EL COLEGIO DE MÉXICO
CENTRO DE ESTUDIOS ECONÓMICOS

MAESTRÍA EN ECONOMÍA

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN ECONOMÍA

MODELANDO LAS DIFERENCIAS ENTRE PROCESOS LICITATORIOS ARREGLADOS Y NO ARREGLADOS

ANGEL CAPETILLO ACOSTA

PROMOCIÓN 1999-2001

ASESOR:

DR. ENEAS ARTURO CALDIÑO GARCÍA

AGOSTO 2021

1. Agradecimientos

Para mis hijos, Andrés y Aarón, y para mi esposa, Adriana, que siempre me inspiran a dar un mayor esfuerzo; para mi asesor, Eneas, quien facilitó el flujo continuo de este documento y me proporcionó mucho de su saber cuando fui su alumno; para mis compañeros de la maestría que, en cierto sentido, me exigieron analizar con mayor detenimiento los conceptos económicos; para mi amigo Manolo, con quien compartí muchas horas de estudio; para mi padre, quien me enseñó la importancia de la dedicación, y para mi madre, quien estaría muy contenta de presenciar un anhelo propio en este logro académico.

2. Resumen

El objetivo principal de este documento es el desarrollo de un modelo que permita identificar cuáles son las variables que difieren de un proceso licitatorio arreglado[1] de uno que no lo es[2]. Para ello, se consideran dos situaciones: procesos licitatorios arreglados y no arreglados (no son diseñados ni ejecutados para favorecer a un proveedor). El modelo considera, principalmente, dos tipos de agentes: los contratantes y los oferentes. Los contratantes, a su vez, se clasifican en dos tipos: los que participan en procesos arreglados y los que no. Los primeros, al igual que los oferentes, son maximizadores de sus utilidades esperadas, neutrales al riesgo y se enfrentan al riesgo de ser sancionados si participan en un proceso arreglado. Al segundo tipo de contratantes sólo les interesa obtener los precios más bajos, con la calidad requerida en los procesos. El modelo predice que en los proyectos arreglados, el número de participantes será el mínimo requerido por Ley; el número de requisitos, lo más grande posible; la capacidad de los contratistas, la menor posible; la calidad de los proyectos, la más baja posible, y los precios, lo suficientemente altos para cubrir el valor esperado de las sanciones, y si la capacidad de trabajo de los entes contratantes es lo suficientemente amplia, serán iguales a los valores máximos permitidos por los procedimientos. Por otro lado, para proyectos no arreglados, se invitaría a un número extenso de participantes, según la capacidad de trabajo de los entes contratantes, y a los más capaces para los proyectos; se establecería el menor número posible de requisitos, sin comprometer la calidad de las propuestas, y los precios de los proyectos serían los proporcionados por los proveedores más eficientes entre todos los que cumplieron con los requisitos. El valor esperado de las sanciones depende, entre otros aspectos, de las probabilidades de que un ente fiscalizador revise un proyecto, de que detecte la irregularidad y de que la sancione, así como de qué tan grandes sean las sanciones. Entre más grande sea este valor esperado, habrá mayores incentivos para que no se arregle un proyecto.

[1]Para este trabajo, se considera que un proceso licitatorio es arreglado cuando un contratante se pone de acuerdo con un proveedor y realiza una serie de acciones para que este proveedor resulte ganador, independientemente de si esto sucede, a cambio de una comisión si se le adjudica el proyecto.

[2]En ambas situaciones se esperan tener las mismas variables, pero algunas con diferentes valores. A esto se refiere que las variables difieren.

Índice

3. Introducción

En México existen, principalmente, dos leyes que regulan las adquisiciones que realiza el Gobierno Federal: la Ley de Adquisiciones, Arrendamientos y Servicios del Sector Público (LAASSP), y la Ley de Obras Públicas y Servicios Relacionados con las Mismas (LOPSRM). En ellas se establecen tres tipos de procedimientos de contratación: licitación pública; invitación a cuando menos tres personas y adjudicación directa. El tipo de procedimiento a emplear depende, principalmente, del monto de los proyectos a licitar y de si el procedimiento inicial fue declarado desierto (no hubo ganador). En los presupuestos de egresos de la federación se publican cuadros en donde se estipulan, según los presupuestos de los entes, los montos máximos de adjudicación mediante procedimientos de adjudicación directa y de invitación a cuando menos tres personas, en donde se muestran los montos máximos que se podrán licitar por cada proyecto, según los tipos de procedimientos mencionados. Cuando los procedimientos de invitación a cuando menos tres personas o licitación pública son declarados desiertos, podrían licitarse mediante adjudicación directa.

Los procedimientos pueden ser presenciales, electrónicos o mixtos. Cuando una licitación es presencial, los licitantes deberán presentar en sobre cerrado sus propuestas durante el acto de presentación y apertura de licitaciones; cuando es electrónica, los participantes tendrán la obligación de presentar sus propuestas utilizando el portal de CompraNet, herramienta mediante la cual también se realizarán las juntas de aclaraciones, el acto de presentación y apertura de proposiciones y el acto de fallo. Por último, las licitaciones mixtas son aquéllas en las cuales los licitantes pueden participar en forma presencial o electrónica (LAASSP).

Las publicaciones de convocatorias a la licitación pública deben realizarse a través de CompraNet y, en el Diario Oficial de la Federación (DOF), se deberá difundir un resumen por cada convocatoria, que deberá contener, entre otros elementos, el objeto de la licitación, el volumen a adquirir, el número de licitación, las fechas previstas para llevar a cabo el procedimiento de contratación y cuándo se publicó en CompraNet. Asimismo, la convocante pondrá a disposición de los licitantes copia del texto de las convocatorias (LAASSP y LOPSRM).

Para evaluar las proposiciones, debe utilizarse el criterio que se indicó en la convocatoria (LAASSP y LOPSRM). Cuando requieran obtenerse bienes, arrendamientos o servicios que impliquen el uso de características de alta especialidad técnica o de innovación tecnológica, la decisión de la entidad o dependencia debe basarse en la evaluación de puntos y porcentajes o en el criterio de costo beneficio (LAASSP).

Cuando no sea posible utilizar el criterio antes mencionado, deberá utilizarse el criterio de evaluación binaria, en el que se adjudica al licitante que cumpla con todos los requisitos de la convocatoria y cuente con el precio más bajo (LAASSP).

En caso de que ninguna de las proposiciones presentadas reúnan los requisitos de la convocatoria o sus precios no fueran aceptables, la licitación será declarada desierta por las entidades y dependencias convocantes (LAASSP y LOPSRM).

Después de realizar la evaluación de las proposiciones, el contrato deberá adjudicarse al licitante cuya oferta resulte solvente al cumplir con los requisitos legales, técnicos y económicos establecidos en la convocatoria (LAASSP y LOPSRM).

En la LAASSP, las sanciones establecidas por incumplirla se encuentran en el Título Quinto, mientras que en la LOPSRM, en el Título Sexto. En ambos casos, esos capítulos reciben el nombre de ”De las infracciones y sanciones”. Las sanciones son monetarias, tanto para contratantes como para proveedores, y podría haber infracciones de orden civil, penal o de cualquier otra índole que puedan derivar de la comisión de los mismos hechos. Para los proveedores, además, existe la posibilidad de que se les suspenda de manera temporal de tres meses a cinco años. La Ley General de Responsabilidades Administrativas (LGRA) también establece sanciones para servidores públicos, según la falta administrativa que hayan cometido. Éstas se encuentran en el Título Cuarto, Sanciones, y en general también son de tipo monetario, amonestaciones, separación del cargo e imposibilidad de ocupar un cargo público por cierto periodo.

Este documento tiene como objetivo identificar cuáles son las características de un proceso licitatorio que sugieren que fue arreglado: cuáles son las variables que otorgan información sobre esto. Para ello, primero se revisaron algunas investigaciones relacionadas con corrupción en procesos licitatorios. Al respecto, se analizaron artículos que expresan de manera conceptual o mediante modelos las definiciones o los resultados esperados de dicha corrupción. Dentro de estos documentos, se encuentran Rabl y Kühlmann (2009); World Bank (1997); OECD[3] (2007), DeAses (2005); Pope (2000); Büchner, Freytag, González y Güth (2008); Burguet y Che (2004), y Compte, Lambert-Mogiliansky y Verdier (2005). Ver Capítulo 4.

Posteriormente, se construye un modelo que analiza las decisiones de los compradores y de los vendedores que participan en dicho proceso (Capítulo 5). En el modelo se definen sus supuestos, en donde se destaca que ganará el concurso el oferente que proporcione el precio más bajo y que cumpla con todos los requisitos del procedimiento. Además, se definen dos tipos de compradores: los maximizadores de sus utilidades esperadas por el proyecto y los interesados en el precio y en la calidad de los proyectos. Asimismo, se estipula que los oferentes también son maximizadores de las utilidades esperadas de los proyectos; el contratante, para cualquier escenario, establece el precio del proyecto, los requisitos, el número de invitados y revisa las propuestas de los contratistas, mientras que el proveedor beneficiario del arreglo define sus costos. El contratante maximizador de utilidades, aunque hará todo lo posible por favorecer al contratista con el que hizo el acuerdo, es incapaz de descalificar a los otros participantes con plena certeza. La forma en cómo toman estas decisiones son explicadas en el modelo, para las cuales se consideran, principalmente, las probabilidades de que un contratista gane el concurso, con y sin acuerdo, y las de ser sancionados, en caso de que exista acuerdo. En particular, en el modelo se define, primero, las funciones de utilidad de los involucrados, se determinan las probabilidades de que el acuerdo sea sancionado y de que el contratista que recibió la propuesta de arreglo del proyecto gane el proceso licitatorio. Con estos elementos, se modela las decisiones de los participantes, para lo cual se consideran los escenario con, y sin acuerdo.

[3] La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos.

Luego, en el Apartado 6, se obtiene, con base en el precio de un proyecto, la probabilidad de que éste haya sido arreglado. Esta probabilidad se calcula con base en funciones de densidad del valor del proyecto condicionadas a que exista o no, acuerdo, las cuales fueron derivadas como parte del modelo. Esas funciones corresponden a estadísticos de orden 1, ya que, en cualquier escenario, el contratante pagará el precio más bajo de los concursantes que cumplieron con todos los requisitos.

En la Sección 7 se presentan algunas simulaciones para valorar los resultados del modelo. Estas simulaciones van dirigidas, principalmente, a comparar las funciones de densidad del valor del proyecto dado que el proyecto fue arreglado con su equivalente sin acuerdo. Para obtener estas funciones se suponen algunos valores para los parámetros exógenos del modelo y se obtienen los endógenos para dos escenarios: con y sin acuerdo. Las funciones de densidad se obtienen para estos dos escenarios. Por lo tanto, se obtendrán esas dos funciones cuando el escenario simulado sea con acuerdo, pero también, sin él. En este apartado también se analiza cómo se comporta la probabilidad de que exista acuerdo dado el valor del proyecto para valores simulados para los dos escenarios.

Con base en el modelo, se proporcionan algunas recomendaciones de políticas públicas, en el Capítulo 8. Entre las más sobresalientes, se encuentran la de requerir sólo los requisitos mínimos legales, económicos y técnicos que garanticen una propuesta de calidad; fomentar que los procesos de adquisiciones sean por licitación pública, y promover que participen en ellos las empresas con mayor prestigio según el tipo de producto que se va a licitar.

Por último, se muestran las conclusiones del análisis, la bibliografía y los anexos. Estos últimos contienen los códigos utilizados en R y algunas de las demostraciones de ciertas expresiones matemáticas utilizadas en el modelo.

El modelo es aplicable para cualquier tipo de procedimiento y cualquier tipo de compra. Este trabajo es importante para las instituciones, por contener explicaciones que les permitan entender las interrelaciones que se pueden presentar entre contratantes y contratistas, y por presentar sugerencias para disminuir los actos de corrupción en los procesos licitatorios; apoya a los entes fiscalizadores para focalizar sus esfuerzos en los proyectos que presenten mayor riesgo de ser arreglados; complementa la investigación hasta ahora existente por modelar situaciones intuitivas no explicadas formalmente y proporciona nuevas preguntas que, al responderse, seguirán fomentando el entendimiento de la corrupción en los procesos licitatorios.

4. Revisión de la literatura

La corrupción se manifiesta mediante el abuso de una atribución para favorecer a otra persona o institución; ocurre por iniciativa propia o de otro para obtener una ventaja para uno mismo o para una tercera parte; generalmente se acuerda mantenerla en secreto (Rabl y Kühlmann, 2009); es el abuso del poder público en beneficio del privado (World Bank, 1997).

OECD (2007) expresa que los procesos de licitación en el sector público inician con la planeación del proceso y siguen con el diseño, promoción, invitación, precalificación, evaluación de las propuestas (dividida en evaluación técnica y económica), post calificación, asignación del contrato y su implementación. En cada una de estas etapas, según la OECD, existen riesgos de corrupción que se manifiestan mediante ciertas situaciones. En particular, menciona las siguientes:

1. Limitar los plazos del proceso de licitación;
2. Usar especificaciones que excluyen propuestas competitivas;
3. Seleccionar oferentes que simulen su participación o que sean pocos competitivos;
4. Considerar precios bajos en la propuesta con la posibilidad de incrementarlos en fases posteriores;
5. Establecer criterios de selección que podrían ser muy selectivos, aunque sean o no, relevantes para el proyecto;
6. Incluir cláusulas pocos claras o ambiguas, o explicaciones insuficientes, en los criterios de selección;
7. Organizar procesos no competitivos (cuando en el proceso participan una o pocas empresas);
8. Utilizar contratos marco;
9. Simular la realización de trabajos;

10. Inflar el volumen del trabajo;

11. Utilizar materiales de menor calidad que los especificados en el contrato;

12. Ofrecer bienes o servicios de menor calidad que los estipulados en el contrato.

En relación con los requisitos, DeAses (2005) expresa que como resultado de un arreglo ilícito con un proveedor, para un producto en particular, el gobierno podría establecer algunos requisitos que ningún otro oferente pueda cumplir, lo que resulta en que no reciba otra propuesta. Estos requisitos podrían abarcar dimensiones y aspectos específicos del diseño del producto del proveedor favorecido. Esta autora también sugiere que la apertura de propuestas de manera privada y las licitaciones de emergencia no justificadas son indicadores de posible corrupción.

Pope (2000) menciona que una táctica para reducir la competencia, siempre y cuando cumpla con los requerimientos para una publicación, es difundir notificaciones poco claras de los procesos licitatorios o en la fuente de circulación con menos cobertura.

Büchner, Freytag, González y Güth (2008) realizan un modelo matemático sobre procesos licitatorios. Suponen que el servidor público que contrata está interesado en obtener un precio bajo y una cantidad (soborno) -entre más alta, mejor- por apoyar a un proveedor. Consideran que dos oferentes compiten, por lo tanto, en precios y en el monto del soborno. Asimismo, suponen que los costos de los proveedores se distribuyen de acuerdo con una distribución uniforme. Con base en esto, derivan un precio óptimo para el proyecto y para el monto del soborno. Concluyen que el precio del oferente debe de incluir el monto del soborno y el costo del proyecto.

Burguet y Che (2004) modelan un escenario en donde existen dos oferentes y un comprador. Los dos primeros ofrecen cierto nivel de calidad del producto a cierto precio, para lo cual incurren en un costo. Sus costos son diferentes. Además, ofrecen un monto al comprador para que los favorezca en la evaluación de sus propuestas y puedan ganar el procedimiento. En la evaluación de las propuestas, el comprador determina al ganador como aquél que presente la diferencia entre calidad y precio más alta. El comprador tiene la capacidad de establecer una valoración de la calidad del producto por arriba de la real, pero hasta cierto límite; aceptará la propuesta de soborno más alta si el proveedor que la ofrece gana el concurso con el ajuste a la calidad que puede hacerle. Si no es así, acepta el soborno más bajo. En ausencia de corrupción, la empresa más eficiente es la ganadora del proceso. En presencia de corrupción, si la compradora tiene poco poder para sobre valorar la calidad de las propuestas, entonces la empresa más eficiente gana y la institución compradora obtiene un mayor beneficio que en el escenario sin corrupción. En caso contrario, existe cierta probabilidad de que la empresa más eficiente pierda. Además, el beneficio de la institución compradora es menor.

Compte, Lambert-Mogiliansky y Verdier (2005) realizaron un modelo que busca responder, principalmente, a las siguientes preguntas: ¿es la corrupción sólo una transferencia entre sobornador y sobornado, o desincentiva la competencia y la eficiencia? ¿Cuáles son los vínculos entre corrupción y competencia? ¿Cuáles son los impactos de los controles y los procedimientos en la corrupción y en los gastos de las empresas y del gobierno? En el modelo suponen que cuando un burócrata es corrupto, a cambio de un soborno, permite que un proveedor modifique su propuesta una vez que se tiene información sobre el resto de las propuestas. También le comparte dicha información. La situación con corrupción es comparada con la de una subasta en primer precio. Los principales efectos de la corrupción, según el modelo, es limitar la competencia, facilitar la colusión en precios entre empresas y, probablemente, generar un incremento, en comparación al precio del producto sin corrupción, por arriba del soborno que recibe el burócrata, lo cual podría generar un gasto público excesivo y una asignación ineficiente de recursos.

De la revisión anterior, los análisis cualitativos destacan que algunas posibles estrategias utilizadas en procesos licitatorios se relacionan con el establecimiento de los plazos de licitación, con las características y el número de los requisitos, con el número de invitados y sus capacidades, con los criterios, con la calidad en la ejecución de los proyectos y con los mecanismos de difusión de los procesos licitatorios. Por su parte, los modelos matemáticos mencionados predicen que los precios de los oferentes deben de incluir el monto del soborno y el costo del proyecto; que en un escenario sin corrupción los proveedores más competitivos son los que ganan, mientras que en uno con corrupción es probable que estos proveedores pierdan el concurso. Adicionalmente, sugieren que los procesos con corrupción limitan la competencia y son más costosos para la institución contratante que uno sin corrupción. Estos modelos matemáticos suponen que los contratantes se interesan en el precio que paga el ente contratante, en el monto del soborno que reciben y en la calidad ofrecida por los proveedores. El modelo aquí propuesto retoma este interés de los contratantes y recupera varias de las estrategias mencionadas; incorpora estas dos perspectivas en un modelo matemático. Sus predicciones son consistentes con las de los modelos matemáticos mencionados, pero también predice el nivel de algunas de las estrategias expresadas. Introduce algunos elementos de los entes fiscalizadores, como su capacidad de revisar, identificar y sancionar actos de corrupción. Todo esto en un modelo relativamente simple.

5. Modelo

5.1. Supuestos

En esta sección se presentan los principales supuestos del modelo. Durante el desarrollo del mismo, de ser necesario, se vuelven a mencionar.

1. Existen dos agentes principales: el contratante y el contratista o proveedor;

2. Existen dos tipos de contratantes. Uno busca maximizar sus utilidades esperadas (ingresos menos costos esperados), en donde sus ingresos se componen por su salario y, si arregla el proyecto, por la cantidad que recibe de los contratistas por asignarles proyectos (comisión); sus costos son las sanciones esperadas por participar en un proyecto arreglado, si esto sucede. Al otro, le interesa obtener el precio más bajo de una licitación y mantener cierto nivel de calidad en las propuestas de los proyectos; no participa en procesos arreglados;

3. Al contratante maximizador de utilidades le interesa obtener el precio más bajo de una licitación y mantener cierto nivel de calidad en las propuestas de proyectos cuando no pueda arreglar un proyecto;

4. Los ingresos que reciben los contratantes de los contratistas por asignarles proyectos (comisión o soborno) es un porcentaje fijo del valor del proyecto;

5. Existe cierta probabilidad de que el contratante y el contratista implicado sean sancionados. Si uno es sancionado, el otro también. De ser así, los contratantes pierden su trabajo y reciben una sanción monetaria adicional. Los contratistas sólo reciben una sanción monetaria;

6. El contratante maximizador de utilidades elige el valor del proyecto;

7. Los contratantes eligen el número de invitados a la licitación y el número de requisitos de las mismas, sujetos a que sean, por lo menos, la cantidad requerida en las normas;

8. El proveedor determina la calidad del producto a otorgar en el caso de un proyecto arreglado;
9. Los contratistas buscan maximizar sus utilidades;
10. Los costos de formulación de las propuestas son cero: son irrelevantes;
11. Si un proveedor no acepta el acuerdo con el contratante, entonces existe cierta probabilidad de que este último ofrezca el acuerdo a otro proveedor;
12. Si un proveedor rechaza el acuerdo y si el contratante arregla el proyecto con otro proveedor, entonces el contratante establece algún requisito para descalificar al concursante que rechazó el acuerdo, en caso de que éste participe en el proceso licitatorio. Esto lo sabe dicho contratista;
13. Los proveedores que rechazan los acuerdos no denuncian esta situación;
14. El contratante y el contratista maximizador de utilidades son neutrales al riesgo;
15. Existen las siguientes etapas en proceso de licitación: invitación a participantes; revisión de las propuestas; eliminación de los participantes que no cumplan con todos los requisitos, y selección del participante que cumpla con todos los requisitos y ofrezca el precio más bajo;
16. El oferente que realiza el acuerdo cumple con todos los requisitos del proceso licitatorio (o hacen que los cumpla);
17. El contratante puede invitar a dos tipos de contratistas: los que tienen alta probabilidad de cumplir con cada uno de los requisitos y los que tienen baja probabilidad; sin embargo, sólo invitará a uno de estos tipos; el contratante decide a qué tipo invitar;
18. El contratante tiene recursos limitados que puede destinar a la revisión de las propuestas;
19. Si el oferente que gana el concurso es el que realiza el acuerdo podrá escoger entre un costo alto y uno bajo para ejecutar el proyecto. De no ser así, sólo podrá incurrir en el costo alto.

5.2. Desarrollo

5.2.1. Funciones de beneficios de los participantes del modelo

Contratante maximizador de utilidades esperadas

Para obtener estas funciones considérese que el proveedor que gana el concurso es aquél que cumple con todos los requisitos de la convocatoria y el que presenta la oferta más baja, independientemente si el proyecto está arreglado o no. En otras palabras, si un contratante realiza un acuerdo con un proveedor, éste ganará el proyecto sólo si cumple con todos los requisitos y si establece el precio más bajo. No tiene asegurado su triunfo sólo por realizar el acuerdo. Existe cierta incertidumbre sobre el resultado de la licitación. El contratante tratará de reducir está incertidumbre en favor del concursante con el que hizo el acuerdo. En este sentido, si un contratante arregla un proyecto con un contratista, le interesará que ninguno de los otros invitados cumpla con todos los requisitos o, si cumple, que establezca un precio más alto que el del contratista coludido.

El contratante maximizador de utilidades tiene que decidir si arregla o no, un proyecto. Para el primer caso, a su vez, puede suceder que el contratista con el que hizo el acuerdo gane o pierda. Y si gana, que el acuerdo sea o no, sancionado[4]. En otras palabras, cuando el contratante arregla un proyecto, obtendrá una comisión sólo si el contratante con el que establece el acuerdo gana y pagará una sanción sólo si el concursante con el que hizo el acuerdo gana y si el proyecto es sancionado. Si el concursante no hace el acuerdo, la utilidad derivada de la licitación de un proyecto es cero: no obtiene un monto adicional por esa licitación. La utilidad esperada del contratante por licitar cierto proyecto, en consecuencia, está dada por la siguiente ecuación:

$$\Pi_c = \begin{cases} g_a[\alpha v_a - d(w + s_c)], & \text{si acuerda el proyecto con un proveedor.} \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases} \tag{1}$$

[4]Las probabilidades y beneficios de los escenarios se encuentran en el Anexo 11.1.

donde Π_c es la utilidad esperada del contratante por licitar cierto proyecto; α es el porcentaje del valor del proyecto que recibirá el contratante en caso de que haga el acuerdo y el contratista con quien hizo el acuerdo gane; v_a es el valor del proyecto en caso de concretizarse el acuerdo; g_a es la probabilidad de que ninguno de los participantes, a excepción de que con quien hizo el acuerdo, cumpla con todos los requisitos o si cumple, de que establezca un precio por arriba de v_a; d es la probabilidad de que el contratante y la empresa sean sancionados por haber realizado el acuerdo, de ser el caso; w es el salario que percibiría el contratante durante el periodo por el que fuera destituido, en caso de ser descubierto el arreglo, y s_c son las sanciones monetarias que recibe el contratante en caso de ser descubierto su acuerdo.

De la ecuación anterior, el contratante decidirá hacer el acuerdo si $\alpha v_a > d(w + s_c)$, es decir, si los ingresos que recibe por acordar la asignación del proyecto (la comisión) supera a los costos esperados por ello: tanto el valor esperado por perder su trabajo (salario) como el de las sanciones monetarias. Es decir, si se establecen sanciones lo suficientemente altas o si los entes fiscalizadores tienen una alta capacidad y disposición para sancionar, entonces se disminuirá el arreglo de proyectos.

Contratista

Cuando un contratista recibe una propuesta del contratante de arreglar un proyecto decide si la acepta o no. Para ello, compara su utilidad en una situación con acuerdo con su utilidad en una situación de rechazo al acuerdo. Esta última difiere de una situación sin acuerdo, ya que el contratante podría establecer acuerdo con otro proveedor. Dado que los costos de formulación de la propuesta de licitación y la probabilidad de que gane el concursante de referencia condicionada a que el contratante hace acuerdo con otro proveedor se suponen cero[5], la función de utilidad del

[5]Se supone que la probabilidad de que gane el concursante de referencia dado que el contratante hace arreglo con otro proveedor es cero, ya que el contratista que rechaza el acuerdo tiene información sobre el precio que va a fijar el contratante, por lo que lo pone en ventaja en el establecimiento de su propuesta de licitación; se esperaría, por lo tanto, que el contratante establezca, por lo menos, un requisito que no pueda cumplir el contratista que rechazó el acuerdo. Si el contratante no hace un acuerdo con otro proveedor, tampoco se preocupa por descalificar al contratista de referencia, por lo que la probabilidad de que gane dado que el proyecto no fue arreglado sería mayor que cero.

contratista estaría dada por la siguiente ecuación:

$$\Pi_p = \begin{cases} g_a[(1-\alpha)v_a - c - ds_o], & \text{si arregla el proyecto con el contratante.} \\ g_{a^c}(1-\tau)(v_o - c), & \text{si rechaza acuerdo con el contratante.} \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases} \tag{2}$$

donde Π_p es la utilidad esperada del proveedor en relación con el proyecto; g_{a^c} es la probabilidad de que gane el concursante de referencia dado que el proyecto no está arreglado; τ es la probabilidad de que el contratante arregle el proyecto con otro proveedor; v_o es el precio que oferta el proveedor en caso de no hacer el acuerdo; s_o es la sanción que recibe el proveedor en caso de que se sancione su acuerdo con el contratante, y c es el costo para el proveedor por realizar el proyecto.

La ecuación 2 expresa lo siguiente: si el contratista acepta ser parte de un proyecto arreglado, obtendrá el valor del proyecto menos la comisión que entrega al contratante sólo si gana. Asimismo, sólo tendrá que cubrir una sanción, si gana y si es sancionada su acción. Tendrá que incurrir en los costos de ejecución del proyecto sólo si gana. Si no acepta el acuerdo, obtendrá como utilidad el precio que establezca para el proyecto menos los costos de ejecución sólo si el proyecto no está acordado con otro proveedor y si, además, gana el concurso.

El proveedor decidirá hacer el acuerdo si su utilidad esperada en esta situación es positiva y, además, supera a la respectiva utilidad por rechazar el acuerdo. Si esta última es negativa (no participaría en un proceso en donde rechazó el acuerdo), sólo se requerirá que la utilidad esperada con acuerdo sea positiva, lo que significaría que lo que reciba el proveedor (v_a) supera, en su conjunto, a los costos de operar el proyecto (c), a los costos esperados por ser sancionados (ds_o) y al monto que transfiere el contratista al contratante por asignarle el proyecto (αv_a). Si la utilidad esperada de rechazar el acuerdo es positiva, el valor del proyecto deberá, además, considerar el costo de oportunidad por no hacer el rechazo: $\frac{g_{a^c}}{g_a}(1-\tau)(v_o-c)$. Es decir, $\alpha v_a < v_a - c - ds_o - \frac{g_{a^c}}{g_a}(1-\tau)(v_o-c)$. En otras palabras, para que realice el acuerdo, la comisión que entregaría al contratante debe de ser inferior al valor del proyecto menos sus costos: los de ejecución del proyecto, de las sanciones esperadas y por no participar en un proceso licitatorio en donde rechazó el acuerdo. Este último costo se compone de tres factores: la utilidad que observaría el contratista si rechazara el acuerdo y ganara el proyecto, la probabilidad de que el proyecto haya sido arreglado con otro proveedor y la relación entre las probabilidades de ganar rechazando el acuerdo y aceptándolo. El inverso de esta relación diría cuántas veces es más probable que un proveedor gane con acuerdo, en relación a que gane sin él. Entre más pequeña sea esta relación (o de manera equivalente, entre más grande sea la probabilidad de ganar con acuerdo en relación a la probabilidad de ganar sin él), mayor incentivo tendrá el contratista para aceptar el acuerdo. Valores más altos de g_a podrían interpretarse como mayor capacidad del contratante para hacer valer el acuerdo; sin embargo, aunque g_a sea muy grande en relación a g_{a^c}, el contratante jamás aceptará un acuerdo si el valor del proyecto es insuficiente para cubrir sus costos de ejecución del proyecto, su valor esperado de sanciones y el monto que otorga como comisión.

También se observa que para que el concursante quiera participar en un proceso donde rechazó un acuerdo, tendría que establecer, por lo menos, un precio para el proyecto por arriba de sus costos de ejecución y tener cierta probabilidad de ganar. Asimismo, entre más grande sea la probabilidad de que el contratante haga acuerdo con otro proveedor, mayor será el incentivo para el contratista de referencia para aceptar el acuerdo. Por ejemplo, si $\tau = 1$, la única manera de ganar el proyecto es haciendo el acuerdo. Aceptará éste, sin embargo, sólo si el valor del proyecto supera a los costos asociados con éste, como ya se mencionó.

Combinando las posiciones del contratante y la del proveedor, se debe cumplir con lo siguiente para que exista acuerdo, si la utilidad esperada del contratista de participar en un proceso licitatorio donde rechaza el acuerdo es positiva[6]:

$$d(w + s_c) < \alpha v_a < v_a - c - ds_o - \frac{g_{a^c}(1-\tau)}{g_a}(v_o - c) \tag{3}$$

[6]Esto sucederá, principalmente si $v_o > c$.

La ecuación anterior indicaría que para que exista acuerdo, la comisión que el contratista entregue al contratante debe de poder solventar las sanciones esperadas del contratante, pero también permitir que el contratista tenga una utilidad superior a la que obtendría si rechazara la propuesta de acuerdo.

Si la utilidad esperada del contratista de participar en el proceso licitatorio que no haya acordado es negativa, la ecuación anterior se convierte en:

$$d(w + s_c) < \alpha v_a < v_a - c - ds_o \tag{4}$$

La diferencia de esta ecuación con la 3 es el costo de oportunidad del contratista por no rechazar el acuerdo.

5.2.2. Determinación de las probabilidades de interés para el modelo

Determinación de la probabilidad de que el proveedor gane el proyecto

Supongamos que el proceso licitatorio establece m requisitos que deben de ser cumplidos en su totalidad, que existen x invitados al procedimiento, que r es la probabilidad de que se cumpla con un requisito en particular y que es la misma para todos los requisitos y para todos los oferentes, que el cumplimiento de los requisitos es independiente entre sí y con el establecimiento de la oferta del precio, y que cada oferente presenta una oferta v_i, donde $i = 1, 2, ..., x$. Estas ofertas son independientes, deben de encontrarse en un rango entre a y b, y tienen la siguiente distribución $v_i \sim U[a, b]$.

Para que un proveedor gane el concurso, independientemente de si participa en un acuerdo o no, tiene que cumplir con todos los requisitos del procedimiento. La probabilidad de que esto suceda es r^m. Asimismo, debe suceder que ninguno de los otros concursantes cumplan con los requisitos o si uno o más de ellos cumplen, que establezcan un precio por arriba del suyo. Sea este último V_s.

La probabilidad de que un concursante i cumpla con todos los requisitos y, además, establezca un precio por debajo de V_s, es $r^m \frac{V_s - a}{b-a}$. La probabilidad de que no cumpla con esto es $1 - r^m \frac{V_s - a}{b-a}$. La probabilidad de que ninguno de los otros concursantes cumpla con los requerimientos, por lo tanto, es $[1 - r^m \frac{V_s - a}{b-a}]^{x-1}$. Por lo anterior, la probabilidad de que el proveedor de referencia gane estaría dada por la siguiente ecuación:

$$g = r^m \left[1 - r^m \frac{V_s - a}{b - a}\right]^{x-1} \tag{5}$$

Esta probabilidad depende del número de requisitos y del número de participantes de la convocatoria; será menor entre más oferentes existan en el proceso licitatorio y mayor entre menor sea el precio ofrecido por el proveedor de referencia. El número de requisitos puede aumentar o disminuir esa probabilidad. Si $\frac{1}{x} > r(\frac{V_s - a}{b-a})$, entre más requisitos existan, la probabilidad anterior será menor. Si no se cumple esta condición, entonces incrementar el número de requisitos aumentará dicha probabilidad hasta cierto nivel de m. Posteriormente, aumentos de m disminuirán la probabilidad. Esto obedece a que el aumento de requisitos tiene dos efectos: vuelve menos probable que el proveedor de referencia cumpla con ellos, lo que reduce su probabilidad de ganar, pero también reduce las probabilidades de que los otros concursantes cumplan con ellos, lo que aumentaría su probabilidad de ganar. El efecto neto depende de x y del nivel de m.

Determinación de la probabilidad de sancionar el acuerdo

Para que se sancione el acuerdo, primero, el proyecto arreglado tendría que pertenecer al conjunto de proyectos que revise el ente fiscalizador; luego, tendría que detectarse el acuerdo y, por último, reconocerse. La probabilidad de que un proyecto sea revisado depende de los criterios que defina el ente fiscalizador; el grado en que es detectado, de la capacidad del ente fiscalizador para ello, y su reconocimiento, de la voluntad del ente para tal acción. Esto último representa una medida de impunidad cuando los acuerdos detectados no son sancionados.

Dado lo anterior, la probabilidad de que un acuerdo sea sancionado estaría dado por[7]:

$$d = \beta\xi\psi \tag{6}$$

donde β es la probabilidad de sancionar a los involucrados de un proyecto dado que fue identificado el acuerdo: uno menos esta probabilidad indica una medida de impunidad, es decir qué tanto de los proyectos identificados con acuerdos no son sancionados; ξ es la probabilidad de identificar el acuerdo dado que el proyecto es revisado; en cierto sentido, indica qué tan bien los entes fiscalizadores realizan su trabajo de identificación; ψ es la probabilidad de que un proyecto acordado sea revisado. Valora en qué medida los entes fiscalizadores focalizan sus esfuerzos en los proyectos correctos, en los que realmente se deben de revisar.

5.2.3. Decisiones de los participantes del modelo

Decisión del contratante maximizador de utilidades esperadas

Si se sustituye el valor de d de la ecuación 6), en la 1), se obtiene la siguiente ecuación:

$$\Pi_c = \begin{cases} g_a[\alpha v_a - \beta\xi\psi(w + s_c)], & \text{si acuerda el proyecto con un proveedor} \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases} \tag{7}$$

Cuando el proveedor acuerda con el contratante arreglar un proyecto, entonces ofrece un precio de v_a, es decir $V_s = v_a$, y cumple con todos los requisitos de la convocatoria, por lo que su $r = 1$. Por lo tanto, la ecuación 5) se convierte en:

$$g_a = \left[1 - r^m \frac{v_a - a}{b - a}\right]^{x-1} \tag{8}$$

[7]En el Anexo 11.2. se muestra la derivación de esta ecuación.

Si el contratante elige hacer el acuerdo, entonces se enfrentaría al siguiente problema:

$$\underset{x,m,r \text{ y } v_a}{Max} g_a[\alpha v_a - \beta\xi\psi(w + s_c)] \quad (9)$$

Para analizar cómo varía la ecuación anterior con respecto a x, m y a r, obsérvese que sólo g_a depende de esas variables, por lo que la variación de la utilidad del contratante dado que el proyecto es arreglado debido a cambios en x, m y r tendrá el mismo signo del cambio de g_a ante variaciones de esas variables. Al respecto, entre más requisitos cuente una licitación, entre menos participantes existan en ella y entre menor sea la capacidad para cumplir con los requisitos por parte de los otros participantes, mayor será g_a.

En un proceso licitatorio, generalmente existen criterios para establecer un mínimo de invitados, por lo que se esperaría que el contratante tienda a invitar al mínimo requerido por la Ley (x_l). Otra forma de incidir en esto es reducir el periodo en el que pueden participar los concursantes, ya que con eso se esperaría que menos participantes se incorporen al proceso licitatorio. El contratante tiene incentivos en incidir en estas variables, ya que si gana un proveedor diferente a con quien hizo el acuerdo, entonces perdería la comisión acordada con dicho proveedor.

Tanto el número de participantes como el número de requisitos establecidos en una licitación inciden en la carga laboral de los organizadores de la licitación. Entre más grandes sean esos números, mayor será la carga laboral. Del párrafo anterior se deduce, sin embargo, que el contratante buscará que el número de licitantes sea el mínimo requerido por Ley, x_l, aunque buscará que el número de requisitos sea el máximo posible, según los recursos con los que cuente. Para introducir esta idea, supongamos que el contratante puede revisar, a lo más, un total de $\bar{L}$ requisitos, es decir el número de requisitos requeridos por contratista por el número de contratistas invitados será, a lo más, $\bar{L}$. El total de requisitos que revisa es mx, por lo tanto, el contratante busca maximizar m sujeto a que $mx \leq \bar{L}$ y a que $x = x_l$. La solución a esto es:

$$m_u = m \in N : \frac{\bar{L}}{x_l} - 1 < m \leq \frac{\bar{L}}{x_l} \quad (10)$$

donde N es el conjunto de número naturales.

De esta ecuación se observa que el número de requisitos de una licitación dependerá del número mínimo de participantes requeridos por Ley para un proceso licitatorio y de la capacidad que tiene el contratante para revisar las propuestas. Entre más grande sea x_l, menor será el número de requisitos requeridos por propuesta. Entre más grande sea la capacidad del contratante para revisar las propuestas mayor será el número de requisitos que se soliciten en el proceso licitatorio.

En cuanto a r, el contratante podrá elegir entre contratistas con baja probabilidad de cumplir con cada uno de los requisitos de la convocatoria (r_b), los de menor capacidad en relación con el tipo de procedimiento licitado, y los que presentan alta probabilidad de cumplir con esos requisitos (r_a), las empresas con mayor capacidad en relación con el tipo de procedimiento. Dado que $\frac{\partial g_a}{\partial r} < 0$, entonces el contratante seleccionará a aquellos contratistas con las menores capacidades para el tipo de procedimiento licitado. Estos contratistas no incluyen al contratante con quien se hizo el acuerdo. Para este último no tendría una preferencia en específico en relación con sus capacidades, ya que se supone que el contratante hará que se ajusten los requisitos para que este último concursante cumpla con todos ellos. Si el contratante tuviera poca capacidad para ajustar el tipo de requisitos, tendría incentivos para buscar el acuerdo con los proveedores más capaces, según el tipo de procedimiento.

Con respecto a v_a, la solución al problema es la siguiente:

$$v_a^* = \begin{cases} \frac{b-a}{r^{m_u}x_l} + \frac{a}{x_l} + \frac{x_l-1}{x_l}\frac{\beta\xi\psi(w+s_c)}{\alpha}, & \text{si } a - \frac{(b-a)}{(x_l-1)r^{m_u}} \leq \frac{\beta\xi\psi(w+s_c)}{\alpha} \leq b - \frac{(1-r^{m_u})(b-a)}{(x_l-1)r^{m_u}} \\ a, & \text{si } a - \frac{(b-a)}{(x_l-1)r^{m_u}} > \frac{\beta\xi\psi(w+s_c)}{\alpha} \\ b, & \text{si } b - \frac{(1-r^{m_u})(b-a)}{(x_l-1)r^{m_u}} < \frac{\beta\xi\psi(w+s_c)}{\alpha} \leq b \\ No\, participa, & \text{si } \frac{\beta\xi\psi(w+s_c)}{\alpha} > b \end{cases} \tag{11}$$

De la ecuación anterior se observa que entre más requisitos pueda establecer el contratante, mayor será el precio que fije para el proyecto. Esto obedece a que v_a^* incide en dos términos de la utilidad esperada del contratante: en g_a y en $[\alpha v_a^* - \beta\xi\psi(w+s_c)]$. Para el primer término, aumentos de v_a^* disminuyen la probabilidad de que el proveedor con quien el contratante hizo el acuerdo gane, aunque aumenta el valor del segundo término. Aumentos en el número de requisitos, por su parte, sólo afectan al primer término: lo aumentan. Por lo tanto, entre más grande sea m_u, el contratante podrá establecer un mayor valor de v_a^*. Por lo tanto, si el contratante cuenta con una capacidad de trabajo relativamente grande, escogerá $v_a^* = b$. Por su parte, aumentos en x sólo afecta a g_a, la reduce, por lo que para compensar esta variación el contratante puede disminuir v_a^*.

Entre más baja sea r, también se promoverá mayores valores de v_a^*, ya que el contratante puede compensar las reducciones de la probabilidad de que gane el concursante con el que hizo el acuerdo debido a aumentos en v_a^* con la selección de contratistas menos capaces para el tipo de licitación. De hecho, si el contratante tiene la capacidad de elegir contratantes con nulas o muy pocas capacidades para cumplir con los requisitos, entonces establecerá un precio $v_a^* = b$.

El último término de la ecuación anterior cuando v_a^* oscila entre a y b, es $\frac{x_l-1}{x_l}\frac{\beta\xi\psi(w+s_c)}{\alpha}$. Este término nos dice que dentro del precio que establezca el contratante en un escenario con acuerdo debe de considerar una proporción de lo que tendría que valer el proyecto, por lo menos, para que el contratante pueda cubrir el valor de las sanciones esperadas. Por lo tanto, entre más grandes sean esas sanciones, mayor será el precio que defina el contratante. Entre más pequeños sean los valores de β, ψ y $(w + s_c)$ menor sería dicho precio. Un nivel bajo de β[8] implicaría altos niveles de impunidad; entre menor sea ψ[9] indicaría menor capacidad de los entes fiscalizadores para revisar los proyectos adecuados (los arreglados), y un menor $(w + s_c)$ indicaría menores sanciones para los contratantes. Por otro lado, valores más altos de $b - a$, el rango de los precios de la licitación, también sugeriría precios más altos de los proyectos. Entre más bajo sea α también se promueve que los precios de los proyectos sean más altos. La lógica aquí es que una α más baja implica un ingreso para el contratante más bajo por cada peso que valga el proyecto, por lo tanto, para compensar esta situación requeriría valores más altos de v_a^*.

Decisión del contratante interesado en el precio y calidad de las propuestas

Supongamos que el contratante realiza la selección del ganador mediante las siguientes etapas: a) Invita a x participantes al proceso, b) Revisa quienes de los x invitados cumplen con los requisitos establecidos (n de ellos) y c) De éstos, selecciona al que presente el precio más bajo. Al contratante le interesa saber ¿a cuántos participantes invitar?, ¿qué tantos requisitos establecerles? y ¿cuál es la capacidad que deben tener los licitantes?, ya que de esto dependerá el valor de oferta más baja y el costo de organizar el procedimiento. Para ello, partimos de que le interesa minimizar la siguiente función:

$$\begin{aligned} &\underset{x,m,r}{Min}\, P = E(V_1/A^c \text{ y } n \geq 1) + \frac{w_g}{\delta} mx \\ &\text{s.a } mx \leq \bar{L}, x \geq 1 \text{ y } m \geq m_l. \end{aligned} \tag{12}$$

donde P es el valor esperado de lo que se paga por el proyecto más los costos que se incurren en la organización del proceso licitatorio en un escenario sin acuerdo; $(V_1/A^c$ y $n \geq 1)$ es el estadístico del primer orden[10]: es el precio más bajo ofertado en una licitación por los licitantes que

[8]Es la probabilidad de sancionar a los involucrados de un proyecto dado que fue identificado el acuerdo.

[9]Es la probabilidad de que un proyecto acordado sea revisado.

[10]Con base en Devore Jay y Berk Kenneth (2012), los estadísticos de orden de una muestra aleatoria son las variables aleatorias $Y_1, Y_2, ...Y_n$ tal que Y_1 es el valor más pequeño de la muestra aleatoria $X_1, X_2, ...X_n$; Y_2 es el segundo valor

cumplieron con todos los requisitos en un proceso no arreglado. Para que exista este precio debe de haber, por lo menos, un participante que cumpla con todos los requisitos de la convocatoria. Al contratante le interesa pagar lo menos posible, por lo que busca minimizar $E(V_1/A^c \text{ y } n \geq 1)$, el valor esperado de su pago, y el costo asociado por revisar las propuestas. Este último es más alto entre más requisitos tenga y más participantes se inviten al procedimiento, es decir, entre más grande sea la carga de trabajo asociada con el procedimiento. Esta carga está representada por mx, que representa la producción: el número total de requisitos revisados considerando todas las propuestas enviadas por las personas invitadas (se supone que todos los invitados envían propuestas); w_g es el salario total de las personas que participan en la revisión de las propuestas por cierta unidad de tiempo: un día, por ejemplo; m_l es el mínimo de requisitos que se requieren para mantener una calidad aceptable de las propuesta, y δ representa la productividad, en su conjunto, de las personas que participan en la revisión; es el número de requisitos que revisan esas personas por unidad de tiempo (la misma que se defina para w_g); x es el número total de participantes en el proceso licitatorio, mientras que n, como se ha expresado, representa sólo los que cumplieron con todos los requisitos; A es el evento de que existe acuerdo y A^c, de que no existe.

La minimización está sujeta a que mx, la carga de trabajo, no supere a lo que puede realizar la institución dado sus recursos, es decir a su capacidad de trabajo ($\bar{L}$). Asimismo, se requiere que exista, por lo menos, un invitado al procedimiento y a que el número de requisitos sea, por lo menos, el requerido por el marco normativo, de ser el caso.

Del Anexo 11.3 y 11.4, se obtiene:

$$E(V_1/A^c \text{ y } n \geq 1) = \frac{1}{1-(1-r^m)^x}[a + \frac{(b-a)(1-(1-r^m)^{x+1})}{(x+1)r^m} - b(1-r^m)^x]^{11} \qquad (13)$$

más pequeño de esa muestra...y Y_n es el valor más grande de esa muestra. El estadístico de primer orden, por lo tanto, se refiere a la variable aleatoria que toma el valor más pequeño de una muestra aleatoria. En nuestro caso, esa muestra de variables son i.i.d.. Cada una de las variables aleatorias se distribuyen como una función uniforme.

[11] La demostración se encuentra en el anexo 11.4. Derivación de la esperanza del valor que paga el contratante por el proyecto en un escenario sin acuerdo.

Por lo tanto, la ecuación 12 se convierte en:

$$
\begin{aligned}
\underset{x,m,r}{Min}\, P = \frac{1}{1-(1-r^m)^x}[a + \frac{(b-a)(1-(1-r^m)^{x+1})}{(x+1)r^m} - b(1-r^m)^x] + \frac{w_g}{\delta}mx \\
\text{s.a. } mx \leq \bar{L}, n \geq 1 \text{ y } m \geq m_l
\end{aligned}
\tag{14}
$$

Si $m_l = 0$, $m = 0$ y $r > 0$, se observa de la ecuación anterior que el contratista no incurriría en costos por organizar el proceso, por invitar a alguien, ya que no requeriría ni revisaría ningún requisito: no le preocuparía la calidad de las propuestas. Sólo recibiría sus ofertas y tomaría la de menor precio. Por otro lado, si $r = 1$ y $m_l \geq 1$, implicaría que todos los oferentes cumplirían con los requisitos que se les estipulen, por lo que no tendría sentido pedírselos. La diferencia con el caso anterior, es que esa solicitud sí se tendría que revisar, lo que generaría un costo. Se identifica, también, que dado $x = 1$, la $\frac{\partial P}{\partial m} = \frac{w_g}{\delta} > 0$. Esto significa que si sólo se invita a un licitante sólo habría que requerirle el mínimo necesario de requisitos, ya que entre más se le solicite más será lo que pague el contratante por organizar la licitación, pero no mejorará el precio de las ofertas. En este escenario, $E(V_1/A^c \text{ y } n \geq 1) = \frac{a+b}{2}$; sería el valor esperado de V_s. Esto tiene sentido, ya que si sólo hay un participante, $(V_1/A^c \text{ y } n \geq 1) \sim U[a, b]$. Por otro lado, si $x \to \infty$, entonces $E(V_1/A^c \text{ y } n \geq 1) = a$.

Obtener una solución algebraica para x, m y r en la ecuación anterior no es trivial, por lo que se prefiere simular diferentes escenarios para valorar sus características. En este sentido, supongamos $a = 350,000$, $b = 1000,000$, $w_g = 5000$, $\delta = 30$ y $r \in [0.25, 0.5, 0.75]$. Asimismo, considérese un escenario en el cual no se restringe la carga laboral a la capacidad de trabajo del ente contratante. Es decir, se deja fluctuar libremente a mx; no existe la condición de que $mx \leq \bar{L}$. Las simulaciones se realizaron en R. En el Anexo 11.6 se muestra el código utilizado.

Cuadro 1. Valores óptimos para el número de invitados y costos mínimos esperados de contratación según el número de requisitos, sin restricción.

m	Escenario con $\mathbf{r = 0.25}$		Escenario con $\mathbf{r = 0.5}$		Escenario con $\mathbf{r = 0.75}$	
	x*	**P***	**x***	**P***	**x***	**P***
1	124	391,466.67	87	379,272.73	71	373,870.37
2	176	467,416.19	87	408,545.45	58	388,919.02
3	226	627,300.41	101	451,479.50	55	405,013.23
4	1	675,666.67	122	515,640.69	55	423,350.97
5			135	606,439.85	56	444,720.79
6			1	676,000.00	59	469,862.69
7					63	499,509.04
8					67	534,267.44
9					70	574,200.74
10					68	617,928.74
11					53	660,051.82
12					1	677,000.00

Fuente: Elaboración propia.

Nota: El * representa el valor óptimo de las variables.

Como se observa en el cuadro, entre más requisitos existan mayor será el pago mínimo P que tiene que hacer el contratante, por lo que se esperaría que el contratante decida establecer el menor número de requisitos que permita tener propuestas de calidad. Es decir, $m = m_l$. En cuanto a r, se encuentra que entre más pequeña sea, mayor será el número de participantes que se requerirá invitar al procedimiento con objeto de minimizar sus costos. Esto sugiere, que si el contratante invita a empresas o a personas con altas probabilidades de cumplir con los requisitos, menores serán sus costos totales P, ya que menos de ellas serán descalificadas, por lo que se requeriría invitar a menos empresas o personas.

Cuando $r = 0.25$ y 0.5, se observa que la x que minimiza P es más grande entre más grande sea m hasta antes de convertirse en 1; sin embargo, cuando $r = 0.75$, hasta antes de ser 1, x decrece, crece y decrece, por lo que no presenta una relación estrictamente creciente o decreciente con respecto a m. Asimismo, para todos los casos de r, existe un valor de m en donde $x = 1$, lo que implica que cuando se requiere un número de requisitos lo suficientemente grande, el óptimo de x en una situación sin acuerdo, coincide con la de acuerdo.

Por otro lado, con los mismos datos del cuadro anterior, pero ahora incluyendo la restricción $mx \leq \bar{L} = 100$, se obtienen los siguientes los resultados:

Cuadro 2. Valores óptimos para el número de invitados y costos mínimos esperados de contratación según el número de requisitos, con restricción.

m	Escenario con $\mathbf{r = 0.25}$		Escenario con $\mathbf{r = 0.5}$		Escenario con $\mathbf{r = 0.75}$	
	x*	P*	x*	P*	x*	P*
1	100	392,409.24	87	379,272.73	71	373,870.37
2	50	544,257.64	50	417,646.70	50	389,324.62
3	33	664,325.05	33	511,651.06	33	411,815.90
4	1	675,666.67	25	611,200.45	25	445,632.68
5			20	659,209.99	20	494,341.22
6			1	676,000.00	16	553,032.93
7					14	596,652.05
8					12	629,776.09
9					11	649,735.95
10					10	663,569.07
11					9	672,847.80
12					1	677,000.00

Fuente: Elaboración propia.

Nota: El * representa el valor óptimo de las variables.

Al igual que en el caso anterior, se observa en este cuadro que conforme aumentan los requisitos, también incrementan los costos por el precio del proyecto y por la organización de la licitación

P. Además, todos los costos P en este cuadro son iguales o superiores a sus respectivos costos en el cuadro previo, lo cual tiene sentido, ya que la selección de x en el último cuadro está restringida.

En los dos cuadros, es de notarse que las cifras más altas de P están relativamente cerca de $\$675,000$, que es el valor esperado del precio del proyecto cuando sólo existe un concursante. Este valor esperado, como ya se había expresado, es el monto que el contratante espera pagar por el bien o servicio y es independiente del número de requisitos. El aumento en P, por lo tanto, sólo obedecería al costo de revisar más requisitos. Se observa también que en todos los casos de tener varios invitados, de repente el óptimo sería invitar a un participante. Previo a este punto, el monto mínimo de P ya estaba cerca de $E(V_1/A^c$ y $n \geq 1)$ con un invitado, por lo que un requisito adicional, extingue el beneficio de invitar a varios participantes. Asimismo, se observa que la x que minimiza P en el primer cuadro es mayor o igual a la correspondiente x en el segundo cuadro, cuando no es 1. Esto sugiere que cuando las instituciones tienen insuficientes capacidades para organizar procesos licitatorios pueden estar perdiendo oportunidades para minimizar sus costos.

De la ecuación 12 se observa que, dado cierto número de requisitos, contratantes más productivos siempre podrán tener costos P más bajos que los menos productivos, ya que requerirán invitar a menos personas para minimizar P, independientemente del número de requisitos que se soliciten. Asimismo, aquellos contratantes con mayores salarios, tenderán a tener costos más altos.

Decisión del contratista

El contratista elegirá el acuerdo si su utilidad esperada en este escenario es mayor a la de si rechaza el acuerdo. Para calcular estas utilidades se requiere de g_a y g_{a^c}. En la sección de la Decisión del contratante se obtuvo $g_a = \left[1 - r^m \frac{v_a - a}{b-a}\right]^{x-1}$. El valor de g_{a^c} coincide con el de la ecuación 5, sólo que en lugar de V_s se escribe v_o. Por lo tanto, $g_{a^c} = r^m \left[1 - r^m \frac{v_o - a}{b-a}\right]^{x-1}$.

Supongamos, también, que con acuerdo, el proveedor escoge entre dos costos: uno bajo, c_b, que indicaría proyectos de baja calidad, y otro que corresponde a los requerimientos del proyecto c_a, en donde $c_b < c_a$. Bajo este contexto el proveedor elegiría c_b, ya que con esto maximizaría su utilidad. Supongamos, además, que en un escenario de rechazo al acuerdo, el proveedor, de ganar el proyecto, tendría que erogar c_a.

En la sección anterior se concluyó que en una situación sin acuerdo, el contratante elegirá el menor número de requisitos posibles y un número relativamente alto para el número de invitados al procedimiento, según los recursos que pueda destinar para la revisión de las propuestas. Sea x_u el número de invitados que minimiza el costo del precio de los proyectos más el de organizar los procesos licitatorios, sujeto a los recursos con que cuenta la institución para la revisión de las propuestas, es decir la x que minimiza P sujeto a $mx \leq \bar{L}$.

La utilidad esperada del proveedor cuando rechaza el acuerdo es:

$$\Pi^p_{a^c} = (1-\tau)g_{a^c}(v_o - c_a) \tag{15}$$

La función anterior se maximiza cuando:

$$v_o^* = \begin{cases} \frac{b-a}{r^{m_l}x_u} + \frac{a}{x_u} + \frac{x_u-1}{x_u}c_a, & \text{si } a - \frac{(b-a)}{(x_u-1)r^{m_l}} \leq c_a \leq b - \frac{(1-r^{m_l})(b-a)}{(x_u-1)r^{m_l}} \\ a, & \text{si } a - \frac{(b-a)}{(x_u-1)r^{m_l}} > c_a \\ b, & \text{si } b - \frac{(1-r^{m_l})(b-a)}{(x_u-1)r^{m_l}} < c_a \leq b \\ No\, participa, & \text{si } c_a > b \end{cases} \tag{16}$$

Lo anterior indicaría que en el proceso licitatorio sin acuerdo sólo participan empresas con costos de producción por debajo de b, incluyendo aquéllas con costos de producción por debajo de a.

Entre más participantes existan, el proveedor de referencia disminuirá el valor de su oferta para aumentar sus probabilidades de ganar.

Cuando el oferente de referencia es el único participante en el proceso licitatorio, y lo sabe, establecerá el precio más alto posible: b, aunque sus costos de producción estén por debajo de a.

También se observa que quienes tienen costos más altos de producción ofrecerían precios más altos, en general, por lo que bajo este proceso se favorecería la selección de oferentes más eficientes: los que tienen menores costos.

En cuanto al rango de precios del proyecto $(b - a)$, de la ecuación anterior se deriva que entre más grande sea, el precio ofertado por el proveedor de referencia será más alto. Esto obedece a que con un rango más alto, la probabilidad de que gane un proveedor es menos sensible a cambios en el valor ofertado (su derivada es menor); no obstante, su diferencia entre valor ofertado y costos sigue siendo la misma por cada peso que incremente el valor de su oferta.

En cuanto al número de requisitos, el valor de la oferta será mayor entre más de estos existan. El número de requisitos afecta a la probabilidad de ganar del proveedor de referencia en dos sentidos. Por un lado, más requisitos implicarían un mayor reto para que cumpla con todos ellos, por lo que la probabilidad de que gane sería menor; sin embargo, también implicaría un mayor reto para el resto de las empresas participantes, por lo que la probabilidad de que gane el proveedor de referencia sería más alta. Cuál de los efectos gana depende del mismo número de requisitos, del número de invitados, de los límites de los rangos de actuación y del precio de la oferta. En el precio de la oferta óptimo de la ecuación 16, el segundo efecto ganaría si $a < c_a$, por lo que el concursante en mención podría, aumentar su utilidad esperada mediante incrementos en su precio de oferta, el cual reduciría la probabilidad de ganar, pero aumentaría su utilidad si ganara.

El valor del precio ofertado no depende de la probabilidad de que el proyecto esté arreglado (τ), a pesar de que en la utilidad esperada en situación de rechazo al acuerdo se considera este parámetro. En otras palabras, si un proveedor participa en un proyecto que no ha acordado, τ no distorsiona su precio ofertado. Lo que sí afecta es a la utilidad esperada del proveedor, lo cual, a su vez, incidirá en si acepta o no, el acuerdo.

Para valores de v_o^* en el intervalo abierto (a, b), la utilidad del contratista por rechazar el acuerdo toma la siguiente forma:

$$\Pi^p_{a^c} = (1-\tau)g^*_{a^c}\left[\frac{b-a}{r^{m_l}x_u} + \frac{a}{x_u} - \frac{c_a}{x_u}\right] \tag{17}$$

Por su parte, para valores de v^*_a en el mismo intervalo se obtiene la siguiente función de utilidad[12] del contratista en un escenario con acuerdo:

$$\Pi^p_a = (1-\alpha)g^*_a\left[\frac{b-a}{r^{m_u}x_l} + \frac{a}{x_l} + \frac{x_l-1}{x_l}\frac{\beta\xi\psi(w+s_c)}{\alpha} - \frac{c_b+\beta\xi\psi s_o}{1-\alpha}\right] \tag{18}$$

Cuál de estas dos ecuaciones es más grande depende de varios parámetros: α, τ, g^*_a, $g^*_{a^c}$, $b-a$, m_l, m_u, x_l, x_u, c_a, c_b, β, ξ, ψ, w, s_c y s_o; sin embargo, de las ecuaciones se observa que algunos términos son más grandes que otros: $g^*_a > g^*_{a^c}$, $\frac{b-a}{r^{m_u}x_l} > \frac{b-a}{r^{m_l}x_u}$ y $\frac{a}{x_l} > \frac{a}{x_u}$, lo cual favorece que el contratista realice el acuerdo. Lo que puede revertir esto es una α más grande, un τ más pequeño, un menor c_a, menores costos esperados para el contratante y mayores para el contratista, y c_b más cercanos a c_a.

[12] Las variables con asteriscos en esta sección representan los resultados óptimos en situaciones con y sin acuerdo, según sea el caso.

6. Probabilidad condicional de que un proyecto haya sido arreglado dado su precio

Cuando $\frac{\beta\xi\psi(w+s_c)}{\alpha} > b$, no existe acuerdo, por lo que cualquier valor del proyecto provendrá de una situación sin acuerdo. En una situación con acuerdo, lo anterior no se cumple y, además, el contratante es un agente maximizador de sus utilidades esperadas. Al igual que en el caso sin acuerdo, en uno con él, el contratante pagará el monto de la oferta más baja de los oferentes que cumplieron con todos los requisitos. A diferencia del primero, el contratista apoyado por el contratante tendrá probabilidad 1 de cumplir con todos los requisitos. Asimismo, dado que la oferta de este contratista será v_a^*, el valor mínimo que pagará el contratante será, a lo más, éste. Por lo tanto, la probabilidad de que ese pago sea mayor que v_a^* es cero. La probabilidad de que sea menor es como en la situación sin acuerdo, pero con la diferencia de que en lugar de x participantes, son $x-1$ los que inciden en el valor de esa probabilidad (no se incluye al que realiza el acuerdo) y, además, es posible que ninguno de estos $x-1$ participantes cumplan con todos los requisitos.

Por lo anterior, la función de densidad del valor del proyecto dado que hay acuerdo toma la siguiente forma[13]:

$$f_{V_1/A \text{ y } n\geq 1}(v_1/A \text{ y } n \geq 1) = \begin{cases} \frac{(x-1)r^m[\frac{b-v}{b-a}r^m+(1-r^m)]^{x-2}}{(b-a)}, & \text{si } a \leq v < v_a^* \\ \left[\frac{b-v_a^*}{b-a}r^m + (1-r^m)\right]^{x-1}, & \text{si } v = v_a^* \\ 0, & \text{e.o.c} \end{cases} \tag{19}$$

Bajo estos supuestos, v con acuerdo puede diferir de v_a^* debido a factores aleatorios, debido a la incapacidad del contratante por eliminar a los contratistas con precios por debajo de v_a^*. Cuando $v = v_a^*$, la probabilidad anterior es, en realidad, la probabilidad de que gane el concursante que hizo el acuerdo (es la probabilidad de que los otros participantes cumplan con los requisitos y

[13] Ver Anexo 11.5. para su derivación.

establezcan un precio por arriba de v_a^* o de que no cumplan con los requisitos), la cual tenderá a 1 entre más grande sea m, menor sea x y menor sea r. Con un $x = 1$ o un $r = 0$ (invitar a un sólo participante -el que gana- o invitar a participantes con nula posibilidad de cumplir con todos los requisitos -simular el proceso) se garantiza eso, por ejemplo. Esto indica que cuando un contratante corrupto tiene los suficientes recursos para organizar una licitación podrá hacer que m sea lo suficientemente grande para hacer que gane su concursante, pero aún ante la falta de recursos puede recurrir a r, para lo cual sólo requiere seleccionar a concursantes con muy bajas capacidades para cumplir con los requisitos o, en su caso, establecer requisitos difíciles de cumplir para el restos de los concursantes. Cualquiera de las estrategias que tome, podrá llevarlo a establecer un precio de $v_a^* = b$.

Por su parte, sin acuerdo, $v/(A^c \text{ y } n \geq 1)$ tiene la distribución de un estadístico de primer orden ya calculada.

$$f_{V_1/A^c \text{ y } n\geq 1}(v_1/A^c \text{ y } n \geq 1) = \begin{cases} \frac{x}{(b-a)[1-(1-r^m)^x]} r^m [\frac{b-v}{b-a} r^m + (1-r^m)]^{x-1}, & \text{si } a \leq v \leq b. \\ 0, & \text{e.o.c} \end{cases} \quad (20)$$

La diferencia de esta ecuación con la previa es prácticamente el hecho de que en la anterior se considera a un participante menos en el proceso competitivo (quien cumple con todos los requisitos y establece un precio de oferta de v_a^*), existe la posibilidad de que ninguno del resto de los participantes cumpla con los requisitos y lo que paga el contratante se restringe a tener como máximo v_a^*. Lo primero provoca que la primera ecuación, en el rango $[a, v_a^*)$, en lugar de x se refiera a $x - 1$; lo segundo, que en ese mismo rango no se divida esa función de densidad por $[1 - (1 - r^m)^x]$, la probabilidad de que $n \geq 1$, y lo último, a que dicha función de densidad sea continua en el rango mencionado, pero discreta en $v = v_a^*$.

Con base en las dos funciones de densidad anteriores, se puede obtener la probabilidad de que exista acuerdo dado el valor de un proyecto: $P(A/v)$[14]. Como se mencionó, cuando $\frac{\beta\xi\psi(w+s_c)}{\alpha} > b$, esa probabilidad es cero. Cuando lo anterior no sucede, dicha probabilidad es la siguiente:

$$P(A/v) = \begin{cases} \frac{\tau(x-1)[1-(1-r^m)^x]}{\tau(x-1)[1-(1-r^m)^x]+(1-\tau)x[\frac{b-v}{b-a}r^m+(1-r^m)]}, & \text{si } a < v < v_a^* \\ \frac{\tau(b-a)[1-(1-r^m)^x]}{\tau(b-a)[1-(1-r^m)^x]+(1-\tau)xr^m}, & \text{si } v = v_a^* \\ 0, & \text{e.o.c} \end{cases} \quad (21)$$

La probabilidad anterior depende de a, b, τ, v_a^*, m, x y r. Estos parámetros forman parte de las funciones de distribución del precio del proyecto con o sin acuerdo. Algunos parámetros son exógenos al modelo, mientras que otros son predichos por éste. En esta última categoría están v_a^*, m, x y r, aunque v_a^*, requiere parámetros externos para su cálculo: α, β y ψ.

De la ecuación anterior, se puede demostrar que la $\frac{\partial P(A/v)}{\partial v} > 0$ para el rango $a < v < v_a^*$. Esto significa que en ese rango, la probabilidad de que exista acuerdo incrementa conforme lo hace v. Asimismo, se observa que $P(A/v = v_a^*)$ es independientemente del valor de v_a^*. Es decir, sólo depende de los parámetros a, b, τ, r, m y x, de los cuales, los primeros tres son exógenos al modelo, mientras que los últimos tres, determinados por éste. Si $x \to \infty$, $P(A/v = v_a^*) \to 0$, lo que significa que, aunque el valor del proyecto sea v_a^*, el monto derivado de una situación con acuerdo, es poco probable que esta coincidencia sugiera que el proyecto esté arreglado. Por su parte, si $x = 1$, esa probabilidad toma valores muy cercanos a uno, si $\frac{1-\tau}{\tau}$ es cercano a cero o si $b-a$ es lo suficientemente grande. Lo primero sucede, entre más grande sea τ, entre más generalizado sea el arreglo de los procesos licitatorios. Es decir, un escenario con acuerdo sería más fácilmente identificable entre más generalizable sean los actos de corrupción o entre más grandes sean los rangos de actuación.

La $P(A/v = v_a^*)$, por sí sola, podría utilizarse como un indicador del riesgo de que un pro-

[14] De acuerdo con Bertsekas y Tsitsiklis (2008), la probabilidad de θ cuando es continua, dada una X discreta es la siguiente: $p_{\Theta/X}(\theta/x) = \frac{p_\Theta(\theta)p_{X/\Theta}(x/\theta)}{\sum_{\Theta'} p_\Theta(\theta')p_{X/\Theta}(x/\theta')}$.

yecto sea arreglado. Esto sugeriría que más que el precio de un proyecto, lo más importante para determinar el riesgo de que un proyecto esté arreglado son el número de invitados, los requisitos que se establecen y la capacidad de los licitantes para cumplir con los requisitos (r).

7. Simulaciones

Los resultados del modelo han sido analizados con base en sus propiedades matemáticas. Sólo cuando se presentó el análisis de la decisión del contratante interesado en minimizar los costos del gobierno dado cierto nivel de calidad se realizaron algunas simulaciones. Ahora se presentan más simulaciones con el objetivo de examinar la probabilidad condicional de que un proyecto haya sido arreglado dado su precio. En particular, se contrastarán las funciones de densidad del valor del proyecto con y sin acuerdo, cada una calculada con sus respectivos valores de x, m y r, lo cual ejemplificaría qué tan diferentes se esperaría que fueran estas funciones cuando son analizadas en sus respectivos escenarios. Posteriormente, se realizará este contraste, pero considerando los mismos parámetros para las dos funciones y se incluirá cómo se comportaría $P(A/v)$ en esta situación, lo cual es útil para tratar de valorar si existe acuerdo cuando se desconoce si el proyecto fue arreglado o no, pero se conocen los parámetros de interés.

Para lo anterior, se requiere definir algunos parámetros exógenos al modelo, los cuales se presentan en el cuadro siguiente:

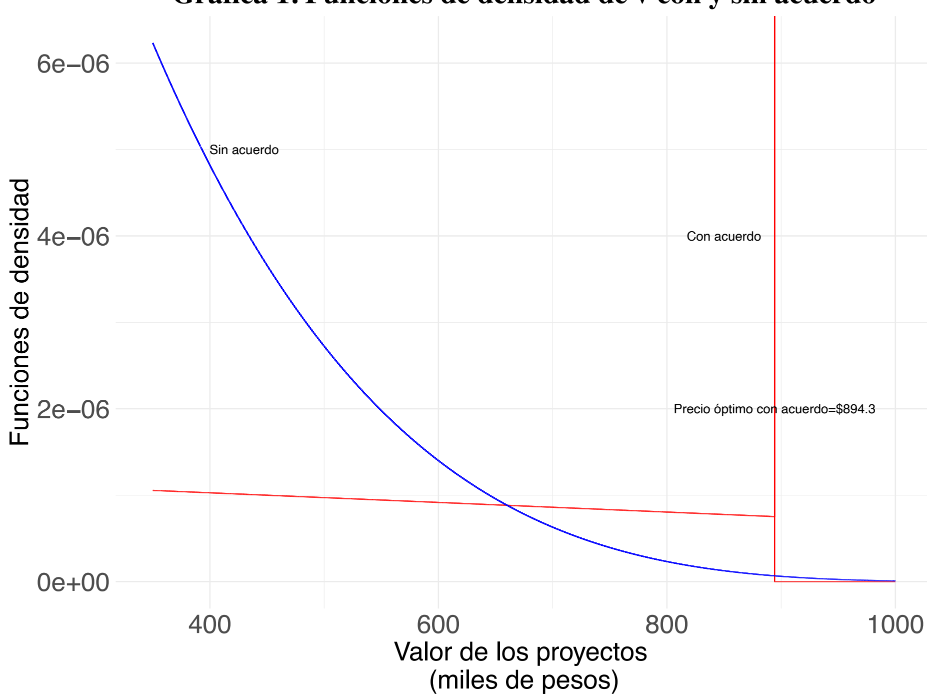
Cuadro 3. Parámetros utilizados en la simulación

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
α	0.1	w	54,000
w_g	5,000	s_c	60,000
c_a	200,000	c_b	100,000
s_o	100,000	β	0.8
ψ	0.3	ξ	0.8
r	0.75	r_b	0.7
r_a	0.9	δ	30
τ	0.7	x_l	3
m_l	2	L	10
a	350,000	b	1,000,000

7.1. Comparación de las funciones de densidad del valor del proyecto con y sin acuerdo, con diferencia en parámetros

Para el caso con acuerdo se toman como referencia, la ecuación 19 y los parámetros x_l, m_u (ecuación 10) y r_b (probabilidad baja de que cada contratante cumpla con cada uno de los requisitos), así como los otros parámetros expresados en el cuadro previo. Para el caso sin acuerdo, la función de densidad es la expresada en la ecuación 20, mientras que sus parámetros son x_u (número de invitados que minimiza P, el costo de contratación y de organizar el proceso licitatorio), m_l y r_a (probabilidad alta de que cada contratante cumpla con cada uno de los requisitos), además del resto de los parámetros del cuadro anterior.

Gráfica 1. Funciones de densidad de v con y sin acuerdo

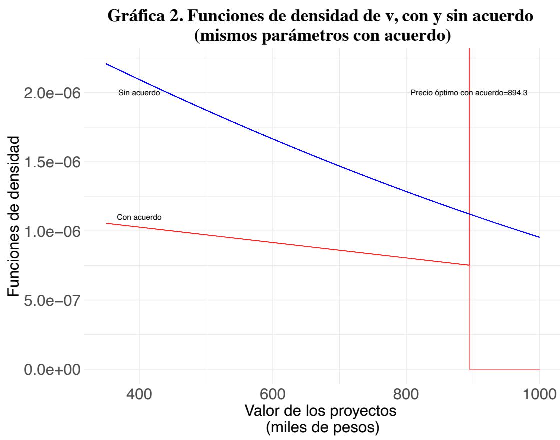


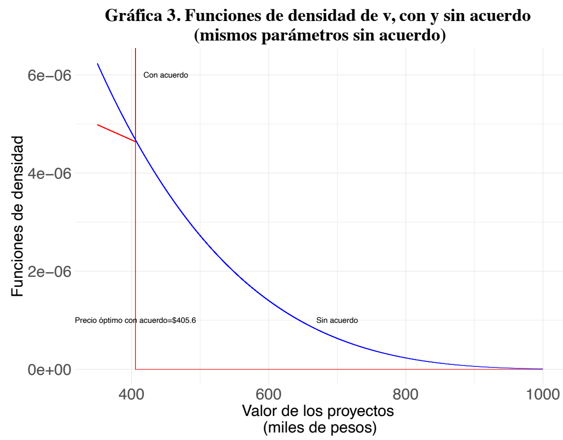
Como se observa en la gráfica, en una situación sin acuerdo, la función de densidad asigna valores más altos entre más pequeños sean los valores de los proyectos. Es decir, $\frac{\partial f_{V_1/A^c \text{ y } n\geq 1}(v_1/A^c \text{ y } n\geq 1)}{\partial v} < 0$. La función de densidad con acuerdo también tiene una derivada negativa con respecto a v en el rango abierto (a, v_a^*), aunque en términos absolutos más pequeña, para este ejercicio, por lo que es más horizontal; no obstante, podría ser más vertical con otros valores de m, x, r o de las sanciones esperadas para el contratante. En el punto v_a^*, sin embargo, concentra, en nuestro ejemplo, el valor más alto de la función: 0.51. Esto, al igual que en el caso previo, puede variar: depende en gran medida de los valores de x, m y r.

Cuando $v = a$, $f_{V_1/A^c \text{ y } n \geq 1}(v_1/A^c \text{ y } n \geq 1) > f_{V_1/A \text{ y } n \geq 1}(v_1/A \text{ y } n \geq 1)$. Esto aplica para cualquier valor de m, x y r. En otras palabras, precios más cercano a a tienen mayor probabilidad de provenir de un caso sin acuerdo.

7.2. Comparación de las funciones de densidad del valor del proyecto con y sin acuerdo, con los mismos parámetros

Como se ha expresado, se cuenta con dos funciones de densidad dado ciertos parámetros: con acuerdo y sin acuerdo. Para estimar esas funciones sólo se requieren conocer los parámetros, los cuales provienen sólo de una situación: con y sin acuerdo. Por lo tanto, se pueden estimar las dos funciones de densidad (con y sin acuerdo) en una situación real con acuerdo, o sin él. En esta sección, esto es, precisamente, lo que se realiza. Se utilizan los parámetros de una situación con acuerdo para calcular las dos funciones de densidad, y también los parámetros de una situación sin acuerdo para el mismo efecto. Los resultados se muestran en las siguientes gráficas:





Funciones de densidad, con y sin acuerdo (mismos parámetros).

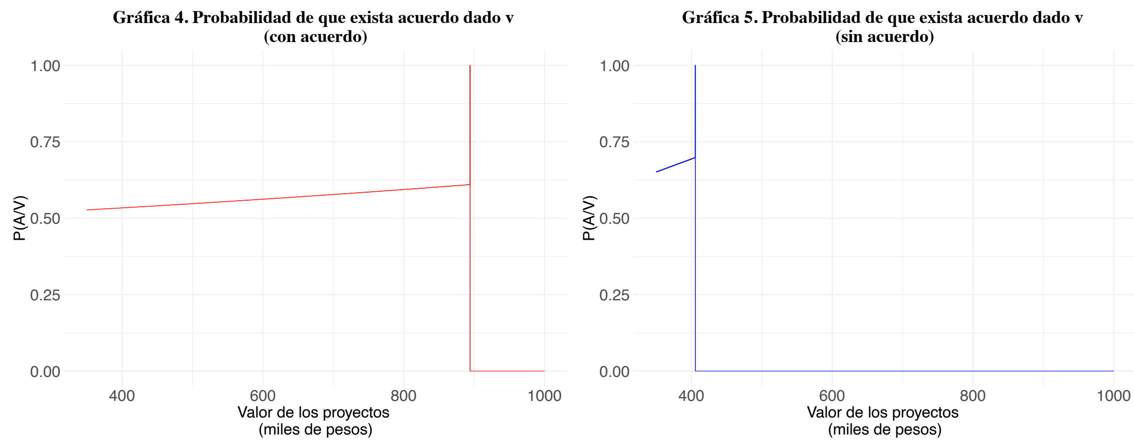
Para la Gráfica 2, se utilizaron los parámetros de una situación real con acuerdo (x_l, m_u y r_b, y demás del Cuadro 3), mientras que para la Gráfica 3, los parámetros corresponden a situación real sin acuerdo (x_u,m_l y r_a, y demás del Cuadro 3).

Con los parámetros de una situación real con acuerdo, la función de densidad del valor del proyecto dado que no hay acuerdo asigna valores más bajos para cantidades de v más cercanas a a, pero valores más altos para valores de v más cercanos a b, en relación con una situación real sin acuerdo. Esto podría significar que valores más pequeños de v son menos consistentes con los parámetros de una situación con acuerdo, por lo que le asigna valores más bajos, mientras lo opuesto sucede para valores más altos.

Por su parte, en una situación real sin acuerdo, la función de densidad de v dado que hay acuerdo asigna valores más altos a valores de v entre a y v_a^*, y un valor de v_a^* menor, con respecto a una situación real con acuerdo.

7.3. Estimación de la Probabilidad de que exista acuerdo dado el valor del proyecto

Para obtener la probabilidad de que exista acuerdo dado el valor del proyecto, se retoma la ecuación 21. Se consideran, exactamente, los mismos casos que en el apartado previo.



Probabilidad de que exista acuerdo dado *v*, con y sin acuerdo.

De la Gráfica 2, se observa que $f_{V_1/A^c \text{ y } n\geq 1}(v_1/A^c \text{ y } n \geq 1)$ decrece más rápido desde a hasta antes de v_a^* con respecto a $f_{V_1/A \text{ y } n\geq 1}(v_1/A \text{ y } n \geq 1)$, por lo que la función de probabilidad de que exista acuerdo dado v es creciente en ese rango, tal y como se observa en la Gráfica 4. En el punto $v = v_a^* = 894.3$, $P(A/v)$ toma su valor más alto. Posterior a este punto, $P(A/v)$ toma el valor de cero. Algo parecido sucede con las gráficas 3 y 5: una situación real sin acuerdo. La diferencia es que la función $P(A/v)$ toma un valor de cero antes, a partir del punto $v = 405.6$. En ambos casos, la transición de $P(A/v)$ a cero, sucede en el valor de v que correspondería al valor óptimo del contratante para el proyecto en caso de que existiera acuerdo (v_a^*). En esos puntos, por cierto es donde se observó el mayor valor de $P(A/v)$: prácticamente uno para las dos situaciones reales (con y sin acuerdo).

Lo anterior implica que con los parámetros de una situación sin acuerdo, aunque exista acuerdo, el valor que paga el contratante sería menor. Inclusive, para nuestro ejercicio, ese valor sería menor que el valor esperado que pagaría el contratante en una situación sin acuerdo: \$483,610.7. En este caso, pareciera que el contratante se beneficia de menores precios, aunque habría que recordar que en una situación con acuerdo el contratista incurre en menores costos por ejecutar el proyecto. En nuestro ejercicio, serían \$100,000.00. Considerando este monto, en realidad el monto que pagaría el contratante sería mayor que el valor esperado.

8. Recomendaciones de política basadas en el modelo

- Los entes que organizan los procesos licitatorios en una organización deberían requerir sólo los requisitos legales, económicos y técnicos que garanticen una propuesta de calidad. Todos los requisitos adicionales deberían minimizarse. Esto permitiría focalizarse sólo en los aspectos importantes para la selección de los contratistas, tener más ofertas viables y, muy probablemente, ofertas de precios más bajos, con la calidad requerida. Les permitiría, además, disminuir su carga laboral en la revisión de propuestas;
- Establecer mecanismos que faciliten la participación de empresas, sobre todo las de prestigio, en los procesos licitatorios. Estos mecanismos abarcan los relacionados con la publicación de convocatorias, el seguimiento y revisión de las propuestas, y la transparencia del proceso;
- Fomentar que los procesos de adquisiciones sean por licitaciones públicas;
- Establecer sanciones más severas para los responsables de las adquisiciones y para las empresas cuando arreglen proyectos; sobre todo para éstas últimas;
- Realizar estudios que otorguen metodologías para aumentar la probabilidad de detectar actos de corrupción. Con base en éstos, diseñar estrategias para focalizar los esfuerzos de las instituciones de fiscalización;
- Fortalecer a las áreas de fiscalización, en relación con las habilidades y cantidad de su personal, la selección de éste, estudios de investigación y ética;
- Promover áreas de adquisiciones lo suficientemente grandes para atender adecuadamente procesos licitatorios o contratar servicios relacionados con la organización y revisión de las propuestas de las licitaciones. Esto último podría ser lo más deseable, ya que se puede contratar, según las cargas esperadas de trabajo.

9. Conclusiones

Los contratantes maximizadores de utilidades esperadas elegirán arreglar un procedimiento si la comisión que reciben supera a sus costos esperados (los derivados por la posible pérdida de su trabajo y por probables sanciones económicas). Dado que pueden elegir el valor del proyecto, podrán establecer un precio en que suceda eso, al menos que la comisión que obtenga en el valor más alto del rango de actuación no permita cubrir esos costos. De hecho, el contratante cuenta con varias herramientas que le facilita establecer el precio más alto posible en una licitación: el número de requisitos, el número de invitados y la capacidad de los licitantes que invita; no obstante esa potestad puede verse limitada por su capacidad o recursos disponibles para revisar las propuestas; sin embargo, aunque un contratante corrupto no tenga los suficientes recursos, puede seleccionar a concursantes, con los que no hizo el acuerdo, con muy bajas capacidades para cumplir con los requisitos o, en su caso, establecer requisitos difíciles de cumplir para estos concursantes. Lo anterior implica que el concursante coludido siempre ofertará el precio del proyecto igual al límite superior del rango de actuación cuando el contratante cuente con algunas de las herramientas mencionadas.

Lo anterior sugiere que mientras el valor de las sanciones esperadas sea menor que la correspondiente comisión para un valor del proyecto igual al límite superior del rango de actuación del procedimiento, el costo de esas sanciones se trasladará al monto que pague la institución en la contratación de un proyecto arreglado, siempre y cuando el precio del proyecto esté todavía por debajo de ese límite superior. En otras palabras, la institución contratante es la que cubre el valor de las sanciones esperadas. Los proyectos son más caros entre más costosas sean esas sanciones. Asimismo, entre más grande sea el valor de las sanciones esperadas se reducirán los actos de corrupción en licitaciones con límites superiores de actuación por debajo de ese valor, por lo que los actos de corrupción se observarán, principalmente, en proyectos con mayores presupuestos.

El contratante que participa en un acuerdo escoge el mayor número posible de requisitos e invita al menor número de participantes posibles y a los de menor capacidad para cumplir con los requisitos, sin considerar con quien hizo el acuerdo, con el objetivo de que esos participantes queden eliminados; sin embargo, esto se refuerza porque esos contratistas tenderán a establecer precios más altos ante este escenario, por lo que también se reducen sus probabilidades de ganar. Es decir: las estrategias elegidas en un proceso licitatorio arreglado promueven de dos maneras la eliminación de los participantes con lo que no se hizo el acuerdo: mediante la disminución de la probabilidad de que cumplan con los requisitos y mediante el aumento de sus precios de oferta.

Cabría esperar que una proporción de contratistas sean maximizadores de ingresos. Por lo tanto, las áreas de adquisiciones serían áreas con cierta incidencia de actos de corrupción, por lo que poner atención especial en ellas, apoyaría a los gobiernos a mejorar su eficiencia en el gasto.

La inclusión de la ética en el modelo podría explicar parte del comportamiento de ciertos contratantes. Una forma de hacer esto es que la función de utilidad del contratante incluya como uno de sus argumentos la satisfacción por apegarse a principios éticos.

A diferencia del contratante, el contratista no sólo tiene que prever que sus ingresos menos sus costos de ejecución del proyecto superen al costo esperado por sanciones, si no también a la comisión que otorga al contratante y al costo de oportunidad por dejar de participar en un proceso licitatorio en donde rechaza el acuerdo. Parte de estos costos adicionales, sin embargo, se pueden solventar con precios más altos de los proyectos y con proyectos con menor calidad. Es decir, el costo de un proyecto arreglado para el gobierno se representa por medio de los precios que paga por los proyectos, la calidad de éstos y por los costos de organización del procedimiento licitatorio.

La normalización del arreglo de proyectos (τ) no afecta las utilidades esperadas de los contratistas ni de los contratantes que participan en un acuerdo, aunque sí las del resto de los oferentes que participan en un proceso licitatorio. La normalización viene a ser como un impuesto a los oferentes honestos para todos los proyectos en los que participen -independientemente de si estén o no, arreglados- pero que no trasladan a sus precios de oferta. También representa un incentivo para que los contratistas dejen de participar en procesos competitivos y busquen arreglarlos.

Dado que a un contratante que participa en un acuerdo le interesa que los participantes no involucrados en éste incumplan con alguno de los requisitos de la convocatoria, tendrá incentivos para invitar a empresas con poca experiencia y con personal poco apto para la labor requerida, entre otros aspectos. Muy probablemente las empresas más sobresalientes en este mercado no serán invitadas.

En un proceso licitatorio arreglado se busca contar con el menor número de invitados, mientras que en uno no arreglado existen varios participantes. Procedimientos declarados desiertos en donde hay varios invitados que den paso a procedimientos de invitación a tres o a adjudicaciones directas podrían representar una simulación de un procedimiento no arreglado, ya que en la primera fase pareciera haber varios participantes (característica de un proceso no arreglado), pero en realidad, al final, quedarían alrededor de tres o uno solo (característica de un proceso arreglado). Una oportunidad de investigación, en este sentido, es modelar si los proveedores a ser favorecidos participarían en las fases iniciales de los procedimientos o si sólo se involucrarían en el último procedimiento, en donde se les adjudica el proyecto.

El modelo parte del supuesto de que, a excepción del oferente de referencia, los participantes en un proceso licitatorio sin acuerdo ofrecen propuestas de precios bajo una distribución uniforme, entre a y b. Esto es consistente con modelar costos de producción con una distribución uniforme.

Para el cálculo de la probabilidad de que exista acuerdo dado el valor de un proyecto se requiere de ciertos valores de parámetros, como el de la probabilidad de que un proyecto haya sido acordado, la probabilidad de que se identifique un arreglo dado que un proyecto arreglado se revisa o de que se sancione dado que se identifica el acuerdo. Es posible que algunos de estos parámetros no se observen en la realidad. Trabajos que estimen estos parámetros, por lo tanto, pueden complementarse con los resultados de este modelo.

Un proceso licitatorio en una institución con insuficientes recursos para organizar sus procesos licitatorios podría ser más costoso para ésta que si se contratara parte de la organización de los procesos licitatorios. Esto último, de hecho, es recomendable para estos casos.

El modelo predice varios de los síntomas que la literatura sugiere como posibles situaciones de corrupción en un proceso licitatorio; sin embargo, esto lo realiza a través de un modelo matemático que da bases para poder realizar estimaciones de la importancia de cada factor.

10. Bibliografía

Referencias

[1] BERTSEKAS DIMITRI Y TSITSIKLIS JOHN (2008), *Introduction to Probability*. Second Edition.

[2] BÜCHNER SUSANNE, FREYTAG ANDREAS, GONZÁLEZ LUIS G. Y GÜTH WERNER (2008), *Bribery and Public Procurement: An Experimental Study*. Public Choice , Oct., 2008, Vol. 137, No. 1/2 (Oct., 2008).

[3] BURGUET ROBERTO Y CHE YEON-KOO (2004), *Competitive Procurement with Corruption*. The RAND Journal of Economics , Spring, 2004, Vol. 35, No. 1 (Spring, 2004), Published by: Wiley on behalf of RAND Corporation.

[4] CÁMARA DE DIPUTADOS DEL H. CONGRESO DE LA UNIÓN (2000), *Ley de Adquisiciones, Arrendamientos y Servicios del Sector Público*, Ciudad de México.

[5] CÁMARA DE DIPUTADOS DEL H. CONGRESO DE LA UNIÓN (2000), *Ley de Obras Públicas y Servicios Relacionados con las Mismas*, Ciudad de México.

[6] CÁMARA DE DIPUTADOS DEL H. CONGRESO DE LA UNIÓN (2016), *Ley General de Responsabilidades Administrativas*, Ciudad de México.

[7] COMPTE O., LAMBERT-MOGILIANSKY A. Y VERDIER T. (2005), *Corruption and Competition in Procurement Auctions*. The RAND Journal of Economics , Spring, 2005, Vol. 36, No. 1 (Spring, 2005).

[8] DEASES, ANNE JANET (2005), *Developing countries: increasing transparency and other methods of eliminating corruption in the public procurement process*. Public Contract Law Journal , Spring 2005, Vol. 34, No. 3 (Spring 2005), Published by: American Bar Association.

[9] DEVORE JAY Y BERK KENNETH (2018), *Modern Mathematical Statistics with Applications*. Second Edition.

[10] ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT (2007), *Bribery in Public Procurement. Methods, Actors and Counter-Measures*.

[11] POPE, JEREMY (2000), *Confronting corruption: the elements of a national integrity system*. Transparency International (TI).

[12] RABL, T. AND KÜHLMANN, T.M. (2009), *"Why or why not? Rationalizing corruption in organizations", Cross Cultural Management*. An International Journal, Vol. 16 No. 3.

[13] WORLD BANK (1997), *Helping Countries Combat Corruption: The Role of the World Bank*. The World Bank: WashingtonDC.

11. Anexos

11.1. Posibles situaciones del modelo para el contratante maximizador de beneficios y el contratista

Posibles situaciones del modelo para el contratante maximizador de ganancias y para el contratista

Situación	Ganancia contratante	Ganancia contratista	Probabilidad
Existe acuerdo.			
Gana concursante que hizo el acuerdo con el contratante y no es sancionado el proyecto.	αv_a	$(1-\alpha)v_a - c$	$g_a(1-d)$
Gana concursante que hizo el acuerdo con el contratante y es sancionado el proyecto.	$\alpha v_a - (w + s_c)$	$(1-\alpha)v_a - c - s_o$	$g_a d$
Pierde el concursante que hizo el acuerdo con el contratante.	0	0	$1 - g_a$
Concursante rechaza acuerdo con contratante.			
Contratante no hace acuerdo con alguien más.			
Gana concursante con quien el contratante buscaba hacer el acuerdo.	0	$(v_o - c)$	$(1-\tau)g_{a^c}$
Pierde concursante con quien el contratante buscaba hacer el acuerdo.	0	0	$(1-\tau)(1-g_{a^c})$
Contratante hace acuerdo con alguien más.			
Gana concursante con quien el contratante buscaba hacer el acuerdo.	0	$(v_o - c)$	0
Pierde concursante con quien el contratante buscaba hacer el acuerdo.	Ver primera dos situaciones.	0	τ

Nota: Las variables fueron definidas durante el desarrollo del documento.

11.2. Probabilidad de ser sancionado dado que el proyecto es acordado

Sean los eventos de interés los siguientes:

- $A =$ El proyecto de interés está arreglado;
- $R =$ El proyecto de interés es revisado por un ente fiscalizador;
- $I =$ El ente fiscalizador identifica que existe acuerdo en el proyecto de interés;
- $V =$ El ente fiscalizador tiene la voluntad de sancionar el proyecto de interés;
- $S =$ El proyecto de interés es sancionado.

Se desea encontrar $P(S/A)$. Para ello, considere que para que un proyecto arreglado sea sancionado se requiere que sucedan los eventos A, R, I y V[15]. Es decir, para que un proyecto arreglado sea sancionado debe de ser, primero, revisado; luego, se debe detectar que ha sido arreglado y, por último, el este fiscalizador debe tener la voluntad de sancionarlo. Por lo tanto, $S = A \cap R \cap I \cap V$. La probabilidad que se busca, en consecuencia, es la siguiente:

$$P(S/A) = \frac{P(A \cap S)}{P(A)} = \frac{P(A \cap R \cap I \cap V)}{P(A)} = \frac{P(V/A \cap R \cap I)P(A \cap R \cap I)}{P(A)}$$

$$= \frac{P(V/A \cap R \cap I)P(I/A \cap R)P(A \cap R)}{P(A)} = \frac{P(V/A \cap R \cap I)P(I/A \cap R)P(R/A)P(A)}{P(A)}$$

$$= P(V/A \cap R \cap I)P(I/A \cap R)P(R/A) = d = \beta\xi\psi$$

[15]Se supone que un proyecto sin acuerdo no es sancionado.

11.3. Derivación de la función de densidad del valor que paga el contratante por el proyecto en un escenario sin acuerdo

Lo que paga el contratante en un escenario sin acuerdo es la oferta más baja de todos los oferentes que cumplieron con los requisitos. Para obtener la función de densidad de lo que paga el contratante, primero determinaremos su función de distribución acumulativa, es decir: $P(V_1 \leq v_1)$, donde v_1 es el estadístico de orden 1 o, de manera equivalente, es el monto que paga el contratante. Para tal efecto, considérese que en el procedimiento de la licitación se revisa si los oferentes cumplieron con los requisitos y de los que cumplieron con todos los requisitos se obtiene el precio más bajo. De todos los que cumplieron con los requisitos, se ordena sus ofertas de menor a mayor. El oferente que cumplió con los requisitos y propuso la oferta más baja (el ganador) se identifica con 1; el siguiente que cumple con los requisitos con la segunda oferta más baja, con el 2 y así sucesivamente hasta llegar al oferente n, el que cumplió con los requisitos y propuso la oferta más grande. Si ninguno cumple con los requisitos, entonces no hay ganador y el proceso se declara desierto. Es decir, no se compra el bien o servicio, por lo que no existe pago que hacer. Por lo tanto, para que exista un ganador, se tienen que cumplir que $n \geq 1$, donde n es el número de oferentes que cumplieron con los requisitos. Por lo tanto, la función de distribución acumulativa de $V_1/(A^c \text{ y } n \geq 1)$ es:

$$\begin{aligned}
&F_{V_1/A^c \text{ y } n\geq 1}(v_1/A^c \text{ y } n \geq 1) = P(V_1 \leq v_1/A^c \text{ y } n \geq 1) \\
&= \sum_{n=1}^{x} P(V_1 \leq v_1 \text{ y } N = n/A^c \text{ y } n \geq 1) \\
&= \sum_{n=1}^{x} P(V_1 \leq v_1/A^c, N = n \text{ y } n \geq 1) P(N = n/A^c \text{ y } n \geq 1) \\
&= \sum_{n=1}^{x} P(min\{V_i : i \in \{1, 2, ..., n\}\} \leq v_1/A^c, N = n \text{ y } n \geq 1) P(N = n/A^c \text{ y } n \geq 1)
\end{aligned} \tag{22}$$

$$F_{V_1/A^c \text{ y } n\geq 1}(v_1/A^c \text{ y } n \geq 1) = \sum_{n=1}^{x} P(min\{V_i : i \in \{1,2,...,n\}\} \leq v_1/A^c, N = n) P(N = n/A^c \text{ y } n \geq 1) \tag{23}$$

Donde V_i es la oferta del oferente i que cumplió el requisito.

$$\begin{aligned}
&P(min\{V_i : i \in \{1,2,...,n\}\} \leq v_1/A^c \text{ y } N = n) \\
&= 1 - P(min\{V_i : i \in \{1,2,...,n\}\} \geq v_1/A^c \text{ y } N = n) \\
&= 1 - \prod_{i=1}^{n} P(min\{V_i : i \in \{1,2,...,n\}\} \geq v_1/A^c \text{ y } N = n) \\
&= 1 - \left(\frac{b - v_1}{b - a}\right)^n
\end{aligned} \tag{24}$$

La probabilidad de que N participantes cumplan con todos los requisitos se distribuye de manera binomial, en donde r^m es la probabilidad de que un participante cumpla con todos los requisitos, es decir, que tenga éxito en ser parte de los oferentes que pasan a la etapa de selección por precio. Bajo estas consideraciones, entonces:

$$P(N = n/A^c \text{ y } n \geq 1) = \begin{cases} \frac{\binom{x}{n}(r^m)^n(1-r^m)^{x-n}}{1-(1-r^m)^x}, & \text{si } 1 \leq n \leq x \\ 0, & \text{e.o.c} \end{cases} \tag{25}$$

Para valores de $1 \leq n \leq x$.

$$F_{V_1/A^c \text{ y } n\geq 1}(v_1/A^c \text{ y } n \geq 1) = \sum_{n=1}^{x} \left[1 - \left(\frac{b - v_1}{b - a}\right)^n\right] \frac{\binom{x}{n}(r^m)^n(1 - r^m)^{x-n}}{1 - (1 - r^m)^x} \tag{26}$$

$$F_{V_1/A^c \text{ y } n\geq 1}(v_1/A^c \text{ y } n \geq 1) = 1 - \sum_{n=1}^{x} \left(\frac{b - v_1}{b - a}\right)^n \frac{\binom{x}{n}(r^m)^n(1 - r^m)^{x-n}}{1 - (1 - r^m)^x} \tag{27}$$

$$F_{V_1/A^c \text{ y } n\geq 1}(v_1/A^c \text{ y } n \geq 1) = 1 - \sum_{n=0}^{x} \frac{\binom{x}{n}(\frac{b-v_1}{b-a}r^m)^n(1-r^m)^{x-n}}{1-(1-r^m)^x} + \frac{(1-r^m)^x}{1-(1-r^m)^x} \tag{28}$$

Por el teorema del binomio, la ecuación anterior se convierte en:

$$F_{V_1/A^c \text{ y } n\geq 1}(v_1/A^c \text{ y } n \geq 1) = \frac{1-[\frac{b-v_1}{b-a}r^m + (1-r^m)]^x}{1-(1-r^m)^x} \tag{29}$$

$$f_{V_1/A^c \text{ y } n\geq 1}(v_1/A^c \text{ y } n \geq 1) = \frac{dF_{V_1/A^c \text{ y } n\geq 1}(v_1/A^c \text{ y } n \geq 1)}{dv_1} = \frac{xr^m[\frac{b-v_1}{b-a}r^m + (1-r^m)]^{x-1}}{(b-a)[1-(1-r^m)^x]} \tag{30}$$

11.4. Derivación de la esperanza del valor que paga el contratante por el proyecto en un escenario sin acuerdo

$$
\begin{aligned}
&E(V_1/A^c \text{ y } n \geq 1) = \int_a^b v_1 f_{V_1/A^c \text{ y } n\geq 1}(v_1/A^c \text{ y } n \geq 1) dv_1 = \int_a^b v_1 \frac{x r^m [\frac{b-v_1}{b-a} r^m + (1-r^m)]^{x-1}}{(b-a)[1-(1-r^m)^x]} dv_1 \\
&= \frac{1}{1-(1-r^m)^x} \left\{ -v_1 \left[\frac{b-v_1}{b-a} r^m + (1-r^m) \right]^x \Bigg|_a^b + \int_a^b \left[\frac{b-v_1}{b-a} r^m + (1-r^m) \right]^x dv_1 \right\} \\
&= \frac{1}{1-(1-r^m)^x} \left\{ a - b(1-r^m)^x - \left[\frac{b-v_1}{b-a} r^m + (1-r^m) \right]^{x+1} \frac{b-a}{(x+1)r^m} \Bigg|_a^b \right\} \\
&= \frac{1}{1-(1-r^m)^x} \left\{ a - b(1-r^m)^x + \frac{b-a}{(x+1)r^m} - \frac{(b-a)(1-r^m)^{x+1}}{(x+1)r^m} \right\} \\
&= \frac{1}{1-(1-r^m)^x} \left\{ a + \frac{b-a}{(x+1)r^m} [1-(1-r^m)^{x+1}] - b(1-r^m)^x \right\}
\end{aligned}
\tag{31}
$$

11.5. Derivación de la función de densidad del valor del proyecto dado que el proyecto es arreglado

Al igual que en el caso sin arreglo, para obtener la función de densidad del valor del proyecto dado que el proyecto es arreglado se determina, primero, su función de distribución acumulativa. Aquí también se requiere que $n \geq 1$. Por lo tanto, la ecuación 23, para un caso con acuerdo, se convierte en:

$$\begin{aligned} &F_{V_1/A \text{ y } n \geq 1}(v_1/A \text{ y } n \geq 1) \\ &= \sum_{n=1}^{x} P(min\{V_i : i \in \{1, 2, ..., n\}\} \leq v_1/A, N = n \text{ y } n \geq 1) P(N = n/A \text{ y } n \geq 1) \end{aligned} \tag{32}$$

Si $v_1 \geq v_a^*$, la ecuación anterior es uno, dado que es seguro que el precio del proyecto esté por debajo o sea igual a v_1. Esto obedece a que el contratista que participa en el acuerdo establecerá su precio para el proyecto igual a v_a^* y, además, como se ha supuesto, cumplirá con todos los requisitos de la licitación. Por lo tanto, el precio mínimo, el que pague el contratante para el proyecto, será v_a^* o menor. El contratante, por lo tanto, pagará un precio entre a y v_a^*, incluyéndolos, no más.

Si $v_1 < v_a^*$, sólo se consideran a los $x - 1$ participantes restante en el proceso licitatorio y los $n - 1$ de ellos que cumplieron con todos los requisitos; no se incluye al que participa en el arreglo del proyecto, ya que es seguro que establezca un precio por arriba de v_1 cuando este último es menor que v_a^*.

$$
\begin{aligned}
&P(min\{V_i : i \in \{1,2,...,n\}\} \leq v_1/A, N = n \text{ y } n \geq 1) \\
&= 1 - \prod_{i=1}^{n} P(min\{V_i : i \in \{1,2,...,n\}\} \geq v_1/A \text{ y } N = n) \\
&= 1 - \left(\frac{b - v_1}{b - a}\right)^{n-1}
\end{aligned}
\tag{33}
$$

La ecuación anterior es muy parecida a la 26; la diferencia es que en la 26, $\frac{b-v_1}{b-a}$ se eleva a la n, mientras que en la 33, a la $n-1$. Esto obedece a que la probabilidad de que el concursante beneficiario establezca un precio superior a v_1 es uno.

Dado que el concursante beneficiario del acuerdo siempre cumplirá con los requisitos, entonces $P(n \geq 1/A) = 1$. Es decir siempre habrá, por lo menos, un concursante que cumpla con todos los requisitos. La probabilidad de que $n = 1$ dado el acuerdo es equivalente a estimar la probabilidad de que ninguno del resto de los participantes cumplan con los requisitos, sin condicionarlo al valor de alguna otra variable. La probabilidad de que $n = 2$ es equivalente a calcular la probabilidad de que el resto de los participantes sólo uno cumpla con todos los requisitos y así sucesivamente. En otras palabras, el resto de los participantes serán los que determinen las probabilidad de $P(N = n/A \text{ y } n \geq 1)$.

La probabilidad de que $N-1$ participantes cumplan con todos los requisitos se distribuye de manera binomial con parámetro $x-1$ y r^m. Dado que n puede ser uno, entonces $n-1$ toma su valor más bajo en cero. Esto significaría que ninguno de los participantes diferentes al que hizo el arreglo cumplen con todos los requisitos. En esta situación, el precio mínimo que paga el contratante es v_a^*, por lo que $F_{V_1/A}(v_1/A) = 0$ si $v_1 < v_a^*$. La función de distribución de N es:

$$P(N=n/A \text{ y } n \geq 1) = P(N=n-1) = \begin{cases} \binom{x-1}{n-1}(r^m)^{n-1}(1-r^m)^{x-n}, & \text{si } 1 \leq n \leq x \\ 0, & \text{e.o.c} \end{cases} \tag{34}$$

Por lo anterior,

$$F_{V_1/A \text{ y } n\geq 1}(v_1/A \text{ y } n \geq 1) = \sum_{n=1}^{x} \left[1 - \left(\frac{b-v_1}{b-a}\right)^{n-1}\right] \binom{x-1}{n-1}(r^m)^{n-1}(1-r^m)^{x-n} \tag{35}$$

$$F_{V_1/A \text{ y } n\geq 1}(v_1/A \text{ y } n \geq 1) = 1 - \sum_{n=1}^{x} \left[\left(\frac{b-v_1}{b-a}\right)^{n-1}\right] \binom{x-1}{n-1}(r^m)^{n-1}(1-r^m)^{x-n} \tag{36}$$

$$F_{V_1/A \text{ y } n\geq 1}(v_1/A \text{ y } n \geq 1) = 1 - \sum_{n=1}^{x} \binom{x-1}{n-1} \left(\frac{b-v_1}{b-a} r^m\right)^{n-1} (1-r^m)^{x-n} \tag{37}$$

Sea $k = n-1$. La ecuación anterior se convierte en:

$$F_{V_1/A \text{ y } n\geq 1}(v_1/A \text{ y } n \geq 1) = 1 - \sum_{k=0}^{x-1} \binom{x-1}{k} \left(\frac{b-v_1}{b-a} r^m\right)^{k} (1-r^m)^{x-k-1} \tag{38}$$

Por el teorema del binomio, la ecuación anterior se convierte en:

$$F_{V_1/A \text{ y } n\geq 1}(v_1/A \text{ y } n \geq 1) = 1 - \left[\frac{b-v_1}{b-a} r^m + (1-r^m)\right]^{x-1} \tag{39}$$

$$f_{V_1/A\text{ y }n\geq 1}(v_1/A\text{ y }n\geq 1)=\frac{dF_{V_1/A\text{ y }n\geq 1}(v_1/A\text{ y }n\geq 1)}{dv_1}=\frac{(x-1)r^m[\frac{b-v_1}{b-a}r^m+(1-r^m)]^{x-2}}{(b-a)} \tag{40}$$

La ecuación anterior es válida para $a\leq v_1<v_a^*$. Si $v_1>v_a^*$, su función de densidad toma el valor de cero al igual que si es menor que a. Para contar con toda la función de distribución de v_1 se requeriría calcular la $P(v_1=v_a^*/A\text{ y }n\geq 1)$. Ésta es $1-F_{V_1/A\text{ y }n\geq 1}(v_1=v_a^*/A\text{ y }n\geq 1)$:

$$P(v_1=v_a^*/A\text{ y }n\geq 1)=\left[\frac{b-v_a^*}{b-a}r^m+(1-r^m)\right]^{x-1} \tag{41}$$

Por lo anterior,

$$f_{V_1/A\text{ y }n\geq 1}(v_1/A\text{ y }n\geq 1)=\begin{cases}\frac{(x-1)r^m[\frac{b-v_1}{b-a}r^m+(1-r^m)]^{x-2}}{(b-a)}, & \text{si } a\leq v_1<v_a^*\\ \left[\frac{b-v_a^*}{b-a}r^m+(1-r^m)\right]^{x-1}, & \text{si } v_1=v_a^*\\ 0, & \text{e.o.c}\end{cases} \tag{42}$$

11.6. Código en R para encontrar, sin restricción, el número de participantes a invitar según el número de requisitos requeridos

```
rm(list=ls())
install.packages("xtable")
library(xtable)
a<-350000
b<-1000000
filas<-10000
r<-0.75
x<-(1:filas)
w<-5000
d<-30
Minimos<-matrix(nrow = 1,ncol = 3)
i<-1
n<-2
while (n>1) {
  rm<-r^i
  Minimos[i,1]<-i
  Minimos[i,3]<-min(((a+(b-a)*(1-((1-rm)^(x+1)))/((x+1)*rm)-b*(1-rm)^(x))/
(1-(1-rm)^x)+w*i*x/d))
  Minimos[i,2]<-which.min(((a+(b-a)*(1-((1-rm)^(x+1)))/((x+1)*rm)-b*(1-
rm)^(x))/(1-(1-rm)^x)+w*i*x/d))
  n=Minimos[i,2]
  Minimos<-rbind(Minimos,NA)
  i=i+1
}
Minimos
```

11.7. Código en R, con restricción, para encontrar el número de participantes a invitar según el número de requisitos requeridos

```
rm(list=ls())
install.packages("xtable")
library(xtable)
a<-350000
b<-1000000
filas<-10000
r<-0.75
x<-(1:filas)
w<-5000
d<-30
L<-100
Minimos<-matrix(nrow = 1,ncol = 3)
i<-1
n<-2
while (n>1) {
  rm<-r^i
  Minimos[i,1]<-i
  n=which.min(((a+(b-a)*(1-((1-rm)^(x+1)))/((x+1)*rm)-b*(1-rm)^(x))/(1-(1-
rm)^x)+w*i*x/d))
  if (n*i>L){
    n<-trunc(L/i)
    Minimos[i,3]<-(((a+(b-a)*(1-((1-rm)^(n+1)))/((n+1)*rm)-b*(1-rm)^(n))/
(1-(1-rm)^n)+w*i*n/d))}
  else {
    Minimos[i,3]<-min(((a+(b-a)*(1-((1-rm)^(x+1)))/((x+1)*rm)-b*(1-
rm)^(x))/(1-(1-rm)^x)+w*i*x/d))}
  Minimos[i,2]<-n
  Minimos<-rbind(Minimos,NA)
  i=i+1
}
Minimos
```

11.8. Código en R para calcular las funciones de densidad con y sin acuerdo, con diferentes parámetros

```
# Simulaciones para obtener la sección de Comparación de las funciones de
densidad
# con y sin acuerdo, con diferencia en parámetros.
rm(list=ls())
# Librerías
install.packages("tidyverse")
library(ggplot2)
# 1.Definición de parámetros.
alfa<-0.1
w<-54000
wg<-5000
sc<-60000
ca<-200000
cb<-100000
so<-100000
beta<-0.8
psi<-0.3
xi<-0.8
r<-0.75
ra<-0.7
rsa<-0.9
delta<-30
tao<-0.7
xl<-3
ml<-2
L<-10
a<-350000
b<-1000000
mu<-trunc(L/xl)
mu
xu<-trunc(L/ml)
xu
v<-seq(a,b,by=1)
v
# 2. Costo esperado contratante
cea<-beta*xi*psi*(w+sc)/alfa
cea
# 3. Precio óptimo contratante
vap<-(b-a)/(xl*(ra^mu))+a/xl+(xl-1)*cea/xl
vap
va<-if(vap<=a){a} else{if(vap>=b){b} else{vap}}
va
# 3.Generación del vector los valores de v, incluyendo a va
v<-c(v,va)
v
# 4.Función de densidad de v dado que hay acuerdo
fvRA<-ifelse(v<va,
             ((xl-1)*ra^mu/(b-a))*(((b-v)*ra^mu)/(b-a)+(1-ra^mu))^(xl-2),
             ifelse(v==va,(((b-va)*ra^mu)/(b-a)+(1-ra^mu))^(xl-1),0))
fvRA
summary(fvRA)
# 5.Función de densidad dado que no hay acuerdo
fvRNA<-(xu*rsa^ml/((b-a)*(1-(1-rsa^ml)^xu)))*(((b-v)*rsa^ml)/(b-a)+(1-
rsa^ml))^(xu-1)
```

```
fvRNA
summary(fvRNA)

# 6. Gráficos
datos<-as.data.frame(cbind(v,fvRA,fvRNA))
datos

yfd<-ggplot() +
  geom_line(data = datos, aes(x=v/1000,y = fvRA),colour="red") +
  geom_line(data = datos, aes(x=v/1000,y = fvRNA),colour="blue")+
  xlab("Valor de los proyectos \n(miles de pesos)")+ylab("Funciones de
densidad")+ggtitle("Gráfica 1. Funciones de densidad de v con y sin
acuerdo")+theme_minimal()+
  theme(plot.title = element_text(color = "black", size = 25, face =
"bold",hjust = 0.5))+
  theme(plot.title = element_text(family="Times"))+
  theme(axis.text=element_text(size=22), axis.title=element_text(size=22))+
  coord_cartesian(ylim = c(0, max(fvRNA)))+
  annotate("text", x=430, y=0.000005, label= "Sin acuerdo")+
  annotate("text", x=850, y=0.000004, label= "Con acuerdo")+
  annotate("text", x=894.3, y=0.000002, label= "Precio óptimo con
acuerdo=$894.3")

yfd
datos[v==va,]
```

11.9. Código en R para calcular las funciones de densidad con y sin acuerdo con los mismos parámetros, así como la probabilidad de que exista acuerdo dado el valor del proyecto

```
# Simulaciones para obtener la sección de Comparación de las funciones de
densidad
# con y sin acuerdo, con los mismos parámetros.
rm(list=ls())
# Librerías
install.packages("tidyverse")
library(ggplot2)
# 1.Definición de parámetros.
alfa<-0.1
w<-54000
wg<-5000
sc<-60000
ca<-200000
cb<-100000
so<-100000
beta<-0.8
psi<-0.3
xi<-0.8
ra<-0.7
rsa<-0.9
r<-rsa
delta<-30
tao<-0.7
xl<-3
ml<-2
L<-10
a<-350000
b<-1000000
mu<-trunc(L/xl)
mu
xu<-trunc(L/ml)
xu
x<-xu
m<-ml
v<-seq(a,b,by=1)
v
# 2. Costo esperado contratante
cea<-beta*xi*psi*(w+sc)/alfa
cea
# 3. Precio óptimo contratante con acuerdo
vap<-(b-a)/(x*(r^m))+a/x+(x-1)*cea/x
vap
va<-if(vap<=a){a} else{if(vap>=b){b} else{vap}}
va
# 3.Generación del vector los valores de v, incluyendo a va
v<-c(v,va)
v
# 4.Función de densidad de v dado que hay acuerdo
fvRA<-ifelse(v<va,
             ((x-1)*r^m/(b-a))*(((b-v)*r^m)/(b-a)+(1-r^m))^(xl-2),
             ifelse(v==va,(((b-va)*r^m)/(b-a)+(1-r^m))^(x-1),0))
fvRA
summary(fvRA)
# 5.Función de densidad dado que no hay acuerdo
```

```
fvRNA<-(x*r^m/((b-a)*(1-(1-r^m)^x)))*(((b-v)*r^m)/(b-a)+(1-r^m))^(x-1)
fvRNA
summary(fvRNA)

# 6. Gráficos
datos<-as.data.frame(cbind(v,fvRA,fvRNA))
datos

yfd<-ggplot() +
  geom_line(data = datos, aes(x=v/1000,y = fvRA),colour="red") +
  geom_line(data = datos, aes(x=v/1000,y = fvRNA),colour="blue")+
  xlab("Valor de los proyectos \n(miles de pesos)")+ylab("Funciones de
densidad")+ggtitle("Gráfica 2. Funciones de densidad de v, con y sin
acuerdo \n(mismos parámetros con acuerdo)")+theme_minimal()+
  theme(plot.title = element_text(color = "black", size = 25, face =
"bold",hjust = 0.5))+
  theme(plot.title = element_text(family="Times"))+
  theme(axis.text=element_text(size=22), axis.title=element_text(size=22))+
  coord_cartesian(ylim = c(0, max(fvRNA)))+
  annotate("text", x=400, y=0.0000011, label= "Con acuerdo")+
  annotate("text", x=400, y=0.000002, label= "Sin acuerdo")+
  annotate("text", x=894.3, y=0.000002, label= "Precio óptimo con
acuerdo=894.3")

yfd1<-ggplot() +
  geom_line(data = datos, aes(x=v/1000,y = fvRA),colour="red") +
  geom_line(data = datos, aes(x=v/1000,y = fvRNA),colour="blue")+
  xlab("Valor de los proyectos \n(miles de pesos)")+ylab("Funciones de
densidad")+ggtitle("Gráfica 3. Funciones de densidad de v, con y sin
acuerdo \n(mismos parámetros sin acuerdo)")+theme_minimal()+
  theme(plot.title = element_text(color = "black", size = 25, face =
"bold",hjust = 0.5))+
  theme(plot.title = element_text(family="Times"))+
  theme(axis.text=element_text(size=22), axis.title=element_text(size=22))+
  coord_cartesian(ylim = c(0, max(fvRNA)))+
  annotate("text", x=450, y=0.000006, label= "Con acuerdo")+
  annotate("text", x=700, y=0.000001, label= "Sin acuerdo")+
  annotate("text", x=405.6, y=0.000001, label= "Precio óptimo con
acuerdo=$405.6")


# 7. Esperanza v sin acuerdo
k<-(1-(1-r^m)^x)
k1<-(1-(1-r^m)^(x+1))
Ev1<-(1/k)*(a+((b-a)*k1)/((x+1)*r^m)-b*((1-r^m)^x))
Ev1

# 8.Probabilidad de que haya acuerdo dado v
PAvSA<-tao*fvRA/(tao*fvRA+(1-tao)*fvRNA)
PAvSA

yPAVA<-ggplot() +
  geom_line(data = datos, aes(x=v/1000,y = PAvA),colour="red") +
```

```
  xlab("Valor de los proyectos \n(miles de pesos)")+ylab("P(A/V)")
+ggtitle("Gráfica 4. Probabilidad de que exista acuerdo dado v \n(con
acuerdo)")+theme_minimal()+
  theme(plot.title = element_text(color = "black", size = 25, face =
"bold",hjust = 0.5))+
  theme(plot.title = element_text(family="Times"))+
  theme(axis.text=element_text(size=22), axis.title=element_text(size=22))

yPAVSA<-ggplot() +
  geom_line(data = datos, aes(x=v/1000,y = PAvSA),colour="blue")+
  xlab("Valor de los proyectos \n(miles de pesos)")+ylab("P(A/V)")
+ggtitle("Gráfica 5. Probabilidad de que exista acuerdo dado v \n(sin
acuerdo)")+theme_minimal()+
  theme(plot.title = element_text(color = "black", size = 25, face =
"bold",hjust = 0.5))+
  theme(plot.title = element_text(family="Times"))+
  theme(axis.text=element_text(size=22), axis.title=element_text(size=22))
yPAVA
yPAVSA

yPAV<-ggplot() +
  geom_point(data = datos, aes(x=v/1000,y = PAv1),colour="red") +
  geom_point(data = datos, aes(x=v/1000,y = PAv),colour="blue")+
  xlab("Valor de los proyectos \n(miles de pesos)")+ylab("P(A/V)")
+ggtitle("Gráfica 4. Probabilidad de que exista acuerdo dado v \n(con y sin
acuerdo)")+theme_minimal()+
  theme(plot.title = element_text(color = "black", size = 25, face =
"bold",hjust = 0.5))+
  theme(plot.title = element_text(family="Times"))+
  theme(axis.text=element_text(size=22), axis.title=element_text(size=22))+
  annotate("text", x=450, y=0.000006, label= "Con acuerdo")+
  annotate("text", x=700, y=0.000001, label= "Sin acuerdo")
yPAV
```