreso que los agentes económicos deciden ahorrar (podríamos identificar a s como la propensión media a ahorrar) y C el valor de los bienes de capital que se requieren para incrementar en una unidad el nivel del producto (lo que actualmente llamaríamos la razón marginal capital-producto).

En base a estas definiciones, se tiene que la oferta de ahorros S está dada por:

$$S = s * x(0) \quad (1.11),$$

mientras que la demanda de ahorros o función de inversión I lo está por:

$$I = C * (x(1) - x(0)) \quad [I.21]$$

En el equilibrio tenemos que:

$$\begin{aligned} S &= I \\ s * x(0) &= C * (x(1) - x(0)) \\ s/C &= (x(1) - x(0)) / x(0) \\ g(w) &= s/C \end{aligned} \quad [I.31]$$

y que define la Ecuación Fundamental de Harrod (Harrod p.46).

El lado izquierdo de [I.31] representa la tasa de crecimiento del producto, y que Harrod llama la tasa de crecimiento garantizada ($g(w)$), entendiéndolo por ésta, "...la tasa de crecimiento que dejará a todas las partes satisfechas por no haber producido ni más ni menos que la cantidad correcta. O dicho de otro modo, dicha tasa producirá en las partes tal estado mental que hará que emitan órdenes que mantengan la misma tasa de crecimiento..." (Harrod p.45). Por lo tanto, la tasa de crecimiento garantizada está dada por el cociente entre la proporción media a ahorrar (s) y la razón marginal capital-producto (C).

Sería conveniente en este momento, hacernos la pregunta siguiente: es la tasa de crecimiento garantizada constante o no? La respuesta debe ser un no categórico, y para ello solamente es necesario referirnos al texto del Ensayo sobre Teoría Dinámica, donde encontramos que:

" Sea s la fracción del ingreso que deciden ahorrar los individuos y las empresas. s es el ahorro total dividido por $x(0)$ o por $x(1)$. Es de esperarse que s varíe con la magnitud del ingreso, la fase del ciclo económico, los cambios institucionales, etcétera.

Sea C el valor de los bienes de capital requeridos para la producción de un aumento unitario de producto...el valor de C depende del estado de la tecnología y la naturaleza de los bienes que constituyen el incremento de la producción. Es de esperarse que varíe en fases distintas del ciclo económico y al aumentar el ingreso; por otra parte, también puede depender en alguna medida de la tasa de interés." (Harrod p.46) (Subrayado nuestro).

De la cita anterior, podemos concluir que tanto s como C no son constantes a lo largo del tiempo, y que éstas adoptan diversos valores según la fase del ciclo económico. Sin embargo, una vez dado los valores que s y C toman durante los periodos cero-uno, el cociente de éstos determina el valor de la tasa de crecimiento garantizada.

Pero si s y C fluctúan durante el curso del ciclo económico, no sería necesario escribir la Ecuación Fundamental como

$$g(w) = s(g(w))/C(g(w)) \quad [I.3.1],$$

es decir, considerar tanto la fracción del ingreso que se ahorra (s) como la razón marginal capital-producto (C) como funciones de la tasa de crecimiento garantizada ? Según Harrod, esto no es necesario y su Ecuación Fundamental es la expresión correctamente porque

"...el análisis se relaciona con un punto del tiempo. Consideramos probable que s varíe cuando se modifique la magnitud del ingreso (x), pero un cambio de la tasa de crecimiento en un punto del tiempo no tiene efecto sobre su magnitud. Puede esperarse que también C varíe con la magnitud del ingreso (x),..., pero se aplica el mismo argumento para considerarla independiente de la tasa de crecimiento en un punto del tiempo." (Harrod p.54)

Como podemos observar, el argumento de Harrod se basa en el supuesto de que los agentes económicos en sus decisiones de ahorro en un momento dado del tiempo, solamente prestan atención al nivel del ingreso (la teoría del multiplicador), mientras que en las referentes a la inversión, sólo se fijan en el cambio en el nivel del ingreso (el principio del acelerador); pero en ninguno de los dos casos, la toma de decisiones se llega a basar en la tasa de crecimiento del ingreso y en los diversos valores que ésta puede asumir en los sucesivos periodos de tiempo o fases del ciclo económico. Por lo tanto, bajo estos supuestos de comportamiento de los ahorradores e inversionistas, en el equilibrio la tasa de crecimiento del ingreso queda determinada por la Ecuación Fundamental de Harrod ([I.3]).

El concepto de equilibrio que se maneja en la determinación de la Ecuación Fundamental equivale al caso de la igualdad entre ahorro e inversión como nociones ex-ante o planeadas, y que difiere de la identidad entre ahorro e inversión, cuando éstos se toman como nociones ex-post o realizadas. En este último caso, ahorro e inversión siempre son iguales, pero no representa una situación de equilibrio porque dentro de la inversión ex-post aparecen acumulación de inventarios no deseados o planeados, y que vienen a formar parte del producto no planeado, es decir, oferta no vendida.

Tomando en cuenta lo anterior, al caso ex-post también se le puede asociar una tasa de crecimiento, la tasa de crecimiento actual del ingreso o producto (g), y que Harrod deriva de la

siguiente manera: "Sea C_p el valor del incremento del acervo de capital del periodo dividido entre el incremento del producto total. C_p es el valor del incremento de capital por incremento unitario de la producción efectivamente producida..." (Harrod p.47). Dado que C_p se deriva de la producción efectivamente producida, ésta es una cantidad ex-post. La identidad entre ahorro e inversión como nociones ex-post o no planeadas, está dada por:

$$s \cdot x(0) = C_p \cdot (x(1) - x(0))$$

$$(x(1) - x(0)) / x(0) = s / C_p$$

$$g = s / C_p \quad [I.4]$$

(Harrod p.45).

Un aspecto de la identidad [I.4] que vale la pena resaltar, es el hecho de que todo el peso del desequilibrio recae sobre C_p , es decir, que tanto en el caso de la Ecuación Fundamental como en el caso ex-post, la propensión media a ahorrar es la misma. Este supuesto de acuerdo con Harrod, y como lo veremos más adelante, no cambia en nada la demostración de su proposición fundamental, la inestabilidad de la tasa de crecimiento garantizada (Harrod p.50). Por lo tanto, el hecho de que se trabaje con la misma propensión media a ahorrar no es más que una simplificación en la lógica del argumento.

Comparando las expresiones [I.3] y [I.4] podemos concluir que solamente si C_p es igual a C entonces el caso ex-post corresponde a una situación de equilibrio, o en términos de Harrod, "...si el valor del incremento del acervo de capital

por incremento unitario del producto que realmente se obtiene, C_p , es igual a C , la cantidad de capital por incremento unitario requerido por las condiciones tecnológicas y de otra índole (incluidos el estado de la confianza, la tasa de interés, etcétera) es claro que el incremento realmente obtenido es igual al incremento justificado por las circunstancias. Esto significa que...la suma de las decisiones de producción que se expresan en g se justifican en el total, es decir, si $C = C_p$, entonces $g = g(w)$, y por [I.3] $g(w) = s / C$ ". (Harrod pp.47-8)

Una vez definida la situación de equilibrio [I.3] y de desequilibrio [I.4], el paso siguiente consiste en definir las reglas de comportamiento de los agentes económicos bajo el último caso. De acuerdo con Harrod, "Si la inversión ex post es menor que la inversión ex ante, esto significa que ha habido una disminución de inventarios no deseada, o una provisión insuficiente de equipo productivo, y habrá un estímulo a la nueva expansión de la producción; a la inversa si la inversión ex post es mayor que la inversión ex ante." (Harrod p.48).

Regresando al punto que quedó pendiente, se mencionó que el valor de la propensión media a ahorrar es el mismo en las expresiones [I.3] y [I.4]; sin embargo, esto no representa ningún problema, ya que si la tasa actual de crecimiento es mayor que la garantizada, y suponemos que "...si todo el efecto se encuentra en una divergencia del s ex post frente al s ex ante, el s ex post será mayor que el s ex ante. Los ahorradores encontrarán que han ahorrado más de lo que habían calculado si hubiesen previsto correctamente su nivel de ingreso... En consecuencia se sentirán estimulados a aumentar las compras y los pedidos de bienes aumentarán

correspondientemente. " (Harrod p.50). Para el caso contrario, es decir, una tasa garantizada de crecimiento mayor que la actual, la lógica del argumento anterior se invierte. Por lo tanto, el suponer una propensión media al ahorro igual para ambos casos, no afectará las conclusiones del análisis, y estableceremos, como lo hace Harrod, que la diferencia entre g y $g(w)$ obedece a la discrepancia entre C y C_p .

Una vez elaborado los argumentos necesarios, Harrod prosigue a enunciar su proposición fundamental, la inestabilidad de la tasa de crecimiento garantizada, es decir, que la trayectoria del nivel de ingreso de equilibrio es inestable. Su argumento es el siguiente:

"...supongamos ahora que hay un alejamiento de la tasa garantizada de crecimiento. Supongamos una producción excesiva, de modo que g supera a $g(w)$. La consecuencia será que C_p , el incremento efectivo de los bienes de capital por incremento unitario de producción, cae por debajo de C , el nivel deseado. Ocurrirá en efecto una reducción indebida de inventarios o una escasez de equipo y el sistema se verá estimulado a una nueva expansión. En lugar de volver a $g(w)$, g se alejará más hacia arriba, y cuanto más se separe mayor será el estímulo a la expansión. De igual modo, si g cae por debajo de $g(w)$ habrá una redundancia de bienes de capital y se ejercerá una influencia depresora; esto provocará una nueva divergencia y una influencia depresora todavía más fuerte, y así sucesivamente...Un alejamiento del equilibrio tenderá a agravarse en lugar de autocorregirse. $g(w)$ representa un equilibrio móvil, pero muy inestable..." (Harrod pp.51-2).

Dos aspectos sobresalen en la demostración del principio de inestabilidad. El primero de ellos se relaciona con el comportamiento de los productores. Si la tasa actual de crecimiento g es mayor (menor) que la garantizada y el nivel de inventarios ha quedado por debajo (arriba) de su nivel

deseado, los productores no perciben que ello se debe a la mayor (menor) producción realizada, y que por lo tanto, en vez de aumentar (disminuir) la producción para que los inventarios vuelvan a su nivel planeado, deben reducirla (aumentarla). A pesar de este comportamiento "extraño", éste es completamente coherente a nivel del productor individual, aunque no lo sea, si se consideran en su conjunto.

El segundo punto que es necesario enfatizar, es que la divergencia entre la tasa actual y la garantizada continuará, mientras que s y C no varíen.

El hecho de que el equilibrio sea inestable no significa que el sistema sea explosivo ya sea hacia arriba o abajo. Lo que Harrod demuestra es que las perturbaciones alrededor del equilibrio tienden a autoreproducirse, creando con ello épocas de crecimiento (decrecimiento) autosostenido (la fase ascendente (descendente) del ciclo económico). Estas llegan a su fin, tan pronto como la propensión media a ahorrar y la razón marginal capital-producto tomen nuevos valores, que hagan que ambas tasas, la actual y la garantizada, coincidan.

Este argumento es muy claro en Harrod, el cual sostiene que:

"Hemos utilizado la ecuación dinámica fundamental para demostrar la tendencia inherente del sistema a la inestabilidad. Por razones de espacio no podemos aplicar este método de análisis a las fases sucesivas del ciclo económico. En el curso de este ciclo...(s y C) experimentan un cambio considerable. A medida que el crecimiento real se aleja hacia arriba o hacia abajo del nivel garantizado la propia tasa garantizada experimenta movimiento, y puede perseguir a la tasa real en cualquier dirección. Es de esperarse que las tasas máximas de avance o retroceso se produzcan cuando la persecución tenga éxito." (Harrod p.58).

En base a esto podemos concluir, que Harrod en su Ensayo sobre Teoría Dinámica, busca desarrollar una teoría económica de crecimiento con ciclos, donde los últimos se generan debido al principio de inestabilidad. Que este es el intento de Harrod, se puede comprobar, observando que "Es posible además -y esto trata de demostrar el siguiente argumento- que la propia tendencia del crecimiento genere fuerzas impulsoras de la oscilación..." (Harrod p.44). A lo largo de la trayectoria del nivel de ingreso o producto actual y de su tasa de crecimiento, ciertos puntos o intervalos de ésta, coincidirán con la trayectoria garantizada dando lugar a una situación de equilibrio, mientras que en los demás puntos o intervalos prevalecerá el desequilibrio.

Antes de proceder al último concepto importante en el trabajo de Harrod, la tasa natural de crecimiento, es necesario ahondar un poco más en el significado, de la tasa de crecimiento garantizada.

Como se vio anteriormente, la derivación de la Ecuación Fundamental de Harrod parte de la condición de equilibrio entre inversión y ahorro. Por un lado sabemos, que un incremento en el nivel de la inversión significa un aumento en la demanda agregada, que conlleva a un alza en el nivel de la producción a través de la teoría del multiplicador, siempre y cuando exista capacidad productiva ociosa; al mismo tiempo, el aumento en la inversión significa un incremento en la capacidad productiva del sistema, es decir, un aumento en

el producto potencial. Si en vez de considerar aumentos en el nivel de inversión, aplicamos la metodología de Harrod (la teoría dinámica), tomando como variable la tasa de acumulación entonces será posible identificar a la tasa de crecimiento garantizada, no como la tasa de crecimiento del producto, si no como la tasa de acumulación con pleno uso de la capacidad instalada. Esto lo podemos formalizar de la manera siguiente: sean

- Y(t) el nivel del producto al tiempo t.
- I(t) el flujo de inversión por unidad de tiempo al instante t. Este representa el incremento instantáneo en el acervo de capital.
- K(t) el acervo de capital al tiempo t.
- C(t) la capacidad productiva instalada al tiempo t.
- v(t) la razón capital- capacidad productiva instalada al tiempo t.
- u(t) la razón producto-capacidad instalada o la tasa de utilización de la capacidad productiva al tiempo t.
- gk(t) la tasa de acumulación del acervo de capital.
- s la propensión media a ahorrar.

En base a las definiciones anteriores, la condición de equilibrio entre ahorro e inversión al tiempo t está dada por:

$$I(t) = s*Y(t) \quad [I.5]$$

Dividiendo ambos lados de [I.5] por el acervo de capital, obtenemos que:

$$I(t)/K(t) = s*(Y(t)/K(t)) \quad [I.6],$$

lo cual puede reescribirse como:

$$I(t)/K(t) = s*(C(t)/K(t))*(Y(t)/C(t)) \quad [I.6.1];$$

empleando las definiciones de $g_k(t)$, $v(t)$ y $u(t)$, se sigue que la tasa de acumulación está dada por:

$$g_k(t) = (s/v(t))*u(t) \quad [I.7.1].$$

Si suponemos que la razón capital capacidad productiva es constante, [I.7] definirá la tasa de acumulación garantizada (g_{kw}) cuando se haga pleno uso de la capacidad productiva instalada (tasa normal de utilización), es decir, cuando $u(t)$ sea igual a uno para toda t . Esta tasa estará dada por:

$$g_{kw} = (s/v) \quad [I.8].$$

la cual tiene la misma expresión que la tasa de crecimiento garantizada del producto [I.3]. Por lo tanto, podemos concluir que la tasa de crecimiento garantizada de Harrod supone implícitamente, que la capacidad productiva instalada se usa a una tasa normal.

En caso de que la tasa de utilización no sea la normal ($u(t)$ diferente de uno), la expresión [I.7] puede tomarse como una situación de desequilibrio con respecto al uso de la capacidad, a pesar de que el ahorro y la inversión planeada sean iguales [I.5].

Para cerrar el modelo hace falta introducir una ecuación de comportamiento entre la tasa de utilización $u(t)$ y la tasa de acumulación $g_k(t)$, que nos indique como reaccionan los productores en sus decisiones de inversión en capacidad productiva ante una situación de desequilibrio. Consideremos la siguiente ecuación:

$$Dgk(t)/dt = h*(u(t)-1), \quad h > 0 \quad [I.9].$$

[I.9] postula que una tasa de utilización por arriba (abajo) de la normal, debido por ejemplo, a un exceso de demanda (oferta) agregada, motivará a los productores a aumentar (disminuir) su tasa de inversión, mientras que si la tasa de utilización es la normal, esto dejará inalterada la tasa de acumulación.

Derivando [I.7] con respecto al tiempo (tomando $v(t)$ como constante) nos da:

$$Dgk(t)/dt = (s/v)*Du(t)/dt \quad [I.10].$$

Substituyendo [I.9] en [I.10], obtenemos:

$$h*(u(t)-1) = (s/v)*Du(t)/dt$$

$$Du(t)/dt = h*(v/s)*(u(t)-1)$$

$$Du(t)/dt = H*(u(t)-1), \quad H=h*v/s > 0 \quad [I.11].$$

En base a las tres ecuaciones anteriores, se puede concluir que la tasa de acumulación garantizada gkw es inestable, ya que si $u(t)$ es mayor (menor) que uno, el cambio en $gk(t)$ y $u(t)$ será positivo (negativo), es decir, que pequeños movimientos en la tasa de utilización alrededor de su nivel normal tenderán a crear movimientos similares en la tasa de acumulación, que aumentarán de tamaño conforme transcurre el tiempo.

En forma análoga al caso de Harrod, la inestabilidad de la tasa de acumulación no implica que el sistema sea explosivo,

ya que en el transcurso del ciclo económico, tanto s como w y cambiarán de valor, permitiendo que $g_k(t)$ y g_{kw} coincidan.

Una de las características particulares en la derivación de las tasa de crecimiento garantizado, en cualquiera de sus formas [I.3] o [I.8], es la no referencia al uso de mano de obra en la producción. No es que se suponga que ésta no entra como insumo en la producción, si no que el objeto del análisis es averiguar la posibilidad de que el sistema económico pueda mantenerse en una trayectoria de crecimiento y acumulación garantizado.

Una vez concluido la investigación anterior, Harrod prosigue a incorporar en su análisis el papel de la mano de obra en el modelo económico. Este supone que la disponibilidad de mano de obra es un dato exógeno y que crece a una tasa geométrica dada, a la cual llama la tasa natural de crecimiento (g_n) (Harrod p.59).

La tasa natural de crecimiento tiene dos propiedades importantes. La primera, que esta tasa impone un límite superior a la tasa actual de crecimiento g . Esto obedece, a que la producción no puede crecer más allá de lo que le permite la disponibilidad de mano de obra. En una situación de pleno empleo, al no haber ya mano de obra desocupada, la economía se ve imposibilitada de crecer a una tasa mayor que la natural. Para Harrod, esto no quiere decir que la economía no puede crecer durante breves periodos a una mayor que la natural, ya que siempre es posible incrementar la jornada de

trabajo en el corto plazo (Harrod p.59).

La segunda propiedad de la tasa natural de crecimiento, es que ésta no tiene porque coincidir con la tasa de crecimiento garantizada. En efecto, en la derivación de ésta última, no se mencionó para nada la primera.

Con respecto a la propiedades anteriores, puede decirse que que esta es la parte del Ensayo sobre Dinámica Económica que menos formalizada está; sin embargo, al mismo tiempo, el análisis verbal que Harrod hace de la interrelación entre las tasas de crecimiento actual, garantizada y natural, representa la parte más importante del mismo (Harrod pp.59-60 y Harrod (1963) pp.87-89), aunque sólo está esbozado superficialmente.

Un análisis de la relación entre las tres tasas, debe explicar la dinámica que éstas siguen, tanto en el corto como en el largo plazo, tomando en cuenta, la restricción que la tasa natural de crecimiento impone a la tasa actual más allá del corto plazo, y el principio de inestabilidad.

El mismo Harrod ofrece algunos ejemplos del tipo de análisis al que hace referencia el párrafo anterior. Por ejemplo, si la tasa natural de crecimiento (g_n) es mayor que la actual (g o g_k) y ésta que la garantizada (g_w o g_{kw}), entonces debemos esperar que la economía se caracterize por periodos de auge acompañados posiblemente de inflación, debido a que la capacidad instalada estará operando por arriba de la normal, y con desempleo porque g_n está por arriba de g .

El otro caso que Harrod contempla, es aquel en el que la tasa garantizada (g_w o g_{kw}) es mayor que la tasa natural (g_n) y ésta, por la restricción mencionada, mayor que la actual (g o g_k). En este caso, la economía se caracterizará por periodos de depresión, en los que existe capacidad instalada ociosa y desempleo.

Una vez concluido el análisis del Ensayo sobre Teoría Dinámica, pasemos a investigar la interpretación neoclásica de éste.

II.A. Una interpretación neoclásica del Ensayo sobre Teoría Dinámica de Harrod.

La crítica neoclásica al trabajo de Harrod fue elaborada principalmente por Solow (1956 y 1970). Para este autor, el modelo de Harrod parte de los siguientes tres supuestos:

" 1. La población y la fuerza de trabajo crecen a una tasa proporcionalmente constante que es independiente de otras fuerzas económicas. Llamamos a esta tasa n (g_n en Harrod).

2. El ahorro y la inversión netos son una fracción fija del producto neto en cualquier instante del tiempo. Vamos a llamar a esta fracción s

3. La tecnología de la economía modelo queda descrita por dos coeficientes constantes. Uno de ellos es la fuerza de trabajo que se requiere por unidad de producto, y el otro es el capital que se requerido por unidad de producto, que voy a llamar v . Son números fijos tanto porque no pueden ser modificados en ningún instante del tiempo, como porque no varían a lo largo del tiempo. La tecnología de la economía tiene coeficientes fijos;... Suponemos que la razón capital/producto ya incluye un margen para una normal capacidad excedente." (Solow 1970 pp.16-7; subrayado nuestro).

Dados estos tres supuestos, la pregunta que se plantó Harrod

(según Solow) fue: " en qué circunstancias es capaz una economía de crecer en estado estable ?" . o equivalentemente, " son compatibles o congruentes (los supuestos) como descripción de una economía en crecimiento (estable) ?" Solow concluye que "La respuesta característica que dieron Harrod... fue que son compatibles si y sólo si $s = v \cdot n$: si y sólo si la tasa de ahorro es el producto de la razón capital/producto por la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo...". (Solow 1970 pp.16-7). Una conclusión similar aparece en su primer trabajo. En éste encontramos que:

"...a largo plazo el sistema económico se balancea en el mejor de los casos en un crecimiento de equilibrio que es como un filo de navaja. Si las magnitudes de los parámetros fundamentales -la razón de ahorro, la razón capital-producto, la tasa de incremento de la fuerza de trabajo- se mueven una milésima del centro exacto, la consecuencia sería un desempleo creciente o la inflación prolongada...En los términos de Harrod, la cuestión crítica del balance se reduce a una comparación entre la tasa natural de crecimiento... y la tasa garantizada..." (Solow 1956 p.151);

y concluye que:

"..esta oposición fundamental de la tasa de crecimiento garantizada y la natural fluye en última instancia del supuesto decisivo de que la producción ocurre en condiciones de proporciones fijas. No hay posibilidad de sustituir en la producción capital por mano de obra. Si se abandona este supuesto, la noción de filo de navaja del balance inestable parece desaparecer al mismo tiempo..." (Solow 1956 p.151).

Las citas anteriores nos permiten observar claramente cual es el problema que Solow identifica en el trabajo de Harrod, (al que llama "filo de navaja"), la causa por la que éste surge (coeficientes fijos) y como corregir este problema (la sustitución de factores).

Las conclusiones de Solow se prestan a diversas críticas. Para llevar a cabo éstas, recordemos que la condición de equilibrio con pleno uso de la capacidad productiva instalada y pleno empleo está dada por:

$$gkw = g = gw = s/v = gn \quad \text{III.01.}$$

Como podemos ver, Solow solamente analiza la última igualdad, de la cual surge el problema del filo de navaja (al que por cierto no hay referencia alguna en el trabajo de Harrod). Solow ignora completamente las condiciones de equilibrio del lado izquierdo en III.01, es decir, supone que no hay el problema de la inestabilidad de la tasa de crecimiento garantizada. Esto lo puede hacer, debido a su supuesto 2, donde que ahí postula que la proporción de la inversión y el ahorro en el producto es una constante (s). Esto equivale a suponer que la inversión y el ahorro siempre son iguales, justamente lo que Harrod no hizo. Las consecuencias de esta omisión son drásticas, como se verá más adelante, al presentar la crítica de Nikaido. Sin embargo, dejemos por el momento este problema.

Una segunda crítica que puede formularse inmediatamente es el supuesto de coeficientes fijos, y que dan lugar de acuerdo con Solow, al problema del filo de navaja. Como se vió en la primera parte del trabajo, no hay tal supuesto en la obra de Harrod. Sin embargo, ignoremos esta crítica, a fin de analizar el problema del filo de navaja.

Sabemos que la condición de equilibrio está dada por el lado

derecho de [II.0], es decir, $s/v = n$, o equivalentemente $s = v*n$, donde $v*n$ representa "... la razón de inversión a producto que es exactamente necesaria para hacer que las existencias de capital crezcan con la misma tasa que la oferta de trabajo...". (Solow 1970 p.17).

Existen dos posibles casos $s > v*n$ o $s < v*n$ para los cuales el equilibrio no se cumple. En el primero de ellos, Solow concluye que:

"...si s supera a $v*n$, el esfuerzo de ahorrar o invertir es tan grande que, si toda la capacidad productiva disponible tiene personal que la explote, la oferta de fuerza de trabajo es inadecuada para que ese personal se mantenga en las proporciones fijas requeridas; o, si sólo se dota de personal a la capacidad productiva para la que se puede hallar fuerza de trabajo, tiene que haber un aumento perpetuo de la capacidad excedente." (Solow 1970 pp.18-9).

Para el caso contrario, el argumento es:

"Si s es menor que $v*n$ la proporción de la inversión con respecto al producto es menor de lo necesario para que las existencias de capital se sostengan creciendo con la misma rapidez que la fuerza de trabajo... La economía ahorra e invierte tan poco que no logra crear el capital nuevo suficiente para ofrecer la posibilidad de empleo al incremento anual de la fuerza de trabajo. O bien hay cada vez más desocupación, o bien la economía va agotando su margen de capacidad excedente que terminaría por desaparecer..." (Solow 1970, p.18).

Estas dos condiciones, obviamente solo son válidas si se supone una producción con coeficientes constantes y una razón capacidad-trabajo constante en el estado estable. En el primer caso, la fuerza de trabajo, al crecer a una tasa menor que la garantizada, se vuelve el factor limitante. En el estado de crecimiento balanceado, la capacidad disponible

excede a la óptima, y por eso existe capacidad excedente. En el caso contrario, el capital es el factor limitante. En el estado estable, la cantidad de fuerza de trabajo empleada es menor que la de pleno empleo y el desempleo aumenta. Por ello cualquier divergencia de la condición de equilibrio, en lugar de autocorregirse, se agranda y el equilibrio es inestable.

Para solucionar el problema de la inestabilidad, de acuerdo con Solow, solamente es necesario introducir la sustitución de factores (es necesario solucionar este problema, ya que en caso contrario, todo análisis económico se volvería intrascendente, ya que las economías reales al no reflejar tal situación, invalidarían las condiciones del ejercicio).

El modelo que Solow propone es el siguiente:

$Y(t)$ la cantidad del bien compuesto al tiempo t que se produce mediante una función de producción neoclásica $F(K(t),L(t))$, donde $K(t)$ y $L(t)$ son los insumos de capital y trabajo, respectivamente, que se utilizan en el tiempo t .

$K(t)$ representa también la oferta del acervo de capital, con lo cual, implícitamente se supone el pleno empleo del capital.

Esta función tiene rendimientos constantes a escala (función homogénea de grado uno en las variables K y L), productividades marginales (derivadas parciales) positivas, rendimientos decrecientes con respecto a cada insumo (segundas derivadas parciales negativas) ó productividades marginales decrecientes; además, $F(K(t),0) = F(0,L(t)) = 0$,

ambos insumos son necesarios para poder producir $Y > 0$.

$$Y = F(K(t), L(t)) \quad [II.1]$$

s es la fracción del ingreso que se ahorra e invierte.

El ahorro total está dado por $sY(t)$, y la inversión lo está por $dK(t)/dt$.

La identidad entre el ahorro y la inversión implica que:

$$dK(t)/dt = s*Y(t) \quad [II.2],$$

la cual supone el equilibrio entre la tasa garantizada (g_w) y la actual (g), o bien, la ausencia del principio de aceleración o de una función de inversión.

Sustituyendo [II.1] en [II.2], obtenemos que:

$$d(K(t))/dt = s*F(K(t), L(t)) \quad [II.3].$$

La fuerza de trabajo (oferta de trabajo) crece a la tasa exponencial n , o tasa natural (g_n).

$$L(t) = L(0)*\exp(n*t) \quad [II.4].$$

Substituyendo [II.4] en [II.3], lo cual equivale a suponer el pleno empleo, obtenemos que:

$$dK(t)/dt = s*F(K(t), L(0))*\exp(nt) \quad [II.5],$$

la cual es una ecuación diferencial de primer orden, y que en el modelo de Solow representa "... la ecuación básica que determina la ruta temporal de acumulación de capital que

debe seguirse para el empleo de toda la mano de obra disponible." (Solow (1956) p.153).

Para que el modelo funcione sin imperfecciones, es decir, se dé el pleno empleo de los factores, es necesario suponer la perfecta flexibilidad en los precios de los factores. Dados los acervos de capital $K(t)$ y mano de obra $L(t)$, éstos tienen una oferta perfectamente inelástica, y será la demanda de insumos (productividad marginal) la que determine su remuneración (salario y renta del capital).

Una vez especificada la cantidad de trabajo $L(t)$ y capital $K(t)$ que se emplean, se puede obtener la cantidad de producto $Y(t)$ mediante la función de producción. Dada la propensión media a ahorrar e invertir (s) el producto $s*Y(t)$ nos da la cantidad de inversión o adición al acervo de capital (nueva oferta de capital). La nueva oferta de trabajo está dada por $L(t) + n*L(t)$, y a partir de aquí, el proceso se repite una vez más. (Solow 1956 p.154).

Para determinar si existe una trayectoria de acumulación de capital compatible con la tasa de crecimiento de la oferta de trabajo, debemos estudiar la "ecuación dinámica" del modelo de Solow [III.5].

Para llevar a cabo el análisis de [III.5], definamos $r(t)$ como la razón capital trabajo, es decir,

$$r(t) = K(t)/L(t),$$

o equivalentemente

$$K(t) = r(t)*L(t).$$

Sustituyendo [III.4] en la expresi3n anterior y derivando con respecto al tiempo, se tiene que:

$$dK(t)/dt = (L(0)*exp(n*t))*dr(t)/dt + r(t)*n*L(0)*exp(n*t)$$

$$dK(t)/dt = (r(t)/dt + n*r(t))*L(t) \quad [III.6].$$

Sustituyendo [II.6] en [II.3], obtenemos que:

$$dr(t)/dt + r(t)*n = s*F(K(t),L(t)) \quad [III.7];$$

dividiendo de ambos lados por L(t) y restando r(t)*n, se sigue que:

$$dr(t)/dt = (1/L(t))*\{s*F(K(t),L(t))\} - r(t)*n \quad [III.8],$$

lo cual puede expresarse como:

$$dr(t)/dt = (K(t)/L(t))*\{s*F(K(t),L(t))/K(t)\} - r(t)*n \quad [III.8.1].$$

En base a la definici3n de r(t), [III.8.1] se puede expresar como:

$$dr(t)/dt = r(t)*\{s*F(K(t),L(t))/K(t)-n\} \quad [III.8.2].$$

Alternativamente, si se toma en cuenta el supuesto de rendimientos constantes a escala, [III.8] puede escribirse como:

$$dr(t)/dt = s*F(r(t),1) - r(t)*n \quad [III.8.3].$$

De acuerdo con Solow, la expresi3n (II.8.2) indica que el

cambio en la razón capital-trabajo está dado por la diferencia entre las tasas de incremento del capital y la mano de obra multiplicada por la razón capital-trabajo.

A partir de [II.8.2] o [II.8.3] se puede concluir que el estado estable se alcanza (existe) cuando la razón capital-trabajo se vuelve invariable en el tiempo ($dr(t)/dt=0$), lo cual requiere que la curva de ahorro por unidad de capital sea igual a la tasa natural de crecimiento (ver [II.8.2]), ó bien, que la tasa garantizada de crecimiento sea igual a la tasa natural.

Una condición suficiente para que exista el estado estable (y en este caso único) es que el producto medio del capital ($F(K(t),L(t))/K(t)$) varíe de infinito a cero, conforme la razón capital-trabajo aumenta. El supuesto de una función de producción neoclásica garantiza la existencia y unicidad del equilibrio.

Con respecto a la estabilidad del equilibrio, los mismos supuestos permiten concluir que éste es estable. Efectivamente, cuando la razón capital-trabajo es menor (menor) que la razón de equilibrio [II.8.2] o [II.8.3] junto con el supuesto de una función de producción neoclásica implican que éste es estable (ver. Solow pp. 156-7).

Como se puede observar, aparentemente, la introducción de sustitución de factores, elimina el problema del filo de navaja. Decimos aparentemente porque el análisis de estabilidad que Solow realiza se puede caracterizar, en

cierta forma de ficticio, en el sentido de que la expresión [II.8.2] ó [II.8.3] sólo corresponde realmente a una situación de desequilibrio, en el caso de que los agentes económicos respondan de esa manera; sin embargo, ya que en [II.8.2] ó [II.8.3] se ha supuesto el pleno empleo de la mano de obra y del acervo de capital, la conclusión de Solow es dudosa, porque su modelo carece de una ecuación que nos indique como reaccionan los agentes económicos ante una situación de desequilibrio. A nuestro parecer, Solow confunde una solución que muestra el comportamiento asintótico al estado estable con una reacción ante una situación de desequilibrio, en vez de percatarse que es necesario formular una ecuación para el último caso.

En base a la evaluación realizada en los párrafos anteriores, podemos concluir que el modelo de Solow contiene varias fallas, tanto de interpretación como en la solución que el autor propone.

II.B. La crítica de Nikaido al modelo de Solow.

Nikaido (1975,1980) critica el trabajo de Solow porque éste supone en su modelo que el ahorro y la inversión siempre son iguales. Esto equivale implícitamente a suponer que la tasa actual de crecimiento es igual a la garantizada, y por lo tanto, a ignorar el problema de la inestabilidad.

Nikaido concluye que para tener una evaluación adecuada del modelo de Solow, es necesario incorporar la diferencia que

existe entre ahorro e inversión como noción ex-ante, de la noción ex-post. Hecho esto, podremos entonces determinar si el supuesto de sustitución de factores en lugar de coeficientes fijos es suficiente para eliminar el problema de inestabilidad.

El modelo es el siguiente (Nikaido 1975 pp. 150-1):

$F(K,L)$ es una función de producción neoclásica, donde K y L son los insumos de capital y mano de obra. Esta representa también el nivel de producto potencial o de pleno empleo.
 I nivel ex-ante de inversión.
 s la propensión media a ahorrar.
 DK el nivel realizado o ex-post de inversión.
 y el nivel actual de producto.
 n la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo

El nivel de la demanda agregada está dado por I/s . Si éste es menor que el producto potencial, entonces el nivel de producto actual es $y=I/s$; mientras que si el nivel de demanda agregada excede el potencial, la producción actual será $F(K,L)$; en el último caso, habrá un exceso de demanda agregada igual a $(I/s) - F(K,L)$. Cualquiera que sea la situación, tendremos que el producto actual está dado por:

$$y = \min [I/s, F(K,L)] \quad [III.9].$$

El nivel de inversión realizado (DK) será igual a la cantidad planeada (I) siempre que la demanda agregada sea menor o igual al producto potencial; en el caso de un exceso de demanda, la inversión realizada será menor que la planeada; lo anterior implica que:

$$DK = s*y \quad [III.10].$$

La razón de demanda agregada a producto potencial $\{(I/s)/F(K,L)\} = Z$ indica el nivel de uso de la capacidad instalada.

Los empresarios tomarán sus decisiones de inversión en base a la información que provee la variable Z . Estos aumentarán el nivel de inversión planeado con respecto al acervo de capital siempre que exista un exceso de demanda agregada ($Z > 1$), y lo disminuirán cuando el producto potencial exceda el nivel de demanda agregada ($Z < 1$). Este comportamiento de inversión lo podemos representar como:

$$d/dt(I/K) = Q(Z-1) \quad \text{[II.11]},$$

con $Q > 0$ si $Z > 1$, $Q < 0$ si $Z < 1$ y $Q = 0$ si $Z = 1$.

Finalmente, la oferta de trabajo al tiempo t está dada por:

$$L(t) = L(0) \cdot \exp(n \cdot t) \quad \text{[II.12]}.$$

El sistema de ecuaciones anterior se puede simplificar, y expresarse de la siguiente manera:

$$DK/K = s \cdot \min [I/s \cdot K, F(K,L)/K] \quad \text{[II.13]}.$$

$$DI/I = s \cdot \min [I/s \cdot K, F(K,L)/K] + K \cdot Q(Z-1) \quad \text{[II.14]}.$$

$$DL/L = n \quad \text{[II.15]},$$

(ver: Nikaido 1975 p.151, nota 3).

[II.14] indica, que cuando existe un exceso de demanda agregada y pleno uso de los factores, también se tiene exceso

de demanda en el mercado de trabajo. Ante esta situación, los empresarios acelerarán la inversión e intentarán usar más capital para contrarrestar la escasez de trabajo.

El sistema anterior se encuentra en equilibrio cuando se cumple $I/K = s \cdot F(K,L)/K = n$, o bien, cuando $s \cdot F(r,1)/r = n$, que es la solución del modelo de Solow (ver [II.8.3]).

El sistema de ecuaciones ([III.13] a [III.15]) determina las trayectorias dinámicas de la inversión, el de acervo de capital, y de la oferta de trabajo. Analizando este modelo será posible determinar si la conclusión de Solow, de que la sustitución de factores permite obtener un equilibrio estable, se mantiene o se rechaza.

Nikaido concluye que el equilibrio del sistema ([III.13] a [III.15]) es inestable por la razón siguiente:

la diferencia entre demanda agregada y producto potencial está dada por:

$$I/s - F(K,L) \quad \text{[III.16],}$$

mientras que:

$$I/s \cdot K - F(K,L)/K \quad \text{[III.17],}$$

corresponde a la diferencia anterior por unidad de acervo de capital.

Derivada con respecto al t en [III.17], obtenemos que el comportamiento en el tiempo está dado por:

$$\begin{aligned} d/dt(I/s * K - F(K,L)) &= (1/s) * d/dt(I/K) - & \text{[III.18]}, \\ & (L/K) * (n - DK/K) * (d/d(L/K)) F(I, L/K) \end{aligned}$$

(ver: Nikaido 1975 p.152).

Supongamos que la economía ha estado en equilibrio, pero en el momento T el nivel de demanda agregada disminuye ($I/s < F(K,L)$). El nivel de producción actual será menor que el potencial y el cociente de estos dos será menor que uno ($Z < 1$). Al haber capacidad instalada ociosa, los empresarios disminuirán el nivel de inversión con respecto al acervo de capital ([III.11]) y el cambio en la tasa actual de acumulación ($d/dt(I/K)$) será negativo. El nivel realizado de inversión por unidad de capital DK/K será menor que la tasa garantizada de equilibrio n (g_n). Estos dos resultados junto con la ecuación [III.18], indican que la diferencia entre demanda agregada y producto potencial en vez de disminuir, aumenta, y por lo tanto el equilibrio es inestable (Nikaido 1975 pp.151-3).

En el caso opuesto, si al momento T, la economía pasa del equilibrio a un estado de exceso de demanda agregada ($I/s > F(K,L)$), el producto actual será igual al potencial, y el nivel de inversión ex-post es igual al que predice el modelo de Solow ($DK = s * F(K,L)$) (ver:[II.3]). La tasa actual de acumulación DK/K es igual a la tasa natural de crecimiento (g_n o n); sin embargo, el nivel planeado de inversión seguirá siendo mayor que el realizado, y su diferencia en vez de reducirse, aumentará ya que [III.18] es positivo (Nikaido 1975

pp.153-4).

Una vez examinado las consecuencias, de introducir una función de reacción para el comportamiento de los empresarios en sus decisiones de inversión, sobre el modelo de Solow, Nikaido concluye que:

"Aunque una substitución continua de factores permite que la economía tenga un crecimiento equilibrado, en el cual la tasa de crecimiento garantizada se ajusta a la natural, esto no es suficiente para eliminar una divergencia de la trayectoria de crecimiento de la trayectoria de crecimiento del estado estable, causada por un comportamiento violento de la inversión. Y sea que la proporción de factores sea variable o fija, la propiedad de estabilidad depende crucialmente del comportamiento de la inversión." (Nikaido 1973 p.154, traducción nuestra).

Haciendo una comparación entre el trabajo de Nikaido y Harrod, podemos decir que ambos autores llegan al mismo resultado, la inestabilidad del equilibrio cuando la tasa actual de crecimiento baja en relación a la garantizada. Aunque el modelo de Nikaido permite la substitución de factores, ésta es irrelevante, y su modelo coincide con el presentado en la primera parte (ver: pp.11-13).

Para el caso opuesto, cuando existe un exceso de demanda agregada, Nikaido concluye que el nivel realizado de inversión se comporta como en el modelo neoclásico, aunque persista el exceso de demanda agregada. En cambio en Harrod, si g es mayor que $g(w)$, la diferencia se acentuará por el principio de inestabilidad, pero su trayectoria final estará influenciada por su relación con la tasa natural de crecimiento.

III. Una interpretación neokeynesiana del Ensayo sobre Teoría Dinámica de Harrod.

Kaldor (1955-6) fue uno de los primeros que atacó el problema de la inestabilidad de Harrod.

El marco teórico del cual parte este autor es la teoría del multiplicador, porque "...podría aplicarse también a una determinación de la relación entre precios y salarios si el nivel del producto y del empleo se toma como dado, o a la determinación del nivel del empleo si la distribución (es decir, la relación precios y salarios) se tome como dada..." (Kaldor p.77).

El modelo de Kaldor parte del supuesto de pleno empleo, lo cual junto con la cita anterior, nos indica que se utilizará la teoría del multiplicador para determinar la relación precios y salario.

El modelo es el siguiente:

Y es el nivel del producto o ingreso, el cual está dado por el supuesto de pleno empleo.

W monto de salarios y sueldos (ingreso de los asalariados).

P monto de las ganancias (ingreso de los capitalistas).

sw (sp) la propensión marginal a ahorrar de salarios y sueldos (ganancias). Se supone $0 < sw < sp < 1$.

Sw ahorro total de salarios y sueldos, dado por $Sw = sw * W$.

Sp ahorro total de las ganancias, dado por $Sp = sp * P$.

I nivel de inversión dado exógenamente.

Las definiciones anteriores implican que:

$$Y = W + P \quad \text{[III.1].}$$

$$S_w = sw*W \quad \text{[III.2].}$$

$$S_p = sp*P \quad \text{[III.3].}$$

La condición de equilibrio entre ahorro e inversión está dado por:

$$I = S = sw*W + sp*P \quad \text{[III.4].}$$

Usando [III.1] en [III.4], y dividiendo ambos lados por el nivel de ingreso, obtenemos que:

$$I/Y = (sp-sw)*P/Y + sw \quad \text{[III.5].}$$

A partir de la ecuación anterior y tomando en cuenta [III.1], las participaciones de las ganancias y del salario en el ingreso se pueden expresar como:

$$P/Y = 1/(sp-sw)*(I/Y) - sw/(sp-sw) \quad \text{[III.6].}$$

$$W/Y = w*L/Y = 1 + sw/(sp-sw) - 1/(sp-sw)*(I/Y) \quad \text{[III.7].}$$

donde w es el salario real.

Estas dos últimas ecuaciones (cualquiera de ellas se obtiene a partir de la otra tomando en cuenta que $Y=W+P$) son la parte fundamental del modelo, y el propio Kaldor comenta al respecto que:

"...dadas las proporciones al ahorro de asalariados y capitalistas, la participación de los beneficios en el ingreso depende simplemente de la razón de inversión al producto.

El valor interpretativo del modelo...depende de la hipótesis

"keynesiana" de que la inversión, o mejor dicho la razón inversión al producto, puede tratarse como variable independiente constante respecto de los cambios en las propensiones al ahorro: sp y swEsto, aunado al supuesto del "empleo pleno", implica también que el nivel de los precios en relación con el de los salarios monetarios se determina por la demanda —un aumento en la inversión (y por ende en la demanda total) aumentará precios y márgenes de beneficio, y así disminuirá el consumo real; mientras que una disminución en la inversión, y por ende en la demanda total, hace bajar los precios (en relación con el salario real) y así genera un aumento compensador del consumo real. Si suponemos precios flexibles (o mejor dicho márgenes de beneficio flexibles), el sistema será estable con pleno empleo." (Kaldor pp.79-80).

La importancia de este modelo es la estabilidad del equilibrio de pleno empleo. Esta depende del supuesto de que los capitalistas tengan una propensión marginal a ahorrar mayor que la de los asalariados, en caso contrario el equilibrio será inestable. (Kaldor p.80).

El mecanismo por medio del cual el equilibrio se restaura es el siguiente: un aumento de la inversión con respecto a su nivel de equilibrio, significa que la demanda agregada sube. Por el supuesto de pleno, tendremos una situación de exceso de demanda que ocasiona un aumento en los precios en proporción al salario. La proporción de la ganancia en el ingreso total aumenta, mientras que la de los salarios disminuye (ver: [III.6] y [III.7]; esto supone $sp > sw$). Dado que los capitalistas tienen una propensión marginal a ahorrar mayor que la de los asalariados, el ahorro total aumenta, (pesar de que el ahorro de éstos disminuye), y el equilibrio entre inversión y ahorro se reestablece.

Para el caso contrario, el mecanismo es el siguiente: una

disminución del nivel de inversión respecto de su nivel de equilibrio, ocasiona una baja en la demanda agregada y con ello un exceso de oferta. Los precios bajarán con respecto al salario, dando lugar a una redistribución del ingreso en favor de los asalariados. Como éstos tienen una propensión marginal a consumir mayor que la de los capitalistas, el consumo total aumenta y el exceso de oferta se elimina. Al mismo tiempo, esta redistribución del ingreso hace que baje el ahorro total, restaurando el equilibrio entre ahorro e inversión (ver: [III.6] y [III.7]).

Una vez que Kaldor demuestra que su modelo es estable, prosigue a analizar el problema de la inestabilidad de Harrod, y menciona que "El supuesto fundamental es que la razón inversión-producto es una variable independiente..." (Kaldor p.81).

La tasa de crecimiento garantizada está dada por $g(w)=s/v$, y que podemos expresar como:

$$I/Y = v*g(w) \quad [III.8].$$

Dado que Kaldor supone el pleno empleo, entonces $g(w)$ "...debe ser igual a la tasa del "límite de pleno empleo", es decir..."la tasa natural de crecimiento" de Harrod" (Kaldor p.81). Por lo tanto, tenemos que:

$$v*g(w) = I/Y = v*gn \quad [III.9].$$

Substituyendo [III.5] en [III.9], se sigue que:

$$v * g(w) = (sp - sw) * P/Y + sw = I/Y = v * gn \quad [III.10],$$

en base a la cual Kaldor fundamenta su crítica a Harrod, al concluir que:

"...las tasa "garantizada" y "natural" de crecimiento no son independientes entre sí; si los márgenes de beneficio son flexibles, la primera se ajustará a la segunda con un cambio consiguiente de P/Y.

Esto no significa que habrá una tendencia inherente a una tasa suave de crecimiento en una economía capitalista, pero las causas de los movimientos cíclicos se encuentran en otra parte, no en la falta de un mecanismo de ajuste entre s (I/Y) y $g(w) * v$..." (Kaldor p.82; subrayado nuestro).

Representa esta conclusión realmente una crítica a Harrod ?

Las siguientes tres observaciones nos permiten afirmar lo contrario:

i) en Harrod no encontramos un supuesto equivalente al "supuesto fundamental de la razón inversión-producto como variable independiente" que Kaldor hace; por el contrario, la inversión se basa en el principio de aceleración (función de inversión), y que Kaldor no considera (Nell 1982 p.107).

Alternativamente, si la inversión ex-post difiere de la inversión planeada, debido por ejemplo a una sobreacumulación de inventarios, podemos escribir en forma equivalente a [III.6]:

$$P^*/Y^* = \{1/(sp - sw)\} * I^*/Y^* - sw/(sp - sw) \quad [III.11],$$

donde P^* son las ganancias contables, porque incluyen ventas no realizadas, I^* es la inversión ex-post y Y^* el producto realizado.

En el argumento de Kaldor hace falta una ecuación que nos indique como reaccionan los empresarios (capitalistas) ante esta situación.

ii) Harrod no supone el pleno empleo, y por lo tanto no podemos identificar $g(w)$ con g_n .

Si la tasa actual es menor que la garantizada y la natural, la economía no alcanza el pleno empleo debido al principio de inestabilidad, y que Kaldor no contempla en su modelo.

Por el contrario, si suponemos que $g(w) < g < g_n$, podríamos esperar que la tasa actual de crecimiento (g) se aproximará a g_n (pleno empleo). $g(w)$ tendería a $g_n = g$, mediante una redistribución del ingreso, que altera la propensión marginal total al ahorro (promedio ponderado de s_w y s_p , con ponderadores igual a las participaciones de W y P en el ingreso). Esto ocurre, ya que $g > g(w)$ indica un exceso de demanda agregada, y por lo tanto, un aumento de precios en relación al salario monetario. Este caso aparenta validar el argumento de Kaldor; sin embargo, no ocurre necesariamente que g al coincidir con g_n , permanezca de aquí en adelante igual a la tasa natural. Por el contrario, g puede comenzar a declinar con respecto a g_n (ver: Matthews 1959).

iii) Este modelo nekeynesiano, al igual que el neoclásico (Solow), parten del supuesto de pleno empleo. Esto les permite argumentar que el equilibrio es estable, en el sentido de que $g(w)$ se ajusta a g_n . En el caso neoclásico, esto ocurre a través de la substitución de factores e

implícitamente de la redistribución del ingreso, ya que al variar las productividades marginales cambian las remuneraciones a los factores (salario y renta del capital). En el caso nekeynesiano, solamente se presta atención a la redistribución del ingreso (sw < sp). Sin embargo, ninguno de ellos resuelve el "problema" de la inestabilidad de Harrod.

Después de realizadas estas observaciones, podemos concluir que la crítica de Kaldor a Harrod no es adecuada.

Harrod al hablar de dinámica, indica claramente que las variables son tasas de crecimiento (ver: p.2). Si la inversión se determina por el principio de aceleración y suponemos una función de ahorro diferencial (participación de salarios y ganancias), tendremos que el equilibrio está dado por:

$$I = v\{Y(1)-Y(0)\} = sw*W + sp*P \quad (1111.12)$$

dado que $W=Y-P$, se sigue que:

$$v\{Y(1)-Y(0)\} = (sp-sw)*P + sw*Y \quad (1111.13)$$

dividiendo ambos lados por Y/v , tenemos que:

$$q(w) = (sp-sw)*P/(v*Y) + sw/v \quad (1111.14)$$

Suponiendo que la razón marginal capital-producto es igual a la razón media, podemos reescribir la ecuación anterior como:

$$q(w) = (sp-sw)*r + sw/v \quad (1111.15)$$

donde $0 < r < 1/v$, porque $W > 0$, $P > 0$ y $W+P=Y$. El rango de variación de la tasa de ganancia implica que $g(w)$ está sujeta a la restricción $sw/v < g(w) < sp/v$ (Allen 1967 p.216, Pasinetti 1974 p.99).

Este modelo, al que tanto Allen como Pasinetti clasifican de neokeynesiano, si bien nos permite expresar el equilibrio en términos de la tasa de crecimiento o acumulación y de ganancias, deja sin especificar el valor de ésta última.

La interpretación usual que se hace de Harrod (el problema del crecimiento balanceado con pleno empleo), conduce por necesidad a igualar $g(w)$ con gn . Esta última se toma como dada, principalmente por la falta de una explicación teórica convincente, de la interrelación entre fenómenos económicos y demográficos; pero si gn está dada, entonces [III.15] debe expresarse como:

$$r = (gn - sw/v)/(sp-sw), \quad 0 < r < 1/v, \quad sw/v < gn < sp/v, \quad 0 < sw < sp < 1 \quad \text{[III.16]},$$

lo cual plantea de entrada el problema de que si gn no está en el intervalo $(sw/v, sp/v)$, el modelo no tiene solución, es decir, el crecimiento balanceado o estado estable, es imposible. Consideraciones adicionales como un salario real mínimo (w_{min}) y una tasa de ganancia mínima (r_{min}), reducen la posibilidad de que exista un equilibrio, al acortar la longitud del intervalo de soluciones factibles a

$$r_{min} < r < (1/v) - w_{min}/k \\ (sp-sw)*r_{min} + sw/v < gn < sp/v - (sp-sw)*w_{min}/k,$$

donde k es la razón capital-trabajo (Kaldor pp.82-3).

Suponiendo que an está dentro del intervalo para el cual existe solución, nada se ha dicho sobre la estabilidad del mismo, que sea diferente al argumento de Harrod, el principio de aceleración y de inestabilidad).

Psinetti (1974 pp.106-9) argumenta que la especificación de la función de ahorro ($S = sw*W + sp*P$) contiene un error metodológico, ya que si los obreros ahorran y los capitalistas hacen uso de este ahorro para financiar la inversión, entonces deben pagar intereses sobre el ahorro prestado. Como los pagos de intereses solamente pueden provenir de las ganancias, se deduce que una parte de ellas le corresponde a los obreros, por lo que es necesario escribir la función de ahorro como:

$$S = sw*W + swp*Pw + sp*Pp \quad (111.37),$$

donde swp es la propensión marginal a ahorrar de las ganancias que pertenecen a los trabajadores (Pw) y Pp son las ganancias que pertenecen a los capitalistas (Pp); $P=Pw + Pp$.

Se podría pensar, que el ahorro de los obreros proveniente de las ganancias ($swp*Pw$), ya está incluido en $sp*P$ de la función de ahorro original, bajo el supuesto de que éstos tienen la misma propensión marginal a ahorrar que los capitalistas cuando se trata de ganancias ($swp=sp$). Si se supone este caso, entonces es necesario hacer $sw=0$, ya que de lo contrario las condiciones de crecimiento balanceado a la tasa

natural que implican $W=0$, lo cual tiene poco sentido económico (ver: Maneschi p.150).

La única solución viable y con "sentido económico", para evitar la crítica de Pasinetti, es trabajar con una función de ahorro clásica, es decir, suponer $sw=0$ en la función de ahorro $sw*W+sp*P$. Si esto no se hace, y se acepta el modelo propuesto por Pasinetti (Pasinetti pp.107-8), entonces surge el problema de la indeterminación de la tasa de interés, que se utiliza para el pago de intereses sobre el préstamo que realizan los obreros a los capitalistas. Pasinetti comenta sobre las implicaciones de su modelo que:

"Las consecuencia más inmediata de la reformulación que hemos realizado es que, para afirmar cualquier cosa acerca de la participación y tasa de los beneficios, necesitamos en primer lugar una teoría de la tasa de interés." (Pasinetti p.93).

Si lo que interesa es estudiar las condiciones que se deben cumplir para tener un crecimiento balanceado con pleno empleo, entonces "...la hipótesis obvia es que la tasa de interés igualará a la tasa de beneficio." (Pasinetti p.93). Hecho esto, la condición de equilibrio entre ahorro e inversión queda dada por:

$$P/K = (1/sp)*I/K \quad (111.18).$$

(Pasinetti p.94).

I/K es la tasa de acumulación, la cual en el estado estable es igual a la tasa natural de crecimiento qn . Por lo tanto, tenemos que:

Si en [III.16] suponemos $sw=0$, obtenemos [III.19], solamente que en este último caso no es necesario hacer ningún supuesto respecto al ahorro de los obreros.

Los mismos comentarios que se hicieron anteriormente en relación a la existencia y estabilidad del equilibrio de [III.16] siguen siendo válidos para [III.19].

Tanto Kaldor como Pasinetti interpretan el Ensayo sobre Teoría Dinámica desde la perspectiva del equilibrio balanceado (el estado estable); sin embargo, ninguno de ellos resuelve el problema de la inestabilidad mencionado por Harrod.

IV. Conclusiones.

En nuestra opinión, Harrod intentó desarrollar una teoría del crecimiento con ciclos. Las partes fundamentales de ésta son el principio de la inestabilidad de la tasa de crecimiento garantizada y la variación de la propensión media a ahorrar v y de $C(v)$, el valor de los bienes de capital que se requieren para incrementar en una unidad el nivel de producción, a lo largo del ciclo. Estas últimas son necesarias para evitar que su sistema sea explosivo.

La interpretación anterior, como vimos en la primera parte, es posible, ya que existen diversos párrafos dentro del Ensayo sobre Teoría Dinámica, que permiten sustentarla.

Una de las interpretaciones comunes es que Harrod supuso coeficientes fijos en la producción. Si ésta se toma como válida, entonces es muy fácil formalizar la teoría de Harrod en un modelo multiplicador-acelerador (Pasinetti pp.54-55). Pasinetti menciona adecuadamente que un modelo de este tipo, solamente produce crecimiento balanceado o ciclos, pero no ambas cosas. Este resultado nos debe indicar, que este modelo no es la forma adecuada de interpretar la teoría de Harrod. El hecho de que Harrod no representara su teoría de crecimiento y ciclos en términos de ecuaciones, no es motivo suficiente para querer encuadrarla en un modelo multiplicador-acelerador. Si esto se hace, entonces es fácil comprender porque la mayor parte de los autores identifican el problema de la inestabilidad con el crecimiento balanceado y los coeficientes fijos.

Bibliografía

- Allen, R.G.D., (1967) Macro Economic Theory.
A Mathematical Treatment.
St. Martin's Press.
- Harrod, D., (1986) Acumulación de Capital y
Distribución del Ingreso.
F.C.E.
- Harrod, R., (1939) "An Essay in Dinamic Theory"
en A. Sen.en Dinámica del Crecimiento,
F.C.E.
- _____ (1963) Towards a Dynamic Economics.
Mc.Millan.
- Hicks, J., (1949) "Mr. Harrod's Dynamic Theory"
en *Economica*, n.s. XVI.
- Kaldor, N. (1955-6) "Alternative Theories of Distribution"
en A. Sen, op.cit. F.C.E.
- Krauss, M., (1970) "Cyclical Movement on the Harrod Model",
en *Osaka Economic Papers*,
Vol.XVIII(1/2), No.33.
- Maneschi, A. (1974) "The Existence of a Two -class Economy
in the Kaldor and Pasinetti Models", en
Review of Economic Studies Vol XLI(1)
No.125.
- Matthews, R., (1959) "A Note on Crawling Along the Ceiling",
en *Review of Economic Studies*
Vol.XXVII(1), No.72. pp.10-15.
- Nell, E., (1982) "Growth, distribution and Inflation"
en *Journal of Post Keynesian Economics*,
Vol.V.No.1.
- Nikaido, H. (1975) "Factor Substitution and Harrod's Knife
Edge", en *Zeitschrift fuer*
Nationalokonomic 35, pp.149-154.
- _____ (1980) "Harrodian Pathology of Neoclassical
Growth", en *Zeitschrift fuer*
Nationalokonomic No 1-2, pp.111-134.