EL COLEGIO DE MÉXICO
CENTRO DE ESTUDIOS ECONÓMICOS

MAESTRÍA EN ECONOMÍA

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN ECONOMÍA

SOBRE LA RELACIÓN ENTRE RENDIMIENTOS ESPERADOS, BETAS Y TAMAÑO EN UN ANÁLISIS DE CORTE-TRANSVERSAL

GARCÍA MARTÍNEZ BENJAMÍN

PROMOCIÓN 1991 - 1993

ASESOR: PROF. ENEAS A. CALDIÑO GARCÍA

FEBRERO, 2008

Sobre la relación entre rendimientos esperados, betas y tamaño en un análisis de Corte-Transversal

RESUMEN

El modelo CAPM en su versión Sharpe-Lintner propone que una relación lineal exacta entre los rendimientos promedio y las betas en un análisis de corte transversal, es producida cuando el índice del portafolio de mercado es eficiente en el sentido media-varianza. Bajo condiciones de equilibrio, además, este portafolio deberá tener ponderaciones positivas de todos los activos.

Este trabajo muestra, con datos de 10 activos del mercado de valores de México, que el uso de OLS en el análisis de corte transversal entre excesos de rendimientos esperados y las betas, es muy sensible a la elección del índice, aún cuando los índices puedan estar muy cercanos uno de otros y a la frontera de mínima varianza.

De esta manera, el análisis de corte transversal entre rendimientos promedio y betas deja de ser una prueba directa de la eficiencia del índice del portafolio utilizado.

El efecto tamaño resulta aparentemente significativo como resultado de la débil relación lineal entre rendimientos esperados y betas. Un índice de portafolio ponderado por el valor promedio de capitalización de los activos, parece ser el mejor proxy del portafolio de mercado.

Este trabajo aplica la propuesta de Grauer (1999) de crear escenarios donde el CAPM es verdadero y falso. Con los 10 activos del mercado mexicano se construyen escenarios usando como punto de partida un portafolio de mercado ponderado por el promedio del valor de capitalización de cada uno de los activos en ese universo de 10 activos. Se crean entonces, escenarios falsos y utilizando OLS se analiza la relación entre rendimientos esperados, betas y tamaño entre escenarios.

Benjamín García Martínez

Enero de 2008

INDICE

1. Introducción

En un estudio realizado por Roll y Ross (1994), se concluye que la ausencia de una relación empírica detectable entre los rendimientos promedio y las betas, pone en duda el modelo CAPM en su versión Sharpe-Lintner-Black (SBL) –al menos las que emplean proxies del portafolio de mercado.

Sin embargo, los resultados que muestran no son, por sí mismos, causa suficiente de rechazo de la Teoría. La relación de corte transversal entre los excesos de rendimientos esperados y las betas bajo OLS (mínimos cuadrados ordinarios) es muy sensible a la elección del índice, aun cuando los índices pueden estar muy cercanos unos de otros y a la frontera de mínima varianza (MV), por lo que pueden producir diferentes pendientes en el análisis de corte transversal: positivas, negativas o cero. El hecho de que el uso de proxies no explique los rendimientos en el análisis de corte transversal, es consistente con el hecho de que el portafolio de mercado es inobservable. La idea del trade-off riesgo-rendimiento esperado es válida y significativa para las finanzas modernas, por lo que cualquier modelo usado para medirlo deberá ser considerablemente robusto.

El uso de (mínimos cuadrados generalizados) GLS[1] en el análisis de corte transversal para estimar la relación entre los rendimientos esperados y las betas produce pendientes positivas en la medida que el rendimiento esperado del índice excede al del portafolio de mínima varianza global (Kandel y Stambaugh (1995)). Esto implica que virtualmente cualquier proxy del mercado que no sea exageradamente ineficiente producirá la relación positiva en el análisis de corte transversal entre la medias de los rendimientos y las betas en muestras grandes. De esta manera, la pendiente positiva nos dice muy poco acerca de si el proxy es o no eficiente exante.

Puesto que la estimación de la frontera eficiente y de la media y varianza del portafolio está siempre sujeta a serios problemas como resultado de la selección de la muestra, el proxy mismo puede tener una relación positiva en el análisis de corte transversal entre rendimientos esperados y betas que puede no ser detectada bajo OLS desde la muestra seleccionada.

A pesar de estos problemas con el modelo SBL, el uso de proxies con índice ponderados por el valor de mercado, son de considerable interés, pues reflejan las tenencias y preferencias promedio de los inversionistas. Si tales índices producen o no betas que estén relacionadas con los rendimiento promedio en el análisis de corte transversal, sus propios rendimientos sirven como benchmark para comparar las inversiones.

Por otra parte, Kandel y Staumbaugh (1995) retoman esta idea, mostrando que bajo regresiones por OLS la pendiente y la R^2 pueden estar cercanas a cero aun cuando el portafolio pueda arbitrariamente estar cercano a la frontera de mínima varianza, y por el contrario, pueden mostrar una relación lineal entre rendimientos esperados y betas cuando el portafolio sea extremadamente ineficiente.

[1] En la aplicación que se hace para el caso en México solo se aplicará el análisis por OLS.

En este sentido, los autores proponen que el uso de OLS puede ser inadecuado para esta tarea de estimación. Dependiendo de la eficiencia del portafolio utilizado, una generalización para aproximar la relación lineal en presencia de ineficiencia es ajustando la estimación a través de una regresión por GLS de los rendimientos esperados sobre las betas, usando la matriz de varianzas y covarianzas de los rendimientos[2]. De esta manera, los coeficientes de la relación medias-betas y la medida de bondad se estiman considerando la localización del portafolio en el espacio media-varianza.

El trabajo de Grauer (1999) se enmarca en esta línea de investigación. El autor crea escenarios donde el CAPM es verdadero y falso. Pero, a diferencia de los trabajos anteriores, muestra que el uso de OLS y GLS puede dar como resultados coeficientes en el análisis de corte transversal que sugieren que el modelo es falso cuando es verdadero, de igual manera que cuando en un escenario es falso, pueden incorrectamente indicar que el modelo es verdadero. Tal vez, los resultados del trabajo de Grauer (1999), confirmen de manera general los resultados sugeridos por Roll y Ross (1994), de que los resultados en el análisis de corte transversal entre rendimientos esperados y betas no constituyen una prueba directa de la eficiencia del índice del portafolio de mercado utilizado.

Este trabajo aplica la propuesta de Grauer de crear de escenarios donde el CAPM es verdadero y falso, utilizando OLS analiza la relación entre rendimientos esperados, betas y tamaño con activos del mercado de valores de México. En la parte 2 se explica la relación entre portafolios eficientes y la condición de equilibro en el portafolio de mercado y las ponderaciones positivas. En la parte 3 se expone la propuesta de Grauer y se establecen las similitudes y diferencias con otros resultados obtenidos previamente. En la parte 4 se presenta la metodología para crear los escenarios donde el CAPM es verdadero y falso. En la parte 5 se presentan los resultados de las pruebas empíricas y en la 6 las conclusiones.

2. El portafolio eficiente de mínima varianza y las ponderaciones positivas.

Este apartado se incluye pues es uno de los argumentos importantes del trabajo de Grauer y una de las diferencias importantes entre trabajos anteriores sobre la condición de eficiencia y equilibrio del modelo propuesto por Sharpe-Lintner-Black.

Tanto los portafolios de MV como los portafolios con ponderaciones positivas juegan un papel central en la Teoría de Portafolio y en los modelos de valuación de activos.

En la versión del CAPM propuesta por Sharpe-Lintner, ellos predicen que el portafolio de mercado con ponderaciones positivas será eficiente, es decir, de mínima Varianza (MV).

Sin embargo, es difícil observar estos portafolios cuando se generan desde los datos históricos.

[2] Kandel & Staumbaugh (1995) "La regresión por GLS usa la matriz de covarianzas de los rendimientos de los activos y mucha de la información en esta matriz es omitida al graficar rendimientos esperados contra betas"

Si partimos que los portafolios con ponderaciones positivas son resultado de alguna condición de equilibrio, entonces su existencia impone una determinada estructura a los rendimientos esperados de los activos.

Para cualquier vector de medias (μ) y una matriz de covarianzas positiva definida (Σ), se pueden generar las condiciones para calcular en forma simple y directa portafolios de MV que tengan ponderaciones positivas.

Si partimos de asumir que existe al menos un portafolio de MV con ponderaciones positivas **x***, donde **x*** es un vector de ponderaciones positivas, esto se cumple si solo si:

$$\boldsymbol{\mu}^* = \theta_1 \mathbf{1} + \theta_2 \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{x}^*, \qquad (1)$$

Donde μ* es un n-vector de rendimientos esperados, **1** es un n-vector de 1 y $\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{x}$* es n-vector de las covarianzas de los activos respecto al portafolio **x***.

En el caso de $\mathbf{x_m}$, el portafolio de mercado, el CAPM predice que los precios se ajustarán hasta que las medias sean compatibles con la matriz de covarianzas (Σ, $\mathbf{x_m}$). Esto da como resultado precisamente la SML (Security Market Line).

El trabajo de Best & Grauer (1992), muestra que bajo condiciones razonables, a medida que aumenta el número de activos en el portafolio, el segmento de la frontera de portafolios eficientes que contiene ponderaciones positivas converge a un punto, **x*.** Muestran, además, que la composición de portafolios eficientes MV puede ser extremadamente sensible a cambios en las medias, por lo que pequeñas perturbaciones en el espacio compatible (Σ, **x***), podría implicar que no haya portafolios eficientes MV con ponderaciones positivas.

El análisis realizado por los autores, resalta la importancia tanto del vector de medias como de la matriz de covarianzas para determinar si hay portafolios de mínima varianza con ponderaciones positivas. Las medias juegan un papel central en dos sentidos: 1) En el espacio (Σ, **x***) como la estructura compatible con ponderaciones positivas, no hay una regla en un análisis de la matriz de covarianzas o del portafolio global de mínima varianza que asegure estas ponderaciones por si solo. El CAPM predice que los precios se ajustarán para que las medias generen un espacio compatible (Σ, $\mathbf{x_m}$), pero no predice nada acerca de la composición del portafolio MV; 2) La composición de portafolios de mínima varianza es extremadamente sensible a las perturbaciones de las medias, sin embargo, la matriz de covarianzas juega un papel clave en la medida que determina la sensibilidad de los pesos del portafolio a los cambios en las medias.

3. Teoría de Portafolios y el estudio de corte transversal

La propuesta de Grauer (1999) revisa las condiciones bajo las cuales el CAPM es verdadero, así como el fundamento para evaluar las pruebas empíricas a realizar.

Los cinco enunciados siguientes permiten evaluar si el modelo media-varianza CAPM construido por Sharpe (1964)-Lintner (1965) es verdadero o falso:

1) El portafolio de mercado es eficiente en el sentido media-varianza
2) Hay, al menos, un portafolio eficiente con ponderaciones positivas
3) En la versión del modelo con un activo libre de riesgo, el portafolio de mercado es un portafolio tangencia.
4) Hay una relación lineal entre los rendimientos esperados y las betas de mercado de los activos, esto es, los activos caen sobre la SML.
5) Las betas de mercado son las únicas medidas de riesgo necesarias para explicar los rendimientos esperados en análisis de corte transversal.

Si la versión del modelo con el activo libre de riesgo se mantiene, entonces los enunciados 4 y 5 tienen dos implicaciones: a) La regresión por OLS de la población de excesos de rendimientos esperados respecto a las betas del portafolio de mercado tendrán intercepto cero y una pendiente igual al exceso de rendimientos esperados del mercado; b) La regresión de OLS de los excesos de rendimientos respecto a la betas del portafolio de mercado y el tamaño tendrán el mismo intercepto y pendiente respecto a la variable beta como en la regresión previa y una pendiente cero respeto a la variable tamaño.

El objetivo de este trabajo es crear escenarios donde el CAPM es verdadero y otros donde es falso. Cuando el CAPM es verdadero los 5 enunciados se mantienen de manera exacta, cuando es falso todos los enunciados son casi verdaderos en algunos escenarios y en otros son violados de manera general.

La investigación que se presenta, analiza si los coeficientes de las regresiones de la población de excesos de rendimientos esperados respecto a las betas, por un lado, y de los excesos de rendimientos esperados respecto a las betas y tamaño, nos permiten distinguir entre los escenarios. Lo que se muestra es que los coeficientes de la regresión por OLS no nos permiten distinguir entre escenarios verdaderos o falsos.

Las pruebas empíricas que se han hecho para evaluar si el CAPM es verdadero o no [Black, Jensen y Scholes (1972); Blume y Friend (1973); Fama y Macbeth (1973)], se han enfocado en el análisis de corte transversal del trade-off entre los rendimientos esperados y las betas, así como la versión del modelo que incorpora los “zero-beta” portafolios o portafolios ortogonales (portafolios cuyos rendimientos no están correlacionados con los rendimientos del portafolio de mercado) que debe ser igual a la tasa de interés del activo libre de riesgo. Los resultados muestran una relación casi lineal entre rendimientos esperados y betas, pero la pendiente de la SML es demasiado plan y el intercepto es demasiado alto. Esta evidencia es interpretada como el fundamento del rechazo del modelo.

Sin embargo, se han identificado dos tipos de dificultades con las pruebas realizadas:

1) Hay serias dudas sobre la validez de las pruebas que se enfocan sobre consideraciones financieras o lógicas más que sobre las estadísticas o empíricas.

La crítica de Roll (1977) es la más conocida. Su argumento es que la Teoría es equivalente a la afirmación de que el portafolio de mercado es eficiente en el sentido media-varianza. En la medida que proxies de mercado –que solo incluyen un subconjunto de activos- son usados, el CAPM no esta siendo probado.

2) Existen varias contradicciones empíricas del modelo que han sido subrayadas en un artículo por Fama y French (1992). Ellos reportan que el tamaño y la relación valor en libros/valor de mercado, capturan la variación en el análisis de corte transversal en los rendimientos esperados de los activos en relación con las betas de mercado, tamaño, apalancamiento, valor en libros/valor de mercado y las razones ingreso/precio. Argumentan que el efecto tamaño, documentado primeramente por Banz (1981) y Reinganum (1981), es el más importante y por tanto, siguiendo esta línea de trabajo es el único que se considera en el presente trabajo.

Fama y French (1992) corren las regresiones de : (1) medias sobre betas, calculadas en relación a varios proxies del portafolio de mercado, (2) medias sobre betas y tamaño, y (3) medias sobre tamaño. En las regresiones de medias sobre betas, la pendiente es pequeña, positiva y no estadísticamente significativa. En las regresiones de medias, betas y tamaño, el coeficiente de las betas es negativo y no estadísticamente significativo, y el coeficiente de la variable tamaño es negativo y estadísticamente significativo. En la regresión de medias sobre tamaño, la pendiente es negativa y estadísticamente significativa. Todos estos resultados juntos son tomados con fuerte evidencia contra el CAPM.

Artículos relacionados a este tipo de estudios [Roll y Ross (1994) y Kandel y Stambaugh (1995)], resaltan el daño de enfocarse exclusivamente al espacio medias y betas. Roll y Ross derivan el conjunto de posibles portafolios que producen un valor dado de la pendiente en un análisis de corte transversal en una regresión por OLS de la población de rendimientos esperados respecto a la población de betas. Más específicamente, ellos muestran que un proxy del mercado puede ser cercanamente eficiente en el espacio media-varianza y producir una pendiente cero en la regresión por OLS de las medias respecto a las betas del portafolio. Kandel y Stambaugh, de manera similar trabajan con parámetros poblacionales, demostrando que un proxy de mercado puede ser casi eficiente y no producir relación entre medias y betas usando OLS. En cambio, cuando el conjunto de activos es re-empaquetado en un conjunto alternativo que genera las mismas oportunidades de construir portafolios puede producirse una relación cercanamente perfecta por OLS entre medias y betas calculadas en relación a un proxy que es general ineficiente en el espacio media-varianza. Por ejemplo, Kandel y Stambaugh (1995) muestran que en una regresión por GLS de las medias de los rendimientos sobre las betas, la pendiente y la R^2 son determinadas únicamente por la localización media-varianza del índice de mercado utilizado en relación a al frontera de portafolios de mínima varianza. En contraste a OLS, GLS da una pendiente de cero solamente si la media de rendimientos sobre el índice de mercad iguala al del portafolio de mínima varianza global. Este último resultado fue derivado por Roll (1985). Finalmente, Kandel y Stambaugh reportan que sus resultados pueden ser extendidos a un modelo multifactorial. Un vez más, re-empaquetando los activos se pueden producir cualesquiera coeficientes y R^2 por OLS.

Siguiendo la propuesta de Grauer (1999), pero considerando el análisis por OLS, este trabajo sigue la línea de investigación realizada por Roll (1977), Roll y Ross (1994) y Kandel y Stambaugh (1995). Sin embargo, es diferente en tres significantes aspectos: 1) El CAMP predice que los precios se ajustarán hasta que el portafolio de mercado sea eficiente en el sentido media-varianza. Dicho de otra manera, una precondición para que el CAPM se mantenga es que existe al menos un portafolio con ponderaciones positivas. Algo sorprendente es que ni Roll y Ross, ni Kandel y Stambaugh verifican si la frontera de portafolios de mínima varianza contiene un portafolio con ponderaciones positivas. Así pues, no pueden estar seguros si sus resultados se mantienen si el CAPM es verdad, esto es, si el portafolio con las ponderaciones del mercado es eficiente en el sentido media-varianza. Cualquier proxy razonable debería contener ponderaciones positivas. Roll y Ross, por ejemplo, notan que los lectores de una versión preliminar de su artículo especularon respecto a que los resultados centrales pueden ser generados mediante ventas en corto en los proxies del mercado. Roll y Ross son capaces de construir un ejemplo donde un proxy del portafolio de mercado contiene ponderaciones positivas, pero los proxies en Stambaugh y Kandel no contienen ponderaciones positivas.[3] En cambio, en este trabajo se examinan dos escenarios: uno donde el CAPM es verdadero y otro donde es falso. En el primer escenario, el modelo Sharpe-Lintner se mantiene de manera exacta. En el espacio media-desviación estándar, el portafolio de mercado con ponderaciones positivas es eficiente y es un portafolio tangencia. En el espacio medias-betas, los activos son graficados sobre la SML. En el segundo escenario el CAPM es falso. En este caso, en el espacio media-desviación estándar, la posición del ahora portafolio de mercado ineficiente y el portafolio tangencia difieren –algunas veces de manera dramática- y los portafolios no se encuentran sobre la frontera de mínima varianza de los activos. En el espacio medias-betas, los activos no se encuentran sobre la SML. 2) Los ejemplos son consistentes con el efecto tamaño; esto es, bajas (altas) medias tienen altas (bajas) ponderaciones en el portafolio de mercado. En el caso de los activos mexicanos utilizados, esta relación no se satisface en forma negativa. Sin embargo, la significancia del efecto igualmente aparece en los casos en que el CAPM es falso. 3) Con una excepción, se emplea el aparentemente inocuo portafolio igualmente ponderado como un proxy con ponderaciones positivas –proxy comúnmente usado en investigaciones empíricas.

En estos escenarios se muestran dos principales resultados. Primero, cuando el CAPM es verdadero, los coeficientes de las regresiones por OLS empleando los proxies del portafolio de mercado –que son ineficientes- pueden incorrectamente indicar que el modelo es falso. Segundo, y quizá lo mas importante, cuando el CAPM es falso, los coeficientes de las regresiones por OLS empleando el portafolio de mercado, pueden incorrectamente indicar que el modelo es verdadero.

4. La construcción de los escenarios

A. Ejemplos donde el CAPM es verdadero.

[3] Cuando se permiten ponderaciones negativas las betas calculadas son menores a 1.

Los datos empleados en los ejemplos consisten de portafolios de 10 activos con datos de mercado de valores mexicano (BMV), tomados de Economática. Los rendimientos mensuales se toman para el periodo de Enero-2001 a Dic-2007. La matriz de Covarianzas es calculada de los datos históricos y sirve como la matriz de covarianzas de la población para los ejemplos[4]. Siguiendo a Best y Grauer (1985), se calcula un conjunto compatible de medias ($\mathbf{\Sigma}$, $\mathbf{x_m}$) usando

$$\mu = \theta_1\mathbf{1} + \theta_2\boldsymbol{\beta}\mathbf{m}, \qquad (2)$$

donde μ, $\mathbf{1}$ y $\mathbf{x_m}$ son *n*-vectores conteniendo los tasas de rendimiento esperadas sobre los *n*-activos, 1's y las ponderaciones en el portafolio de mercado, respectivamente. $\mathbf{\Sigma}$ es una matriz *nxn* matriz de covarianzas positiva definida de los rendimientos de los activos. θ_1 y θ_2 son escalares positivas (constantes) y $\boldsymbol{\beta}_\mathbf{m} = (\mathbf{\Sigma x_m / x'_m \Sigma x_m})$ es un *n*-vector de las betas del portafolio de mercado. Por ejemplo, el j-ésimo elemento de $\boldsymbol{\beta}_\mathbf{m}$ es la covarianza del rendimiento del activo *j* con el rendimiento del portafolio de mercado dividido por la varianza del rendimiento del portafolio de mercado.

Los parámetros θ_1 y θ_2 son escogidos para que la versión Sharpe-Lintner del CAPM se mantenga de manera exacta. θ_1 es escogida para que la tasa del zero-beta sea igual a la tasa libre de riesgo del 0.65% mensual (7.8% anual promedio en el periodo), y θ_2 es escogida para que el exceso de rendimiento esperado sobre el portafolio de mercado eficiente de mínima varianza sea 1.72% mensual. Este valor corresponde al exceso de rendimiento del IPC sobre la tasa de CETES mensual de la última década. De esta manera, los rendimiento esperados de la población en porcentaje mensual son

$$\mu = 0.65\mathbf{1} + 1.72\boldsymbol{\beta}\mathbf{m}, \qquad (3)$$

cuando la hipótesis "el portafolio de mercado es eficiente en el sentido media-varianza" es verdadera.

El CAPM no hace predicciones acerca de la magnitud de las ponderaciones en el portafolio de mercado, pero con el propósito de examinar el efecto tamaño, se asignan los pesos al portafolio de mercado consistentes con las observaciones empíricas de los valores promedio de capitalización[5] en el mercado de los 10 activos.[6]

[4] A pesar de que se cuentan con datos desde 1993 para algunos de los activos, después de haber construido varias muestras, se tomaron activos que permiten obtener ponderaciones positivas en un segmento de la frontera eficiente.

[5] Como resalta Grauer (1999), dada la matriz de covarianzas es fácil obtener cualquier portafolio siendo eficiente. Sin embargo, en general, las medias de la SML en la ecuación (2) no son consistentes con un universo de ponderaciones promedio de capitalización.

[6] A diferencia del ejemplo construido por Grauer (1999) para datos de activos de los EU, las mayores ponderaciones no corresponden necesariamente con menores rendimientos esperados. En el análisis de corte transversal al evaluar el efecto tamaño el resultado positivo o negativo del coeficiente depende de esta relación.

Habiendo construido un mundo donde la versión Sharpe-Lintner del CAPM se mantiene de manera exacta, entonces se corren las siguientes regresiones con OLS:

$$\mu_j\text{-}r = b_0 + b_1\beta_j + \varepsilon_j \qquad (4)$$
$$\mu_j\text{-}r = b_0 + b_1\beta_j + b_2 size_j + \varepsilon_j \qquad (5)$$
$$\mu_j\text{-}r = b_0 + b_1 size_j + \varepsilon_j \qquad (6)$$

Donde *size* es definida como la variable de las ponderaciones (tamaño) que definen las ponderaciones del mercado, en cambio, las betas utilizadas son tanto las betas del mercado como las obtenidas del proxy. Las betas se calculan directamente de la matriz de covarianzas y las ponderaciones del portafolio seleccionado: $\boldsymbol{\beta_x = (\Sigma x / x'\Sigma x)}$ donde $\mathbf{x}$ pueden ser tanto las ponderaciones del portafolio de mercado o del proxy.

Cuando se utilizan las betas del portafolio de mercado, los resultados de la ecuación (4) son: $b_0 = 0$ y $b_1 = \mu_m\text{-}r$. En la ecuación (5) la variable tamaño (size) no muestra ningún efecto, es decir, $b_2 = 0$.

Al usar las betas estimadas desde el proxy, queda abierta la pregunta de cuáles deberían ser los valores de b_0 y b_1, así como la interpretación de estos resultados.

Roll (1977) argumenta que no podemos concluir nada acerca del CAPM a menos que el portafolio de mercado verdadero sea observable; por otro lado, Fama (1995) y Fama y French (1992) sugieren que la crítica de Roll es exagerada.

En este trabajo, siguiendo el argumento de Grauer (1999), se construyen los ejemplos con el conocimiento del portafolio de mercado, el cual es eficiente en el sentido media-varianza. Por lo tanto, cualquier efecto del tamaño será un simple artificio producido por el uso de betas estimadas desde un proxy del portafolio de mercado. La regresión (6) documenta la fuerza de la relación entre los excesos de rendimiento y el efecto del tamaño.

Resumiendo, en un universo donde la versión del CAPM es verdadera se corren las regresiones por OLS de la población de excesos de rendimientos respecto a la población de betas (del portafolio de mercado y del proxy), de los excesos de rendimiento esperados respecto a las betas y el tamaño y de excesos de rendimiento esperados respecto al tamaño.

En el espacio media-beta, se grafican los datos de la recta de regresión por OLS y la SML (cabe hacer notar que cuando se usan las betas desde el proxy del mercado, la línea se sigue llamando SML y pasa a través del activo libre de riesgo y el proxy). En el espacio media-desviación estándar se grafican los datos de los portafolios frontera y el portafolio tangencia, al igual que los portafolios de mínima varianza con ponderaciones positivas.

B. Ejemplos donde el CAPM es Falso

Si el CAPM es verdad, existe una relación lineal exacta entre el trade-off rendimientos esperado y betas del portafolio de mercado. Si el CAPM es falso, los activos no caerían sobre la SML. Por lo tanto, los ejemplos donde el CAPM es falso son construidos a través de perturbaciones sobre las medias desde la SML. Esto se hace de manera que el CAMP parezca verdadero de acuerdo a los coeficientes de las regresiones (3) y (4) de corte transversal. Esto es, se hace falso al CAPM a través de perturbaciones en la SML de manera que éstas sean ortogonales a las betas, a los pesos del mercado y al vector de 1's.

Específicamente, considere el modelo de regresión lineal general

$$\mathbf{y} = \mathbf{XB} + \boldsymbol{\varepsilon},$$

donde **y** es un *n*-vector que contiene las *n*-observaciones de la variable dependiente, **X** es matriz *n x k* que contiene las *n*-observaciones de las *k* variables independientes, **B** es un *k*-vector de parámetros y $\boldsymbol{\varepsilon}$ es un *n*-vector de errores aleatorios. En una regresión por OLS se asume que los errores son independientes e idénticamente distribuidos (i.i.d.)[7] con media cero y matriz de covarianzas $\boldsymbol{\Sigma} = \sigma^2\mathbf{I}$, donde **I** es un matriz identidad *n x n*. Los coeficientes estimados por OLS son calculados como:

$$\mathbf{b}^{ols} = (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'y} \qquad (7)$$

En una regresión de excesos de rendimientos esperados sobre las betas, **y** contiene los excesos de rendimientos esperados y $\mathbf{X} = [\mathbf{1}{:}\boldsymbol{\beta}]$ es una matriz *n x 2* conteniendo 1's en la primera columna ya sea las betas del portafolio de mercado o las del proxy en la segunda columna. En las regresiones de excesos de rendimientos esperados respecto a betas y tamaño, y contiene otra vez los excesos de rendimiento y $\mathbf{X} = [\mathbf{1}{:}\ \boldsymbol{\beta}{:}\ \mathbf{x_m}]$ es una matriz *n x 3* de 1's, betas y las ponderaciones del portafolio de mercado.

Si el CAPM es falso, la relación entre los rendimientos esperados y las betas del mercado no es lineal. Sin embargo, las regresiones de la población de excesos de rendimiento respecto a la población de las betas del portafolio de mercado (o las betas del proxy) y de la población de excesos de rendimiento esperados sobre la población de betas y las ponderaciones puede dar como resultado los mismo resultados en el intercepto y la pendiente como en el caso donde el modelo es verdadero – o el intercepto y las pendientes pueden ser producidas para que prácticamente puedan tener los valores que uno desee. Para ver esto, sea

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\mu} + \mathbf{e}$$

donde **e** es un *n*-vector que contiene desviaciones desde las medias $\boldsymbol{\mu}$ de la SML; por ejemplo, $\mathbf{e} = \Delta\boldsymbol{\mu}$. En este caso, los coeficientes son

[7] La propuesta de incorporar regresiones por GLS parte de asumir que los errores no necesariamente son iid.

$$\mathbf{b}^{ols} = (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'}\boldsymbol{\mu} + (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'e} = \mathbf{b_0}^{ols} + \Delta\mathbf{b}^{ols} \qquad (8)$$

Es claro que $\mathbf{b_0}^{ols} = (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'}\boldsymbol{\mu}$ da como resultado los coeficientes del CAPM verdadero, y $\Delta\mathbf{b}^{ols} = (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'e}$ representa los cambios en estos coeficientes. Si partimos de que

$$\Delta\mathbf{b}^{ols} = (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'e} = \mathbf{0}, \qquad (9)$$

Donde **0** es un *k*-vector de ceros, tenemos los mismos coeficientes que OLS cuando el modelo es verdadero. Por otro lado, si $\Delta\mathbf{b}^{ols}$ es vector de valores diferentes de cero, podemos generar prácticamente cualesquiera valores para el intercepto y la pendiente – o intercepto y pendientes si incluimos el tamaño en las regresiones.

En lugar de restringir los coeficientes como en la ecuación (9), podemos simplemente fijar que $\mathbf{X'e} = \mathbf{0}$. En el caso de la regresión por OLS de los excesos de rendimientos esperados respecto a las betas y las ponderaciones son:

$$\mathbf{1'e} = \mathbf{0}, \qquad \boldsymbol{\beta}'\mathbf{e} = \mathbf{0}, \qquad \mathbf{x_m'e} = \mathbf{0} \qquad (10)$$

La ventaja de escribir las restricciones de esta manera es que proveen mayor comprensión acerca de otras variables, además de las pendientes e intercepto en las regresiones de corte transversal. Por ejemplo, la primera y tercera restricciones nos dicen que las medias de un portafolio igualmente ponderado y un portafolio con las ponderaciones de los valores de mercado no tienen cambios de sus valores originales.

Resumiendo, se hace al CAPM falso resolviendo para un conjunto de perturbaciones en las medias de la SML que satisfagan algún subconjunto de las restricciones en las ecuaciones (9)-(10) –y, en un caso, cambien el intercepto y la pendiente de una regresión de los rendimientos esperados sobre las betas del portafolio igualmente ponderado. Entonces se corren las regresiones OLS de los rendimientos esperados sobre la población de betas, de los excesos de rendimientos esperados sobre las betas y tamaños, y finalmente de los excesos de rendimientos sobre el tamaño, dados en las ecuaciones (4)-(6). Posteriormente, en el espacio medias-betas, se grafican los datos de la línea de regresión y la SML. En el espacio media-desviación estándar se grafican los datos, la frontera de portafolios de mínima varianza de los activos con riesgo y se lleva la cuenta del portafolio tangencia y el portafolio de mínima varianza con ponderaciones positivas.

5. Datos

Para este estudio se utilizaron los datos de los rendimientos mensuales de 10 activos, extraídos de una muestra de 48 activos del mercado de valores mexicano (BMV). Los datos de precios para el cálculo de los rendimientos fueron tomados de Economática y están ajustados por derechos.

La elección de los 10 activos (AMXL, TELMEXL, WALMEX, GMODELO, PEÑOLES, GFNORTEO, LIVERPOOL, BIMBOA, GCC, GEOB) y el periodo, obedece al hecho de que para este subconjunto fue posible encontrar un segmento de la frontera de portafolios de MV con ponderaciones positivas. El periodo de estudio comprende de Enero-2001 a Dic-2007.

La elección de θ_1 y θ_2 que satisface la ecuación (2) considera la tasa libre de riesgo promedio desde la tasa de CETES mensual de la última década de 0.65%. De igual manera, con los datos del IPC (Índice de precios y cotizaciones) se calcula el rendimiento promedio mensual del mercado de 2.37%.

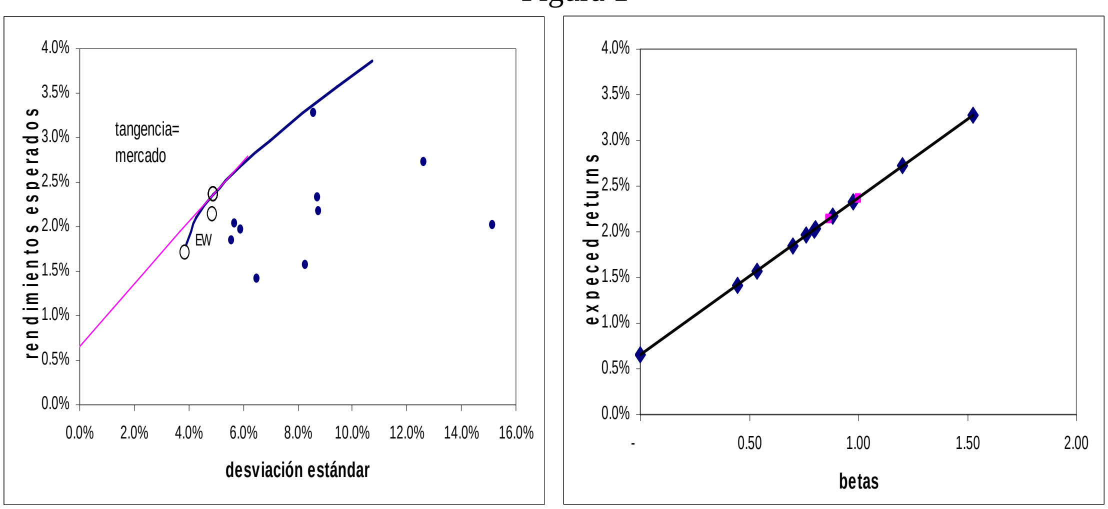
Considerando el universo de 10 activos, se construye el portafolio de mercado. Las ponderaciones que cada uno tiene, reflejan el promedio de la capitalización que durante el periodo de análisis tienen en el portafolio de mercado.

6. Resultados

A. El CAPM es verdadero.

Cuando el CAPM es verdadero en nuestro universo de 10 activos, como se muestra en las figuras 1 y 2 y en el panel A de la tabla I, la primera fila del Panel A muestra que con las betas del portafolio de mercado, los coeficientes de las regresiones de OLS son exactamente como se pronostican en el Modelo. Esto es, en las regresiones de la población de excesos de rendimientos esperados respecto a la población de betas de mercado, $b_0 = 0$ y $b_1 = \mu_m - r = 1.72$. Además, en la regresión de excesos de rendimiento esperado respecto a las betas de mercado y el factor tamaño, $b_0 = 0$, $b_1 = \mu_m - r = 1.72$ y $b_2 = 0$. La figura 1 contiene los puntos correspondientes en el espacio media-desviación estándar y media-betas. Los puntos muestran el punto de vista clásico de la Teoría: el portafolio de mercado coincide con el portafolio tangencia y la SML contiene a todos los activos.

Figura 1

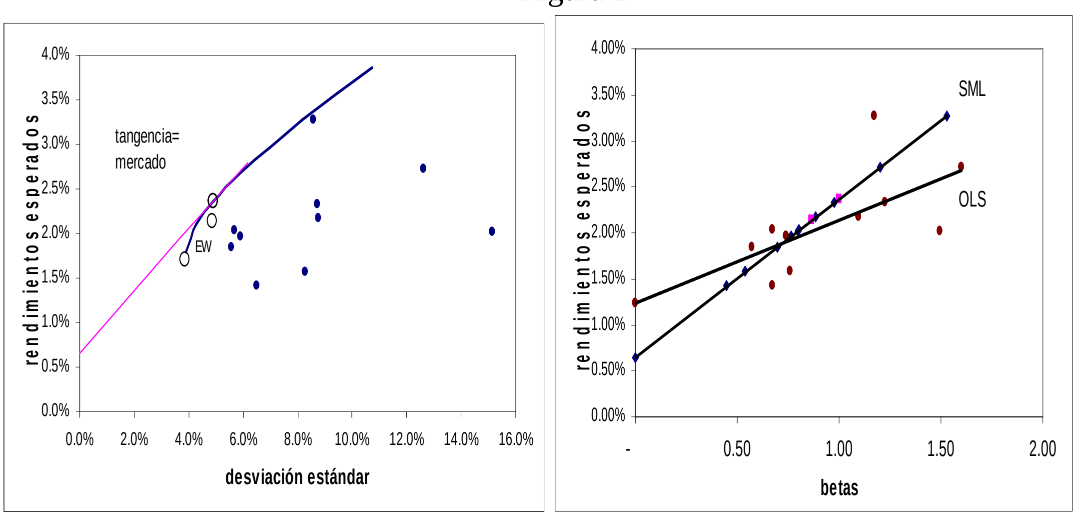


El portafolio de Mercado es eficiente MV y los activos caen sobre la SML. Los coeficientes de los excesos de rendimientos esperados respecto a las betas del portafolio de mercado y de los excesos de rendimiento esperados respecto a las betas y el tamaño, indican que el CAPM es verdadero.

Cuando el CAPM es verdadero la única manera que los coeficientes de la regresión puedan llevarnos a creer que es falso, es si empleamos un proxy del portafolio de mercado. La figura 2 muestra los resultados cuando se utiliza un proxy con igual ponderación en cada uno de los activos muy cercano a la frontera de MV de los activos con riesgo. La fila dos del panel A en la tabla muestra que los coeficientes de la regresión de los excesos de rendimiento esperados respecto a las betas del proxy del portafolio con iguales ponderaciones son consistentes con el resultado conocido de Black (1972): el intercepto es demasiado alto y la pendiente demasiado plana. En la regresión de los excesos de rendimientos esperados respecto a las betas del proxy y el factor tamaño se muestran efectos positivos y pequeños.[8] Sin embargo, el efecto del factor tamaño es un artificio causado por usar las betas del proxy en lugar de las betas del mercado.

Lo valioso de este ejemplo, es que tanto el portafolio de mercado como el proxy tienen ponderaciones positivas. En el universo de portafolios de 10 activos, ningún portafolio con ponderaciones positivas produce una pendiente de cero bajo OLS de medias respecto a betas. Sin embargo, si relajamos este requerimiento de ponderaciones positivas, entonces puede encontrarse un portafolio que lleve a una pendiente de cero bajo OLS de medias respecto a betas. Este es el caso del proxy propuesto por Roll & Ross que se muestra en las filas 5 y 6 del panel A de la tabla I. La pendiente por GLS es igualmente demasiada plana mostrando el efecto del factor tamaño nuevamente pequeño y positivo.

Figura 2



Al usar el portafolio con igual ponderación en los activos como proxy, como se observa esta muy cercano a la frontera de MV. Sin embargo, los coeficientes de las regresiones de los excesos de rendimiento esperados respecto a las betas del proxy y de los excesos de rendimiento esperado respecto a las betas del proxy y tamaño, indican incorrectamente que el CAPM es falso. La grafica muestra además que existe una diferencia entre los valores de las betas calculadas desde este proxy respecto a las betas del mercado.

---

[8] En nuestros ejemplos, a diferencia del trabajo realizado por Grauer (1999), el efecto tamaño no coincide con el hecho de que las empresas con mayor tamaño muestran menores rendimientos esperados. El efecto tamaño, en este caso del CAPM verdadero con las betas de un proxy del mercado muestra este efecto positivo.

TABLA I

Resultados de las regresiones en el análisis de corte transversal

$$\mu_j\text{-}r = b_0 + b_1\beta_j + \varepsilon_j$$

$$\mu_j\text{-}r = b_0 + b_1\beta_j + b_2 size_j + \varepsilon_j$$

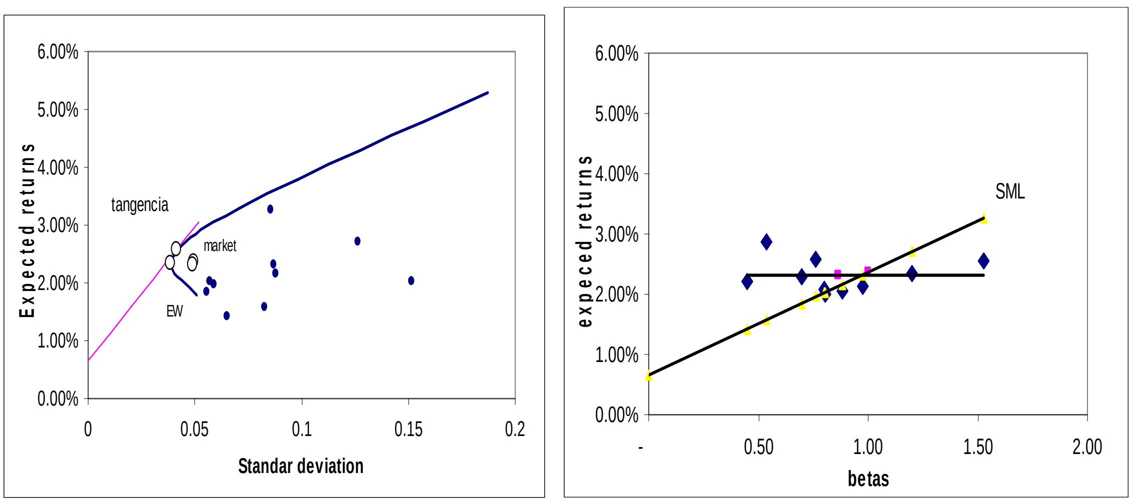
En cada panel la tasa libre de riesgo es de 0.65% y el rendimiento esperado del portafolio de mercado es de 2.37%. Cuando el CAPM es verdadero $b_0 = 0$ y $b_1 = \mu_m - r = 1.72\%$ en la primera regresión. En la segunda regresión $b_0 = 0$, $b_1 = 1.72\%$ y $b_2 = 0$. La primera fila de cada panel utiliza las betas del portafolio de mercado, mientras que la segunda fila emplea las betas del proxy portafolio con iguales ponderaciones. En la tercera fila del panel A un proxy de portafolio propuesto por Roll y Ross (1994) que genera una pendiente cero en la regresión de OLS de las medias de los rendimientos respecto a las betas. Las figuras 1 y 2 muestran los resultados cuando el CAPM es verdadero. El proxy del portafolio de Roll y Ross contiene ponderaciones negativas en algunos activos. En el resto de los paneles el CAPM es falso. En el panel B el portafolio tangencia tiene un rendimiento de 2.57% (figura 3). En el panel C, el portafolio tangencia tiene un rendimiento del 5.86% (figura 4). En el panel D el portafolio tangencia tiene un rendimiento esperado del 20,000%. En el panel E el portafolio tangencia tiene un rendimiento del -20,000% (figura 5). Finalmente, en el panel F, el portafolio tangencia tiene un rendimiento esperado del 122.57%.

		b_0	b_1	R^2	b_0	b_1	b_2	R^2
				PANEL A				
Value-weighted market port	OLS	0.00	1.72	1.00	0.00	1.72	0.00	1.00
equaly-weighted proxy port	OLS	0.58	0.91	0.38	-0.12	1.25	3.49	0.84
Ross y Roll proxy port	OLS	1.48	0.00	0.00	0.55	0.54	4.40	0.39
				PANEL B				
Value-weighted market port	OLS	1.66	0	0	1.68	0.00	0.63	0.05
				PANEL C				
Value-weighted market port	OLS	0.00	1.72	0.20	0.00	1.72	0.00	0.20
				PANEL D				
Value-weighted market port	OLS	0.00	1.72	0.01	0.00	1.72	0.00	0.01
				PANEL E				
Value-weighted market port	OLS	0.00	1.72	0.02	0.00	1.72	0.00	0.02
				PANEL F				
Value-weighted market port	OLS	0.00	1.72	0.04	0.00	1.72	0.00	0.04
equaly-weighted proxy port	OLS	0.58	0.91	0.38	-0.12	1.25	3.49	0.84

B. El CAPM es falso

En los ejemplos en que el CAPM es falso, no hay portafolios de minima varianza con todas sus ponderaciones positivas. Tampoco hay portafolios con todas las ponderaciones positivas sobre la frontera de MV que produzcan pendientes cero en las regresiones por OLS de medias contra betas. A la luz de este hecho y de que no haya portafolios con ponderaciones positivas que produzcan pendiente cero en las regresiones por OLS cuando el CAPM es verdadero, es sorprendente ver que con ponderaciones positivas se puede producir una pendiente cero a partir de OLS, tal como se muestra en la figura 3 y en el panel B de la tabla I.

Figura 3



Aunque no hay portafolios de MV con sus ponderaciones positivas, el portafolio de mercado esta cercano a la frontera de MV. Bajo OLS de los excesos de rendimiento esperados respecto a las betas de mercado la pendiente es cero. La regresión de los excesos de rendimiento esperados respecto a las betas del mercado y el tamaño, ambos coeficientes resultan cero (o en algunos casos negativos). El modelo parece ser falso.

Bajo esta condición del CAPM falso, el portafolio de mercado es casi eficiente. Al correr OLS respecto a las betas de mercado obtenemos pendiente cero. El portafolio de mercado es cercano a la frontera eficiente pero su rendimiento esperado es 20 puntos base menor al portafolio tangencia. La regresión por OLS de los excesos de rendimiento esperados respecto a las betas del portafolio de mercado nos indica que la pendiente es cero y en el caso de la regresión de los excesos de rendimiento esperado respecto a las betas y al tamaño, ambos coeficientes resultan ser cercanos a cero (en algunos de los casos inclusive negativos). En otras palabras el modelo parece estar mal[9].

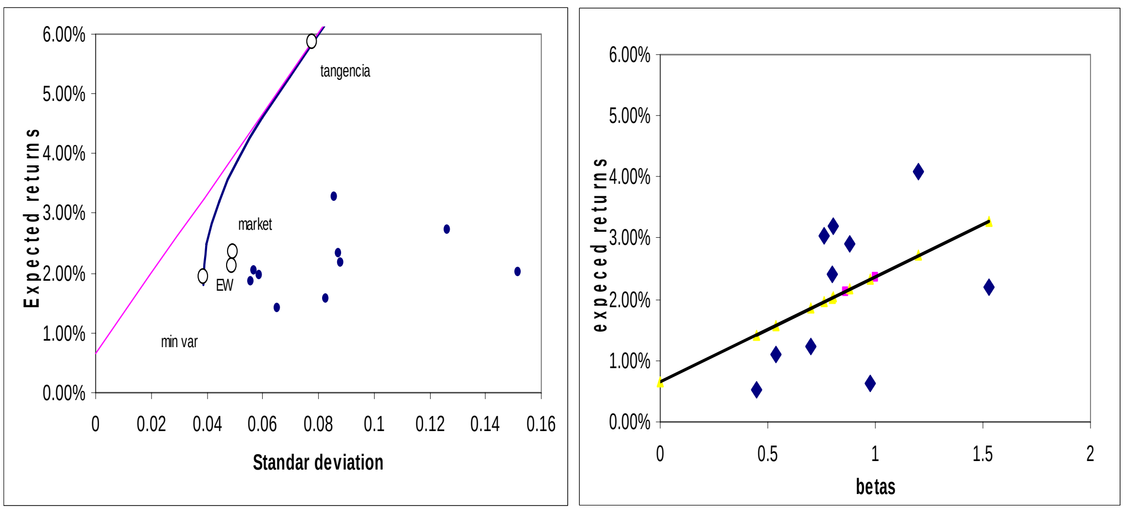
En la Figura 4 y en el Panel C de la tabla, el modelo es evidentemente falso en el espacio media-desviación estándar. El portafolio tangencia tiene un 5.86% de rendimiento esperado – lo cual es el doble que la tasa de rendimiento del portafolio de mercado- y al

[9] Los resultados de Grauer (1999) para este tipo de ejemplo por GLS muestran que el CAPM es verdadero, cuando en realidad el modelo es falso.

considerarlo respecto a la frontera eficiente parece considerablemente diferente al caso en que el CAPM es verdadero. Esto ocurre aun cuando los rendimientos de los activos en el portafolio han cambiado muy poco, es decir, están entre un rango de 0.52% y 4.09%, comparado con el rango entre 1.42% y 3.28% cuando el CAPM es verdadero. Los coeficientes del Panel C son idénticos a las del Panel A, cuando el CAPM es verdadero.

Los ejemplos mostrados en los paneles D y E de la tabla I y en la figura 5 son casos extremos. La frontera de portafolios de MV parece ser vertical más que una parábola. En el Panel D el portafolio tangencia tiene un rendimiento esperado de 20,000% y una desviación estándar del 8416%. En el panel E y la figura 5, el portafolio tangencia tiene un rendimiento esperado del -20,000% y una desviación estándar de 12,693% (a manera de contraste los rendimientos de los activos se encuentran en un rango de -2.5% y 8.36% y de -4.25% y 7.35%, respectivamente).

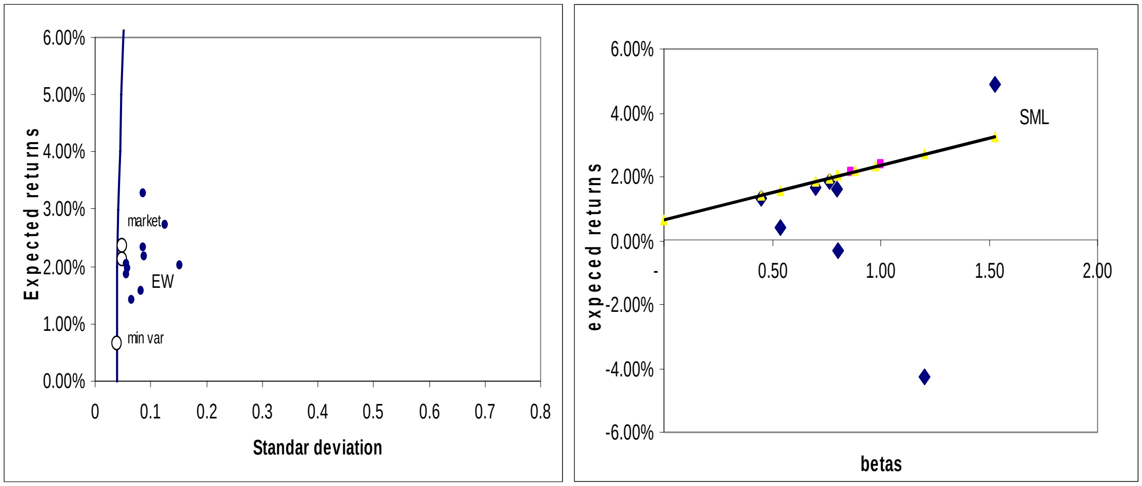
Figura 4



El CAPM es falso en el espacio media-desviación estándar. El portafolio de mercado no es eficiente MV y el rendimiento esperado del portafolio tangencia es 2.57%. Sin embargo, los coeficientes de las regresiones por OLS de los excesos de rendimiento esperados respecto a las betas del portafolio de mercado y de los excesos de rendimientos esperados respecto a las betas del mercado y el tamaño, indican incorrectamente que el CAPM es verdadero.

Los coeficientes de las regresiones por OLS de los excesos de rendimientos esperados respecto a las betas del portafolio de mercado y de los excesos de rendimientos esperados respecto a las betas del mercado y el tamaño, tienen los mismos valores de cuando el CAPM es verdadero. Nuevamente la versión Sharpe-.Lintner del CAPM parece ser verdadera cuando en realidad es falsa.

Figura 5



El CAPM es claramente falso en el espacio media-desviación estándar. La frontera de MV parece ser vertical. El portafolio tangencia tiene un rendimiento esperado de -20,000% y una desviación estándar de 12,693%. Sin embargo, los coeficientes de la regresión por OLS de los excesos de rendimientos esperados respecto a las betas del portafolio de mercado y de los excesos de rendimientos esperados respecto a las betas de mercado y el tamaño, incorrectamente indican que el CAPM es verdadero.

En el caso de los resultados presentados en el Panel F, el CAPM es claramente falso. El portafolio tangencia tiene un rendimiento esperado de 122.57%, mientras que el rango de los rendimientos de los activos en el portafolio se encuentran en el rango de -0.66% y 8.77%. Sin embargo, el modelo parece estar acorde al CAPM verdadero de acuerdo a los coeficientes de las regresiones respecto a las betas de mercado. Los resultados de las regresiones usando las betas del portafolio con iguales ponderaciones no discrepan radicalmente de los resultados obtenidos con las betas del portafolio de mercado. Esto no ocurría cuando usamos el modelo CAPM verdadero.

Los resultados muestran que las regresiones de OLS producen coeficientes que no nos permiten distinguir entre escenarios donde el CAPM es verdadero y donde es falso. Los resultados mostrados en la tabla I nos muestra que no es posible en un análisis de corte transversal saber cuan ineficiente puede ser un portafolio[10].

7. Resumen y conclusiones

Los resultados obtenidos muestran que las pruebas de corte transversal para saber si es válido o no el modelo CAPM no son concluyentes. Roll (1977) ha mostrado que el uso de un proxy de mercado puede hacer que el modelo parezca ser verdadero cuando es falso, o falso cuando es verdadero. En un universo donde todos los activos son observados, Roll y Ross (1994) demuestran que un proxy de mercado puede ser casi eficiente en el sentido media-varianza y no producir una relación lineal entre medias y betas bajo OLS.

[10] Aparentemente el uso de GLS produce mejores resultados en la estimación de los coeficientes de corte transversal y la R^2. Sin embargo, el problema es que al introducir el activo libre de riesgo, la comparación entre los portafolios no se hace en relación a su posición en el espacio media-desviación estándar, sino respecto a los portafolios tangencia. Los resultados según muestra Grauer son igualmente ambiguos.

Adicionalmente, Kandel y Staumbaugh (1995) muestran que podemos obtener una casi perfecta relación lineal entre medias y betas usando OLS cuando estas se calculan en relación a un proxy que es claramente ineficiente. Sin embargo, uno de los problemas que resalta Grauer y que se aplican bajo datos del mercado mexicano, es si la frontera de MV contiene portafolio con todas sus ponderaciones positivas. De esta manera, no se puede tener la seguridad de que los resultados se mantengan si el CAPM es verdadero. Esto es, si el portafolio de mercado con ponderaciones positivas es eficiente MV.

Cualquier proxy del portafolio de mercado debería de contener todas sus ponderaciones positivas. En los resultados presentados en este trabajo, es importante resaltar que cuando el CAPM es falso no existen portafolios con ponderaciones positivas en la frontera de mínima varianza. No obstante, el modelo parece ser verdadero en algunos escenarios. Cuando se utilizan proxy del mercado estos deberán tener ponderaciones positivas.

Los resultados obtenidos con activos del mercado mexicano corroboran los de Grauer (1999), que de manera general son los resultados sugeridos por Roll y Ross (1994): los resultados en el análisis de corte transversal entre rendimientos esperados y betas no constituyen una prueba directa de la eficiencia del índice del portafolio de mercado utilizado.

El uso de un proxy de mercado produce que el efecto tamaño parezca significativo. Sin embargo, es resultado de la propia ineficiencia del índice utilizado.

8. Bibliografía

- Banz, Rolf W., 1981, The relationship between return and market value of common stocks, *Journal of Financial Economics* 9, 3-18.

- Best, Michael J., and Robert R. Grauer, 1985, Capital asset pricing compatible with observed market value weights, *Journal of Finance* 40, 85-103.

- Best, Michael J., and Robert R. Grauer, 1992, Positively weighted minimum-variance portfolios and the structure of asset expected returns, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 27, 513-537.

- Black, Fischer, 972, Capital market equilibrium with restricted borrowing, *Journal of Business* 45, 444-537.

- Black, Fischer, Michael C. Jensen, and Myrin Schiles, 1972, The capital asset pricing model: Some empirical evidence; in Michael C. Jensen, ed.: *Studies in the Theory of Capitak Markets* (Praeder Publishers, New York, N.Y.)

-Blume, Marshall E. and Irwin Friend, 1973, A new look at the capital asset pricing model, *Journal of Finance* 28, 19-33.

-Fama, Eugene F., 1991, Efficient capital markets: II, *Journal of Finance* 46, 1575-1617.

-Fama, Eugene F., and Kenneth R. French, 1993, The cross-section of expected return, *Journal of Finance* 47, 427-465.

- Fama, Eugene F., and James MacBeth, 1973, Risk, return and equilibrium: Empirical tests, Journal of Political Economy 81, 607-636.

- Grauer, Robert R., 1999, On the Cross-Sectional relation between expected returns, betas, and size, The Journal of Finance 54, 773-789.

- Kandel, Shmuel, and Robert F. Stambaugh, 1995, Portfolio inefficiency and the cross-section of mean returns, Journal of Finance 50, 157-184.

- Lintner, John, 1965, The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets, *Review of Economics and Statistics* 47, 13-47.

- Reinganum, Marc R., 1981, Misspecification of capital asset pricing: Empirical anomalies based on earnings' yields and market values, *Journal of Financial Economics* 9, 19-46.

- Roll, Richard, 1977, A critique of asset pricing theory's tests; Part 1: On past and potential testability of the theory, Journal of Financial Economics 4, 129-176.

- Roll, Richard, 1985, A note on the geometry of Shanken's CSR T^2 test for mean/variance efficiency, *Journal of Financial Economics* 14, 349-357.

- Roll, Richard, and Stephen A. Ross, 1994, On the cross-sectional relation between expected returns and betas, Journal of Finance 49, 349-357.

- Sharpe, William F., 1964, Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk, Journal of Finance 19, 425-442.

- Stambaugh, Robert F., 1982, On the exclusion of asset from tests of the two-parameter model: A sensitivity analysis, Journal of Financial Economics 10, 237-268.