



**CENTRO DE ESTUDIOS DEMOGRÁFICOS,
URBANOS Y AMBIENTALES**

PRONÓSTICO MULTIVARIADO DE LA FECUNDIDAD EN MÉXICO
2011-2020.

Tesis presentada por:

ANGEL JAIR MORALES ESLAVA

Para optar por el grado de

MAESTRO EN DEMOGRAFÍA

Directores de tesis

Dr. Manuel Ordorica Mellado

Dr. José Eliud Silva Urrutia

MÉXICO, D.F.

Junio 2012

Agradecimientos

Sin duda, aunque ella crea que ya no la quiera, esto fue producto de todo su esfuerzo y valor acumulado durante 25-26 años, esto es gracias a mi Madre, la emprendedora que jamás ha dejado de luchar por esos ideales que hoy culminan en un trabajo de tesis más. Todo lo que he formado es, bajo los principios de la mujer que, no se conformó con darme la vida, sino con enseñarme muchas cosas que hoy son dignas de presumir el ejemplo que me puso desde siempre. Mi agradecimiento y admiración eterna es para ti **Elvia**, gracias Má!

El haber terminado la maestría, no hubiera sido nada sin alguien que estuvo ahí para hacerme la vida más fácil afuera y dentro del Colmex. Mi compañera que siempre me puso los pies en la tierra, que me vanaglorió, que me apoyó, que me regañó, que me ausentó, que me enseñó y que siempre hizo hasta lo imposible para que estuviéramos juntos y así, me condujera siempre por el camino correcto. Hoy en día que me encuentro con ella, es cuando valoro y admiro todo lo que hizo por mí, así como la confianza y el amor siempre puso en mí, éstos dos últimos, fueron los motivos para concluir lo que se plasma en esta tesis; ella sigue ahí, estimulando mis deseos y mis proyectos de vida; ella sigue ahí, haciendo lo que le toca. Ella, la que nunca se rindió en estos dos años: **Elissa**, te amo así bien intenso!

Quiquis, Jaquez por su paciencia y sus consejos. **Daniela, Camila, Diego, Eli, Ivonne, Tom y Rodrigo**, gracias por estar ahí, me mantendré agradecido por siempre con ustedes!

Eliud, no tengo palabras con qué agradecerte todos los consejos que, durante toda la maestría, fueron vitales para sobrevivir como estudiante del Colmex. Lejos de agradecer todo lo que me enseñaste académicamente, agradezco tu sincera amistad.

Dr. **Ordorica**, siempre he tenido admiración y respeto por usted. Nadie mejor que usted para haber plasmado su conocimiento en este trabajo. Al Dr. **Figueroa**, qué encanto haberlo tenido como lector y más por compartírnos su gran trabajo como persona y por recordarnos que los estudiantes son lo más importante en cualquier institución educativa.

A todas y todos los profesores del **CEDUA**, agradezco todo lo que hicieron por mí.

A mis amigos y amigas que formé en la maestría: **Aram, Fabi, Lau, Mau y Oli**. Sin ustedes, el proceso de estos dos años hubiera sido un aburrimiento total. Gracias! Así como a Jorge Rodríguez, *a.k.a* **Kanon**, muchas gracias carnalito por ser quien eres.

“Cuando se es joven, se crea.
Cuando se es inteligente, se produce.
No se adapta, se innova: la medianía copia;
la originalidad se atreve”

José Martí

Resumen

La fecundidad es una variable de la dinámica demográfica que ha desempeñado un papel fundamental en los cambios poblacionales de México. A partir de su descenso desde la década de los setentas ha fungido como factor para que los hacedores de políticas públicas, el gobierno y los académicos se centren en su estudio. Las variables que intervienen en el descenso de la fecundidad permanecen como uno de los temas que, con el paso de los años, se hace más interesante debido a las grandes transformaciones de la dinámica demográfica a lo largo del tiempo

El primer objetivo de este trabajo es el de analizar la evolución del número mensual de nacimientos en México, que se toma como la principal medida de la variable demográfica fecundidad. Las estadísticas vitales nos proveerán de esta medida, se cuentan con datos desde enero de 1992 hasta el mes diciembre de 2010 por edad de la madre El segundo objetivo es, a partir del análisis anterior, proponer un modelo estadístico para el pronóstico de estas series hasta el año 2020.

La metodología estadística desarrollada de series de tiempo multivariadas es trascendental para encontrar un modelo de vectores autorregresivos (*VAR*, *Vector Autoregressive* por sus siglas en inglés) que estime los niveles de fecundidad (nacimientos) y pronostique a un horizonte de diez años. Para ello, se utilizan los nacimientos registrados de niños nacidos vivos de menores de un año en México (como aproximación a los nacimientos ocurridos en un año) según edad de la madre -grupos de edad quinquenal: madres menores de 15 años, de 15 a 19, de 20 a 24, de 25 a 29, de 30 a 34, de 35 a 39, de 40 a 44 y de 45 a 49 años de edad- de forma mensual (Enero 1992 – Diciembre 2010).

Lo que se espera a partir de este pronóstico es conocer el nivel de fecundidad en México en el año 2020, las implicaciones en el tamaño y estructura de la población así como la estabilidad de los nacimientos a lo largo del periodo pronosticado y el año en el que su tasa de crecimiento se vuelve constante.

Índice

| | |
|---|-----|
| 1. Introducción..... | 1 |
| 2. Elementos teórico-estadísticos de la fecundidad..... | 6 |
| 2.1. Indicadores de la fecundidad y fuentes de información | 7 |
| 2.2 Antecedentes..... | 13 |
| 2.3 Estabilidad de los nacimientos..... | 19 |
| 2.3.1 Cambio en los nacimientos en una edad determinada..... | 22 |
| 2.3.2 Patrón arbitrario del descenso de la tasa de natalidad..... | 23 |
| 2.3.3 Modelo de proyección poblacional matricial..... | 24 |
| 2.3.4 Efectos de los valores y vectores propios..... | 26 |
| 2.3.5 La integral del Lotka | 29 |
| 2.4 Modelos teórico-estadísticos para la fecundidad..... | 31 |
| 2.5 Análisis de los nacimientos en México..... | 46 |
| 3. Metodología..... | 68 |
| 3.1 Introducción | 68 |
| 3.2 Modelo de Vectores Autorregresivos | 69 |
| 3.2.1 Estimación..... | 75 |
| 3.2.2 Selección de la longitud retraso del Modelo de Vectores Autorregresivos $VAR(p)$ | 77 |
| 3.2.3 Pronóstico..... | 78 |
| 4. Resultados..... | 81 |
| 4.1 Modelos probados..... | 81 |
| 4.2 Ajuste del Modelo..... | 87 |
| 4.3 Pronóstico | 94 |
| 5. Conclusiones..... | 104 |
| 6. Anexos..... | 108 |
| 7. Referencias | 121 |

Índice de Gráficas

| | |
|--|----|
| Gráfica 2.3.4.1. Tipo de oscilaciones si $\lambda > 1$ | 27 |
| Gráfica 2.3.4.2. Tipo de oscilaciones si $-1 < \lambda_i < 0$ | 27 |
| Gráfica 2.3.4.3. Tipo de oscilaciones si $\lambda_i < -1$ | 28 |
| Gráfica 2.3.4.4. Tipo de oscilaciones si $\lambda = a + bi$ | 29 |
| Gráfica 2.5.1. Nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año por edad de la madre, con periodicidad mensual. México 1992 – 2010..... | 48 |
| Gráfica 2.5.2 Logaritmo natural del número de nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año por edad de la madre. México 1992 – 2010..... | 50 |
| Gráfica 2.5.3. Nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año por edad de la madre –Madres menores de 15 años, de 15 a 19 años, de 20 a 24 y de 25 a 29 años, México 1992 – 2010..... | 51 |
| Gráfica 2.5.4. Nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año por edad de la madre –Madres de 30 a 34 años, 35 a 39, 40 a 44 y de 45 a 49 años. México 1992 – 2010..... | 52 |
| Gráfica 2.5.5. Logaritmo natural del número de nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año por edad de la madre –Madres menores de 15 años, de 15 a 19 años, de 20 a 24 y de 25 a 29 años,. México 1992 – 2010..... | 53 |
| Gráfica 2.5.6. Logaritmo natural del número total de nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año por edad de la madre –Madres de 30 a 34 años, 35 a 39, 40 a 44 y de 45 a 49 años. México 1992 – 2010..... | 54 |
| Gráfica 2.5.7 Componentes de la serie de nacimientos registrados de niños vivos menores de un año en mujeres menores de 15 años de edad. México 1992 – 2010..... | 57 |
| Gráfica 2.5.8. Componentes de la serie de nacimientos registrados de niños vivos menores de un año en mujeres de 15 a 19 años de edad. México 1992 – 2010..... | 58 |

| | |
|---|-----|
| Gráfica 2.5.9. Componentes de la serie de nacimientos registrados de niños vivos menores de un año en mujeres de 20 a 24 años de edad. México 1992 – 2010..... | 60 |
| Gráfica 2.5.10. Componentes de la serie de nacimientos registrados de niños vivos menores de un año en mujeres de 25 a 29 años de edad. México 1992 – 2010..... | 61 |
| Gráfica 2.5.11. Componentes de la serie de nacimientos registrados de niños vivos menores de un año en mujeres de 30 a 34 años de edad. México 1992 – 2010..... | 63 |
| Gráfica 2.5.12. Componentes de la serie de nacimientos registrados de niños vivos menores de un año en mujeres de 35 a 39 años de edad. México 1992 – 2010..... | 64 |
| Gráfica 2.5.13 Componentes de la serie de nacimientos registrados de niños vivos menores de un año en mujeres de 40 a 44 años de edad. México 1992 – 2010..... | 66 |
| Gráfica 2.5.14. Componentes de la serie de nacimientos registrados de niños vivos menores de un año en mujeres de 45 a 49 años de edad. México 1992 – 2010..... | 67 |
| Gráfica 4.2.1. Nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año según edad de la madre, México 1992 – 2010..... | 88 |
| Gráfica 4.2.2. Logaritmo natural del número de nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año por edad de la madre. México 1992 – 2010..... | 89 |
| Gráfica 4.3.1. Pronóstico de los nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año por edad de la madre, con periodicidad mensual con horizonte al año 2020..... | 95 |
| Gráfica 4.3.2. Pronóstico de nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año en madres menores de 15 años y en madres de 15 a 19 años de edad. México 2011 - 2020..... | 98 |
| Gráfica 4.3.3. Pronóstico de nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año en madres de 20 a 24 años y de 25 a 29 años de edad. México 2011 – 2020..... | 100 |
| Gráfica 4.3.4. Pronóstico de nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año en madres de 30 a 24 años y de 35 a 39 años de edad. México 2011 – 2020..... | 101 |

| | |
|--|-----|
| Gráfica 4.3.5. Pronóstico de nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año en madres de 40 a 44 años y de 45 a 49 años de edad. México 2011 - 2020..... | 103 |
| Gráfica A. Valores para $\psi(r)$, mostrando $\psi(0) = R_0$ y la raíz r_0 de $\psi(r) = 1$ | 108 |
| Anexo 3. Raíces inversas del polinomio característico autorregresivo para las series de los nacimientos, según edad de la madre..... | 112 |

Índice de Cuadros

| | |
|---|-----|
| Cuadro 2.5.1. Nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año. México 1992 – 2010..... | 47 |
| Cuadro 3.2.1. Fases de análisis de los modelos <i>VAR</i> | 75 |
| Cuadro 4.1.1. Cuadro Resumen con los modelos 1 - 5, pruebas estadísticas a validar y resultado..... | 86 |
| Cuadro 4.3.1. Pronóstico del número total de nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año con periodicidad anual con horizonte de pronóstico al año 2020..... | 97 |
| Anexo 1. Criterios de orden de selección de las raíces de orden del modelo <i>VAR</i> | 109 |
| Anexo 2. Residuales del modelo <i>VAR</i> para los ocho series..... | 109 |
| Anexo 4. Estadísticos de prueba del modelo <i>VAR</i> | 112 |
| Anexo 5. Pronóstico del número de nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año, según edad de la madre. México 2011 – 2020..... | 112 |

1. Introducción

La fecundidad es una variable de la dinámica demográfica que ha desempeñado un papel fundamental en los cambios poblacionales de México. A partir de su descenso desde la década de los setentas ha fungido como factor para que los hacedores de políticas públicas, el gobierno y los académicos se centren en su estudio. Las variables que intervienen en el descenso de la fecundidad permanecen como uno de los temas que, con el paso de los años, se hace más interesante debido a las grandes transformaciones de la dinámica demográfica a lo largo del tiempo.

La fecundidad ha sido un tema tratado desde diversos ámbitos y aristas, la importancia que tiene en el desarrollo y los cambios de la población del país, hace que su estudio se realice desde distintas direcciones. Por ejemplo, de acuerdo con Mier y Partida (2001) una particularidad del proceso de transición de la fecundidad en el país fue la activa participación del Estado para favorecer la reducción de la fecundidad en el último cuarto del siglo XX. En el ámbito académico se han realizado una cantidad importante de investigaciones sobre el descenso de la fecundidad, las variables que intervinieron para ello, la salud de la mujer y la salud del recién nacido o la planificación familiar (Véanse trabajos como el de Figueroa, 1989; Zavala de Cosío, 1992; Welti, 1994; Juárez et al., 1996b; Tuirán et al., 2002; Alders y De Beer, 2004; Rosas, 2011).

Respecto a los efectos en la sociedad, a lo largo del tiempo se ha visto que los determinantes de la fecundidad y las variables intermedias tienen un peso específico en ésta, así como en los patrones reproductivos de las mujeres y de la población total; los cambios en el rol de la mujer en el hogar y en el cuidado de los hijos, así como su desarrollo en la esfera social y económica; el papel que ahora juega el hombre en el hogar, ya no simplemente como el proveedor sino como ejecutante de tareas domésticas que implican el cuidado de los hijos; los derechos sexuales y reproductivos de las mujeres y la decisión de un número deseado de hijos; la relación que la fecundidad guarda con la inserción laboral y educación de las mujeres. Éstos son algunos de los aspectos que son importantes y que tienen una relación directa con el estudio de la fecundidad en México por

ser cuestiones en las cuales se han observado cambios importantes y notorios en las tres últimas décadas del siglo XX

Bajo todo el bagaje académico referente al comportamiento y estimación de dicho fenómeno demográfico, el tema que reviste este proyecto es el nivel de fecundidad al que se llegará en México. La metodología estadística que se empleará es la aportación más importante que este trabajo tendrá, ya que dicha metodología, no sólo tiene como objetivo el pronóstico del nivel de la fecundidad, sino las implicaciones de los niveles de la fecundidad en la población. El análisis de series de tiempo ha sido uno de las metodologías que ha provisto a la estadística de mejores resultados en cuanto a pronósticos y análisis de datos, debido al potencial que tienen los modelos generados a partir de observaciones pasadas con un error aleatorio, los cuales sirven para explicar el comportamiento de los datos así como realizar un pronóstico con el mínimo error posible.

Son pocos los trabajos que cuentan con la relación de la fecundidad con series de tiempo, son menos los que cuentan con una relación de series de tiempo multivariadas y fecundidad, por ello es preciso notar que en la realización de este proyecto se tendrá una participación novedosa de métodos estadísticos aplicados a fenómenos demográficos. Al finalizar este trabajo se tendrá un pronóstico de los nacimientos por grupos de edad a un horizonte de 10 años, éstos se desempeñarán como un indicador demográfico de la fecundidad en México, y quedará explicado el comportamiento del fenómeno demográfico bajo un modelo de series de tiempo multivariadas con el mínimo error posible.

Para iniciar este trabajo, se analizan los determinantes de la fecundidad, los trabajos que se han hecho en el tema de proyecciones de fecundidad, los indicadores, algunos elementos teóricos y estadísticos del fenómeno, las metodologías que han propuesto las y los autores, así como la recopilación de las fuentes de datos. De esta manera se tendrá una correcta selección de variables para el análisis del tema en cuestión.

En el primer capítulo de esta tesis se presenta *grosso modo* el tema de la fecundidad, los objetivos de este proyecto, la justificación y las hipótesis con las que se cuentan para el análisis de la fecundidad en México.

En el segundo capítulo se exponen los elementos teórico-estadísticos de la fecundidad así como las variables intermedias y los determinantes de ésta; los indicadores para la medición del fenómeno de la fecundidad son parte fundamental para el desarrollo de esta tesis. En este capítulo también se exhibe la teoría del patrón de descenso del número de los nacimientos por edades de la madre, el patrón estacionario de éstos, los modelos desarrollados para estimar niveles de fecundidad, investigaciones principalmente realizadas con series de tiempo para distintos países del mundo, junto con algunos realizados para México. Por último se realiza una descomposición espectral de los datos, dicho análisis tiene por objetivo servir como preámbulo para la elaboración de un modelo de vectores autorregresivos (*VAR*, *Vector Autorregresive* por sus siglas en inglés).

El tercer capítulo se destaca por incluir el marco teórico de la metodología de los modelos *VAR*, utilizada para la estimación y pronóstico de los niveles de fecundidad a 10 años. Se hace una breve introducción acerca de la historia de esta metodología estadística, se declara el modelo y el método de pronósticos multivariados, insumo más importante dentro de este proyecto.

Por su parte, el cuarto capítulo muestra los resultados de la estimación del modelo *VAR* y el pronóstico multivariado, tomando como insumo y principal indicador de la fecundidad, el número de nacimientos de niños nacidos vivos menores de un año. Los resultados están ligados directamente a las conclusiones derivadas de los niveles de fecundidad que arroje el modelo, como consecuencia de la importancia de una nueva metodología empleada y obtener un nuevo dato a partir de ésta.

Por último, las conclusiones realizadas a partir de los resultados mostrarán algunos tópicos relevantes acerca de los pronósticos multivariados y qué implica para otros temas relevantes dentro de la Demografía, tales como métodos anticonceptivos, políticas públicas y programas de planificación familiar, entre otros.

Los objetivos de esta tesis son:

1. Realizar un análisis exploratorio de la evolución de la fecundidad en México, observar su comportamiento en el pasado, el actual y el que se dará en un futuro.

Este primer objetivo tiene como finalidad examinar cuál ha sido el comportamiento de los nacimientos en México en el periodo de observación 1992-2010. Se analizarán los datos por medio de una descomposición espectral de series de tiempo, la cual consiste en fragmentar la serie en sus componentes de frecuencia básicos, cada uno de los cuales explica una determinada cantidad de la varianza de cada serie.

2. Con la metodología sugerida de series de tiempo multivariadas, proponer un modelo que sirva para explicar el comportamiento de los datos observados y que pronostique a un horizonte de 10 años.
3. Observar la evolución de los niveles de fecundidad, con el propósito de saber el comportamiento del número de nacimientos ocurridos en México.
4. Realizar un análisis exploratorio descriptivo, enmarcado por las conclusiones. Esto es, a partir del número total de nacimientos pronosticados por edad de la madre, el análisis del comportamiento de este nuevo número será vital para la elaboración de las conclusiones.

Las razones para el estudio de una de las variables demográficas importantes como la fecundidad pueden ser muchas, el fenómeno ha sido estudiado desde diferentes aristas y perspectivas teóricas. En este proyecto, al tener por objetivo aportar una nueva estimación de los nacimientos en México, con ayuda de una metodología estadística poco utilizada en la demografía, se debe tener en cuenta la importancia del dato y la metodología utilizada, dicha metodología cuenta con ventajas y desventajas, como cualquier otra que trabaje con datos históricos y además estime nuevos niveles. Los trabajos realizados hasta este momento abarcan modelos de series de tiempo univariadas, lo que se pretende en este trabajo es, a partir de un modelo de series de tiempo multivariado, modelar y pronosticar los nacimientos según la edad de la madre para este modelo se trabaja con ocho series históricas de nacimientos (tomando grupos quinquenales). El proyecto, al final dará un nuevo dato, un nuevo horizonte de pronóstico, distinto al que se ha dado en trabajos anteriores.

De esta forma, las hipótesis que se siguieron en este proyecto, en primer lugar hablamos de que los niveles de fecundidad en México han venido en descenso, desde la década de los setentas. Conforme a la hipótesis anterior, es importante tomar la hipótesis de

que el número de hijos que tiene una mujer está determinado por su edad. Una tercera hipótesis que se generó, con el fin de trabajar modelos de series de tiempo, y es que el número de nacimientos en México tienen un patrón estacionario, es decir, sus tasas de crecimiento en los últimos años han sido constantes; asimismo, un patrón estacional se ha venido observando, principalmente se tienen más nacimientos registrados en los primeros meses del año respecto a la segunda mitad de año.

2. Elementos teórico-estadísticos de la fecundidad

El estudio de la fecundidad desde el análisis demográfico se basa generalmente en la inclusión única de los niños nacidos vivos, es cierto también que en ciertos estudios se incluya a los niños nacidos muertos, a causa del modo en que se han establecido las estadísticas (Pressat, 2000).

Asimismo, en la observación de este fenómeno se ha encontrado que la edad de la mujer en esta variable demográfica es importante citarla, ya que las manifestaciones de la fecundidad en el grupo de edad que comprende la posibilidad de tener hijos, están notablemente relacionadas con las manifestaciones de la mortalidad, por lo que contar simplemente los niños nacidos de esas mujeres no dará una descripción satisfactoria de la fecundidad. En el estudio de la fecundidad, un concepto importante es el de la descendencia alcanzada en diferentes edades de la madre, esto es la suma de los nacimientos ocurridos en mujeres a una edad determinada siendo la descendencia final de la generación la alcanzada en el último año del periodo de edad de fecundidad. El estudio de la descendencia, acotado a una sola mujer, representa el número medio de sucesos por persona, con la cual se obtendrá la medida de la intensidad de la fecundidad. Por lo que toca al calendario de la fecundidad, estará dado por la distribución de los nacimientos ocurridos, la media de ese calendario será la llamada edad media de la madre al primer nacimiento en ausencia de mortalidad (Pressat, 2000)

Así, la existencia de una serie de datos de nacimientos nos permite, como ejemplo de fenómeno demográfico de sucesos que no se detienen en el tiempo, hallar los conceptos fundamentales señalados con anterioridad: intensidad y calendario. Se ha observado que la intensidad del fenómeno y su calendario no son independientes, mientras que la intensidad es más alta que la descendencia final, más largo será el tiempo necesario para la constitución de esa descendencia y el calendario expuesto. Sin embargo, cuando la descendencia final es poco variable, puede corresponder a modificaciones sensibles del calendario. Por último se detalla que es importante precisar que la palabra fecundidad se distingue de la palabra fertilidad; esta última designa la aptitud de una mujer o una pareja para procrear, mientras que por la fecundidad se entienden las manifestaciones de esta

aptitud. Una mujer fértil no es forzosamente fecunda, en cambio la fecundidad es una prueba de fertilidad (Pressat, 2000).

Las razones expuestas con anterioridad dan la vía para que la fecundidad se estudie a partir de los nacimientos de los niños nacidos vivos, porque es donde se observa por completo el calendario y la intensidad de la fecundidad en las mujeres, además del comportamiento reproductivo de éstas, tanto las que tienen hijos en un periodo de tiempo t como las que ya han terminado su periodo reproductivo y que cuentan con historias de nacimientos útiles para la medición de la fecundidad.

2.1. Indicadores de la fecundidad y fuentes de información

Dentro del objetivo de estudiar a la población, un punto importante para el estudio de ésta es la reproducción humana, en la cual, los nacimientos son el resultado de este proceso reproductivo. Por ello, es importante estudiar a la fecundidad como una dimensión social, relegando la dimensión biológica, enfatizando y reconociendo que la reproducción es un hecho social condicionada por factores de tipo económico, cultural, político e ideológico (Ervitti y Segura, 2000).

Ervitti y Segura (2000) afirman que la unidad primaria de análisis para el estudio de la fecundidad son los nacidos vivos en un periodo determinado, que por lo general es en un año. La población en estudio comprende a las mujeres en edad fértil -acotando que es una responsabilidad de dos y no nada más de la mujer; la información será más confiable respecto a, si se le pregunta a un hombre por el número de hijos que ha tenido o tiene, además, el periodo reproductivo de la mujer es más corto que el de los hombres y está mejor definido en el tiempo- (Ervitti y Segura, 2000 p. 105). Como la población femenina en edad fértil se considera a aquella que esté comprendida entre los 15 y 49 años o entre los 12 y 49 años de edad, si bien, no todas las mujeres entre estas edades tienen la capacidad de procrear, se toma a todas bajo el supuesto de que todas cuentan con esa capacidad.

El argumento que sostiene Keyfitz y Caswell (2005 p. 129) para que la fecundidad se enfoque en datos para las mujeres es:

- 1.- Los datos acerca de la madre, en los registros administrativos son más frecuente que los del padre.
- 2.- Son más los casos donde no se declara la edad del padre respecto a la edad de la madre, sobre todo para los nacimientos ilegítimos.
- 3.- Las mujeres tienen a sus hijos dentro de un rango de edades más estrecho y definido que el de los hombres, 15 a 49 años el intervalo de edades de la mujer frente a 15 a 80 años de los hombres.
- 4.- Las variaciones del espaciamiento y el número de hijos es menor en mujeres, esto es, una mujer puede tener hijos en intervalos de 1 ó 2 años, debido a su fisiología, limitándose a tener máximo veinte hijos aproximadamente; mientras que los hombres pueden tener un número elevado de hijos sin que sea necesario contabilizarlos.

Respecto al análisis de la fecundidad, se cuenta con dos tipos: el análisis transversal, en el que la fecundidad se mide de acuerdo a su nivel (tasas globales de fecundidad para un año) y estructura (tasas específicas de fecundidad o distribución de la fecundidad por edades). El periodo de referencia es un año por lo general. Y el análisis longitudinal, que consiste en medir a la fecundidad siguiendo la experiencia real de un grupo de mujeres durante toda su vida reproductiva, pueden ser de la misma edad o las que se casaron el mismo año; con información real se calcula la intensidad de la fecundidad, que refiere al nivel de la fecundidad de la cohorte así como a la estructura por edad (distribución de los nacimientos por edades) se le llama calendario de la fecundidad (Welti, 1994; Ervitti y Segura, 2000; Pessat, 2000; Siegel y Swason, 2004).

Según Pressat (2000) el número de medidas que existe para evaluar los niveles de fecundidad es amplio por dos razones: la primera se debe a las escalas de tiempo usadas para el calendario del fenómeno, como pueden ser la edad de la madre, la duración del matrimonio, o una combinación de ambas y la segunda, muy puntualmente a la distinción posible según el orden del nacimiento y la diversidad de las definiciones del orden.

Algunos de los indicadores utilizados con más frecuencia, se detallan a continuación.

La tasa bruta de Reproducción

A la descendencia final de una generación va ligado un indicador clásico, la tasa bruta de reproducción, habitualmente se simboliza con la letra R y se define como el número promedio de hijas nacidas vivas de una mujer en su periodo de fecundidad, es decir el cociente de los nacimientos de niñas sobre la población femenina en edad fértil, se estima ese periodo de edad de los 15 a los 49 años (Welti, 1998; Pessat, 2000; Siegel y Swason, 2004).

$$R_x = \frac{B_x^f}{P_x^{F(15-49)}} \times 1,000$$

Donde:

R_x es la tasa bruta de reproducción

B_x^f son los nacimientos de niñas en el año x .

$P_x^{F(15-49)}$ Población femenina en edad fértil, mujeres entre los 15 y 49 años de edad en el año x .

La Tasa bruta de Natalidad

La relación de los nacimientos vivos en un año con la población media de ese año es la tasa bruta de natalidad, la cual resiente la influencia de numerosos factores: estructura por edad de la población, precocidad e intensidad de la nupcialidad, prácticas anticonceptivas, etc. (Welti, 1998; Pessat, 2000; Siegel y Swason, 2004).

$$TBN_x = \frac{B_x}{P_x^T} \times 1,000$$

Donde

TBN_x es la Tasa Bruta de Natalidad en el año x .

B_x Son los nacimientos totales ocurridos en el año x .

P_x^T La población total en el año x .

La tasa Global de Fecundidad

Es vista como la relación entre los nacimientos vivos de un año con la población femenina entre 15 y 49 años de edad. En este caso, a diferencia de la tasa bruta de natalidad, no está influida por la estructura por edad de la población sino por la estructura por edad de las mujeres y constituye un mejor reflejo del estado de la fecundidad de las poblaciones para las cuales se calcula, esto también refleja el uso limitado para medir el nivel de fecundidad ya que constituye una medida aislada que no se integra a los conjuntos que conducen a los modelos descriptivos tradicionales de fecundidad (Welti, 1998; Pessat, 2000; Siegel y Swason, 2004).

$$TGF_x = \frac{B_x}{P_x^{F(15-49)}} \times 1,000$$

Donde

TGF_x es la Tasa Global de Fecundidad en el año x .

B_x Son los nacimientos totales ocurridos en el año x .

$P_x^{F(15-49)}$ Población femenina en edad fértil, mujeres entre los 15 y 49 años de edad en el año x .

Tasas Específicas de Fecundidad

Esta tasa muestra la distribución de los hijos según la edad de la madre a lo largo de su periodo fértil, con dicha tasa se conoce el comportamiento reproductivo de la mujer esto también se debe a que es una medida más refinada para conocer el nivel de fecundidad. Es preciso mencionar que la fecundidad no representa un comportamiento uniforme a lo largo del periodo fértil de la mujer, en el periodo de los 20 a los 29 años es donde se da el mayor número de nacimientos respecto a otros grupos de edad, tomando en cuenta que el periodo fértil abarca de los 15 a los 49 años. Esto deriva en un concepto importante en el estudio de la fecundidad, la estructura de ésta, la cual está en función de la edad modal en que se

produce la fecundidad de valor más elevado (Welti, 1998; Ervitti et. al, 2000; Pessat, 2000; Siegel y Swason, 2004).

Así como los indicadores presentados, las fuentes de información se vuelven relevantes en el sentido de la calidad y estimación de los niveles de la fecundidad, por lo cual, es importante entender la información que reviste la tesis, por un lado, con un análisis retrospectivo y por otro lado, con el análisis prospectivo. En este sentido, la información del fenómeno de la fecundidad proveniente de los censos, no es muy adecuada para medir los niveles de fecundidad, mucho menos, las tendencias de este fenómeno, la periodicidad decenal de estos instrumentos hace que las estimaciones posibles sean muy pocas y alejadas entre sí en un periodo de tiempo. Por otro lado, el carácter retrospectivo de la información referente al número de hijos vivos hasta el momento de la entrevista del censo presenta problemas de omisión, subregistro y mala declaración. Además, la información que contienen los censos es muy agregada por lo que no permite conocer las variables intermedias más importantes que explican los niveles de fecundidad (Juárez et al., 1996a).

Sin embargo, si se quiere estimar los niveles de fecundidad para unidades de análisis tales como localidad de residencia (urbana, rural o tamaño de la localidad) y entidades federativas, según características sociales y económicas (ocupación económica, nivel de educación y demás), los censos de población desempeñan un papel importante en la recolección de estos datos. A su vez, el inconveniente de utilizar los censos como fuente principal para estimar los niveles de fecundidad es el manejo de la información, los datos recolectados en las boletas censales no permiten estimar la influencia de las variables intermedias de la fecundidad sobre sus niveles. Además de esto, problemas de subregistro y de mala declaración –características más simples como la estructura por edad- llevan a desconfiar de las estimaciones de la fecundidad que de ellos derivan (Juárez et al., 1996a).

Por otro lado, los datos completos y exactos del registro civil proporcionan recuentos de nacimientos que pueden utilizarse sin ajustar o estimar en el cálculo de tasas y las medidas resumidas; el número de nacimientos registrados junto con la información complementaria de los censos de población y de las encuestas de hogares, se utilizan para estimar las cifras verdaderas correspondientes a los nacimientos, estimaciones que sirven para el cálculo de tasas y medidas resumidas. Dentro de los objetivos de los datos del

registro civil es que proporcionen información completa sobre los nacimientos, pero quizás la que se refiere a las características de dichos nacimientos tenga defectos, como la edad de la madre a la fecha del nacimiento (UN, 2004). Afortunadamente, el sistema de estadísticas vitales en México cuenta con una boleta que recaba esa información y más, como la escolaridad, situación conyugal de la madre y del padre, entre otros; sin olvidar los problemas de registro como en cualquier sistema de estadísticas vitales en el mundo.

Siguiendo con la idea del párrafo anterior, las dificultades que presentan las estimaciones sobre los niveles de fecundidad no serían un obstáculo si se dispusiera de datos sobre nacimientos recolectados en forma periódica, como son los de las estadísticas vitales. Desafortunadamente, éstas adolecen de la mala calidad, como ya se comentaba, casos donde no inscriben este hecho vital hasta los que lo hacen de forma tardía. En el pasado, el primer tipo de éstas insuficiencias eran las únicas que preocupaban, lo que llevó a varios intentos de mediciones de nivel de subregistro permanente; la segunda, el registro tardío de los nacimientos, no se le prestaba mucha atención, ya que se suponía que existía un efecto compensador del registro extemporáneo y que no sesgaba las estimaciones de fecundidad. En resumen, el registro extemporáneo acarrea problemas sobre las estimaciones de fecundidad y natalidad, esto significa que las obtenidas a partir de estadísticas vitales están sesgadas tanto por errores de registro como por el registro extemporáneo (Juárez et al., 1996b)

Naciones Unidas (2004) en su manual sobre la recolección de datos de fecundidad y mortalidad refiere a que, es responsabilidad del que declara el registro de estos sucesos vitales, es el informante quien debe comunicar toda la información que se le requiera en las boletas en el registro civil. También, es responsabilidad del que registra anotar y procesar cada detalle de la información que le proporciona el declarante. Con esto, la calidad de los registros administrativos es una responsabilidad conjunta entre sociedad y gobierno, a través de los registros civiles. Por último, vale la pena mencionar que una de las dificultades que presentan las encuestas de fecundidad, según Juárez y otras autoras (1996a), es que no es tan fácil hacer comparaciones entre éstas debido a las variaciones en el tipo de información recolectada, las diferencias en el marco muestral, las características

de las mujeres a seleccionar y, finalmente, por las diferencias en la calidad de los datos obtenidos por cada una de ellas.

Es importante tener en cuenta que en México, los niveles de fecundidad han ido en descenso, por ello la investigación demográfica ha puesto mayor énfasis en el estudio de este fenómeno, la mejora de las fuentes de datos, la repercusión en la estructura por edad de la población y las implicaciones que se tienen en el ámbito de las políticas públicas son algunos de los tópicos centrales que la investigación demográfica ha tenido que resolver con el paso de los años; en el caso de México, con el apoyo internacional de diversas instituciones ha hecho que la investigación en el tema tenga un bagaje extenso y suficiente para hablar acerca de éste. Dicho apoyo ha sido importante, uno de los avances logrados es la elaboración de encuestas con representatividad nacional, con las que se pretende tener datos con una buena calidad, de la mano de la instalación de sistemas de estadísticas vitales confiables, esto hace posible interpretar los cambios en el comportamiento reproductivo de las mujeres en México, ligados con otros fenómenos demográficos y sociales. (Juárez et al., 1996a).

2.2 Antecedentes

En contexto, años previos al inicio del descenso de la fecundidad y las caídas de las tasas de la mortalidad una de las consecuencias fue que la tasa de crecimiento anual de la población mexicana alcanzara las más elevadas magnitudes de su historia, generando preocupación por los volúmenes de población que se alcanzarían en un futuro y la presión que esto ejercería sobre la estructura social, haciendo que la investigación en el tema de fecundidad en México se convirtiera en una prioridad (Welti, 1994).

México tuvo un avance importante en el proceso de la transición demográfica durante el siglo XX, hecho que se plasmó en el intenso crecimiento de la población registrado entre 1930 y 1970, así como en su tasa de crecimiento más lenta en las últimas tres décadas. Se estima que la población total mexicana creció 1.7 por ciento en 1930 a 2.7 por ciento en 1950 llegando a un 3.5 por ciento en 1965. Desde ese año, como una consecuencia del declive de la mortalidad y la fecundidad, la dinámica demográfica del crecimiento poblacional comenzó gradualmente a desacelerarse, registrando una tasa de

crecimiento poblacional 3.3 en el año 1970, 2.6 en 1985 y finalmente en el año 2005 una tasa de 1.8 por ciento. El descenso de la fecundidad no se inició en el país hasta mediados de los años sesentas, los niveles de mantuvieron altos e incluso aumentaron antes del inicio de la década de los sesentas. A principios del siglo XX, en México las familias tenían alrededor de 6 hijos en promedio, alcanzando un máximo de 7 hijos durante los años sesenta. La difusión gradual de políticas y programas de planificación familiar han contribuido a la transición de la fecundidad en el país (UN, 2002).

En el boletín publicado por la Organización de las Naciones Unidas (2002), se propone para México tres etapas en el proceso del descenso de la fecundidad en México que pueden observarse como las siguientes:

I.- La primera fase –el descenso inicial- se da en el periodo de 1946 a 1973, cuando se da una caída en la tasa global de fecundidad (TGF) de casi un hijo.

II.- La segunda fase -disminución acelerada- comprende el periodo de 1974 a 1984, cuando la TGF disminuye en casi dos hijos, relacionando a este periodo cronológico con el establecimiento de las nuevas políticas de población.

III.- La tercera fase –disminución moderada- se extiende desde 1985 a 2001 cuando la TGF disminuye alrededor de 1.8 hijos.

Estas fases se traducen en el número de hijos como sigue, en el año 1978 una mujer tenía en promedio cinco hijos, luego en el año 1985 cae a cuatro hijos, luego a tres y hasta el año 1993 se alcanza un promedio de 2.4 hijos en promedio por mujer. La experiencia mexicana muestra que una vez iniciada la transición de la fecundidad el ritmo del descenso se acelera rápidamente. El cambio en los patrones de fecundidad es evidente, en 1974 cuando la política de población cobró mayor importancia, casi el sesenta por ciento de todas las mujeres terminaron su vida reproductiva con 6 hijos o más (UN, 2002).

Este descenso acelerado de la fecundidad de la población mexicana ocasionado principalmente por la participación diferencial de los factores tales como el uso de anticonceptivos, un incremento en la edad al matrimonio y una estabilidad de las uniones, este descenso repercutió de forma evidente en la tasa de crecimiento de la población. El

resultado más notorio de la baja de la fecundidad documentada por la información de las diversas fuentes se percibe en la tasa de crecimiento natural de la población a través de su efecto sobre uno de sus componentes: la tasa bruta de natalidad. A partir de la generación de información confiable sobre fecundidad proveniente de encuestas por muestreo desarrolladas a nivel nacional, se observó de manera paralela la modificación de los patrones de reproducción de la población mexicana vigentes durante largos periodos históricos. Fue necesario la elaboración de encuestas debido al limitado análisis que se puede realizar con solamente los nacimientos registrados, con el fin de establecer mediciones de la natalidad en un sentido más general y profundizar en el conocimiento de los factores que se relacionan con ésta (Welti, 1994).

Por otro lado, considerando los determinantes próximos de la fecundidad, según Bongaarts (1982), uno de los propósitos de los estudios de las causas de los niveles de fecundidad y de sus cambios es medir el impacto de los factores socioeconómicos sobre la fecundidad. Siguiendo la propuesta del autor, una de las principales características de las variables intermedias y de las variables socioeconómicas, culturales y ambientales, es que influyen de manera directa sobre ésta. Si cambia una variable intermedia de la fecundidad entonces cambia también la fecundidad, esta afirmación no necesariamente es válida para un determinante indirecto, como el ingreso o la educación.



La importancia del estudio de estos determinantes reviste en las relaciones y el esfuerzo por cuantificar el vínculo entre un conjunto de variables intermedias de la fecundidad y la propia fecundidad, los análisis han sido complejos desde el punto de vista de la evolución en los niveles de ésta (Bongaarts, 1982).

Sería imposible ser precisos en la definición de qué factores influyen para que los niveles de fecundidad bajen pues aparentemente son muchos, aunque se han identificado

algunos como constantes, que han afectado siempre a la fecundidad. La educación y un punto de vista racional se hicieron cada vez más importantes, como consecuencia del costo de crianza de los hijos aumentara y declinaron las posibilidades de contribuciones económicas de parte de los niños. Las mujeres se independizaron de las obligaciones familiares y encontraron nuevas ocupaciones económicas, menos compatibles con los nacimientos de nuevos hijos (Coale, 1973).

A su vez, en el contexto latinoamericano, Zavala de Cosío (1992) afirma que han coexistido dos modelos de transición demográfica en el que se reflejaron los cambios en los niveles de fecundidad. El primero de ellos reflejó cambios profundos en los patrones de reproducción, debido a modificaciones en las estructuras familiares, en la urbanización, en la escolarización en el mercado del trabajo, en la condición femenina con el cual aparecieron nuevos comportamientos reproductivos limitando los nacimientos por medio de métodos modernos anticonceptivos, el aborto probablemente e incluso métodos tradicionales por la fuerte presión religiosa y social. El segundo de estos modelos mostró la reducción de la fecundidad con la implementación de programas de planificación familiar públicos o privados. Con estos dos modelos se mostró que el descenso de la fecundidad no reflejaba mejorías en las condiciones de vida, sino que la regresión en los niveles de bienestar económico provoca una reducción de la fecundidad, ya que el tener muchos hijos plantea serios problemas económicos a las familias pobres (Boseruo, 1985; de Carvalho y Rodríguez Wong, 1990 en Zavala de Cosío, 1992). Esta idea de Zavala de Cosío, respecto al segundo modelo de transición demográfica y los cambios en los niveles de fecundidad con la implementación de programas de planificación familiar, Arriaga y Davis la enfatizan en el sentido de que no importa cuál sea el tipo y nivel de desarrollo de la sociedad para que la implementación de estos programas funcione de manera eficaz (Arriaga y Davis, 1969 en Conning, 1973).

Es importante tener en cuenta que el descenso de este fenómeno observado por medio de las encuestas no se ha manifestado de igual forma, en virtud de que si bien la fecundidad por edad de la madre ha descendido y los cambios de la estructura por edad de la población que acompaña a este proceso den como resultado un incremento en el porcentaje de mujeres en edad reproductiva en relación con el total de la población, se ha

reflejado en el indicador que se utilice en la medición de la fecundidad y actuando de forma inversa a la baja de la fecundidad (Varela et al., 2008).

Beatriz Figueroa (1989) compila una serie de trabajos relacionados con las estimaciones de los niveles de la fecundidad para el periodo 1940 – 1980; el primero de ellos es el realizado por Marta Mier y Terán en el que presenta las principales estimaciones de la natalidad y de la fecundidad en el país, elaboradas a partir de los datos del registro civil y de los censos, también señala las posibles causas de las divergencias entre éstas. En el segundo trabajo, la que compila además revisa, compara y hace un balance de las estimaciones que se realizaron, con base en la información de los censos y las estadísticas vitales, respecto al periodo de los años 1950 a 1980. Por su parte, Leopoldo Núñez describe las principales estimaciones encontradas a través de las encuestas nacionales: La familia en México 1969, Encuesta Mexicana de Fecundidad 1976, Encuesta Nacional de Prevalencia en el uso de métodos anticonceptivos 1979, Encuesta Rural de Planificación Familiar 1981 y la Encuesta Nacional Demográfica 1982. Partida Bush utiliza el modelo parametrizado de fecundidad de Coale y Trussel para analizar la fecundidad en México, con tres parámetros: la edad inicial de entrada al mercado matrimonial, la velocidad con que ocurren las primeras nupcias y el grado de control natal marital.

Walti (1994) también muestra una clara evolución en los trabajos realizados para estimar la fecundidad en México, los que se elaboraron antes de los años setentas fue difícil dar una estimación de esta variable demográfica, ya que entre los principales problemas se ubica la calidad de la información original así como en los métodos de ajuste y la naturaleza de los índices utilizados en cada investigación. Para estas investigaciones se utiliza información de dos fuentes principales: censos y estadísticas vitales, de esta forma derivar en estimaciones de la evolución de la fecundidad de la población en el pasado reciente.

Este tipo de análisis ha sido constante. Trabajos como los que se editan en La Situación Demográfica de México, publicación del CONAPO, sirven hoy en día para mirar por dónde van dichos análisis. Entre los mencionados está el de Tuirán y otros autores (2002) en el que hacen un análisis de las tendencias y perspectivas de la fecundidad, examinando los niveles y diferenciales de la fecundidad en México durante las tres últimas

décadas. Otro trabajo que se imprimió en esta serie y analiza a la fecundidad en México es el de Romo y Sánchez (2009), los autores contrastan distintas fuentes de información tradicionalmente utilizadas para la estimación de la fecundidad, como las encuestas especializadas y las estadísticas vitales, con la intención de analizar a dicho fenómeno demográfico paralelamente desde dos instrumentos que aportan datos para su estimación. Dentro de los trabajos recientes en los que se plantea el rápido descenso de la fecundidad en México y las implicaciones que ésta tiene es el de Echarri (2008), el cual aborda tres aspectos de la fecundidad, el primero refiere a la evolución reciente de la fecundidad, el segundo a las inconsistencias entre las diferentes fuentes de información y el último a la plausibilidad de la evolución futura de la fecundidad en las proyecciones de población.

Para México se han elaborado numerosos trabajos respecto a las proyecciones de población, en ellos ha estado inmerso las estimaciones acerca de fecundidad, la mayoría de ellas utilizando el método de los componentes, destacados por la importancia que han tenido en la planeación o por la validez de sus planteamientos, los trabajos de: Benítez y Cabrera por el Banco de México en 1966; las de Tomás Frejka publicadas por *Population Council* en 1975; las proyecciones de las Naciones Unidas; Benítez y Jiménez en conjunto con El Colegio de México, el Instituto de Investigaciones Sociales (IIS) de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) en 1978; Gladys Rosales en 1979; Whitney Hicks en 1980; Camposortega en 1980 basadas en la información censal de 1970; y las proyecciones que hace el Consejo Nacional de Población (CONAPO) y el Centro Latinoamericano de Demografía (CELADE) (Camposortega, 1989). Todos estos trabajos con distintas hipótesis y diversas metodologías para el análisis y proyección de esta variable demográfica; dentro de la heterogeneidad de éstos se ha encontrado que los modelos matemáticos fijan las características de las hipótesis y no a la inversa, esto supone que es el modelo el que define la realidad (Arriaga, 1989); Asimismo en la diversidad de estas investigaciones se ha observado la evolución, situación actual y perspectiva de aquellos factores que mantienen una relación estrecha con la conducta reproductiva de la población mexicana, así como, la falta de evaluación en las fuentes de datos.

Recientemente los trabajos de CONAPO de las proyecciones de población en México, en cuestión de la fecundidad; Partida Bush (2008) realiza un ajuste de la curva por

medio de una función logística con parámetros conocidos y determinados por un grupo de expertos de las Naciones Unidas. Los trabajos de Figueroa (2006) así como el de Galindo y Ordorica (2007) han dado cuenta de las estimaciones de los nacimientos a partir de las estadísticas vitales, el primero para la década de los noventas y el segundo para un periodo de cincuenta años (1950-2000). El último trabajo del que se hace mención es el que realizó García (2010) en su tesis doctoral, en la sección del pronóstico estocástico de la fecundidad ajusta un modelo de series de tiempo siguiendo la idea de Lee y Carter (1992) el cual sirve para explicar el comportamiento de la serie y realizar su pronóstico al año 2050.

Los trabajos publicados acerca de la estimación de la fecundidad y su proyección van de la mano con datos de encuestas retrospectivas en mujeres en edad fértil, pocos abordan nacimientos registrados de las estadísticas vitales debido a los problemas que se presentan en el registro; la conciliación con la población femenina obtenida de los censos de población hace más difícil obtener una tasa global de fecundidad tan precisa que explique los niveles de fecundidad. Debido a la dificultad que representa esta conciliación de datos, este proyecto trabaja con los nacimientos registrados de los niños nacidos vivos menores de un año como insumo principal e indicador básico de la fecundidad; dentro de la propuesta metodológica, está previsto el análisis de los nacimientos en México para, de esta forma, dar un pronóstico de éstos y estimar el nivel y tendencia de la fecundidad a partir de este indicador.

2.3 Estabilidad de los nacimientos

Una de las teorías, aplicable a este trabajo, es la que desarrollan Keyfitz y Caswell (2005) en su libro *Applied Mathematical Demography* es la correspondiente a la distribución por edad de la madre en los nacimientos afectada por una tasa r , que es la tasa de crecimiento poblacional.

Esta tasa de crecimiento poblacional supone que los nacimientos crecen a una tasa fija r y sujetos a una probabilidad de supervivencia $l(a)$. El argumento de que la distribución fuera estable se basa en las tasas de natalidad $m(a)$, donde se deriva que $m(a)da$ es la probabilidad de que una mujer a la edad a alternativamente tenga un hijo o una hija en un determinado intervalo de edad da , por ello se considera, ahora, una tasa de

crecimiento determinada por la acción conjunta de la natalidad y la mortalidad, esta tasa es tratada como un parámetro de forma arbitraria. Para ello, hay que tomar en cuenta un modelo en el que exactamente un niño, $m(a)da$, sea producido por cada mujer en un intervalo de tiempo da , esta afirmación parte del supuesto de que en la reproducción humana, en poblaciones reales, es donde los niños nacen, no de forma continua, sino por unidades con ocasionales nacimientos múltiples y con una variación aleatoria significativa.

Para encontrar la ecuación que explique el comportamiento de los nacimientos en un periodo determinado, además de la estabilidad de éstos a lo largo del tiempo, se supone que los nacimientos aumentan a una tasa fija de r , entonces la distribución de los nacimientos por edad de la madre, comienza a ser estable, una proposición que se ha demostrado en diversas ocasiones (Sharpe and Lotka 1911, Lotka 1939, Parlett 1970, López 1961, McFarland 1969 en Keyfitz y Caswell, 2005). Cuando se ha alcanzado la estabilidad, la fracción de la población en las edades a a $a + da$ es $be^{-ra}l(a)da$, dado que los nacimientos son calculados multiplicando a la población expuesta por $m(a)$, la fracción $be^{-ra}l(a)da$ aporta $be^{-ra}l(a)m(a)da$ nacimientos por unidad del total de la población.

La integral de la expresión anterior, tomando como valor mínimo α a la edad fértil más temprana y a β como la edad fértil más alta, es $\int_{\alpha}^{\beta} be^{-ra}l(a)m(a)da$ que es la tasa de natalidad general. Pero b es la tasa de natalidad en la población con una distribución de edad $be^{-ra}l(a)da$, por lo que puede ser equiparada a la integral en la última igualdad del párrafo anterior, proporcionando una nueva ecuación:

$$\int_{\alpha}^{\beta} be^{-ra}l(a)m(a)da = b \quad [2.3.1]$$

Si se divide entre b , se obtiene:

$$\int_{\alpha}^{\beta} e^{-ra}l(a)m(a)da = 1 \quad [2.3.2]$$

Esta ecuación es la forma más general obtenida por Lotka (1939, p.65 en Keyfitz y Caswell, 2005) y es llamada la ecuación característica para una tasa r desconocida, también nos dice que la última tasa de crecimiento implicada por $l(a)$ y $m(a)$ después de estar actuando sobre ésta un periodo de tiempo suficiente, se logra la estabilidad.

Para una función de maternidad general $l(a)m(a)$, la ecuación [2.3.2] tiene un número infinito de raíces, de las cuales sólo la raíz real contesta la cuestión de estabilidad tratada en esta sección. La singularidad de la raíz real se deriva del hecho, de que $\int_{\alpha}^{\beta} e^{-ra}l(a)m(a)da$, tiene una primera derivada, ejemplo $\psi(r)$, y es una función monótona decreciente de r , la cual toma valores ∞ para cuando $r = -\infty$ y el valor 0 cuando $r = \infty$. Por lo tanto $\psi(r)$ puede cruzar una sola vez cualquier línea horizontal en la mitad del plano $\psi(r) > 0$, incluyendo la línea de una unidad por encima del eje r , y por tanto $\psi(r) = 1$ puede tener una y sólo una raíz (Véase Gráfica A en la sección de Anexos). Entonces, la función $\psi(r)$ cruza el eje vertical en

$$\psi(0) = \int_{\alpha}^{\beta} l(a)m(a)da = R_0 \quad [2.3.3]$$

Que finalmente es la Tasa Bruta de Reproducción.

Es importante dar un esbozo de un método iterativo para encontrar las raíces reales de la ecuación [2.3.2], a continuación se muestra cómo a partir de ese método se deducen varias ecuaciones importantes para entender cómo se logra la estabilidad en el número de nacimientos a lo largo del tiempo.

Primero, se tiene que si T es una edad elegida de forma arbitraria cerca de la edad media al primer nacimiento, se multiplican ambos lados por e^{Tr} :

$$\int_{\alpha}^{\beta} e^{-(a-T)r}l(a)m(a)da = e^{Tr} \quad [2.3.4]$$

Al aplicar una transformación con una función logaritmo y dividiendo entre T se obtiene:

$$r^* = \frac{1}{T} \log \int_{\alpha}^{\beta} e^{-(a-T)r}l(a)m(a)da \quad [2.3.5]$$

El lado izquierdo de la ecuación se ha marcado con un asterisco para sugerir el uso de la ecuación de iteración; la tasa r desconocida entra a la derecha, pero de forma que no influye en gran medida a la integral; la medida en que r influye en el lado derecho de la ecuación [2.3.5] determina la velocidad de convergencia y es medida por el valor absoluto de la derivada dr^*/dr (Scarborough 1958 en Keyfitz y Caswell, 2005). Si $|dr^*/dr|$ es menor que 1 en la vecindad de solución, la convergencia se producirá; y si es mucho menor

que 1, la convergencia será mucho más rápida. De [2.3.5], dr^*/dr se ve que tiene un factor $1 - kT$, donde k es la edad media al primer nacimiento en una población estable, es decir:

$$k = \int_{\alpha}^{\beta} a e^{-ar} l(a) m(a) da \quad [2.3.6]$$

Dado que r satisface [2.3.2], el denominador de la expresión para la edad media k es igual a la unidad. Por otro lado, la derivada dr^*/dr parece estar diciéndonos que si ponemos una T arbitraria igual a algún número cercano a k , la convergencia se dará de forma más rápida; de hecho, no sabemos el factor k antes de encontrar la tasa r , pero k varía poco entre las poblaciones y T , que es el resultado de esa integral para poblaciones estables.

2.3.1 Cambio en los nacimientos en una edad determinada

En la sección anterior, vimos cómo se formaliza la teoría de la estabilidad de los nacimientos en las distintas edades de las mujeres, a partir del cálculo de una tasa de crecimiento poblacional desconocida fue posible ver esa estabilidad, también se llegó, a partir de la conceptualización de los nacimientos en poblaciones estables, a una edad media de la mujer que tiene a su primer hijo: 27.5 años (Keyfitz y Caswell, 2005). Ahora veamos qué sucede con el cambio en el número de nacimientos a una edad determinada el cual está dado por ejemplo por el uso de métodos anticonceptivos y cómo es el efecto de éstos en la edad de las mujeres.

Como sugieren los autores, supongamos que para un intervalo de edad alrededor de x , el valor de $m(x)$ cambia por $m(x) + \Delta m(x)$; nuestro problema ahora es encontrar el valor de Δr por el cual se modifica r . El nuevo valor $r + \Delta r$ se obtiene de la ecuación característica [2.3.2], de la siguiente manera:

$$\int_{\alpha}^{\beta} e^{-(r+\Delta r)a} l(a) [m(a) + r + \Delta m(x)] da = 1 \quad [2.3.7]$$

Donde hemos modificado $m(a)$ mediante la adición a la cantidad de $\Delta m(x)$ ¹ para un año x .

El lado izquierdo de [2.3.7] consta en dos partes, uno por una integral y el otro por $e^{-(r+\Delta r)x} l(x) \Delta m(x)$. Si $e^{-(r+\Delta r)a}$ lo reescribimos como $e^{-ra} (1 - a\Delta r)$ dentro de la

¹ Por cualquier problema que cause tal notación, se sabe que $\Delta m(x)$ es una función de a , definida como cero en todas partes, excepto en el intervalo $x - \frac{1}{2}$ a $x + \frac{1}{2}$, el cual es $\Delta m(x)$.

integral, surgen dos integrales, de la cual $\int_{\alpha}^{\beta} e^{-ra}l(a)m(a)da$ es igual a la unidad de la ecuación [2.3.2], y $\int_{\alpha}^{\beta} ae^{-ra}l(a)m(a)da$ es igual a k , la edad media de la maternidad en una población estable. Si $\Delta m(x)$ es suficientemente pequeña que el término, implica que $\Delta r \Delta m(x)$ puede ser ignorada, obteniendo entonces:

$$\Delta r \approx \frac{e^{-rx}l(x)}{k} \Delta m(x) \quad [2.3.8]$$

Así la tasa intrínseca r cambia por $\frac{e^{-rx}l(x)}{k}$ veces en la edad específica de la edad al nacimiento $m(x)$. Nótese que el coeficiente $\Delta m(x)$ es proporcional al número de mujeres en una estructura por edad estable. Así, el efecto relativo de los cambios en las tasas a diferentes edades es proporcional al número de mujeres en esas edades. Este análisis de sensibilidad es una forma de explotar los modelos para obtener una afirmación condicional de la causa y efecto en otros casos donde el resultado es menos obvio (Keyfitz y Caswell, 2005).

2.3.2 Patrón arbitrario del descenso de la tasa de natalidad

La importancia del patrón del descenso de la tasa de natalidad recae en que dicha tasa disminuye más rápido en algunas edades que en otras. Para las poblaciones modernas, la caída inicial ha sido mayor en edades más avanzadas. Las edades que caen están parcialmente relacionadas con los métodos de control de la población, como la esterilización, la píldora anticonceptiva, el aborto y el dispositivo intrauterino así como otros métodos anticonceptivos (Keyfitz y Caswell, 2005).

En México, como se ha mencionado a lo largo de este trabajo, la tasa de fecundidad empezó su caída en los años setentas, época en la que los métodos de planificación familiar comenzaron a difundirse y a emplearse entre la población femenina. A partir de esos años, la fecundidad en México ha ido en descenso hasta casi llegar al nivel de reemplazo de fecundidad (2.1 hijos por mujer). Para explicar mejor, siguiendo la notación propuesta de Keyfitz y Caswell (2005), el descenso del nivel de los nacimientos, es decir, el patrón del descenso de la natalidad. Comencemos imaginando posibles cortes $g(a)$ tomados de la

función de nacimientos $m(a)$ por los diversos métodos de control de natalidad, dando como resultado que la función de fecundidad sea $m(a) - kg(a)$ donde k es una constante.

En primer lugar se considera una función arbitraria $g(a)$ y se observa los efectos de eliminar k veces ésta de la función de $m(a)$, donde entonces el análisis se centrará en dos casos especiales:

- 1.- El efecto sobre la tasa r reduciendo $kg(a)$, donde k es pequeña, como si se tratara de examinar la dirección y el ritmo del primer paso hacia la reducción de la fecundidad.
- 2.- La condición de estacionariedad que será el resultado de sustraer $kg(a)$ de $m(a)$, donde k es ahora suficientemente grande para producir estacionariedad.

Estos dos efectos de los nacimientos son considerados para el análisis de los datos de este trabajo, por un lado se tiene un efecto de reducción de los nacimientos en algunas edades de la madre. Bajo un análisis previo de los datos utilizados en este trabajo, se examina la dirección y el ritmo de la reducción de la fecundidad. Por otro lado, el resultado que mencionan Keyfitz y Caswell acerca del efecto de estacionariedad, se observa en el mismo análisis. De esta forma, se concluye que, mientras que en un modelo determinista se habla de equilibrio, en un modelo estocástico se habla de estacionariedad; esto es, que para las ocho series en estudio, esté presente el supuesto de estacionariedad.

2.3.3 Modelo de proyección poblacional matricial

El modelo de pronóstico que se presentará en el capítulo de la Metodología, arroja una matriz de coeficientes para estimar el número de nacimientos en un determinado horizonte de pronóstico. La importancia de saber cómo es un modelo de proyección poblacional de forma matricial ayuda a comprender los resultados del pronóstico presentados más adelante; en dicho modelo se multiplica una matriz (la de coeficientes que arroja el modelo *VAR*) por el número de nacimientos según el número de retrasos que salga en el modelo. Es preciso distinguir que un modelo matricial es importante para fines de estimación multivariada de los nacimientos.

Entonces definamos un modelo matricial de proyección de población como lo sugieren Keyfitz y Caswell (2005), de la forma:

$$n(t + 1) = An(t) \quad [2.3.9]$$

Donde $n(t)$ es el vector de población y A una matriz de horizonte de proyección, es importante notar que para la proyección de una población se remite a la solución analítica de [2.3.9], esta solución proporciona las herramientas básicas para el análisis demográfico. Dicha ecuación tiene dos derivaciones en su solución (Caswell 1997 en Keyfitz y Caswell, 2005) que llegan al mismo resultado de distinta forma.

Ambas derivaciones usan valores y vectores propios de la matriz A , entonces se define un vector w (lado derecho) que es un vector propio de A y un escalar λ que corresponde a un valor propio si:

$$Aw = \lambda w \quad [2.3.10]$$

La cual implica que

$$(A - \lambda I)w = 0 \quad [2.3.11]$$

Donde I es una matriz identidad y 0 es un vector de ceros. Una solución distinta de cero para w existe si y solo si $(A - \lambda I)$ es singular, es decir que su determinante sea igual a cero:

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad [2.3.12]$$

Esta es la ecuación característica de tiempo continuo correspondiente a la ecuación [2.3.2]. Asociado con cada valor propio también existe un vector propio v que satisface:

$$v^*A = \lambda v^* \quad [2.3.13]$$

Donde v^* es el conjugado complejo transpuesto de v .

Si A es una matriz de tamaño $s \times s$, la ecuación característica es un polinomio de orden s y A tendrá s parejas de valores y vectores propios.

$$Aw_i = \lambda w_i \quad [2.3.14]$$

$$v_i^*A = \lambda v_i^* \quad [2.3.15]$$

Cada uno es una solución de la ecuación característica. La solución de [2.3.9] depende de todos éstos. Ahora supongamos que los vectores propios son linealmente independientes; una condición suficiente de esto es que todos los valores propios sean distintos entre sí.

Las dos ecuaciones que derivan de la ecuación [2.3.9] se presentan a continuación, la primera de ellas es:

$$n(t) = \sum_i c_i \lambda_i^t w_i \quad [2.3.16]$$

c_i son los coeficientes de una combinación lineal de $n(t)$, entonces, la solución de [2.3.9] es una suma ponderada de s exponenciales, los pesos son determinados por las condiciones iniciales.

La segunda derivación que sigue es:

$$n(t) = \sum_i \lambda_i^t w_i v_i^* n_0 \quad [2.3.17]$$

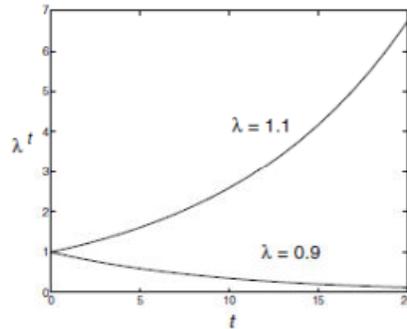
Donde v_i^* es el conjugado complejo transpuesto del vector propio derecho correspondiente a λ_i . El producto $w_i v_i^*$ es una matriz, la cual es llamada muchas veces matriz componente de A y el producto $v_i^* n_0$ denota un escalar.

2.3.4 Efectos de los valores y vectores propios

No importando como se derivó la ecuación [2.3.9], el comportamiento a largo plazo de $n(t)$ dado por [2.3.16] y [2.3.17] y además depende de los valores propios λ_i , los cuales pueden ser complejos o reales y su contribución a la solución se resume como sigue:

- Si λ_i es positivo, λ_i^t produce un crecimiento exponencial si $\lambda > 1$ y un decaimiento exponencial si $\lambda < 1$.

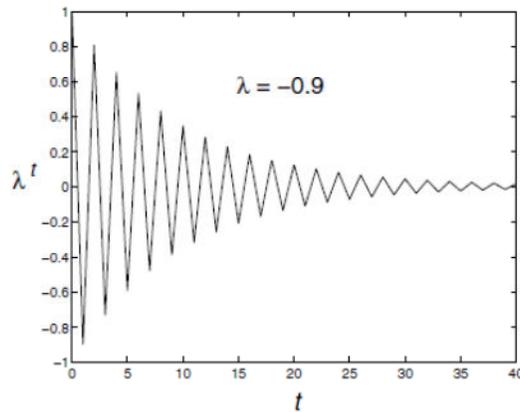
Gráfica 2.3.4.1. Tipo de oscilaciones si $\lambda > 1$.



Fuente: Keyfitz y Caswell, 2005 p. 152

- Si $-1 < \lambda_i < 0$, entonces λ_i^t exhibe oscilaciones moderadas con un periodo igual a 2.

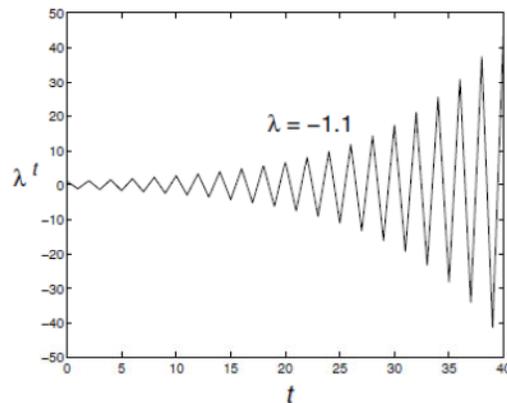
Gráfica 2.3.4.2. Tipo de oscilaciones si $-1 < \lambda_i < 0$.



Fuente: Keyfitz y Caswell, 2005 p. 153

- Si $\lambda_i < -1$, entonces λ_i^t produce oscilaciones divergentes con un periodo igual a 2

Gráfica 2.3.4.3. Tipo de oscilaciones si $\lambda_i < -1$.



Fuente: Keyfitz y Caswell, 2005 p. 153

- Valores propios complejos también producen oscilaciones. Supongamos que $\lambda = a + bi$ que en coordenadas polares es, $\lambda = |\lambda|(\cos\theta + i\sin\theta)$, donde $|\lambda| = \sqrt{a^2 + b^2}$ es la magnitud de λ y $\theta = \tan^{-1}(\frac{b}{a})$ es el ángulo formado por λ en el plano complejo, de esta forma:

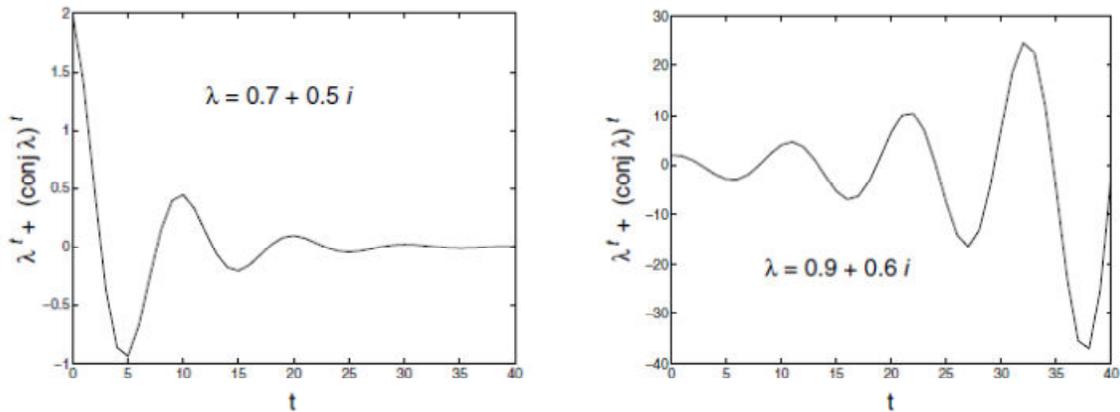
$$\lambda^t = |\lambda|^t(\cos\theta + i\sin\theta) \quad [2.3.18]$$

Los valores propios complejos vienen en pares conjugados complejos, por lo que $\bar{\lambda} = a - bi$ también es un valor propio. La solución de la ecuación de proyección contiene términos de la forma

$$\lambda^t + \bar{\lambda}^t = |\lambda|^t 2\cos\theta t \quad [2.3.19]$$

Así, como un valor propio complejo es elevado a potencias más altas, su magnitud $|\lambda|^t$ aumenta o disminuye exponencialmente, dependiendo de si $|\lambda|$ es mayor o menor que 1; su ángulo en el plano complejo aumenta por θ en el tiempo, completando una oscilación con un periodo de $2\pi/\theta$.

Gráfica 2.3.4.4. Tipo de oscilaciones si $\lambda = a + bi$



Fuente: Keyfitz y Caswell, 2005 p. 154

Independientemente de que si λ_i es real o complejo, el límite entre el aumento y la disminución de la población se dará en $|\lambda_i| = 1$.

2.3.5 La integral del Lotka

La primera formulación de una ecuación integral poblacional fue propuesta por Sharpe y Lotka (1911) (Keyfitz y Caswell, 2005), cuya incógnita es la trayectoria de los nacimientos y que, bajo el nombre de la ecuación de renovación, se ha hecho conocida en diferentes contextos. Los nacimientos $B(t)$ en el tiempo t son el resultado de los nacimientos a años antes, donde a oscila aproximadamente ente 15 a 50, se dice que de α a β de forma general. Los recién nacidos en los a año antes, $B(t - a)$, tiene una probabilidad $l(a)$ de supervivencia en el tiempo t : los que sobreviven tienen una probabilidad $m(a)da$ de que sus madres los tengan en el intervalo de tiempo a hasta $a + da$; el total de esas edades, comprendido entre α y β es $\int_{\alpha}^{\beta} B(t - a)l(a)m(a)da$ que en la última edad, debe ser igual al los nacimientos ocurridos $B(t)$. Este tipo de ecuaciones, ya sea en un plano real o complejo, tienen una condición inicial, en la ecuación de Lotka, ésta es $G(t)$, el número de nacimientos en las mujeres al momento del inicio del proceso. La función $G(t)$ es cero para $t \geq \beta$, cuando todas las mujeres con vida en el instante $t = 0$ han pasado su periodo de maternidad. Con términos conocidos $G(t)$ y $l(a)m(a)$ en la ecuación integral de Lotka, resulta:

$$B(t) = \int_{\alpha}^{\beta} B(t-a)l(a)m(a)da + G(t) \quad [2.3.20]$$

La cual determina la trayectoria de $B(t)$.

El método utilizado por Lotka para resolver [2.3.20] para $B(t)$ fue primero hacer frente a la forma homogénea, en la que $G(t)$ es ignorada, y se prueba que $B(t) = e^{rt}$. Al tomar el valor de $B(t)$ y $B(t-a) = e^{r(t-a)}$ en [2.3.20] sin $G(t)$ da la ecuación característica [2.3.2], la cual para una función neta de maternidad $l(a)m(a)$ tiene un número finito de raíces. Esto es una forma más satisfactoria de derivar la ecuación [2.3.2] utilizada anteriormente. El lado izquierdo de [2.3.2], por ejemplo $\psi(r)$, es grande para r negativo y disminuye hasta cero a medida de que r se hace más grande y positiva; se observó que sólo una de las raíces puede ser real. Supongamos entonces que las raíces de orden, la magnitud de sus pares reales r_1, r_2, r_3, \dots , las raíces complejas tales como r_2, r_3 , deben ser pares de conjugados complejos, como $x + iy, x - iy$, donde x y y son reales; si éstos no son conjugados, no podrían estar dentro de la ecuación real [2.3.2].

La forma homogénea de [2.3.20], es decir omitiendo $G(t)$, es lineal y por tanto si $e^{r_1 t}$ es solución, entonces si se multiplica por una constante cualquiera Q , también va a ser una solución. Si un número de términos son soluciones, entonces su suma proporciona la solución general a la ecuación de forma homogénea:

$$B(t) = Q_1 e^{r_1 t} + Q_2 e^{r_2 t} + Q_3 e^{r_3 t} + \dots \quad [2.3.21]$$

donde las r_i son las raíces de la ecuación [2.3.2] y las Q_i son constantes arbitrarias. Y la solución a la forma no homogénea de [2.3.20], es decir la que contiene a $G(t)$ se obtiene mediante la selección de valores de Q de acuerdo con los nacimientos $G(t)$ para la población inicial.

De la solución de [2.3.21] se obtiene un término real (exponencial), además de las ondas alrededor de éste; donde la parte de interés demográfico corresponde al par de raíces complejas con el mayor valor absoluto, que contienen las fluctuaciones de la generación y que corresponden al efecto eco: manteniendo todo lo demás constante, un “baby boom” en una generación es seguido por un segundo “baby boom” en la generación siguiente (Keyfitz y Caswell, 2005).

2.4 Modelos teórico-estadísticos para la fecundidad

Para el tratamiento de los datos de nacimientos a partir de metodologías de series de tiempo es importante señalar que éstas han sido tema de varias investigaciones estadístico-demográficas. Los investigadores en el campo demográfico han utilizado cada vez más este tipo de metodologías y han creado un vínculo especial entre éstas y los fenómenos demográficos en estudio.

El desarrollo de los modelos estocásticos discretos de crecimiento poblacional se ha iniciado en la década de los setentas y han seguido dos líneas diferentes. La primera supone que las tasas son invariantes en el plano individual; este procedimiento hace uso de los resultados del proceso de ramificación y lo que se obtiene son los modelos asintóticos de primer y segundo momento para los distintos grupos de edad de la población a analizarse (Pollard 1996; Goodman 1968; Schweder 1971 en Saboia, 1977) teniendo como principal problema el del supuesto de las probabilidades fijas. El segundo enfoque considera las variaciones anuales y trata a las tasas vitales como variables indexadas en el tiempo, desafortunadamente, este enfoque no ha sido capaz de hacer una combinación entre el cálculo de los pronósticos y el desarrollo de los intervalos de confianza para la población real (Saboia, 1977). Tradicionalmente, las variables demográficas se han pronosticado desde el modelo clásico de cohorte el cual es determinista en la naturaleza del propio modelo y permite proyecciones considerando supuestos sobre las tasas de los eventos vitales y los flujos migratorios.

A pesar de décadas de trabajo por los demógrafos sobre el tema, poco se ha hecho, si se evalúa la complejidad y la sofisticación de los procedimientos utilizados. Por otro lado, los pronósticos demográficos han fracasado con frecuencia para dar una orientación adecuada sobre el grado inherente de incertidumbre y en consecuencia, los nacimientos reales o la fecundidad han caído fuera de los límites de pronósticos, después de haber realizado éstos (Carter y Lee, 1986).

Entre los primeros trabajos que comenzaron a utilizar metodologías de series de tiempo podemos encontrar el de Saboia en 1977, en el que menciona que los modelos autorregresivos integrados de media móvil (ARIMA, *Autoregressive Integrated Moving*

Average, por sus siglas en inglés) son modelos desarrollados para los datos de nacimientos a través del tiempo así como su relación con los modelos clásicos de crecimiento poblacional. Las versiones parsimoniosas de los modelos ARIMA incluyen la longitud de la generación de la población, dicha técnica se aplicó a los nacimientos ocurridos en Noruega. El artículo, según su autor, está destinado tanto para mejorar los métodos actuales de pronóstico así como para proporcionar un método alternativo de predicción para los países con menos datos disponibles, hecho del cual se deriva la investigación por nuevas metodologías estadísticas. Se presenta un modelo determinístico y uno estocástico para el crecimiento poblacional, otro modelo ARIMA para el explicar el comportamiento de los nacimientos en Noruega (Saboia, 1977)

El punto de partida del trabajo de Saboia es la ecuación de renovación clásica de los nacimientos, sugiriendo que a diferencia de los modelos clásicos, la metodología de series de tiempo permite que las tasas varíen a través del tiempo y la migración esté permitida como ocurre en las poblaciones humanas reales. El autor desarrolla un modelo ARIMA, sin embargo, contiene muchos parámetros y por razones prácticas realiza una simplificación la cual también es mostrada al cabo de llegar a un modelo útil, esta simplificación, que es meramente llegar a un modelo parsimonioso, conserva la mayoría de la información importante, incluyendo la longitud de la generación de la población, lo que en términos de la teoría clásica corresponde a la utilización de los valores propios de la matriz de proyección de población. Una vez que el modelo ARIMA es derivado, los pronósticos son obtenidos así como sus intervalos de confianza (Saboia, 1977).

Dentro de las dificultades con las que se encuentra Saboia para la aplicación del modelo de series de tiempo para explicar el aumento de la población humana real, están: la primera es que se hace uso de los datos de fecundidad para predecir el orden de los nacimientos, aunque este procedimiento es más cercano a la teoría demográfica y a la práctica común del uso directo de los datos de nacimientos, puede constituir un problema cuando no se tengan suficientes, este es el caso de la mayoría de los países menos desarrollados para lo cual, incluso con metodologías estadísticas como las series de tiempo son difíciles de obtener. En segundo lugar, existe el problema de identificar un modelo apropiado para el proceso de la fecundidad. Y por último, que el modelo sea parsimonioso,

lo cual consiste en utilizar el menor número de parámetros, concepto introducido por Turkey en 1961. Tal vez la mayor ventaja del modelo, señala el autor, es que los datos necesarios de nacimientos para un periodo medio de tiempo, 50 años, parecen suficientes para una mejor estimación de los parámetros, sin embargo, más valores no son deseables debido a las variaciones en las tasas. Asimismo concluye que no debemos esperar que cada país tenga tales datos disponibles, con el fin de aplicar los métodos clásicos que suelen necesitar las tasas para las distintas edades, así como el supuesto de cómo se comportarán en el futuro (Saboia, 1977).

Una de las aportaciones importantes que hace McDonald en su trabajo titulado *A Time Series Approach to Forecasting Australian Total-Live-Births* (1979), es que estudia la relación entre los modelos clásicos de pronósticos demográficos deterministas, los modelos econométricos con estructura estocástica y los modelos de series de tiempo. De este modo, realiza un modelo ARIMA para explicar el comportamiento del número total de nacimientos en Australia para el periodo de 1921 a 1975, dándole particular atención al problema de transformar las series de tiempo en series estacionarias -y Gaussianas- y a las propiedades de los pronósticos analizados. La forma final de los modelos de función de transferencia vincula a los nacimientos con las mujeres en edad reproductiva y realiza una comparación de los resultados de los pronósticos utilizando la variedad de modelos realizados. Los pronósticos a largo plazo son generados y comparados con las proyecciones disponibles basadas en modelos de cohorte deterministas después de analizar las implicaciones que tienen este análisis en el campo de las políticas públicas.

Otra de las aportaciones del autor es que presenta un marco teórico general, indicando que existe una variedad de funciones de pronóstico mutuamente consistentes, en un contexto particular, y que la elección de la función de pronóstico dependerá de la base de datos disponible y la naturaleza de la información estructural disponible para la especificación del modelo. Presenta también una ecuación estocástica simultánea utilizada frecuentemente en procesos econométricos, para de esta forma llegar a una representación final de un modelo autorregresivo de media móvil (ARMA, *Autoregressive Moving Average* por sus siglas en inglés). El argumento es que el modelo determinista clásico se relaciona con la forma estructural de un modelo de ecuaciones simultaneas estocásticas y

por tanto el proceso univariado ARMA encontrado, sirve para el pronóstico de los datos a analizar (McDonald, 1979).

Es preciso señalar dentro de las conclusiones que hace McDonald al momento de realizar su pronóstico, que los beneficios de los resultados de los pronósticos que se obtienen en el desarrollo de los modelos que involucran muchas variables, pueden sólo estar determinados por la experiencia y para que una mejora se produzca, las variables exógenas deben transmitir información sobre los nacimientos futuros no contenidos en éstas, y que son fáciles de extraer en los datos de los nacimientos pasados. Un aumento considerable en el rendimiento del pronóstico podría ser obtenido empleando un modelo que contenga variables exógenas que anuncien el descenso de los niveles de los nacimientos, sin embargo, puede que no sea una simple cuestión de construcción un modelo de este tipo. Aunque la teoría económica y demográfica parecen no tener ninguna dificultad en la contabilización de los fenómenos en retrospectiva, no está claro que tengan la misma facilidad para el pronóstico (McDonald, 1979).

Uno de los trabajos que marcaron la pauta en el vínculo de las series de tiempo y los procesos demográficos fue el de Lee y Cantor (1983) en el que realizan un análisis de las series de tiempo para las tasas de mortalidad y fecundidad mensual para los Estados Unidos de América, para el periodo comprendido entre los años 1950 a 1978. Para la selección del modelo, los autores utilizaron el diagnóstico convencional de Box-Jenkins, obteniendo un modelo estacional autorregresivo integrado de media móvil (SARIMA, *Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average* por sus siglas en inglés), esto se traduce en modelos finales que contienen componentes autorregresivos significativos de segundo orden, así como componentes de media móvil estacionales. Sin embargo, la importancia estratégica de los métodos ARIMA, afirman, radica en su capacidad para revelar las estructuras complejas de interdependencia temporal en datos de las series de tiempo, las estructuras de este tipo son más probables que ocurra en los sucesos vitales ocurridos en intervalos mensuales, precisamente por la presencia de fluctuaciones estacionales. Así, el modelo encontrado captura los patrones de las series de natalidad y la mortalidad, teniendo como objetivo principal que proporcione una descripción de las variaciones interdependientes mes a mes en datos anteriores.

Con el análisis que realizan los autores, dan cuenta de que los nacimientos y las muertes exhiben fuertes patrones estacionales, creando problemas de análisis e interpretación para los demógrafos ya que en los periodos analizados las fluctuaciones no son del todo claras y no es posible concluir a qué se deben dichos patrones. El estudio de la tasa de natalidad mensual se centra en los cambios en la tendencia dentro del año. En términos de los modelos de series de tiempo, los desarrollados para la fecundidad y mortalidad mensual, son de series individuales, lo cual significa que éstos no utilizan información de otras series para la construcción de los modelos de las series en cuestión, añaden, que algunas evidencias encontradas muestran que las tasas de natalidad llegan a tener una periodicidad semanal; estos hallazgos implican la existencia de ajustes estacionales que mejoran en el programa del Censo X-11, utilizado en esa época por el gobierno estadounidense y por los organismos a cargo de las estadísticas vitales (Lee y Cantor, 1983). Los pronósticos obtenidos en el trabajo de Lee y Cantor fueron una motivación importante que subyace en el desarrollo de la construcción de modelos ARIMA, de esta forma, los autores llegan a la conclusión de que los cálculos sobre el desempeño relativo de los modelos ajustados de fecundidad depende de los criterios impuestos.

El análisis que hacen Miller y Mckenzie (1983) acerca de la tasa global de fecundidad mensual para los Estados Unidos de América, del periodo comprendido entre 1950 y 1983, revela efectos calendarios significativos, estacionalidad, puntos atípicos, comportamiento diferente significativo a lo largo de las distintas décadas y el importante efecto de cambio de las cifras en referencia a la población del censo de 1980. Los datos utilizados en este estudio fueron las tasas globales de fecundidad mensuales de los Estados Unidos de América, de enero de 1950 a septiembre de 1983, contemplando que los datos hasta diciembre de 1981 son definitivos, mientras que los datos de 1982 y 1983 son provisionales. La fuente de datos fue el Centro Nacional de Estadísticas de Salud (NCHS por sus siglas en inglés), los cuales fueron utilizados principalmente para:

- a) Realizar estimaciones mensuales de las tasas anuales en busca de señalar que las proyecciones anteriores de las tasas anuales y actuales pueden diferir sustancialmente.

- b) Pronosticar las tasas mensuales para la elaboración de nuevas proyecciones demográficas debido a que las estimaciones de población realizadas por los Censo de población están más actualizadas que los datos de los nacimientos provenientes del NCHS
- c) Pronosticar cada mes del número de nacimientos totales deben ser usados como controles en la planeación de la actual encuesta de población.

Para el ajuste del modelo, los autores aplicaron una transformación lineal (logaritmo natural) a los datos para eliminar heteroscedasticidad, es decir hacer que la varianza de los datos a lo largo del tiempo sea constante. La relevancia del trabajo de Miller y McKenzie es que al ajustar un modelo ARMA y su análisis posterior encontraron que la tasa global de fecundidad tiene un comportamiento estacional, existe en ella un efecto calendario, los puntos atípicos de ésta son pocos y existe un comportamiento estocástico en dicha tasa (Miller y Mckenzie, 1983).

Otro de los trabajos que tienen relevancia en el vínculo de los eventos demográficos y la metodología estadística de series de tiempo es el de Lawrence Carter y Ronald Lee (1986) en el que asumen un nuevo enfoque para la predicción de la fecundidad marital, la nupcialidad, los nacimientos y matrimonios en los Estados Unidos de América. Su análisis representa un vínculo estrecho entre la demografía y los modelos estadísticos de las series de tiempo a partir de la técnica Box-Jenkins para estimar un modelo que identifique, diagnostique y pronostique los datos. Los modelos demuestran las ventajas de este enfoque en el pronóstico de las tasas y los eventos, en lugar de la práctica común de los eventos de pronóstico simple. El análisis que hacen los autores respecto al pronóstico hace que la discusión sea más amplia en términos del realismo demográfico debido a los intervalos de confianza que calculan (Carter y Lee, 1986).

Los autores afirman que existe un interés fuerte en la investigación acerca de los pronósticos de la fecundidad o de los nacimientos, porque son determinantes en las variaciones de las tasas de crecimiento y la distribución por edad de la población. Estos pronósticos, manifiestan los autores, pueden ser muy útiles por varias razones, en primer lugar: en las sociedades en las que la reproducción se produce dentro del matrimonio, aunque el tiempo y la frecuencia del matrimonio es de carácter discrecional, la distribución

de los matrimonios contiene información pertinente de la evolución de la fecundidad y no está totalmente contenida en cualquiera de la información de la distribución por edad o en los nacimientos, esta información puede ser particularmente útil en los primeros años del pronóstico del dato los nacimientos totales; En segundo lugar, la aplicación en políticas públicas del comportamiento de la nupcialidad y la fecundidad es muy importante e incluye pronósticos de la composición del hogar, la formación de familias o la oferta laboral femenina; En tercer lugar, para el mediano y largo plazo del pronóstico, los procesos de fecundidad marital y nupcialidad pueden estar combinados formalmente para el proceso de renovación de la población, prestando particular atención en los pronósticos demográficos (Carter y Lee, 1986)

El trabajo presentado por Carter y Lee (1986) limita su análisis de la nupcialidad y la fecundidad a las mujeres de los Estados Unidos de América, para el periodo de tiempo de 1911 a 1982, estas restricciones están impuestas porque los datos de la población de EUA son más completos en esos años. En el artículo se desarrolla un modelo subyacente a los nacimientos y matrimonios así como sus índices, luego se estima un modelo que sirva para pronosticar dichas tasas, por último se calculan los pronósticos de los eventos, los nacimientos y matrimonios, con base en el análisis anterior. A modo de comparación, los autores, ajustan cinco modelos en este estudio. El modelo A es un modelo de series de tiempo ARIMA; el modelo B utiliza funciones de transferencia con ruido blanco; el modelo C utiliza series de transferencia independiente del ruido blanco; el modelo D es un modelo ARMA usando la “condicionante” de verosimilitud; por último el modelo E un modelo ARMA usando la “exacta” de verosimilitud.

Los cinco modelos presentados para el índice de fecundidad tienen un buen ajuste, el modelo ARMA es el que mejor compagina los datos observados así como el pronóstico, con un horizonte de predicción al año 2000. Además los autores concluyen de forma precisa, con base lo realizado, que la mayoría de los pronósticos con series de tiempo han tratado directamente con los eventos demográficos, es decir, los nacimientos en lugar de las tasas de fecundidad, esto representa, la ventaja de generar inmediatamente el pronóstico deseado de los nacimientos con sus intervalos de confianza, el uso de estos eventos adolece, sin embargo, de algunas deficiencias graves como: la incapacidad en el uso del

conocimiento a priori de los límites, superior e inferior, de confianza de la fecundidad o algún otro índice; el ajuste de modelos autorregresivos integrados de media móvil (ARIMA) raramente involucran retardos de 4 años, pero las mujeres sobrevivientes de 15 a 45 son la principal fuente de nacimientos actuales y sin tener en cuenta este conocimiento que parece ineficiente; y que los resultados son difíciles de interpretar en términos conocidos de la conducta individual promedio, porque no sabemos las tasas subyacentes o implícitas en las proyecciones de los eventos totales (Carter y Lee, 1986).

Thompson y otros autores, sugieren un modelo de series de tiempo multivariado para estimar las tasas de específicas de fecundidad para Estados Unidos de 1921 a 1984 aplicando una función de distribución gamma y con ésta pronosticar. En este trabajo el modelo multivariado se utilizó para investigar las posibles relaciones entre los parámetros de la curva expresados en la tasa global de fecundidad, como la edad media de la maternidad así como su desviación estándar (Thompson et al., 1989).

De Beer (1989) presenta una discusión acerca de los modelos estocásticos de series de tiempo, vital para el desarrollo de esta metodología. El autor, analiza dos modelos para proyectar las tasas de fecundidad específicas por edad: el modelo de control autorregresivo integrado de media móvil (CARIMA, *Control Autoregressive Integrated Moving Average* por sus siglas en inglés) y el modelo APC-ARIMA (Modelo ARIMA con función de autocorrelación). La representación del pronóstico para ambos modelos es examinada usando datos de Holanda. Alternativamente, un modelo de series de tiempo determinístico es presentado, en el cual, el patrón de cambio de la tasa de fecundidad por edad específica entre los años sucesivos se describe por medio de una función *spline* cúbica. Es importante señalar que el autor pone a prueba el poder de predicción de los modelos CARIMA y el APC-ARIMA mediante la examinación de la exactitud con que se ha pronosticado la fecundidad en Los Países Bajos después de 1970, y si las proyecciones de los dos modelos habrían sido más exactas que las proyecciones directas de las tasas globales de fecundidad. Además, examina como el grado de paridad de las tasas específicas puede mejorar la precisión del pronóstico.

Dentro de esta discusión, un punto importante a citar es que los modelos estadísticos de series de tiempo, como el modelo ARIMA, describen las tendencias locales, debido a

que los pronósticos de estos modelos están determinados principalmente por los cambios en las observaciones al final del periodo en estudio, estos modelos son especialmente útiles para pronósticos a corto plazo. Por otro lado, los modelos determinísticos describen las tendencias globales, enfatizando en la importancia de la evolución en el mediano y largo plazo; un problema en el uso de estos modelos, es la elección del periodo de estimación del pronóstico, este problema puede ser resuelto mediante el uso de funciones *spline* lineales apropiadas para la describir la fuerte evolución. Si las tasas de fecundidad de diferentes edades se proyectan de forma independiente, utilizando funciones *spline* lineales, el pronóstico puede ser no consistente. Por esta razón un nuevo modelo es introducido en el cual una función *spline* cúbica es usada para describir el patrón por edad de los coeficientes que representan los cambios en las tasas de fecundidad entre los años sucesivos, para cuatro países: Holanda, Inglaterra y Gales, Suecia y Australia. La representación del modelo de pronóstico se examina para los datos de Holanda (De Beer, 1989)

El poder de pronóstico del modelo CARIMA, ajustado para en el trabajo de De Beer, es examinado por las tasas de fecundidad específica por edad holandesa durante el periodo 1971 a 1984. El pronóstico se basan en observaciones a partir de 1950 hasta 1983, para cada periodo los modelos son reestimados, es decir, solo observaciones antes del periodo de la proyección son tomadas en cuenta. El pronóstico es calculado cada cinco años, con el fin de limitar dicha estimación, se consideran las tasas de fecundidad específica de las edades de 18 a 37 años; éstas representan el 95% de la fecundidad total. Por último, el autor encuentra que uno de los problemas que tienen los modelos CARIMA es que sus parámetros no son fáciles de interpretar, en principio, los parámetros del modelo APC se prestan a una mejor interpretación demográfica, debido a que es posible analizar las fluctuaciones por medio de los residuales en los correlogramas, esto es, que las fluctuaciones tengan un comportamiento Gaussiano; dicho modelo se basa en la suposición de que las tasas por edad específica están sujetas a tres fuerzas de cambio: edad, efecto periodo y efecto cohorte. Estas tasas pueden ser pronosticadas por la proyección de estos efectos y entonces se concluye que el modelo APC no proporciona pronóstico, sino que sólo describe los acontecimientos pasados (De Beer, 1989).

En contraste, el trabajo de Alders y De Beer (2004) habla de las suposiciones que deben tenerse cuando se hace trabajo de proyecciones de población, los pronósticos que realizan están basados en suposiciones acerca de futuros cambios en fecundidad, mortalidad y migración internacional. Los autores señalan que la validez de estas suposiciones sobre los cambios en el largo plazo es incierta, por ello es importante que los que realizan pronósticos estén conscientes del grado de incertidumbre que éstos traen. Para ello, en lugar de publicar dos variantes alternativas deterministas (baja y alta), realizan otra alternativa con una variante media, así como la estimación de los intervalos de pronóstico se realizan. Estos intervalos están calculados por medio de simulaciones Monte Carlo, dichas simulaciones se basan en supuestos sobre las distribuciones de probabilidad futura de fecundidad, mortalidad y migración internacional. En las proyecciones de población que realizan para Holanda, los supuestos sobre los cambios futuros más probables en la fecundidad son especificados por hacer suposiciones sobre los valores futuros de la tasa de fecundidad de cohorte, distinguida por el orden del nacimiento. Así, en los pronósticos más recientes para esta población, los supuestos que subyacen en la variante media que describen la evolución más probable, se basan en un análisis detallado de las tasas específicas por edad, tanto de la cohorte como de un periodo en perspectiva. Dichas proyecciones, se calculan por medio de componentes de la cohorte (Alders y De Beer, 2004)

El modelo que ajustan los autores, se basa en suposiciones acerca de futuros cambios en la fecundidad, mortalidad y migración; los supuestos sobre la fecundidad se refieren a las tasas específicas por edad que se distinguen por la paridad; las hipótesis sobre mortalidad se refiere a la edad y el sexo y a las tasas de mortalidad específicas por edad; los supuestos acerca de la inmigración se refieren a cifras absolutas que distinguen por edad, sexo y país de nacimientos y por último los supuestos de la emigración se basan en la distinción de las tasas de emigración por edad, sexo y país de nacimiento. De esta forma, los intervalos de confianza pueden derivarse de simulaciones sobre el cálculo de la probabilidad del intervalo de los valores futuros de fecundidad, mortalidad y migración, la distribución de probabilidad del tamaño y estructura por edad de la población futura pueden ser calculados mediante simulaciones tipo Monte Carlo (Alders y De Beers, 2004)

La aportación que realizan en cuanto al cálculo de los intervalos de confianza, donde las simulaciones se realizan a partir de varias hipótesis, tales como el tipo de distribución de probabilidad; posteriormente, los supuestos sobre los valores de los parámetros; el supuesto sobre el valor medio o mediana puede derivarse de la variante media; también, los supuestos sobre el valor de la desviación estándar tiene que ser calculado, en el caso de distribuciones de probabilidad asimétricas, los parámetros adicionales tienen que ser especificados; finalmente, las hipótesis sobre las covarianzas entre los errores de pronóstico alrededor de la variable edad, entre los años pronosticados y entre los componentes tienen que ser especificados; en cuanto a los supuestos que subyacen a la distribución de probabilidad de la población futura se relacionan con la varianza de la distribución de los valores futuros de la fecundidad, la mortalidad y la migración, los valores de la varianza pueden ser calculados por medio de uno de los tres métodos siguientes: un análisis de los errores de los pronósticos pasados; Un modelo basado en las estimaciones de los errores de pronóstico; el conocimiento y opinión de un experto. Estos métodos no se excluyen mutuamente, sino que se complementan uno del otro, por ejemplo, aunque la estimación de la varianza se basa en los errores de los valores anteriores o en un modelo de series de tiempo, el juicio de elección dado por el conocimiento de un experto juega un papel importante (Alders y De Beers, 2004).

Como se mencionó en párrafos anteriores, las suposiciones que hacen Alders y De Beers acerca de los futuros cambios en la fecundidad se basan en una distinción de paridad. En consecuencia, los supuestos acerca de la desviación estándar de los errores de pronóstico también se basan en una distinción por la paridad, dicho supuesto refieren al límite superior y límite inferior a un 95% de confianza, esto implica que se supone muy poco probable que el pronóstico que es mayor que el límite superior o inferior a los límites inferiores se haga realidad. Los supuestos que subyacen en la variante media se refieren a la fecundidad de cohorte, en el largo plazo, las tasas de fecundidad específicas por edad se suponen que permanecen constantes. Como consecuencia, la tasa global de fecundidad en 2050 es igual al número promedio de hijos para las mujeres nacidas alrededor del año 2020. El pronóstico de la población holandesa para el año 2000 asume un nivel de fecundidad de 1.75 hijos por mujer igual a la tasa global de fecundidad en 2050 (De Jong, 2001 en Alders

y De Beers, 2004). Estos supuestos, dan una idea clara de lo que se debe tomar en cuenta cuando se realiza un pronóstico de población y en específico un pronóstico de fecundidad.

A su vez, un trabajo publicado en el año 2004 por Keilman y Quang usan un modelo ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedastic*, por sus siglas en inglés), es decir, un modelo de heterocedasticidad condicional, principalmente usados para modelar datos sujetos a fuerte volatilidad; dicho modelo lo utilizan para derivar en una predicción de la Tasa Global de Fecundidad (TGF) con intervalos de confianza para este indicador en Noruega, Suecia, Finlandia y Dinamarca al año 2050. Para el corto plazo (5 a 10 años), los autores esperan comparar los errores de la TGF con los errores de pronóstico empíricos observados en las proyecciones de población histórica elaborados por las respectivas agencias estadísticas de cada país desde 1969. Para el mediano y largo plazo (hasta 50 años) se comparan los errores con el patrón de error basados en el pronóstico de tipo naïve, es decir, con los pronósticos de los niveles de la TGF en el futuro (Keilman y Quan, 2004).

Un trabajo reciente que realiza estimaciones del número real de niños que tienen las mujeres durante su vida reproductiva –fecundidad de cohorte- para 37 países desarrollados es el realizado por Myrskylä, Goldstein, y Cheng (2012), en el cual señalan que la disminución de la fecundidad de cohorte se ha estancado o invertido en las regiones del mundo que previamente se caracterizaban por su baja fecundidad. Sus resultados son robustos para la incertidumbre del pronóstico estadístico y el impacto de la recesión a finales de la década del 2000. Los autores aportan una aplicación a los nuevos pronósticos analizando los determinantes de la fecundidad de cohorte encontrando que se ha considerado como las dimensiones clave de la evolución de la fecundidad: el desarrollo socioeconómico, el ingreso per cápita, y la igualdad de género, además, están correlacionados positivamente con la fecundidad desde la cohorte de 1970. La igualdad de género emerge como el factor más determinante, esto es, donde la brecha en los logros económicos, políticos y educativos entre hombres y mujeres es pequeña la fecundidad de cohorte es alta, mientras que donde la brecha es grande, la fecundidad es baja. Este nuevo pronóstico tiene grandes implicaciones para el futuro del envejecimiento de la población y el crecimiento, sobre todo en el largo plazo. Argumentando que las fuertes caídas de la fecundidad experimentadas en el mundo desarrollado, son una mezcla de un descenso real

en el tamaño de la familia y un artefacto de medición de corte transversal cuando los nacimientos se están retrasando hasta edades más avanzadas (Bongaarts 2001; Bongaarts y Feeney 1998; Ryder 1956 en Myrskylä et al., 2012).

El aplazamiento de la fecundidad se extiende a los nacimientos que se hubieran producido en un solo año en un lapso mayor de tiempo, dicha postergación reduce las tasas de fecundidad por edad del periodo y atenúa el nivel observado en el periodo de la tasa global de fecundidad. Por otro lado, cuando dicho aplazamiento llega a su fin, la tasa global de fecundidad de periodo puede aumentar más cerca de lo que había sido sino hubiera habido ningún aplazamiento. Debido a la influencia del efecto *timing* sobre la TGF de periodo, se ha sugerido que debe ser sustituida por medidas que ajustan a la influencia del efecto *timing* de los nacimientos. Estas medidas tienen por objeto la recuperación del verdadero *quantum*² de la fecundidad que prevalece en los cambios en el *timing* de los nacimientos. A pesar de los ajustes, sin embargo, éstos no describen la experiencia de la fecundidad real de cualquier cohorte de las mujeres. Una alternativa a las medidas de ajuste, dicen los autores, es analizar directamente la fecundidad a lo largo de la vida de las mujeres por su año de nacimiento, esta medida, la fecundidad de cohorte, tiene la interpretación sencilla como el número promedio de hijos que una mujer tiene en el transcurso de su vida (Myrskylä et al., 2012).

Myrskylä y colaboradores ofrecen una nueva perspectiva de los patrones de fecundidad de cohorte utilizando, los datos más recientes y un método nuevo y sencillo para completar la fecundidad de las cohortes que actualmente en los 30 y 40 años. Su pronóstico se basa en nuevo método para estimar la edad de procrear de las cohortes que todavía están en los 30 y 40 años. El método permite, la evolución de la fecundidad por edad específica observada en los últimos cinco años para continuar otros cinco años evitando, en gran parte, la subestimación sistemática de las investigaciones anteriores que hayan pronosticado la fecundidad de las cohortes de 1975 siendo un nivel tan bajo de 1.2 y 1.3 niños por mujer en muchos países europeos. Asimismo, ilustran la utilidad e importancia del pronóstico con un modelo para las nuevas cohortes con dos implicaciones: la primera es que se analizan las implicaciones demográficas a largo plazo de una tasa de

² Intensidad de la fecundidad

fecundidad que está cerca de la tasa de fecundidad de cohorte que se estima, en contra de la hipótesis de que la fecundidad se quedaría en niveles observados en el periodo de estudio; en segundo lugar, se analizan los determinantes sociodemográficos de las diferencias a nivel nacional en las tasas de fecundidad de cohorte (Myrskylä et al., 2012).

Los resultados muestran que las dimensiones clave del desarrollo socioeconómico, como el Índice de Desarrollo Humano, el PIB, y la igualdad de género son importantes en el aumento de la fecundidad además de estar correlacionadas positivamente con los niveles de fecundidad de cohorte. El modelo de pronóstico es incorporado en una familia más general de este tipo de modelos, una característica atractiva de estos modelos es que permiten tanto una comparación directa con otros modelos dentro de la misma familia y la incertidumbre en la estimación del pronóstico. Dicho modelo de pronóstico está inspirado en el modelo de Lee-Carter para mortalidad y el modelo de Lee para la fecundidad de periodo (Myrskylä et al., 2012).

Por parte de la metodología de estimación de modelos *VAR*, encontramos trabajos como el de Hagnell (1991), en el que estudia la relación entre fecundidad, mortalidad adulta, nupcialidad y salarios reales en Suecia desde 1751 a 1850 usando un método de análisis de series de tiempo multivariadas. Este enfoque permite una determinación empírica de las relaciones de las cuatro series de tiempo, un avance considerable cuando existen teorías insuficientes para el tratamiento de varias series.

Hagnell refiere como un problema común en muchas aplicaciones de los modelos de las series de tiempo, la influencia de los puntos atípicos. Los datos que utiliza para su análisis contienen puntos atípicos, especialmente en los de la mortalidad adulta, estos puntos en las series históricas son probablemente causados por eventos exógenos desconocidos o intervenciones las cuales perturban la relación normal entre las variables. Cuando, por ejemplo, se estudia cómo la mortalidad adulta depende del salario real y la mortalidad adulta tiene largos picos que pueden ser resultado de epidemias, parece cuestionable incluir estos picos en el análisis de cómo la mortalidad adulta depende del salario real. Con el fin de estudiar la influencia de los puntos atípicos, el autor, trata con dos enfoques: el modelo de vectores autorregresivos (*VAR*) y el modelo de vectores autorregresivos con media móvil (*VARMA*, *Vector Autoregressive Moving Average* por

sus siglas en inglés), útiles para identificar estos puntos, ajustar sus valores a valores normales y entonces realizar un análisis de los datos con los valores ajustados. Este análisis puede ser comparado con el análisis de los valores originales. En consecuencia, se puede comparar los dos enfoques de sensibilidad de los puntos atípicos. Se estima un modelo VARMA para los datos en estudio y la implicación causal de dicho modelo estimado, a su vez, se estima un modelo *VAR* y se realiza la comparación de ambos, con la consideración de los pronósticos a futuro de la muestra tomando en cuenta la influencia del análisis de los puntos atípicos encontrados con anterioridad (Hagnell, 1991).

Dentro de las aplicaciones de la metodología de series de tiempo multivariadas existen trabajos como el de Masi y Masih (1997) en el que explican que a diferencia de las obras más empíricas sobre el análisis de la fecundidad, su estudio examina a los programas de planificación familiar como causa de la disminución significativa de la fecundidad en un país caracterizado por niveles de desarrollo socioeconómico bajo. Su análisis se basa en la aplicación de las siguientes técnicas dinámicas de series de tiempo en un contexto multivariado: cointegración, modelo de error de corrección, descomposición de la varianza y las funciones de impulso respuesta. Estas cuatro herramientas dinámicas son poco desarrolladas y los resultados encontrados por los autores parecen ser consistentes con la nueva visión teórica, sostiene, que el descenso de la fecundidad puede deberse a cualquiera de las dos fases distintas de desarrollo, una a corto plazo y la otra a largo plazo. De acuerdo con este punto de vista, la segunda fase (que comprende la condición necesaria de la disminución de la fecundidad) incorpora la visión convencional que a largo plazo, una disminución de la fecundidad puede ser consecuencia de una compleja interacción dinámica entre la planificación familiar y los cambios socioeconómicos estructurales. En contraste, la primera fase (que comprende la condición necesaria de la disminución de la fecundidad) puede no necesitar un cambio estructural significativo con el fin de que la fecundidad descienda a corto plazo. Todo lo que se puede exigir es, predominantemente, una planificación familiar orientada a las mujeres, apoyado firmemente por la élite política en todos los niveles de la sociedad y adaptado a las realidades de los países como: Bangladesh (Masi et al., 1997).

Otro estudio donde se utilizan los diversos componentes de las series de tiempo multivariadas es el realizado por Alam, Ahmed y Butt en 2003 en el que analizan la dinámica de la fecundidad y sus determinantes en países con niveles bajos de desarrollo. Dicha relación vincula a la planificación familiar en un marco teórico de análisis de *cointegración causal multivariada*. La metodología empleada utiliza diversas pruebas de raíces unitarias así como la prueba de cointegración de Johansen por el modelo de corrección de errores y la descomposición de la variancia con el fin de captar la causalidad de las variables, desde dentro y fuera de la muestra, la fecundidad y sus determinantes. Los resultados parecen ser consistentes con las recientes teorías que sostienen que si bien en el largo plazo, la condición suficiente de disminución de la fecundidad puede ser resultado de una compleja interacción dinámica con la planeación familiar y los cambios estructurales socioeconómicos. Mientras que en el corto plazo, la condición necesaria para la disminución de la fecundidad puede no necesitar ese cambio estructural pero tal vez, necesite una orientación correcta de los programas de planificación familiar, junto con los pocos años de escolaridad, particularmente de las mujeres, apoyado firmemente por la elite social y política en todos los niveles de la sociedad, también, adoptándose las realidades socioculturales de las grandes masas del país en cuestión, Pakistán (Alam et al., 2003).

2.5 Análisis de los nacimientos en México

Para realizar el análisis de los nacimientos en México, comencemos por decir que los datos que se tomaron para el análisis, así como para el ajuste que se realiza como objetivo de esta tesis, son los nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año por edad de la madre con periodicidad mensual comprendidos entre los años 1992 a 2010. Estos datos fungen como una aproximación al total de los nacimientos ocurridos en México en cada año de dicho periodo.

Para iniciar este análisis veamos qué sucede con el total de los nacimientos en México en cada año del periodo en cuestión. El siguiente cuadro muestra que los datos no siguen tendencia fija, entre los 1992 y 2000, en este último año disminuye el número de nacimientos hasta 2006 y es a partir de éste donde comienzan a presentar un patrón ascendente. Justo entre 2006 y 2007 se tiene la mayor diferencia del número de nacimientos entre uno y otro año, de más de 100,000 nacimientos totales; este fuerte cambio en el

número total de nacimientos afectará el ajuste del modelo. En otro tipo de modelos se podría considerar un punto atípico para el correcto ajuste, afortunadamente la metodología empleada en esta tesis permite que este tipo de variaciones no afecte el ajuste del modelo.

Cuadro 2.5.1. Nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año. México 1992 - 2010

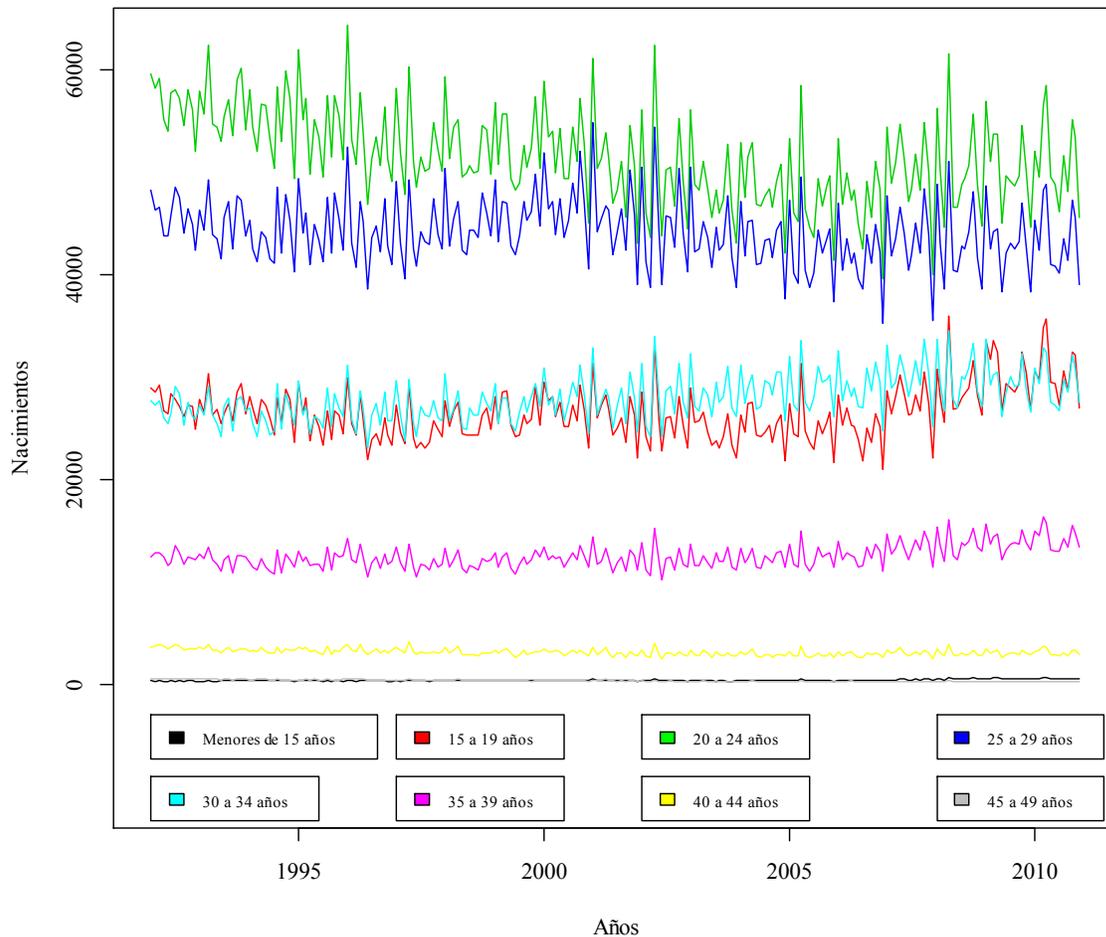
| Año | Nacimientos |
|------|-------------|
| 1992 | 2,080,904 |
| 1993 | 2,063,912 |
| 1994 | 2,003,061 |
| 1995 | 2,016,012 |
| 1996 | 1,983,078 |
| 1997 | 1,958,679 |
| 1998 | 1,986,799 |
| 1999 | 2,009,882 |
| 2000 | 2,042,744 |
| 2001 | 1,994,957 |
| 2002 | 1,967,365 |
| 2003 | 1,927,971 |
| 2004 | 1,935,831 |
| 2005 | 1,922,768 |
| 2006 | 1,903,130 |
| 2007 | 2,017,833 |
| 2008 | 2,037,916 |
| 2009 | 2,054,574 |
| 2010 | 2,080,324 |

Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI 1992-2010

Ahora veamos qué ocurre con los nacimientos desagregados por grupos de edad de la madre. En la gráfica siguiente (2.5.1) se presentan las ocho series del número de nacimientos, con valores desiguales. Los nacimientos en madres de entre 20 y 24, dicha serie tiene el mayor número de nacimientos registrados respecto a las demás seguido de las madres de entre 25 y 29 años; con número de nacimientos registrados casi iguales están las series que corresponden a los registrados por madres de entre 15 y 19 años y las de 30 a 34 años; entre los 10,000 y 20,000 nacimientos están los que corresponden a los de madres de 35 a 39 años; por último, las madres que tienen el menor número de nacimientos

registrados en cada año, son las de edades de 40 a 45 años, 45 a 49 y las menores de 15 años.

Gráfica 2.5.1. Nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año por edad de la madre, con periodicidad mensual. México 1992 – 2010.



Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI 1992-2010

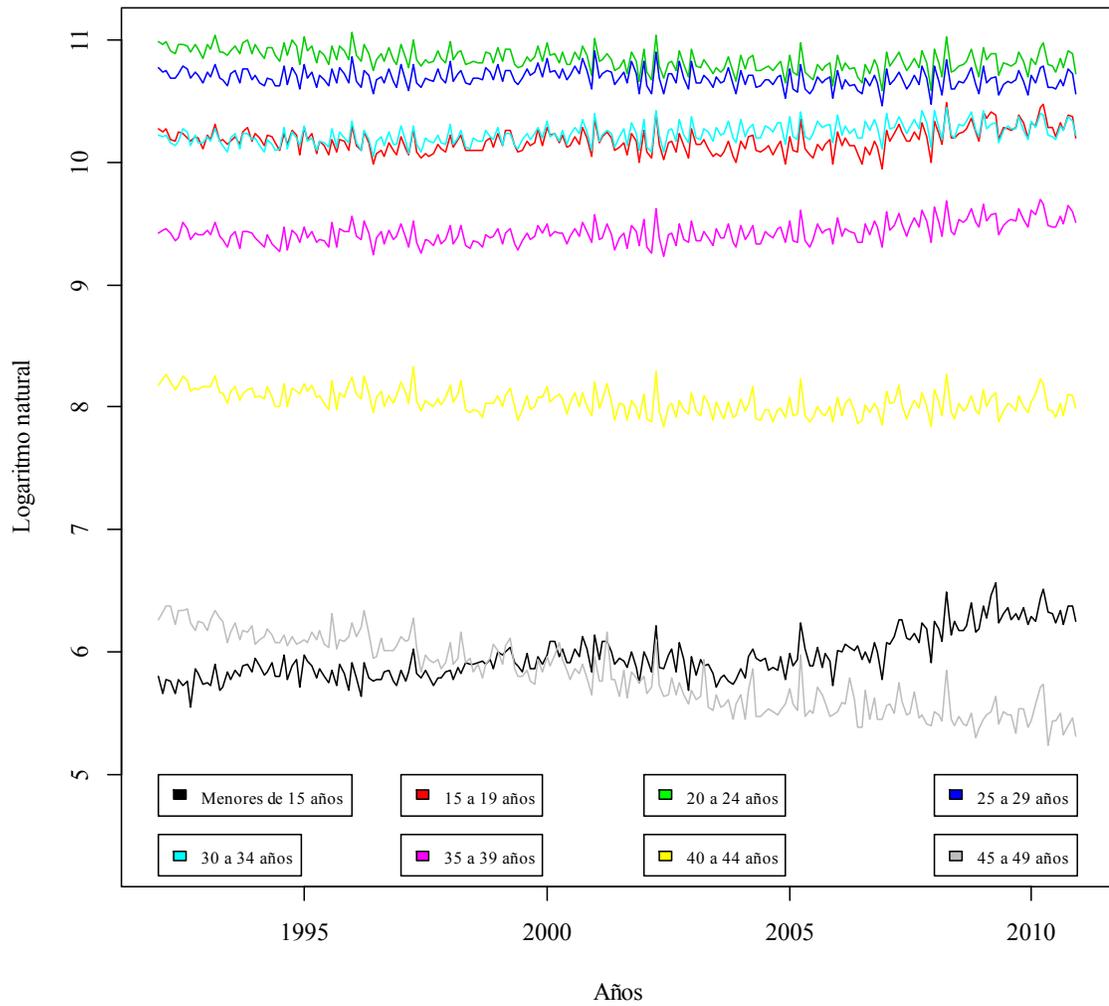
Una de las dificultades de trabajar con datos *puros* (sin transformación) es que cada uno tiene una varianza distinta, en algunas series ésta es constante y en otras no, por ello la literatura y la metodología de series de tiempo sugiere en aplicar una transformación lineal de una función logaritmo con el fin de que los datos tengan homocedasticidad, es decir, se

pretende que las ocho series tengan la misma varianza, por el hecho de que la metodología de series de tiempo multivariadas trabaja con las ocho series juntas y no de forma separada.

Este argumento, además, se apoya en que en cuestión de los datos el uso de la función identidad y la transformación logaritmo son casos especiales de la serie de transformaciones de Box/Cox, que a su vez son un subconjunto de las funciones instantáneas, de evolución y de transformaciones variantes en el tiempo, son útiles para el ajuste del modelo; la utilización de estas transformaciones hace que los modelos sean más fáciles de interpretar. Igualmente, en la práctica son las transformaciones más utilizadas (Box y Cox, 1964; Box y Jenkins, 1973; Granger y Newbold, 1977 en McDonald, 1979).

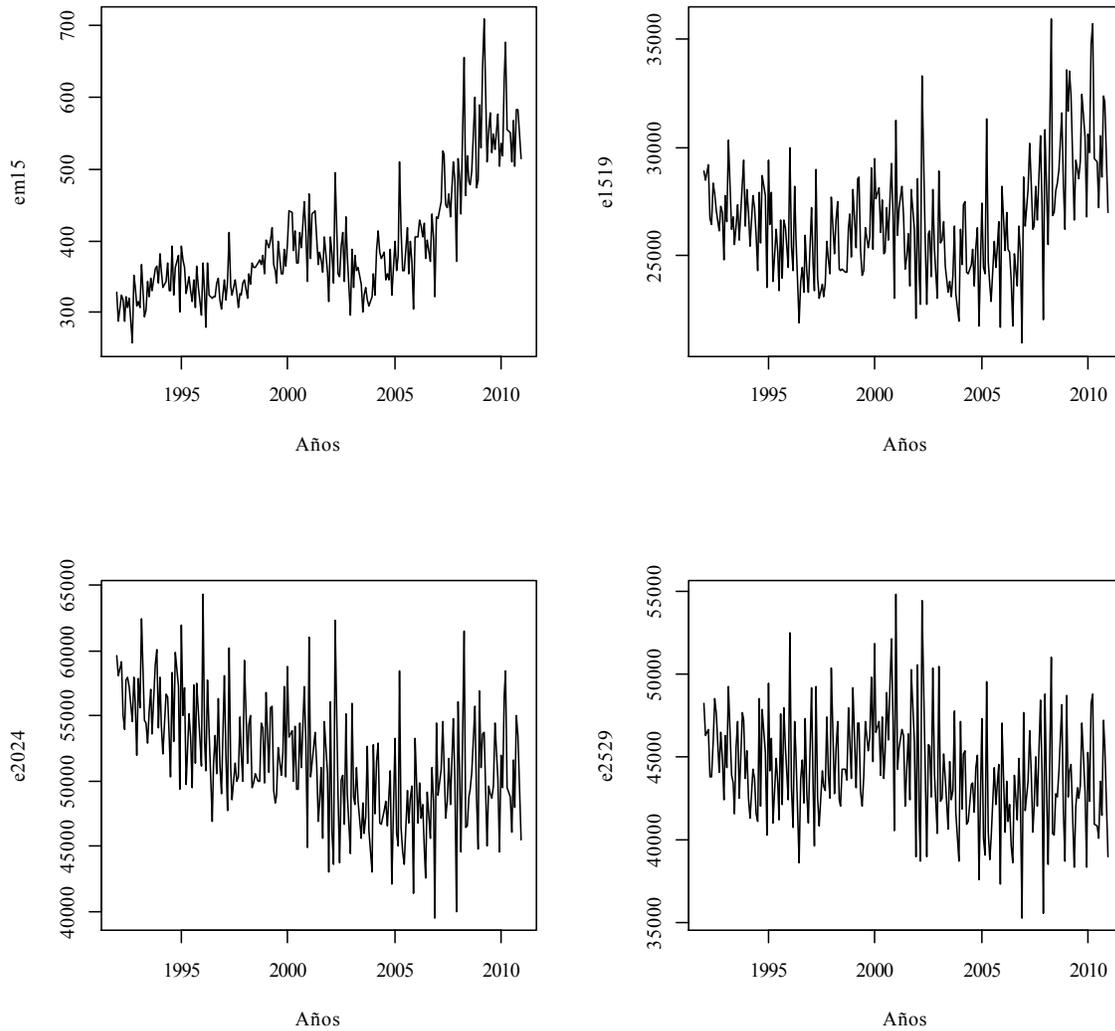
Por ello, en el caso de los datos de nacimientos, se decidió realizar una transformación con la función logaritmo, observando, en la gráfica 2.5.2, que la distancia entre cada una de las series se ha disminuido significativamente, de tener diferencias de hasta 50,000 nacimientos en algunos grupos de edad, ahora se tienen los datos acotados entre los valores de 5 y 11, lo cual es congruente con lo que se propone, eliminar varianza por medio de esta transformación y así poder trabajar mejor con los datos de las ocho series. El comportamiento de las series es el mismo, solamente varía la magnitud del cambio de los patrones vistos en el total de nacimientos antes de aplicar logaritmo, observado a partir de la gráfica 2.5.3 y hasta la 2.5.6.

Gráfica 2.5.2 Logaritmo natural del número de nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año por edad de la madre. México 1992 - 2010



Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI

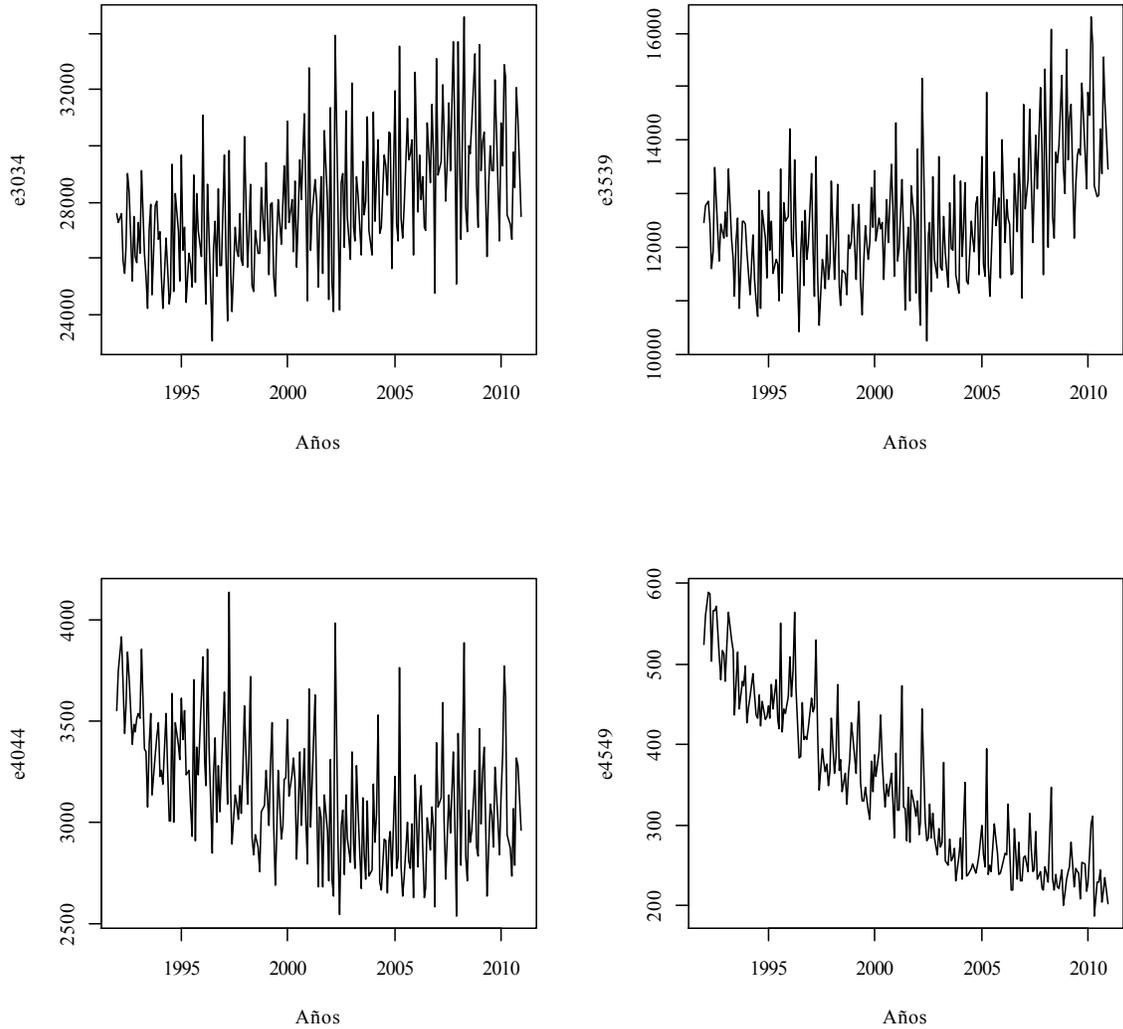
Gráfica 2.5.3. Nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año por edad de la madre –Madres menores de 15 años, de 15 a 19 años, de 20 a 24 y de 25 a 29 años, México 1992 – 2010.



Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI 1992-2010

La gráfica 2.5.3 muestra el número de nacimientos registrados en madres menores de 15 años (em15), de 15 a 19 años (e1519), de 20 a 24 (e2024) y de 25 a 29 años (e2529), el orden va de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo.

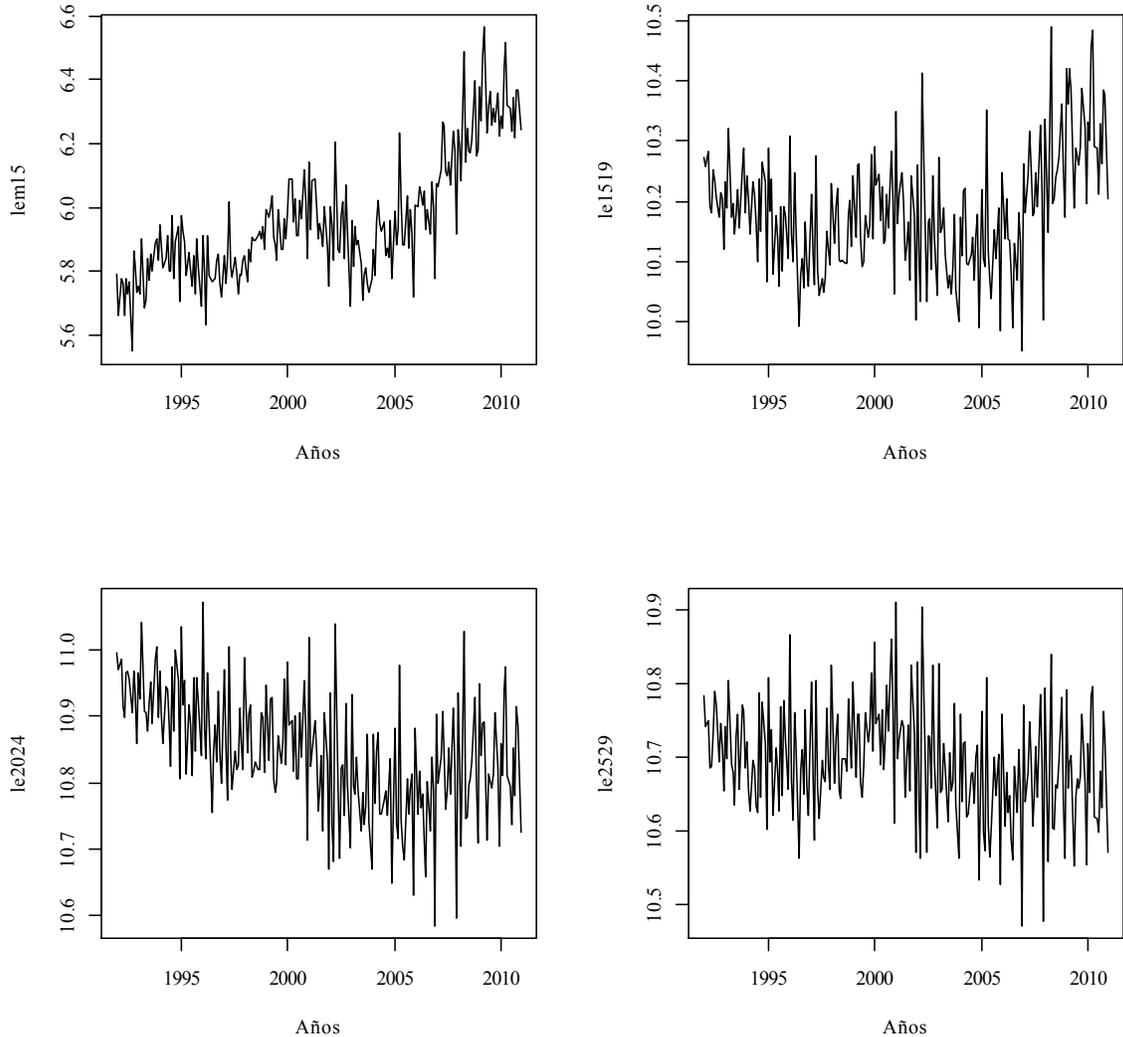
Gráfica 2.5.4. Nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año por edad de la madre –Madres de 30 a 34 años, 35 a 39, 40 a 44 y de 45 a 49 años. México 1992 – 2010.



Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI 1992-2010

Complementando las series, la gráfica 2.5.4 muestra el número de nacimientos registrados en madres de 30 a 34 años (e3034), de 35 a 39 años (e3539), de 40 a 44 años (e4044) y de 45 a 49 años de edad, siguiendo el mismo orden que la gráfica anterior (2.5.3).

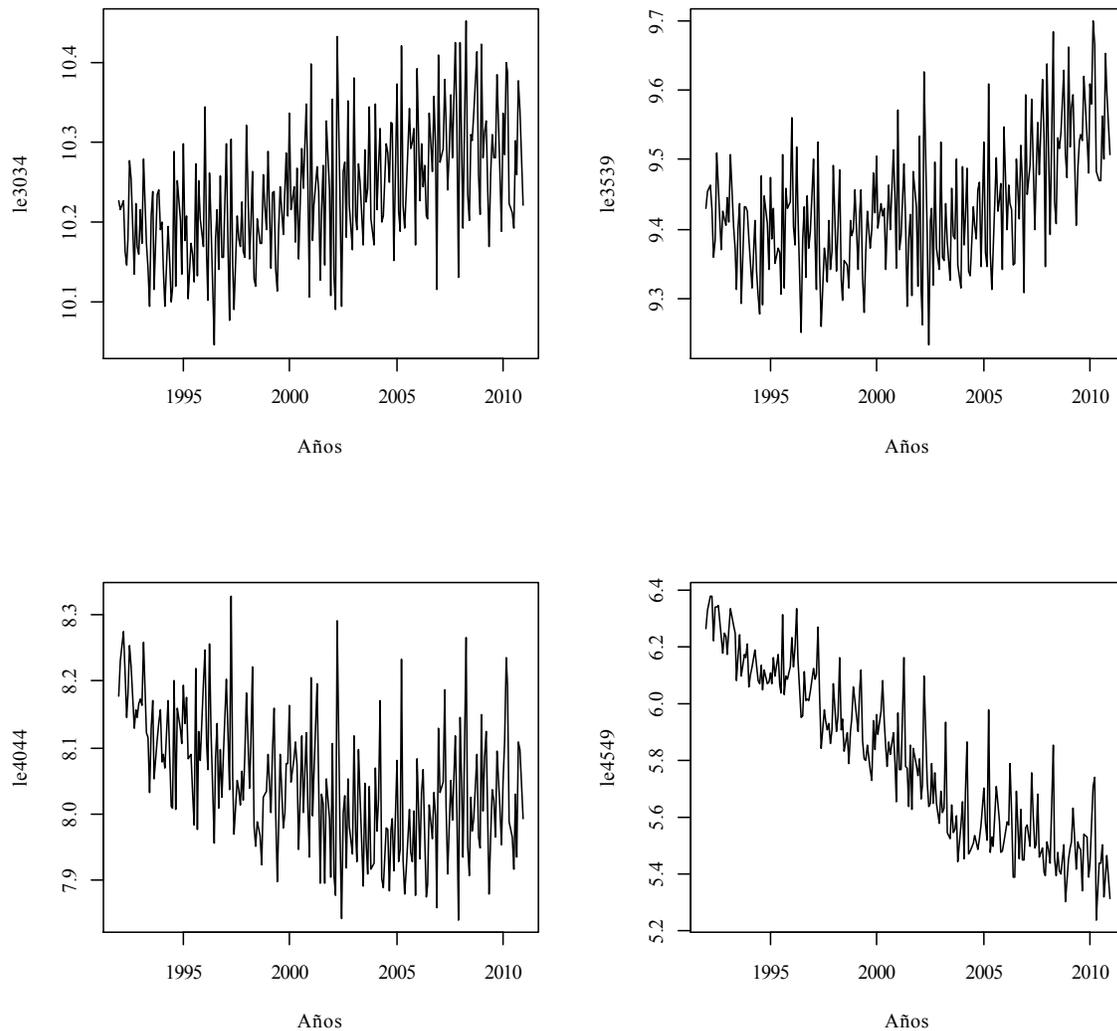
Gráfica 2.5.5. Logaritmo natural del número de nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año por edad de la madre –Madres menores de 15 años, de 15 a 19 años, de 20 a 24 y de 25 a 29 años, México 1992 – 2010.



Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI 1992-2010

Se sigue la misma notación y el orden de la gráfica 2.5.3

Gráfica 2.5.6. Logaritmo natural del número total de nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año por edad de la madre –Madres de 30 a 34 años, 35 a 39, 40 a 44 y de 45 a 49 años. México 1992 – 2010.



Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI

En el caso de esta gráfica, se sigue la nomenclatura explicada en la gráfica 2.5.4.

El propósito de las gráficas 2.5.3, 2.5.4, 2.5.5 y 2.5.6 es mostrar que, aún aplicando la transformación lineal logaritmo, las ocho series tienen el mismo comportamiento presentado en las series originales, la diferencia es la distancia que guardan los datos, es

decir la variabilidad en el patrón de comportamiento. Una de las bondades que se tienen con esta transformación es que conserva en su totalidad la información de la estructura de la serie.

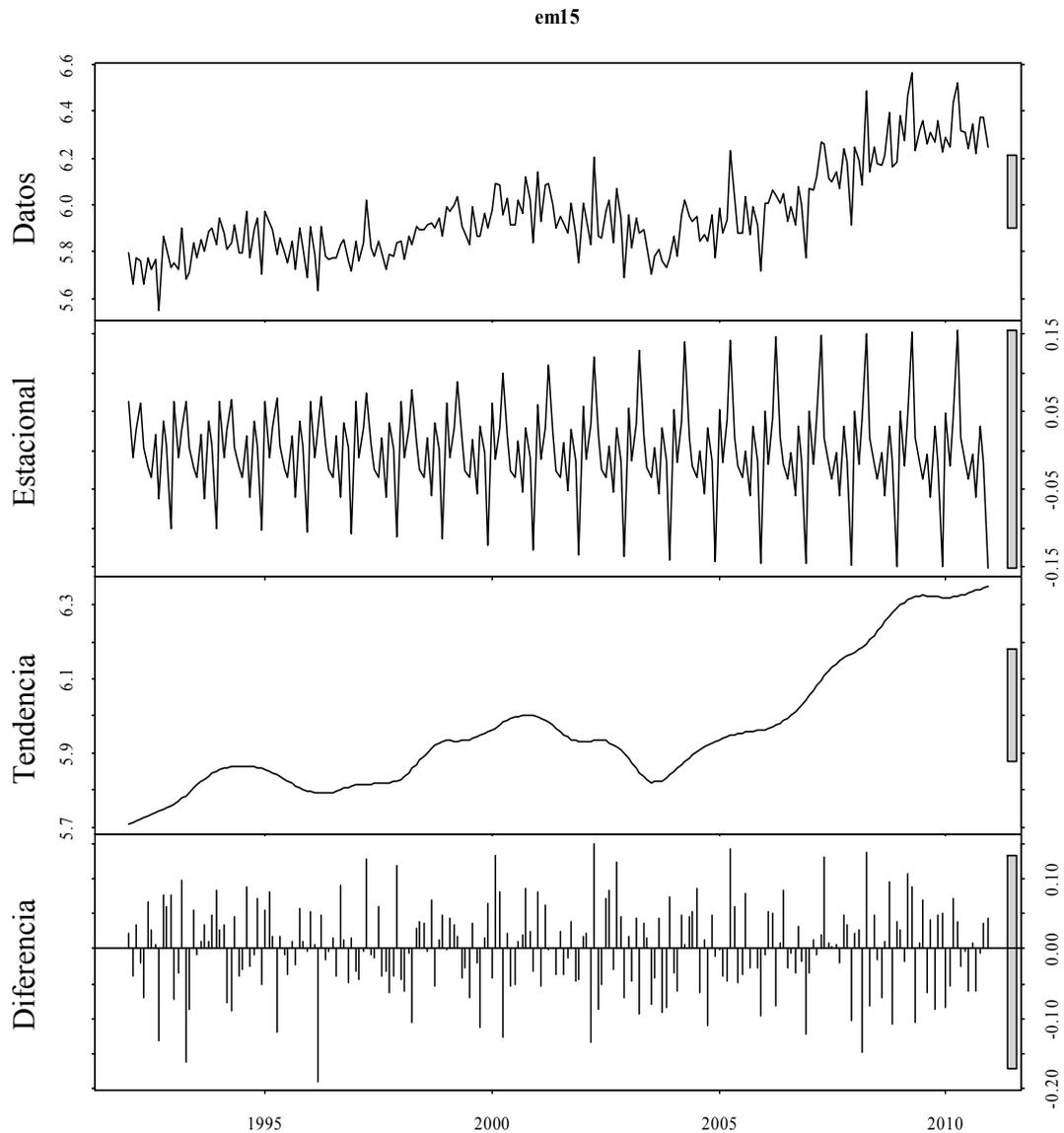
Para completar el análisis, Guerrero (2003) propone un análisis considerado como clásico, mejor conocido como el de descomposición de series, el cual presupone que la serie de tiempo está formada por un componente de tendencia-ciclo, que representa el movimiento de largo plazo de la serie. Otro componente es la estacionalidad, cuya utilidad es la de representar los efectos producidos por fenómenos que se repiten cada año con cierta constancia. Y un componente más es la irregularidad, que sirve para caracterizar los movimientos fortuitos que se consideran aleatorios. Bajo este esquema se analizarán cada una de las series de nacimientos según edad de la madre. Es importante precisar que este esquema de análisis aún siendo bastante útil, es un tanto limitado, en esencia, a la estimación del componente estacional a fin de obtener series desestacionalizadas, esto debido a la aparición y unificación de ciertos métodos estadísticos relacionados con los procesos estocásticos, que han probado su eficacia en la construcción de modelos para series de tiempo. Este enfoque no es del todo útil, para el objetivo de esta tesis debido a que no se pretende realizar un modelo univariado para cada serie, sino un modelo que explique el comportamiento y pronostique con un solo modelo de vectores autorregresivos. Aún así este enfoque formaliza la teoría de las series de tiempo como un primer análisis, siguiendo el enfoque clásico de análisis de las series de tiempo.

Para el análisis de descomposición de series, a continuación se presentan las gráficas con los componentes de cada serie. Cada una de las gráficas se compone por cuatro cuadros: en el primero se presentan los datos con su transformación logaritmo; el segundo presenta el componente estacional; el tercero la tendencia y el último la diferencia entre el componente estacional y la tendencia; estos componentes se muestran a lo largo del periodo en estudio, 1992 a 2010, con una periodicidad mensual.

Comencemos por la serie de los nacimientos registrados en madres menores de 15 años, gráfica siguiente (2.5.7), y así hasta la última serie de nacimientos, los registrados en madres de 45 a 49 años. En la gráfica 2.5.7, se observa que los efectos estacionales están dados por un incremento del número de nacimientos registrados en los primeros meses de

cada año, mientras que en los últimos meses hay una disminución de éstos, este patrón se repite a lo largo de todos años; asimismo, este patrón estacional es más alto a partir del año 2005 y hasta el 2010. Por otro lado se observa que los datos siguen una tendencia ascendente a lo largo de todo el periodo, a partir del año 2003 comienza con una velocidad de ascenso mayor que los años anteriores hasta llegar al año 2010, que es el último año donde se tienen datos disponibles. En virtud de lo mostrado, no hay evidencia para concluir que existe un patrón estacionario en los datos, esto es, que en toda la serie la varianza y la media no son constantes.

Gráfica 2.5.7 Componentes de la serie de nacimientos registrados de niños vivos menores de un año en mujeres menores de 15 años de edad. México 1992 – 2010

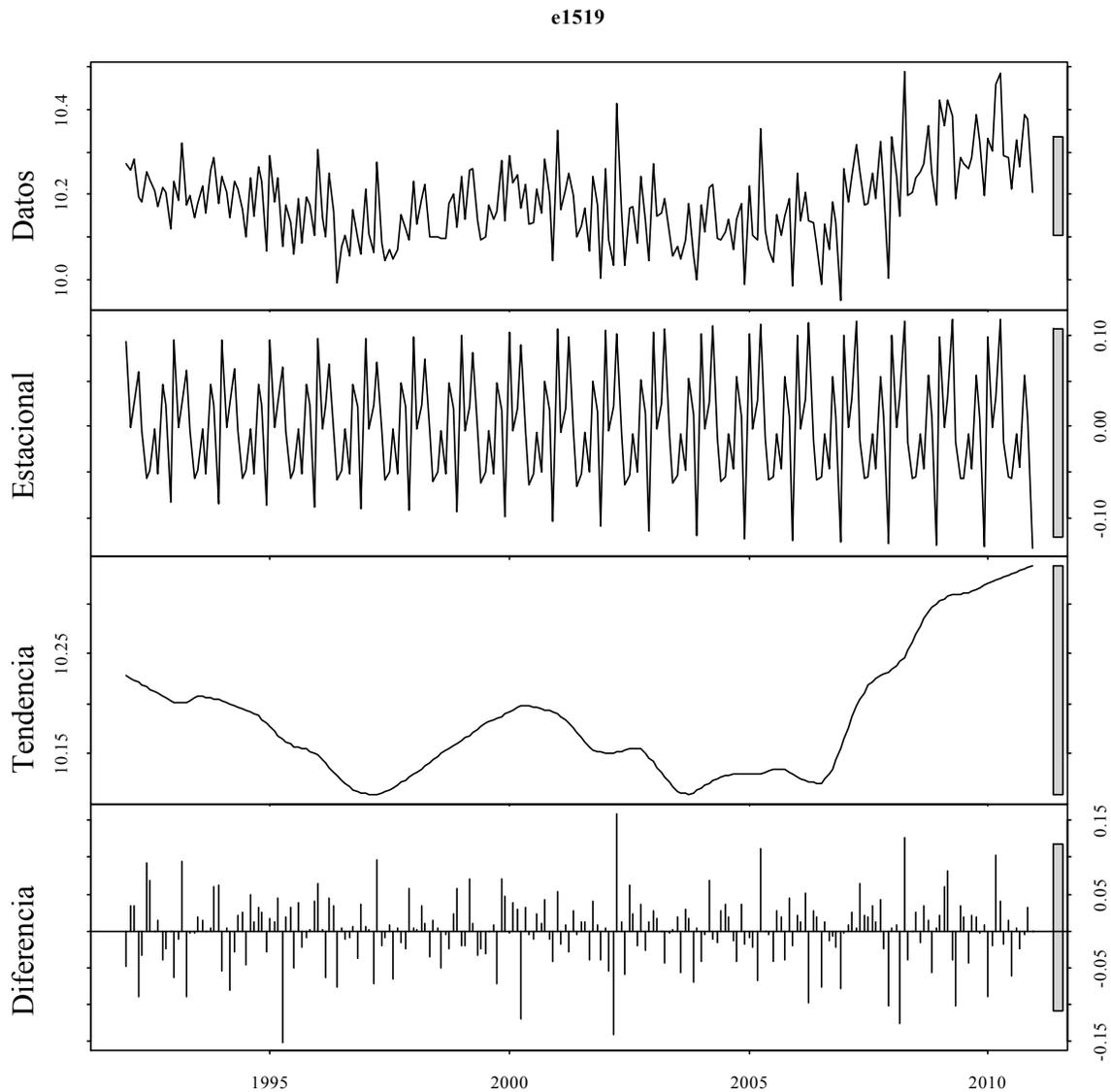


Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI

Por su parte, el número de nacimientos en madres de 15 a 19 años muestra, por la gráfica 2.5.8, que el patrón estacional está dado por un incremento del número de nacimientos registrados en la primera mitad del año, mientras que para la otra mitad ocurre una disminución, tal vez, no tan marcada como en la serie anterior pero sí de forma significativa para el último mes del año. En cuanto a la tendencia se refiere, vemos que es a partir del

año 2006 donde comienza una tendencia creciente de los datos; para el periodo 1992 a 2006 no existe tendencia alguna, por lo que los datos tienen una varianza y media constante confirmado en el cuadro donde se muestran los datos y así concluir que esta serie cuenta con un patrón estacionario en ese periodo.

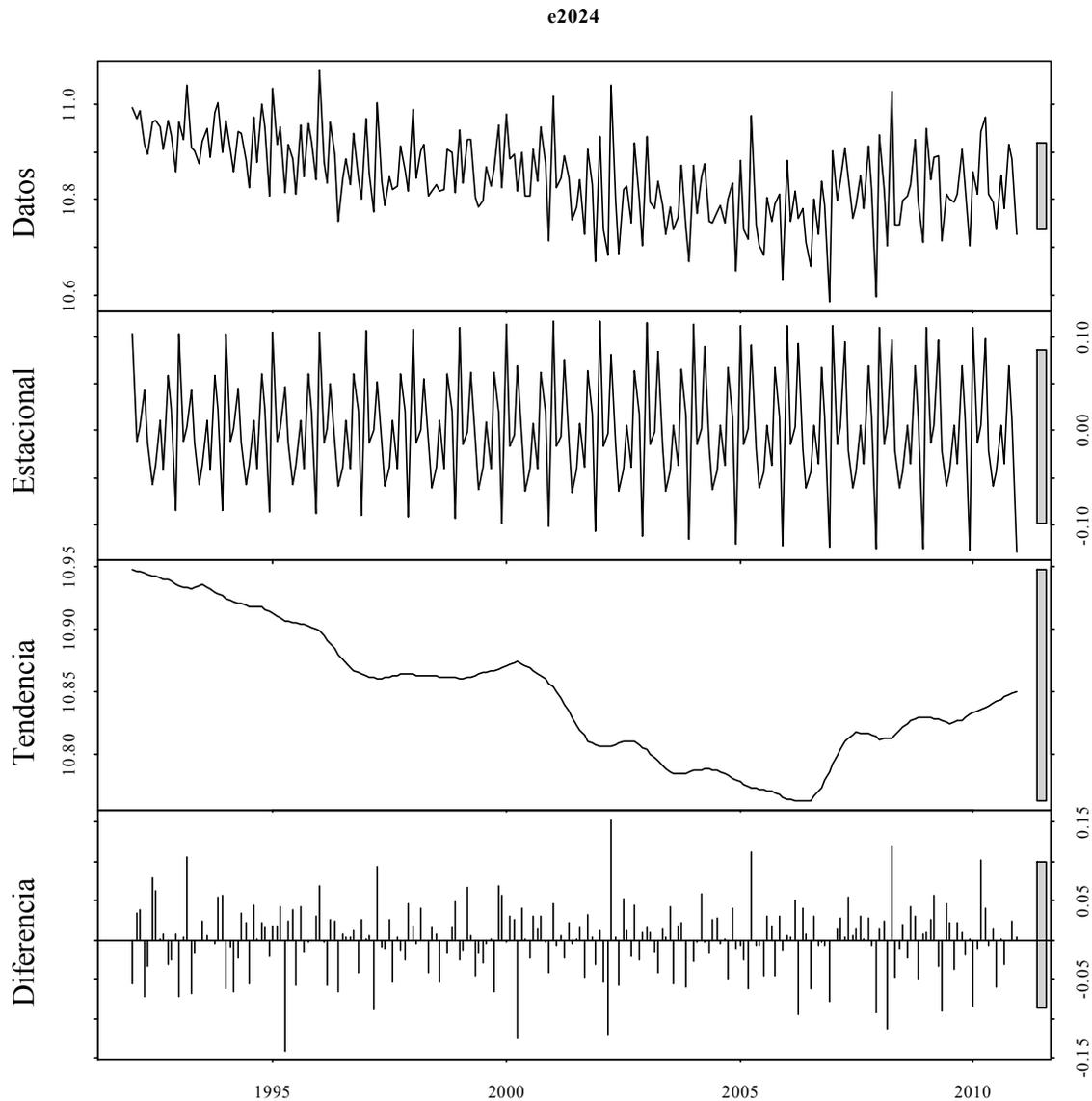
Gráfica 2.5.8. Componentes de la serie de nacimientos registrados de niños vivos menores de un año en mujeres de 15 a 19 años de edad. México 1992 – 2010



Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI

Podemos observar por la gráfica siguiente que, aunque se marca el patrón estacional, en la serie de nacimientos en madres de 20 a 24 años de edad, como en las series anteriores, la disminución de los nacimientos registrados en la segunda mitad del año, no es tan marcada como en las anteriores. En el cuadro tendencia, se percibe que los datos cuentan con una tendencia ligeramente descendente, confirmada en el tercer cuadro, donde a partir del año 2006 comienza a incrementarse el número de nacimientos hasta diciembre 2010. Por otro lado, se percibe un patrón estacionario en la serie, no tan visible en todo el periodo, pero sí a partir del año 2003 hasta el año 2010.

Gráfica 2.5.9. Componentes de la serie de nacimientos registrados de niños vivos menores de un año en mujeres de 20 a 24 años de edad. México 1992 – 2010

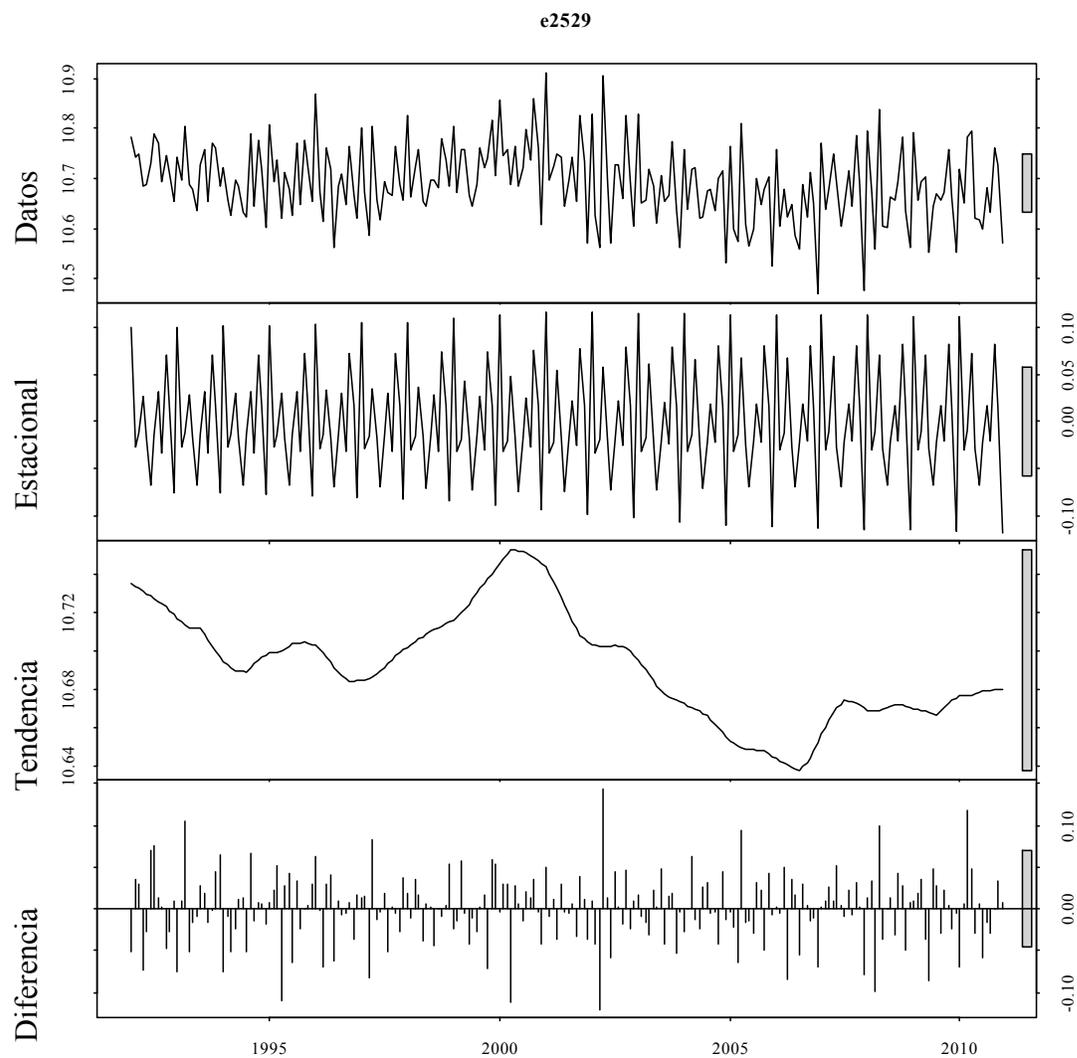


Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI

Lo primero que salta a la vista en los componentes de los nacimientos en madres de 25 a 29 años de edad, son los tres momentos de tendencia que existen en la serie, el primero va de 1992 a 2000 con una tendencia creciente, el segundo que va del año 2000 al 2006 con una tendencia descendiente y a partir del 2006 al 2010 se percibe una tendencia creciente. Es debido a estos tres momentos de tendencia que, en el primer cuadro de la gráfica donde se

observan los datos, se distinga que la media y la varianza de los datos son constantes en todo el periodo, esto se traduce en que los datos de esta serie cuentan con un patrón estacionario. En cuanto al patrón estacional, aquí la disminución de los registros a mitad del año se marca de manera significativa, mientras que el incremento de los registros en la primera mitad del año es igual al de la segunda mitad, ocurriendo esto en todos los años del periodo en cuestión.

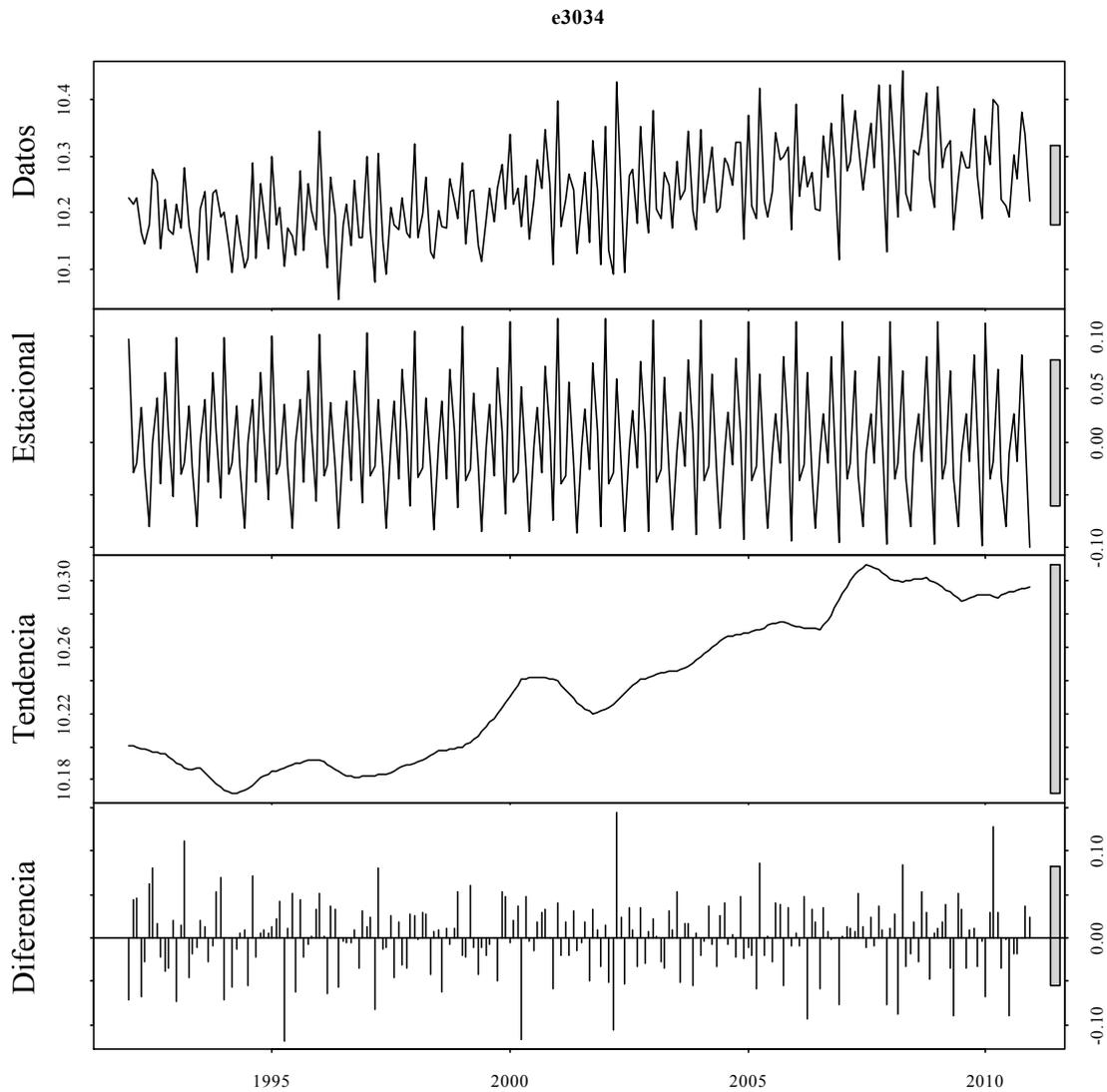
Gráfica 2.5.10. Componentes de la serie de nacimientos registrados de niños vivos menores de un año en mujeres de 25 a 29 años de edad. México 1992 – 2010



Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI

La tendencia del número de nacimientos en madres de 30 a 34 años de edad, es creciente a lo largo de todo el periodo, con algunos sobresaltos en los años 2000 y 2007. Esta tendencia creciente indica que la varianza y la media no son constantes en el periodo comprendido entre los años 1992 y 2010. En cuanto al patrón estacional, la disminución del número de nacimientos registrados a mitad del año se presenta en todos los años del periodo de estudio y es a mitad del año donde se presenta el menor número de nacimientos respecto a todo el año. Es importante notar que el número de nacimientos en este grupo de edad va en constante crecimiento, es en las mujeres de estas edades y en las de 15 a 19 años donde el crecimiento se está dando más acelerado.

Gráfica 2.5.11. Componentes de la serie de nacimientos registrados de niños vivos menores de un año en mujeres de 30 a 34 años de edad. México 1992 – 2010

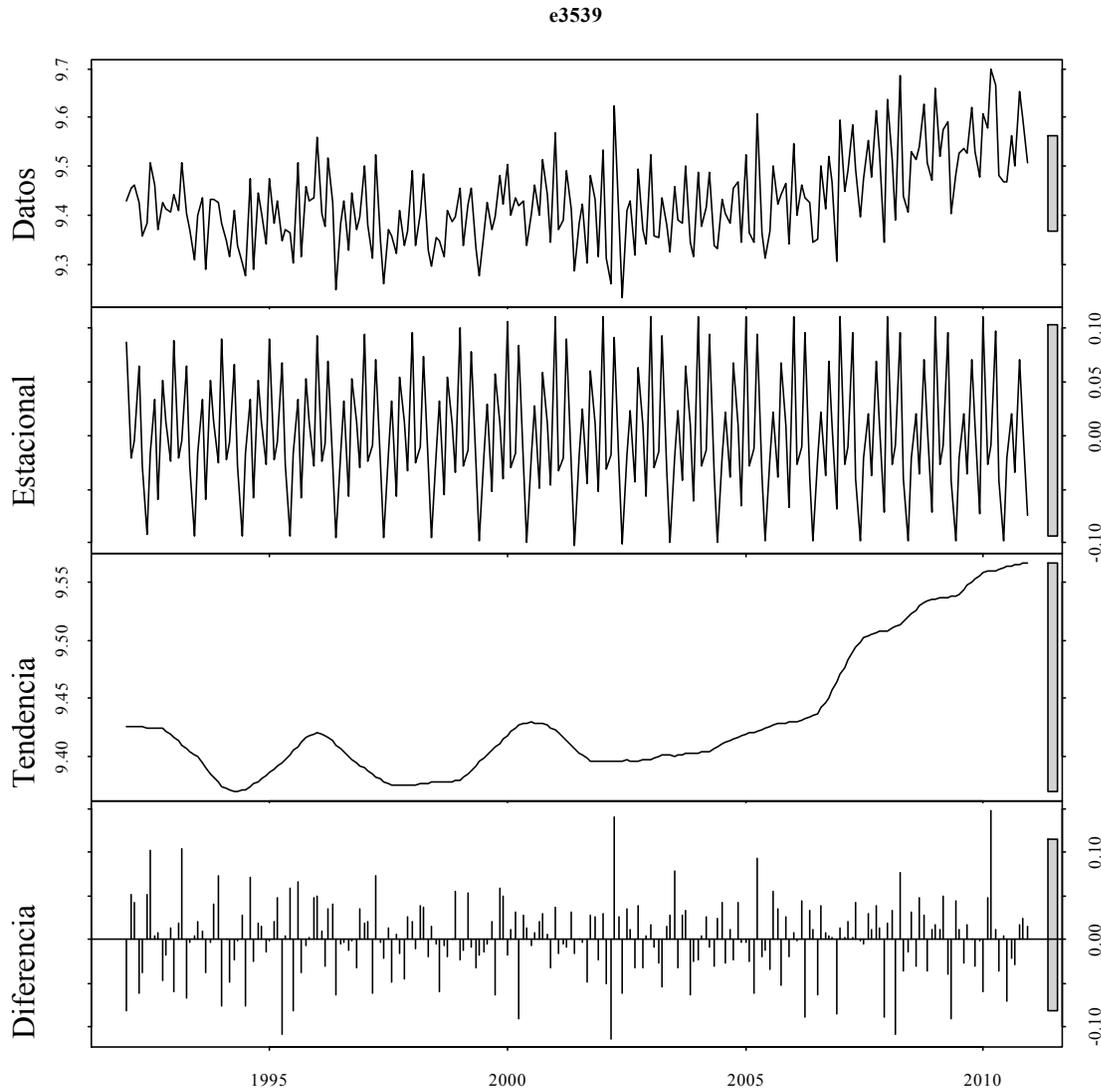


Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI

En el cuadro Tendencia de la gráfica 2.5.12, se muestra que en los primeros años del periodo se podría pensar en que estos datos contenían el componente de ciclo debido al comportamiento de la serie entre los años 1992 a 2002, pero fue a partir de este último año donde se rompió ese ciclo convirtiéndose en una tendencia creciente hasta el año 2010; es durante el primer periodo donde se observa un patrón estacionario en los datos, el cual

también se rompe a partir del año 2002 gracias a la tendencia mostrada. El patrón estacional está marcado por un crecimiento en los datos en los meses de enero y marzo principalmente y una disminución entre los meses junio y julio.

Gráfica 2.5.12. Componentes de la serie de nacimientos registrados de niños vivos menores de un año en mujeres de 35 a 39 años de edad. México 1992 – 2010

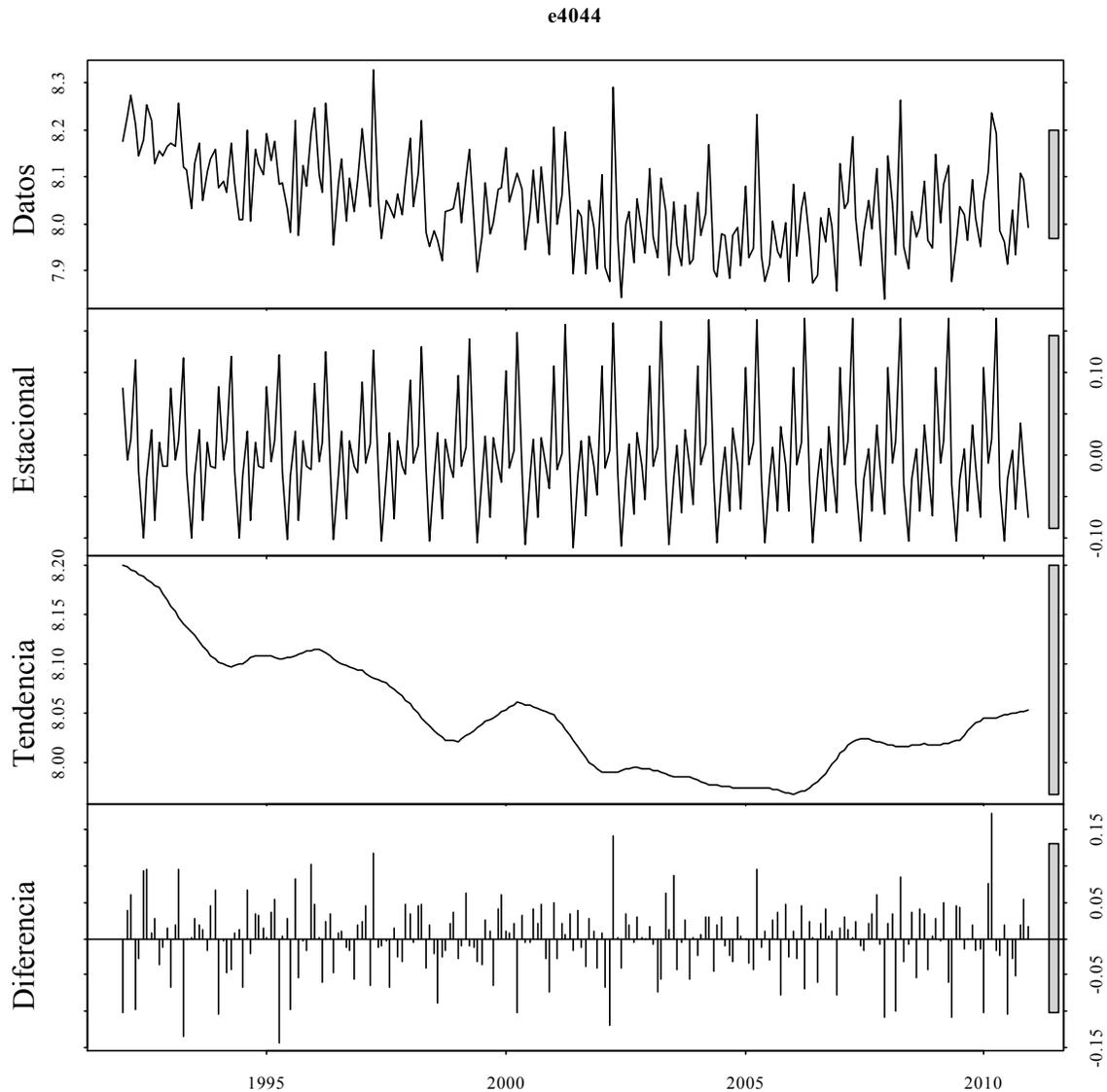


Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI

Las fluctuaciones estacionales son lo que primero salta a la vista en la siguiente gráfica, vemos que el patrón estacional que venía dándose en las series anteriores, cambió de manera drástica, mostrando ahora cambios significativos en el crecimiento y disminución

de los nacimientos en distintos momentos del año; el patrón estacional para esta serie está marcado por la tajante disminución del número de nacimientos a mitad del año, diferente al patrón que se venía presentando donde era diciembre donde había el menor número de nacimientos en el año. La tendencia descendente es contundente en los primeros años del periodo, a partir del año 2000 es donde los nacimientos comienzan a ser estables, esto es, mantienen un crecimiento parecido, dando lugar a un patrón estacionario a partir del año 2000 y hasta 2010.

Gráfica 2.5.13 Componentes de la serie de nacimientos registrados de niños vivos menores de un año en mujeres de 40 a 44 años de edad. México 1992 – 2010

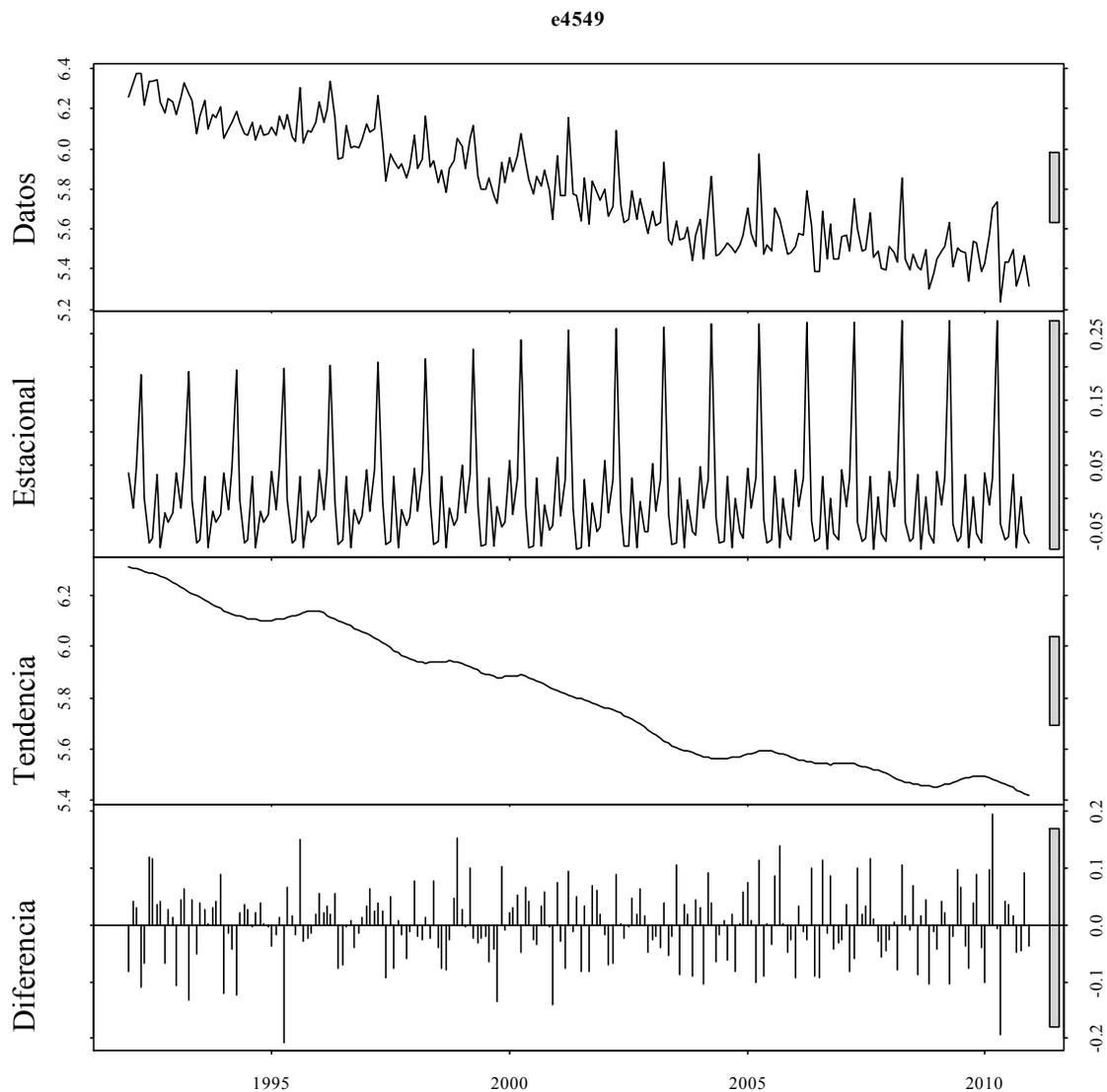


Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI

Lo importante a resaltar en esta última serie, es la tendencia decreciente a lo largo del periodo, la disminución del número de nacimientos registrados en mujeres de 45 a 49 años de edad es marcada en todo el periodo 1992 a 2010. También el notorio patrón estacional distinto al de las otras siete series, el cual está acentuado por la drástica disminución de los registros a mitad del año y sin crecimiento alguno de éstos en el año. La variabilidad de los

datos marcados por la tendencia descendente hace impensable que los datos tengan un patrón estacionario, lo cual se verifica asumiendo que la media y varianza no es constante.

Gráfica 2.5.14. Componentes de la serie de nacimientos registrados de niños vivos menores de un año en mujeres de 45 a 49 años de edad. México 1992 – 2010



Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI

3. Metodología

3.1 Introducción

Los modelos de series de tiempo pueden ser herramientas útiles para el cálculo de pronósticos a corto plazo de los nacimientos. Estos modelos indican cuántos niños nacerán si los movimientos observados en el pasado reciente continúan en el futuro próximo. Por supuesto, si los demógrafos tienen razones para creer que los cambios en el futuro desviarán tal o cual patrón de cambio, los pronósticos podrán ajustarse de acuerdo a dichos cambios. Sin embargo, las proyecciones con series de tiempo son un primer paso importante en el proceso de realizar pronósticos estocásticos de población (De Beer, 1989).

Para el pronóstico de los nacimientos, una posibilidad consiste en estimar el número total de nacimientos directamente desde el desplazamiento del total de nacimientos en meses o años previos. Esto puede ser especialmente apropiado para las proyecciones en el corto plazo, así como, que los datos estén disponibles en un tiempo relativamente corto. Si el intervalo de pronóstico es extenso, este enfoque es menos adecuado porque no distingue los efectos en el cambio y la distribución por edad de la población fértil, desde los efectos en el cambio del comportamiento de la fecundidad. Por esta razón, los modelos de series de tiempo se pueden aplicar a las tasas globales de fecundidad, las cuales no se ven afectadas por el tamaño y la distribución de la población. Sin embargo, este último procedimiento no toma en cuenta los cambios en el patrón de la fecundidad por edad. Una disminución de la tasa global de la fecundidad puede ser causada por una postergación de los nacimientos, en tal caso, la disminución sólo será temporal. Por lo tanto, parece útil la aplicación de series de tiempo para separar las tasas específicas por edad, si éstas se proyectan de manera independiente, la información disponible en los datos no es usada de manera óptima para el desplazamiento de las diferentes tasas específicas a través del tiempo. Por esta razón, los modelos de series de tiempo capaces de descubrir los cambios de las diferentes tasas simultáneamente, deben utilizarse para la estimación de pronóstico de esta variable demográfica (De Beer, 1989).

La metodología que se emplea en este proyecto es una técnica de series de tiempo multivariadas, en la que muchos de los conceptos de series de tiempo univariadas se trasladan naturalmente a ésta, en algunos casos, existen conceptos específicos de las segundas. El análisis multivariado de series de tiempo se utiliza cuando se quiere modelar y explicar las interacciones y movimientos que acompañan a un grupo de variables de series de tiempo. Para ejemplificar esto, definamos a las series de tiempo multivariadas. Si consideramos n variables de las series de tiempo $\{Y_{1t}\}, \dots, \{Y_{nt}\}$. Una serie de tiempo multivariada es el vector $\{Y_t\}$ de tamaño $(n \times 1)$, donde la i -ésima fila de $\{Y_t\}$ es $\{y_{it}\}$; esto es para cualquier tiempo t , $Y_t = (y_{1t}, \dots, y_{nt})'$. Incluso, cualquier serie de tiempo multivariada Y_t de tamaño $(n \times 1)$ tiene una representación de un proceso lineal de la forma (Zivot y Wang, 2006):

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t + \Psi_1 \varepsilon_{t-1} + \Psi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots = \mu + \sum_{k=0}^{\infty} \Psi_k \varepsilon_{t-k} \quad [3.1]$$

donde $\Psi_0 = I_n$ y ε_t es un proceso multivariado de ruido blanco con media cero y matriz de varianza $E[\varepsilon_t \varepsilon_t'] = \Sigma$. En la ecuación [3.1] Ψ_k es una matriz de $(n \times n)$ con un elemento (i, j) , ψ_{ij}^k . En notación con operadores de retraso, la forma es:

$$Y_t = \mu + \Psi(L)\varepsilon_t \quad [3.2]$$

$$\Psi(L) = \sum_{k=0}^{\infty} \Psi_k L^k \quad [3.3]$$

Los momentos de Y_t se dan por

$$E[Y_t] = \mu \quad [3.4]$$

$$Var(Y_t) = \sum_{k=0}^{\infty} \Psi_k \Sigma \Psi_k' \quad [3.5]$$

Lo anterior ejemplifica lo que se desea realizar en este proyecto: analizar las series de tiempo multivariadas y llegar a un modelo que explique a todas en conjunto.

3.2 Modelo de Vectores Autorregresivos

Para la metodología de la definición del modelo VAR , así como su estimación y pronóstico se tomaron como base: Sims, 1980; Sims, 1982; Lütkepohl, 2005; Zivot y Wang, 2006.; así

como Silva, Guerrero y Peña 2010. A partir de estos documentos se realizó la metodología homologando definiciones, términos y notación matemática.

Veamos a los pronósticos como funciones lineales de observaciones pasadas. Consideremos una serie de tiempo univariada y_t con su pronóstico en un periodo $h = 1$ en el futuro. Si asumimos una función lineal para un proceso como el que se quiere explicar, se tiene:

$$\hat{y}_{T+1} = v + \alpha_1 y_{T-1} + \alpha_2 y_{T-2} + \dots \quad [3.6]$$

Asumiendo que solo un número finito p , por ejemplo, de valores de y son usados en la fórmula de predicción, se obtiene

$$\hat{y}_{T+1} = v + \alpha_1 y_{T-1} + \alpha_2 y_{T-2} + \dots + \alpha_p y_{T-p+1} \quad [3.7]$$

Por supuesto, el valor verdadero de y_{T+1} no suele ser exactamente igual al pronóstico estimado \hat{y}_{T+1} . Denotaremos el error de pronóstico por $\epsilon_{T+1} = y_{T+1} - \hat{y}_{T+1}$, entonces

$$y_{T+1} = \hat{y}_{T+1} + \epsilon_{T+1} = v + \alpha_1 y_{T-1} + \alpha_2 y_{T-2} + \dots + \alpha_p y_{T-p+1} + \epsilon_{T+1} \quad [3.8]$$

Ahora, se asume que los números son realizaciones de variables aleatorias y que la ley de la generación de los datos de la muestra prevalece en cada periodo T , dando lugar a que la ecuación [3.8] tenga la forma de un proceso autorregresivo,

$$y_t = v + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \dots + \alpha_p y_{t-p} + \epsilon_t \quad [3.9]$$

donde $y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-p}$ y ϵ_t son variables aleatorias. Para conseguir realmente un proceso autorregresivo (AR) se supone que los errores de pronóstico ϵ_t para diferentes periodos no están correlacionados, esto es que ϵ_t y ϵ_s no están correlacionados para $s \neq t$. En otras palabras, se asume que toda la información útil en el pasado es usada en el pronóstico, por lo que entonces existen errores de pronóstico no sistemáticos.

Si se consideran series de tiempo múltiples, una extensión obvia de [3.7] podría ser:

$$\begin{aligned} \hat{y}_{k,T+1} = & v + \alpha_{k1,1} y_{1,T} + \alpha_{k2,1} y_{2,T} + \dots + \alpha_{kK,1} y_{K,T} \\ & + \dots + \alpha_{k1,p} y_{1,T-p+1} + \dots + \alpha_{kK,p} y_{K,T-p+1} \end{aligned} \quad [3.10]$$

Para toda $k = 1, \dots, K$

Para simplificar la notación, sea $y_t = (y_{1t}, \dots, y_{Kt})'$, $\hat{y}_t = (\hat{y}_{1t}, \dots, \hat{y}_{Kt})'$, $v = (v_1, \dots, v_K)'$

$$y A_i = \begin{bmatrix} \alpha_{11,i} & \cdots & \alpha_{1K,i} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{K1,i} & \cdots & \alpha_{KK,i} \end{bmatrix}$$

Entonces [3.10] puede compactarse, escribiéndose como

$$\hat{y}_{T+1} = v + A_1 y_T + \dots + A_p y_{T-p+1} \quad [3.11]$$

Si las y_t 's son considerados como vectores aleatorios, el pronóstico óptimo, obtenido a partir del modelo de vectores autorregresivos, es de la forma:

$$y_t = v + A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p+1} + \varepsilon_t \quad [3.12]$$

donde el vector $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \dots, \varepsilon_{Kt})'$ forma una secuencia independiente idénticamente distribuida a los K-vectores aleatorios con media cero.

Los modelos más populares para las series de tiempo multivariadas es el modelo de vectores autorregresivos, el cual es una extensión multivariada del modelo autorregresivo univariado. Para visualizar la generalización de un modelo *VAR* con un número p de parámetros, tomemos un modelo bivariado *VAR(1)* que tiene la forma:

$$\begin{pmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \pi_{11}^1 & \pi_{12}^1 \\ \pi_{21}^1 & \pi_{22}^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1t-1} \\ y_{2t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

O de la forma

$$y_{1t} = c_1 + \pi_{11}^1 y_{1t-1} + \pi_{12}^1 y_{2t-1} + \varepsilon_{1t} \quad [3.13]$$

$$y_{2t} = c_2 + \pi_{21}^1 y_{1t-1} + \pi_{22}^1 y_{2t-1} + \varepsilon_{2t} \quad [3.14]$$

donde

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix} \sim iid \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{pmatrix} \right)$$

En las ecuaciones para y_1 y y_2 , los valores de los retrasos son presentados.

Seguendo el ejemplo anterior, el modelo general $VAR(p)$ para $Y_t = (y_{1t}, \dots, y_{kt})'$ tiene la forma:

$$y_t = v + A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + A_3 y_{t-3} + \dots + A_p y_{t-p} + \epsilon_t \quad [3.15]$$

con $t = 1, \dots, T$

donde el valor p del modelo VAR es el número de retrasos que tiene el modelo;

v es un vector fijo de términos de la intercepción que permite la posibilidad de una media distinta de cero $E(y_t)$;

A_i es la matriz de coeficientes de tamaño $(K \times K)$;

ϵ_t es un vector de $(k \times 1)$ de ruido blanco con media cero e invariante respecto a la matriz de covarianzas Σ . Es decir, $E(\epsilon_t) = 0$, $E(\epsilon_t \epsilon_t') = \Sigma_\epsilon$ y $E(\epsilon_t \epsilon_s') = 0$ para $s \neq t$. La matriz de covarianza es una matriz no singular.

Los modelos VAR son capaces de capturar gran parte de la compleja dinámica observada en las series estacionarias multivariadas. Por lo tanto, el modelo $VAR(p)$ es un modelo de regresión aparentemente no relacionada con variables rezagadas y términos deterministas como los de una regresión lineal común.

En notación con operadores de retraso, el modelo $VAR(p)$ se puede escribir como sigue:

$$Y_t = v + AY_{t-1} + U_t \quad [3.16]$$

donde

$$Y_t := \begin{bmatrix} y_t \\ y_{t-1} \\ \vdots \\ y_{t-p+1} \end{bmatrix} \text{ de tamaño } (Kp \times 1);$$

$$v = \begin{bmatrix} v_{k1} \\ v_{k2} \\ \vdots \\ v_{kp} \end{bmatrix} \text{ de tamaño } (Kp \times 1);$$

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \dots A_{1p} \\ A_{21} & A_{22} \dots A_{2p} \\ \vdots & \vdots \\ A_{k1} & A_{k2} \dots A_{kp} \end{pmatrix} \text{ de tamaño } (Kp \times Kp);$$

$$U_t = \begin{bmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \\ \vdots \\ \epsilon_{kt} \end{bmatrix} \text{ de tamaño } (Kp \times 1);$$

Y_t es estable si $\det(I_{Kp} - Az) \neq 0$ para $|z| \leq 1$.

Su vector de medias es

$$\mu = E[Y_t] = (I_{Kp} - A)^{-1} v$$

Y su covarianza es

$$\Gamma_Y(h) = \sum_{t=0}^{\infty} A^{h+i} \Sigma_U (A^i)'$$

donde $\Sigma_U = E(U_t U_t')$ usando la matriz de tamaño $(K \times Kp)$

$$J = [I_k : 0 : \dots : 0]$$

El proceso y_t es obtenido como $y_t = JY_t$ porque Y_t es un proceso estocástico bien definido, lo mismo es cierto para y_t , su media es $E(y_t) = J\mu$ la cual es una constante para todo t y la autocovarianza $\Gamma_y(h) = J\Gamma_Y(h)J'$ es también invariante en el tiempo. Esto es fácil de ver ya que

$$\det(I_{Kp} - Az) = \det(I_K - A_1 z - \dots - A_p z^p)$$

Dada la definición del polinomio característico de una matriz, que llamamos polinomio característico inversa del proceso $VAR(p)$. Por tanto, podemos decir que el proceso [3.15] es estable si su polinomio característico inverso no tiene raíces en y sobre el círculo complejo unitario. Formalmente, y_t es estable si

$$\det(I_K - A_1 z - \dots - A_p z^p) \neq 0 \text{ para } |z| \leq 1. \quad [3.17]$$

Esta condición es llamada: condición de estabilidad.

En resumen, podemos decir que y_t es un proceso $VAR(p)$ estable si se tiene la condición [3.17] y

$$y_t = JY_t = J\mu + J \sum_{i=0}^{\infty} A^i U_{t-i}$$

Debido a que el vector $U_t = (\varepsilon'_t, 0, \dots, 0)'$ contiene el proceso de ruido blanco ε_t , el otro proceso y_t está determinado por su ruido blanco o su proceso de innovación. A menudo, los supuestos específicos, con respecto a ε_t , están hechos para determinar el proceso y_t por la convención anterior. Un ejemplo importante es el supuesto de que ε_t es un ruido blanco Gaussiano, esto es que $\varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \Sigma_\varepsilon)$ para todo t , y u_t y u_s son independientes para $s \neq t$. En este caso, se puede mostrar que y_t es un proceso Gaussiano, esto es que, las subcolecciones y_t, \dots, y_{t+h} tienen distribuciones normales multivariadas para todo t y h .

El modelo básico $VAR(p)$ puede ser demasiado restrictivo para representar suficientemente las características principales de los datos. En particular, los demás términos deterministas, como una tendencia lineal o una variable ficticia estacional pueden ser requeridas para representar los datos correctamente, asimismo, las variables estocásticas exógenas pueden ser necesarias. La forma general de un modelo $VAR(p)$ son los términos determinísticos y las variables exógenas está dado por:

$$y_t = A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + A_3 y_{t-3} + \dots + A_p y_{t-p} + \Phi D_t + G X_t + \varepsilon_t \quad [3.18]$$

donde D_t representa una matriz de términos determinísticos de tamaño $(l \times 1)$, X_t una matriz de variables exógenas de tamaño $(m \times 1)$, Φ y G son los parámetros matriciales.

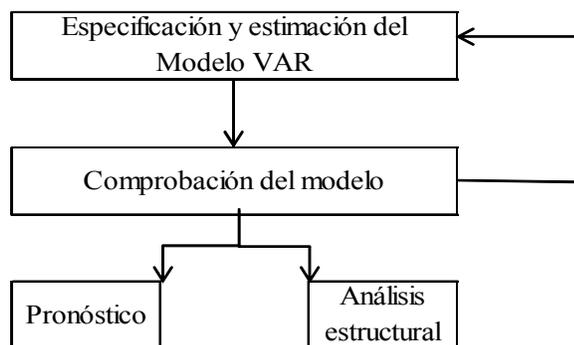
El modelo de vectores autorregresivos es uno de los modelos más exitosos, flexibles y fácil de usar para el análisis multivariado de las series de tiempo, se dice que es una extensión natural del modelo autorregresivo univariado a la dinámica multivariada. El modelo VAR ha demostrado ser especialmente útil para describir el comportamiento dinámico de las series de tiempo (económicas y financieras, principalmente) y su pronóstico; es frecuente que los pronósticos derivados de un modelo VAR sean superiores respecto a los obtenidos por un modelo univariado y elaboran modelos basados en la teoría de las ecuaciones simultáneas; los pronóstico a partir de un modelo VAR son muy flexibles,

ya que pueden estar condicionados a posibles horizontes de pronóstico a futuro de las variables específicas del modelo (Zivot y Wang, 2006).

Además de la descripción del comportamiento de los datos y su pronóstico, el modelo *VAR* es también utilizado para la inferencia estructural y el análisis de políticas. En el caso del análisis estructural, ciertos supuestos sobre la estructura causal de los datos se ponen como el objeto de investigación, así como los impactos causales de las crisis inesperadas o las innovaciones ocurridas en las variables específicas en el modelo, son resumidas. Estos efectos causales, generalmente se resumen con funciones de impulso respuesta y la descomposición de la varianza del error de pronóstico (Zivot y Wang, 2006; Guerrero, 2007).

Según Lütkepohl (2005) Los principales pasos para el análisis de un modelo *VAR*, en forma sistemática, son los siguientes:

Cuadro 3.2.1. Fases de análisis de los modelos *VAR*



Fuente: Lütkepohl, 2005 p. 6

3.2.1 Estimación

Para estimar los coeficientes del modelo *VAR(p)*, Lütkepohl (2005) así como Zivot y Wang (2006) proponen lo siguiente: supongamos que una serie de tiempo y_1, \dots, y_T de las variable y están disponibles, es decir, tenemos una muestra de tamaño T para cada K -variables del mismo periodo de la misma muestra. Además, una submuestra p de valores para cada variable, y_{-p+1}, \dots, y_0 se suponen variables disponibles. Particionando una serie

múltiple en valores de muestra y submuestra es conveniente con el fin de simplificar la notación. Definimos

$Y = (y_1, \dots, y_T)$ de tamaño $(K \times T)$

$B = (v, A_1, \dots, A_p)$ de tamaño $(K \times (Kp + 1))$

$Z_t := \begin{bmatrix} 1 \\ y_t \\ \vdots \\ y_{t-p+1} \end{bmatrix}$ de tamaño $((Kp + 1) \times 1)$

$Z = (Z_0, \dots, Z_{T-1})$ de tamaño $((Kp + 1) \times T)$

$U = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_T)$ de tamaño $(K \times T)$

$y = \text{vec}(Y)$ de tamaño $(KT \times 1)$

$\beta = \text{vec}(B)$ de tamaño $((K^2p + K) \times 1)$

$b = \text{vec}(B')$ de tamaño $((K^2p + K) \times 1)$

$e = \text{vec}(U)$ de tamaño $(KT \times 1)$

La notación $\text{vec}(\cdot)$ es el operador vector columna, para $t = 1, \dots, T$, el modelo $\text{VAR}(p)$ (Ecuación [3.15]) puede escribirse de forma compacta como

$$Y = BZ + U \quad [3.19]$$

Se puede escribir de la forma $\text{vec}(Y) = \text{vec}(BZ) + \text{vec}(U) = (Z' \otimes I_k) \text{vec}(B) + \text{vec}(U)$ o también de la forma

$$y = (Z' \otimes I_k) \beta + u \quad [3.20]$$

\otimes es el operador del Producto de Kronecker, operación distinta al producto matricial habitual.

Nótese que la matriz de covarianza de u es

$$\Sigma_u = I_T \otimes \Sigma_u \quad [3.21]$$

Por lo tanto, la estimación por mínimos cuadrados (o estimación de mínimos cuadrados generalizados) de β significa escoger el estimador que minimice

$$S(\beta) = u'(I_T \otimes \Sigma_u)^{-1}u$$

por medio de operaciones matriciales se llega a

$$S(\beta) = tr[(Y - BZ)' \Sigma_u^{-1} (Y - BZ)].$$

Con el fin de encontrar el mínimo de esta función, notamos que

$$S(\beta) = y'(I_T \otimes \Sigma_u^{-1})y + \beta'(ZZ' \otimes \Sigma_u^{-1})\beta - 2\beta'(Z \otimes \Sigma_u^{-1})y \quad [3.22]$$

Minimizando [3.22] se llega a que el estimador por mínimos cuadrados es:

$$\hat{\beta} = ((ZZ')^{-1}Z \otimes I_K)y \quad [3.23]$$

Y se puede escribir de distintas maneras como

$$\hat{\beta} = \beta + ((ZZ')^{-1}Z \otimes I_K)u$$

O también

$$vec(\hat{B}) = vec(YZ'(ZZ')^{-1})$$

Por tanto

$$\hat{B} = B + UZ'(ZZ')^{-1}$$

3.2.2 Selección de la longitud retraso del Modelo de Vectores Autorregresivos

VAR(p)

La longitud de retraso para el modelo *VAR(p)* puede estar definido por el criterio de selección del modelo. El enfoque general según Zivot y Wang (2006) es ajustar modelos *VAR(p)* con orden $p = 0, \dots, p_{max}$ y escoger el valor de p que minimice algunos criterios de selección del modelo. Los criterios de selección del modelo *VAR(p)* tienen la forma

$$IC(p) = \ln|\bar{\Sigma}(p)| + c_T \cdot \varphi(K, p) \quad [3.24]$$

donde

$\bar{\Sigma}(p) = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_t'$ es el residual de la matriz de covarianza sin grados de libertad de corrección de un modelo $VAR(p)$, c_T es una secuencia indexada por el tamaño de la muestra T , y $\varphi(K, p)$ es una función de penalización la cual perjudica a los modelos largos $VAR(p)$. Los tres criterios de información más comunes son el de *Akaike (AIC)*, *Schwarz-Bayesian (BIC)* y el de *Hanna-Quinn (HQ)*.

$$AIC(p) = \ln|\bar{\Sigma}(p)| + \frac{2}{T} pn^2$$

$$BIC(p) = \ln|\bar{\Sigma}(p)| + \frac{\ln T}{T} pn^2$$

$$HQ(p) = \ln|\bar{\Sigma}(p)| + \frac{2 \ln \ln T}{T} pn^2$$

El criterio *AIC* asintóticamente sobreestima el orden con probabilidad positiva, mientras que los criterios *BIC* y *HQ* estiman el orden constante bajo condiciones generales si el orden verdadero p es menor o igual que p_{max} .

3.2.3 Pronóstico

El pronóstico es uno de los objetivos principales del análisis de series de tiempo multivariadas y la metodología del pronóstico se basó en la revisión de tres documentos: Lütkepohl (2005), Zivot y Wang (2006) y Silva, Peña y Guerrero (2010). El pronóstico de un modelo VAR es similar al pronóstico de un modelo autorregresivo univariado AR. Consideremos primero el problema de pronosticar valores futuros de y_t cuando los parámetros B del modelo $VAR(p)$ son conocidos y no hay términos deterministas o variables exógenas. El mejor predictor lineal, en términos del mínimo error cuadrático medio (MSE), de y_{t+1} o pronóstico paa el primer paso, basado en la información disponible en el tiempo T es

$$y_{T+1|T} = v + A_1 y_T + \dots + A_p y_{T-p+1} \quad [3.25]$$

Los pronósticos para el horizonte h pueden obtenerse usando

$$y_{T+h|T} = v + A_1 y_{T+h} + \dots + A_p y_{T+h-p} \quad [3.26]$$

donde $y_{T+j|T} = y_{T+j}$ para $j \leq 0$. El error de pronóstico puede ser expresado como $y_{T+j|T} - y_{T+j} = \sum_{s=0}^{h-1} \Psi_s \varepsilon_{T+h-s}$ donde las matrices Ψ_s están determinadas por sustitución recursiva

$$\Psi_s = \sum_{j=1}^{p-1} \Psi_{s-j} A_j \quad [3.27]$$

Con $\Psi_0 = I_n$ y $A_i = 0$ para $j > p$. Los pronósticos son insesgados ya que todos los errores de pronóstico tienen esperanza cero y la matriz MSE para [3.26] es

$$\Sigma(h) = MSE(y_{T+h} - y_{T+h|T}) = \sum_{s=0}^{h-1} \Psi_s \Sigma \Psi'_s \quad [3.28]$$

Ahora hay que considerar el pronóstico y_{T+h} cuando los parámetros del modelo $VAR(p)$ son estimados usando mínimos cuadrados multivariados. El mejor predictor lineal de y_{T+h} es ahora

$$\hat{y}_{T+h|T} = \hat{A}_1 \hat{y}_{T+h-1|T} + \dots + \hat{A}_p \hat{y}_{T+h-p|T} \quad [3.29]$$

Donde \hat{A}_j son las matrices de los parámetros estimados. Entonces el error de pronóstico es ahora

$$y_{T+h} - y_{T+h|T} = \sum_{s=0}^{h-1} \Psi_s \varepsilon_{T+h-s} + (y_{T+h} - \hat{y}_{T+h|T}) \quad [3.30]$$

Y el término $(y_{T+h} - \hat{y}_{T+h|T})$ captura la parte del error de pronóstico, debido a la estimación de los parámetros del VAR . La matriz MSE de los pronósticos es entonces:

$$\hat{\Sigma}(h) = \Sigma(h) + MSE(y_{T+h} - \hat{y}_{T+h|T}) \quad [3.31]$$

En la práctica $MSE(y_{T+h} - \hat{y}_{T+h|T})$ de [3.30] es ignorado y $\hat{\Sigma}(h)$ es calculado de forma análoga a [3.28] como

$$\hat{\Sigma}(h) = \sum_{s=0}^{h-1} \hat{\Psi}_s \hat{\Sigma} \hat{\Psi}'_s \quad [3.32]$$

Con $\hat{\Psi}_s = \sum_{j=1}^s \hat{\Psi}_{s-j} \hat{A}_j$.

Suponiendo que y_t es Gaussiano, un intervalo aproximado al $(1 - \alpha)100\%$ de confianza para h periodos de pronóstico adelante, para el k -ésimo componente $y_{k,t}$ de y_t es

$$\hat{y}_{k,t}(h) \pm z_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \hat{\sigma}_k(h) \quad [3.33]$$

O en forma de intervalo

$$[\hat{y}_{k,t}(h) - z_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \hat{\sigma}_k(h), \hat{y}_{k,t}(h) + z_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \hat{\sigma}_k(h)]$$

Donde $z_{(\alpha)}$ es el valor de la distribución normal estándar con una probabilidad de α y $\hat{\sigma}_k(h)$ es la raíz cuadrada del k -ésimo elemento de la diagonal de la matriz $\hat{\Sigma}(h)$.

4. Resultados

4.1 Modelos probados

A continuación se presentan las estimaciones de modelos con diversos indicadores midiendo el nivel de fecundidad y tratando de que cada una de las pruebas estadísticas validara a éstos. La diversidad en cuanto a las variables demográficas hizo que todos los modelos aportaran algo a la investigación y estimación del modelo a elegir bajo la legitimación de las pruebas estadísticas pertinentes. Todos los modelos resultantes se compilan al final de esta sección en una tabla donde se hacen algunas observaciones pertinentes, también se hace la observación en esa tabla si los modelos cumplieron con los supuestos.

Modelo 1

Ante los problemas que se presentaron al examinarse previamente los datos y la elaboración de algún indicador que midiera los niveles de fecundidad, se efectuó un análisis únicamente de los nacimientos provenientes de las estadísticas vitales y se procedió a trabajar con éstos como indicador de la fecundidad en México. El primer ensayo se elaboró con las series de los nacimientos registrados por situación laboral de la madre, que como primer problema para la estimación de un modelo se presentó las diferencias entre los instrumento que capta esta información –situación laboral de la madre- ya que antes del año 2009 no se tenía esta información, para los años anteriores a 2009 se armaron las series de datos a trabajar: nacimientos registrados según si la mamá trabajaba y nacimientos registrados según si la mamá no trabajaba. Ya que se tuvo ese primer problema resuelto y las dos series, se procedió al análisis y construcción del modelo, el cual estuvo compuesto de varias etapas, la primera el análisis, y bajo la observación de los datos comenzar a proponer un modelo; la segunda, se da a partir del análisis de los datos, que orilló a proponer una transformación lineal para que los datos funcionaran bajo los supuestos del modelo y ninguna de ellas fue útil, con y sin transformación no fue posible encontrar un modelo que estimara los datos en el periodo de tiempo en estudio, esto fue probado en la tercera etapa del análisis, en la cual se incluyó la validación de los supuestos estadísticos

del modelo *VAR*, ninguna de las dos pruebas fueron válidas para así dar por bueno un modelo. La prueba estadística no cumplió el supuesto del comportamiento como ruido blanco de los residuales, con una significancia al 5%, lo que señala que el modelo estimado arroje resultados sin sentido alguno.

Modelo 2

El modelo 2 surgió de la necesidad de encontrar una nueva variable demográfica para la serie en estudio –nacimientos- y que fuera concordante a la metodología de la estimación del modelo *VAR*. La variable demográfica que se incluyó para este nuevo modelo fue la escolaridad de la madre, entonces, el modelo se hizo a partir de seis series (los seis niveles de escolaridad: sin escolaridad, primaria incompleta, primaria completa, secundaria o equivalente, preparatoria o equivalente y profesional), es decir, se utilizaron los nacimientos registrados según nivel de escolaridad de la madre. El problema que se presentó fue en la estimación del modelo que explicara el comportamiento de los datos en el periodo de tiempo en estudio, el modelo que mejor ajustaba era un VAR(17), con diecisiete parámetros ya no es un modelo suficientemente parsimonioso y esto lo demostraron las pruebas estadísticas con las que se quería validar dicho modelo; el software (E-views) no permitió proceder con las pruebas, el modelo que era tan extenso que ni siquiera permitía realizar los correlogramas, el número de retrasos para realizar dicha gráfica tendía a infinito.

Modelo 3

Las dos variables demográficas que se probaron en el modelo 1 y en el 2 no tuvieron éxito de estimar un modelo para los nacimientos registrados en México. Para el modelo 3, se propuso tomar como variable demográfica a la edad de la madre, en este caso se agruparon los nacimientos en grupos de edad en decenios y no en quinquenios como normalmente las fuentes arrojan la información. Entonces, se agruparon para tener menos de las series que se tenían, es decir, pasar de ocho (en grupos quinquenales) a cinco series, con las que tampoco se obtuvo un resultado satisfactorio. En el análisis que se realizó a las cinco series, se encontró que la varianza no era constante y que eso precisamente afectaba a la estimación de un modelo, se procedió a aplicar una transformación lineal y tampoco se

logró lo esperado: estimar un modelo. Las cinco series no cumplieron con las dos pruebas, la primera que los residuales tuvieran un comportamiento de ruido blanco y la segunda, que las raíces unitarias fueran menor a la unidad, por lo que se concluyó que el modelo para los nacimientos registrados según edad de la madre por decenios no fuese válido.

Estos ensayos lograron delimitar el indicador con el que se iba a trabajar y qué variables sociodemográficas eran con las que se podía trabajar. El objetivo principal estaba claro, estimar y pronosticar los niveles de fecundidad en México, lo que faltaba, era obtener series de nacimientos registrados con periodicidad mensual y alguna variable sociodemográfica que acoplara tanto a la metodología estadística como al objetivo demográfico del que trata esta tesis.

Las pruebas estadísticas que no validaron los modelos abrieron el camino para entender qué pasaba con los datos y qué posibles transformaciones lineales se iban a aplicar para la estimación correcta del modelo en los datos observados y el pronóstico que arrojaría un nuevo valor en cuanto al nivel de fecundidad refiere. La delimitación del objetivo principal de esta tesis quedó marcada por el análisis anterior y el que se presenta en la sección 2.5 del capítulo 2, donde el análisis espectral, basado en la metodología de Box-Jenkins, sirve como presentación de las características de los datos, que sirven como punto de partida para el análisis en un modelo *VAR*. Bajo los análisis previos, entonces se tomaron los nacimientos registrados desagregados en dos variables demográficas, la primera: edad de la madre (quinquenios) y la segunda: situación conyugal de la madre, para ambas variables demográficas se estimaron modelos que explicaran el comportamiento de los datos observados y que pronosticaran a un horizonte de proyección de 10 años.

Modelo 4

Como se comentó, los ensayos sirvieron para delimitar con qué series era posible trabajar y qué indicador era afín a la metodología propuesta de series de tiempo multivariadas así como la validez del modelo por medio de las pruebas estadísticas. Con base en el conocimiento adquirido a partir de los ensayos, se tomaron los nacimientos registrados por edad de la madre (Quinquenios: Menores de 15 años, De 15 a 19 años, De 20 a 24 años, De 25 a 29 años, De 30 a 34 años, De 35 a 39 años, De 40 a 44 años, De 45 a

49 años) para estimar un modelo que explicara el comportamiento de los datos observados y realizar un pronóstico multivariado con estas series. Este modelo, a diferencia de los modelos anteriores, sí resultó válido en las pruebas estadísticas; en primer lugar se tiene que los residuales tienen un comportamiento como ruido blanco; en segundo lugar las raíces inversas del polinomio característico autorregresivo resultaron menores que la unidad; por último, resultaron mayores que 0.70 los estadísticos de prueba R^2 para cada serie, lo cual indica que el modelo es válido y con una buena bondad de ajuste. El modelo *VAR* que se obtuvo, después de ser validado por las pruebas estadísticas antes mencionadas, es uno con ocho retrasos, es decir un *VAR(8)*, el cual estima los nacimientos registrados en el periodo de observación dado y pronostica éstos a un horizonte de proyección de 10 años.

Modelo 5

El anterior es el modelo válido para la variable demográfica edad de la madre, en esa tarea de investigación de qué variables influyen en los niveles de fecundidad, se encontró con que la situación conyugal de la madre es un determinante próximo para tomar la decisión de cuántos hijos tener (Bongaarts, 1982).

Con lo observado en el modelo previo, se trabajó con los nacimientos según situación conyugal de la madre (casada, divorciada, separada, soltera, en unión libre, viuda). Las pruebas estadísticas fueron válidas, los residuales tuvieron un comportamiento de ruido blanco y las raíces inversas del polinomio característico autorregresivo resultaron menores que la unidad, lo cual apunta a una buena estimación del modelo. El modelo obtenido fue un *VAR (8)* que de igual manera funciona para estimar lo observado y pronosticar a un horizonte de 10 años.

La estimación varios modelos hizo que se contará con elementos, tanto demográficos como estadísticos, para concluir con qué variables se iban a desagregar los nacimientos registrados. Todos los modelos fueron importantes, en el sentido de que cada uno aportó cosas distintas desde la arista de la variable demográfica en estudio y desde las pruebas estadísticas que se tenían que legitimar. La primera tarea en la estimación de los modelos fue elegir el indicador correcto para medir los niveles de fecundidad, y a la vez fuera coherente con la metodología propuesta, fue importante para observar qué pasaba con

los indicadores de la fecundidad –sus pros y sus contras. Los modelos que explican el hecho vital, bajo las variables demográficas, son necesarios para entender el comportamiento estocástico de los datos observados, para, de esta forma, poder realizar un pronóstico multivariado dando un nuevo escenario en el tema de los nacimientos en México.

Para estimar el modelo que explique y pronostique, de acuerdo a la literatura revisada (Guerrero, 2007, Lee y Carter, 1992, Miller y Mckenzie, 1984, Saboia, 1977) se propone la transformación lineal logaritmo natural para las series de los nacimientos, de esta forma se elimina la heterocedasticidad en los datos para el **modelo 4**. Se eligió el **modelo 4** para fines de esta tesis ya que explica mucho mejor el comportamiento de la fecundidad en México, si se realiza un análisis con tasas específicas convendría tener a éstas definidas por edad y no por otra variable demográfica. Teniendo también como válido el modelo 5, no se eligió debido a que el anterior (edad quinquenal de la madre) explica en mayor proporción la variabilidad de los datos, esto, demostrado en el estadístico R^2 (Ver Anexos).

En el siguiente cuadro se observa el resumen de los modelos que se estimaron y qué pruebas estadísticas legitimaron a cada modelo, así como comentarios en los modelos en los que ni siquiera se pudo llegar a la estimación de un modelo o que en las pruebas estadísticas fallaba.

Cuadro 4.1.1. Cuadro Resumen con los modelos 1 - 5, pruebas estadísticas a validar y resultado.

| Modelo | Indicador | Variable demográfica | Pruebas estadísticas | | Otros | Válido |
|--------|-------------------------|--------------------------------|----------------------|------------------|--|--|
| | | | Residuales | Raíces unitarias | | |
| 1 | Nacimientos registrados | Situación laboral de la madre | Falló | Falló | | No  |
| | | | | | El modelo obtenido no era suficientemente parsimonioso, lo cual no pudieron aplicarse las pruebas estadísticas para hacerlo válido | |
| 2 | Nacimientos registrados | Escolaridad de la madre | Falló | Falló | | No  |
| 3 | Nacimientos registrados | Edad de la madre (decenios) | Falló | Válido | Una de las dos pruebas estadísticas falló. | No  |
| 4 | Nacimientos registrados | Edad de la madre (quinquenios) | Válido | Válido | | Si  |
| 5 | Nacimientos registrados | Situación conyugal de la madre | Válido | Válido | | Si  |

Fuente: Elaboración propia

4.2 Ajuste del Modelo

Para el ajuste del modelo, entonces se utilizaron los nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año según edad de la madre y como lo sugiere la literatura, se hizo una transformación lineal de logaritmo natural y se comenzó con la elaboración del modelo. Las ocho series fueron las siguientes:

Serie 1: Nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año, según edad de la madre menor de 15 años.

Serie 2: Nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año, según edad de la madre entre 15 y 19 años.

Serie 3: Nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año, según edad de la madre entre 20 y 24 años.

Serie 4: Nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año, según edad de la madre entre 25 y 29 años.

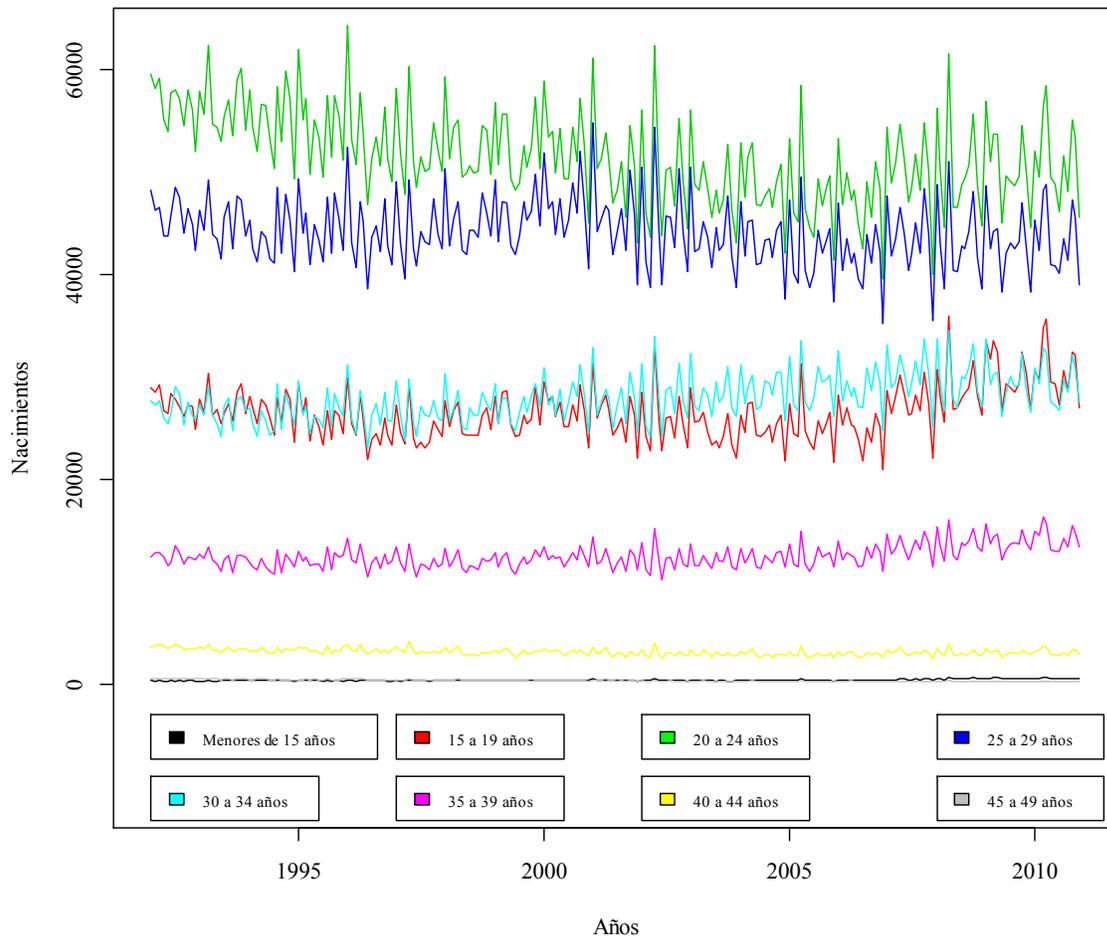
Serie 5: Nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año, según edad de la madre entre 30 y 34 años.

Serie 6: Nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año, según edad de la madre entre 35 y 39 años.

Serie 7: Nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año, según edad de la madre entre 40 y 44 años.

Serie 8: Nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año, según edad de la madre entre 45 a 49 años.

Gráfica 4.2.1. Nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año según edad de la madre, México 1992 - 2010

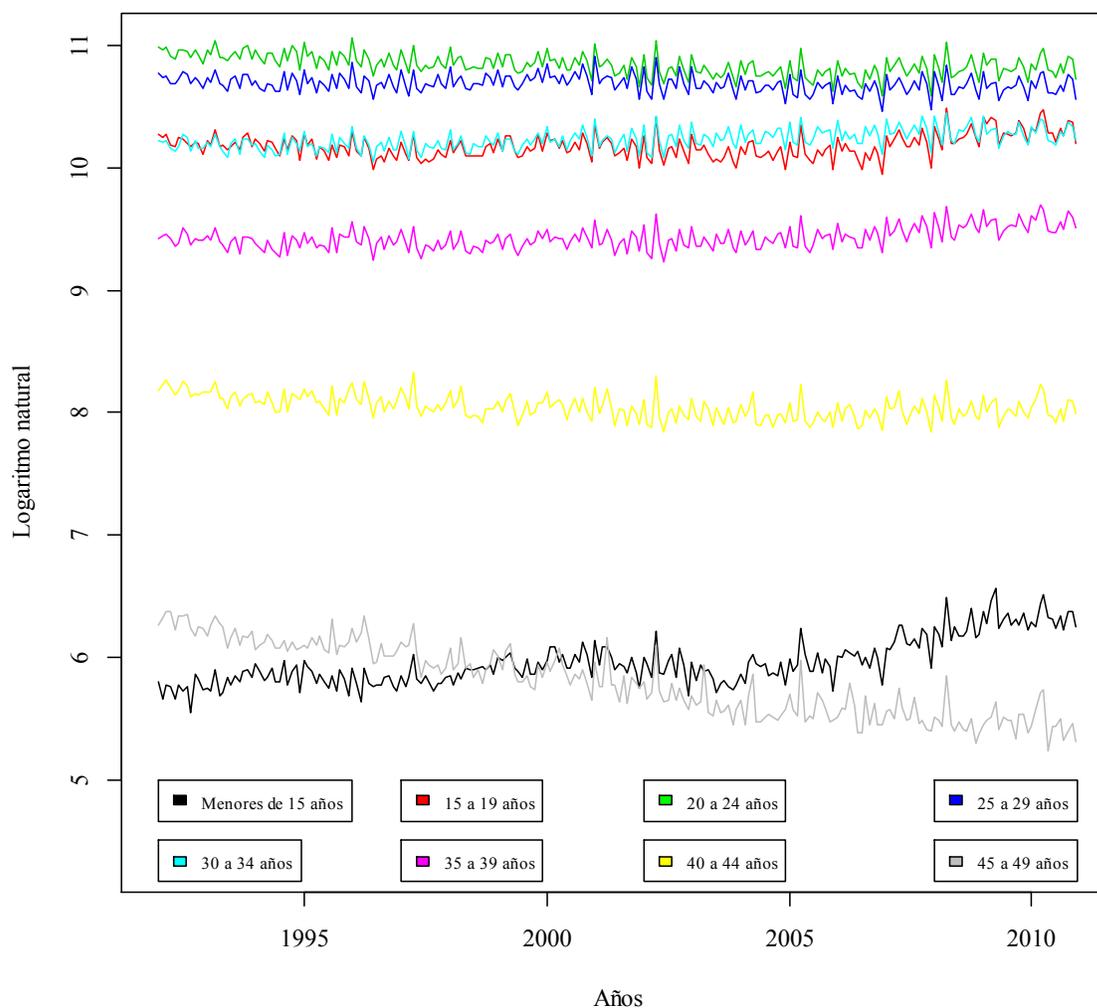


Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI

Primero, se observa que el número de nacimientos de las mujeres de 20 a 24 años es mayor que el de los demás grupos de edad, se puede ver también que los nacimientos de mujeres menores de 15 años son los menos en comparación con las otras siete series. Es posible analizar en la siguiente Gráfica (4.2.2) la variabilidad de las ocho series, ante tal variabilidad así como una varianza no constante, se hizo la transformación lineal -antes mencionada- además para que los datos tuvieran poca distancia entre sí, esto es, eliminar su varianza de la serie misma y la variabilidad que existe entre las ocho series. Conforme a lo

anterior, se recurrió a la transformación lineal: logaritmo natural para las ocho series y así es como se ven los datos.

Gráfica 4.2.2. Logaritmo natural del número de nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año por edad de la madre. México 1992 - 2010



Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI

En la gráfica anterior se observa cómo el intervalo de valores se redujo a apenas 6 unidades, lo cual, indica que se perdió variabilidad en los datos. También se observa que la tendencia de cada una de las series se conservó y éste se ve de mejor manera en las series

de nacimientos en madres de 45 a 49 años y en madres menores de 15 años. Es preciso señalar que las series ahora son homocedásticas, es decir, la varianza es constante en cada serie. Este tipo de transformaciones lineales ayuda a que los datos pierdan aleatoriedad, si es que la tienen, asimismo, al reducir los datos a valores que sean casi iguales, a partir de la transformación, hace que se trabaje de mejor manera en la estimación del modelo.

El avance obtenido a partir de la observación del comportamiento de los datos con la transformación lineal, el siguiente paso es estimar el modelo de vectores autorregresivos que explique la mayor variabilidad de los datos. Para ello, la selección del número de parámetros del modelo *VAR* está dada por el criterio del número de retrasos del modelo que se obtiene del software estadístico, dicha prueba indica, que bajo tres de los cinco criterios (la prueba estadística LR, el criterio de información de *Akaike* y el Criterio del Error Final, ver Anexo 1), que el modelo *VAR* debe ser de orden 8, es decir, el modelo que explicará las ocho series contiene ocho parámetros. Ahora bien, para probar la validez del modelo con ocho parámetros se realizaron dos pruebas estadísticas que ayudan a saber si el modelo está bien construido o no.

La primera de estas pruebas es que los residuales, calculados a partir del modelo *VAR*, se comporten como ruido blanco y esto se observa en los ocho correlogramas calculados con 36 retrasos (ver Anexo 2), si cualquiera de las series fallara en alguno de los retrasos dados por el software, se concluiría que el modelo no es correcto. Los correlogramas de las ocho series muestran dicho comportamiento, es decir, que su valor de probabilidad, en cada uno de los rezagos, es mayor que el *p-value* de 0.05; la siguiente prueba es la de las raíces inversas del polinomio característico autorregresivo, las cuales no deben de tener un valor mayor a la unidad, lo cual permite que el modelo sea válido respecto a esta prueba (ver anexo 3).

El capítulo tres de esta tesis hizo el primer acercamiento a los modelos *VAR*, en dicho capítulo se observó que la estructura del modelo se reduce a un polinomio como el de los modelos AR que son utilizados en series de tiempo univariadas. En el análisis estructural, ciertas suposiciones sobre la estructura causal de los datos se imponen, y las consecuencias de éstas son analizadas por el modelo *VAR*; dichos efectos causales generalmente se resumen con funciones de impulso respuesta y la descomposición de la

varianza de error de pronóstico. Se consideró una variable exógena que es la constante que resultó significativa³ en las ocho series, por lo que se consideró introducirla en el modelo. La otra variable exógena que se consideró fue la tendencia para el modelo, la cual también resultó significativa para las ocho series, pero, a diferencia de la anterior, no se incluyó en el modelo debido a que no mejoraba en mucho el estadístico R^2 , en esa búsqueda del modelo más parsimonioso se concluyó que no debía incluirse ya que implicaba tener un parámetro más que en el modelo que se presenta.

Antes de pasar al modelo estadístico, antes de nombrarlo también es preciso mencionar que estadísticos R^2 a diferencia de otro tipo de análisis estadístico multivariado, en este caso, la metodología arroja ocho estadísticos de prueba, los cuales para las ocho series se tienen valores mayores a 0.70, se tiene solamente en una serie (le2529) un valor menor a éste pero también un valor cercano a la unidad en la serie le4549 (0.943918), estos estadísticos de prueba apuntan a que el modelo es un buen modelo para estimar los datos observados (ver Anexo 4). Recordemos que el modelo $VAR(p)$ tiene la siguiente estructura:

$$Y_t = v + A_1 Y_{t-1} + A_2 Y_{t-2} + A_3 Y_{t-3} + \dots + A_p Y_{t-p} + \epsilon_t \text{ con } t = 1, \dots, T$$

donde:

$Y_t = (y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{nt})'$. Denota el vector de las series de tiempo variables, dicho vector es de tamaño $(K \times 1)$.

El valor p del modelo VAR es el número de retrasos que tiene el modelo.

v es el vector de coeficientes constante de tamaño $(1 \times K)$

A_i es la matriz de coeficientes y es de tamaño $(K \times K)$

ϵ_t es un vector de $(K \times 1)$ de ruido blanco con media cero e invariante respecto a la matriz de covarianzas.

Entonces, en este caso que se llegó a un VAR con ocho retrasos y se tienen 8 series, está definido como sigue:

³ Que sea significativa para el modelo es que el valor absoluto de la estadística t arrojado por e-views de la variable en cuestión sea mayor a 2.

Se denota a Y_t como el vector de las series de tiempo, el cual es de tamaño (8×1) y de la forma $Y_t = (y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{8t})'$

$$Y_t = v + A_1 Y_{t-1} + A_2 Y_{t-2} + A_3 Y_{t-3} + A_4 Y_{t-4} + A_5 Y_{t-5} + A_6 Y_{t-6} + A_7 Y_{t-7} + A_8 Y_{t-8} + \epsilon_t$$

La matriz A_i es de tamaño (8×8) la cual contiene a los coeficientes de cada serie en cada retraso.

Y los coeficientes calculados son

$$v = (9.400746, 15.1013, 16.3608, 15.9997, 16.8375, 13.90241, 12.34478, 8.782363)$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0.113132 & -0.042653 & -0.022117 & -0.003943 & 0.001888 & -0.005517 & -0.029277 & 0.069565 \\ 1.910549 & 1.632147 & 1.083934 & 0.849377 & 0.810857 & 0.874896 & 1.047886 & 1.104987 \\ -2.271084 & -1.641746 & -1.321801 & -1.352317 & -1.238956 & -1.148978 & -1.190865 & -1.766376 \\ -0.190126 & -0.67193 & -0.503474 & -0.301835 & -0.63664 & -0.828363 & -0.815099 & 0.031459 \\ 0.464007 & 0.027464 & 0.021164 & 0.123514 & 0.255271 & 0.135674 & -0.060625 & -0.239382 \\ -0.847884 & 0.023444 & -0.042325 & -0.022865 & 0.158678 & 0.383339 & 0.207997 & -0.1604 \\ 0.5821 & 0.42964 & 0.496225 & 0.38831 & 0.297258 & 0.28335 & 0.517136 & 0.58075 \\ 0.152003 & 0.083695 & 0.074788 & 0.062511 & 0.051439 & 0.063067 & 0.093032 & 0.382121 \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0.100603 & -0.026515 & -0.023523 & -0.007489 & -0.011115 & -0.026518 & -0.045385 & -0.070549 \\ 0.049726 & 0.187498 & 0.03808 & -0.054691 & -0.082261 & -0.17155 & -0.322889 & -0.115054 \\ 0.211642 & -0.052542 & 0.211548 & 0.225813 & 0.204848 & 0.115364 & 0.264636 & 0.453946 \\ 0.512108 & 0.226412 & 0.020037 & 0.114125 & 0.02305 & 0.121022 & 0.215947 & -0.04803 \\ -0.926457 & -0.450104 & -0.395201 & -0.42093 & -0.226679 & -0.341521 & -0.431178 & -0.468782 \\ -0.106522 & -0.001717 & 0.076503 & 0.129388 & 0.10369 & 0.426872 & 0.227878 & 0.19516 \\ 0.20749 & 0.113781 & 0.041726 & -0.0214 & -0.054467 & -0.084084 & 0.151241 & -0.082343 \\ -0.152292 & -0.170244 & -0.15094 & -0.12551 & -0.132138 & -0.151174 & -0.204182 & -0.048166 \end{pmatrix}$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0.249982 & 0.114822 & 0.085321 & 0.067111 & 0.050424 & 0.05469 & 0.037655 & -0.039412 \\ -0.519262 & -0.768315 & -0.80149 & -0.657842 & -0.597037 & -0.734154 & -1.019897 & -1.13685 \\ -0.378654 & -0.053851 & -0.095428 & -0.393243 & -0.237122 & -0.040691 & 0.630534 & 0.473283 \\ 0.438977 & 1.064539 & 1.212045 & 1.36215 & 1.145971 & 1.274512 & 0.827 & 1.599348 \\ -0.379562 & -0.313914 & -0.267031 & -0.178509 & -0.099941 & -0.185387 & -0.148127 & -0.437056 \\ 1.456291 & 0.468158 & 0.317772 & 0.151619 & 0.030787 & -0.056495 & -0.15509 & -0.228049 \\ -0.382187 & -0.157897 & -0.13495 & -0.077506 & -0.047138 & 0.003951 & 0.059773 & 0.077641 \\ 0.234464 & -0.117891 & -0.077707 & -0.049287 & -0.037881 & -0.021292 & 0.0091 & -0.037612 \end{pmatrix}$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} 0.073339 & 0.007724 & 0.021477 & 0.027879 & 0.065568 & 0.06906 & 0.043711 & 0.135462 \\ 0.039418 & 0.357778 & 0.412248 & 0.374181 & 0.37772 & 0.396971 & 0.726384 & 1.254559 \\ -0.725745 & -0.415178 & -0.42868 & -0.481866 & -0.500688 & -0.544803 & -1.09918 & -1.524124 \\ 0.991922 & 0.18695 & 0.15223 & 0.334898 & 0.064199 & 0.0096 & -0.219353 & -1.268019 \\ -0.073293 & 0.042225 & 0.003731 & -0.013757 & 0.157032 & -0.005384 & 0.279754 & 0.251765 \\ -0.287094 & -0.023275 & -0.025458 & -0.147089 & -0.034104 & 0.252985 & 0.448697 & 1.287634 \\ -0.312786 & -0.390061 & -0.362759 & -0.278669 & -0.300856 & -0.289532 & -0.407257 & -0.517319 \\ 0.091141 & 0.043831 & 0.03006 & 0.023161 & 0.027019 & 0.016673 & 0.050515 & 0.141377 \end{pmatrix}$$

$$A_5 = \begin{pmatrix} -0.12948 & -0.052831 & -0.063728 & -0.0558 & -0.064194 & -0.055371 & -0.107103 & -0.159015 \\ 0.100123 & -0.534068 & -0.513843 & -0.262587 & -0.21512 & -0.31885 & -0.407178 & -1.73158 \\ 1.37869 & 1.901564 & 1.779635 & 1.380684 & 1.147404 & 1.467569 & 1.679683 & 3.083151 \\ -0.351066 & -0.331932 & -0.399053 & -0.46713 & -0.387989 & -0.492919 & -0.168707 & 0.827386 \\ -0.505315 & -0.568122 & -0.54156 & -0.467385 & -0.305396 & -0.369604 & -0.52294 & -0.940152 \\ -0.085294 & -0.121063 & -0.141474 & -0.137259 & -0.263204 & -0.084195 & -0.198884 & -0.823925 \\ -0.350165 & -0.230761 & -0.11427 & -0.032328 & -0.005944 & -0.152627 & -0.194845 & 0.059844 \\ 0.063329 & 0.060137 & 0.048596 & 0.048972 & 0.046239 & 0.015783 & 0.01628 & 0.049767 \end{pmatrix}$$

$$A_6 = \begin{pmatrix} 0.172455 & 0.031233 & 0.015816 & 0.014809 & -0.001256 & -0.001933 & 0.046763 & 0.104124 \\ 0.735773 & 0.846211 & 0.635658 & 0.428566 & 0.281425 & 0.352835 & 0.313844 & 0.852118 \\ -1.151101 & -1.08012 & -0.798426 & -0.534041 & -0.352523 & -0.327684 & -0.211847 & 0.022245 \\ -0.186435 & -0.039372 & -0.161936 & -0.177158 & -0.136211 & 0.05272 & 0.043524 & -0.663514 \\ -0.264235 & -0.408738 & -0.271841 & -0.178602 & -0.199871 & -0.405097 & -0.611767 & -1.157347 \\ 0.889152 & 0.722869 & 0.595915 & 0.483502 & 0.389036 & 0.358649 & 0.701503 & 1.686748 \\ -0.076998 & -0.028956 & 0.026324 & 0.070643 & 0.100979 & 0.042221 & -0.09644 & -0.727545 \\ 0.048546 & -0.026967 & -0.014857 & -0.035047 & -0.008577 & 0.010616 & -0.029844 & -0.017404 \end{pmatrix}$$

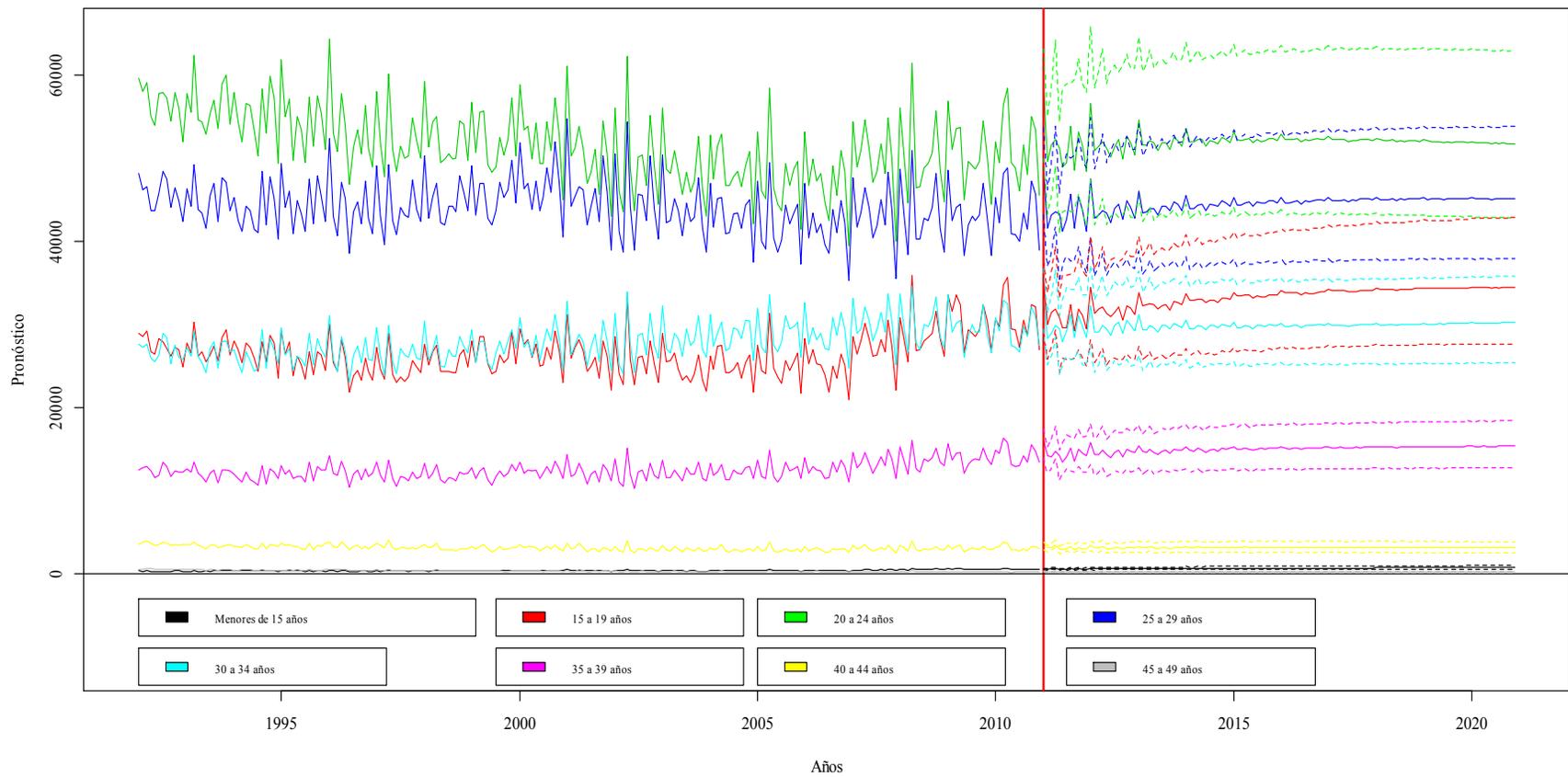
$$A_7 = \begin{pmatrix} 0.13507 & 0.050839 & 0.024378 & 0.056149 & 0.01936 & 0.027426 & 0.053918 & 0.125322 \\ -1.276096 & -0.557339 & -0.458287 & -0.392835 & -0.249725 & -0.154983 & -0.520192 & -0.424245 \\ 0.943871 & 0.160177 & 0.199784 & 0.072858 & -0.057983 & -0.242504 & -0.366268 & -1.388777 \\ 0.046079 & 0.471946 & 0.486123 & 0.656795 & 0.534404 & 0.61714 & 1.332155 & 1.423168 \\ 0.310266 & -0.062869 & -0.152666 & -0.329713 & -0.085612 & -0.104819 & 0.034428 & 0.791605 \\ -0.377695 & -0.396301 & -0.363199 & -0.268808 & -0.386027 & -0.343515 & -0.732111 & -0.479554 \\ 0.250735 & 0.292765 & 0.224797 & 0.186486 & 0.203262 & 0.162594 & 0.174615 & -0.164092 \\ 0.012378 & 0.062232 & 0.064956 & 0.049254 & 0.02302 & 0.028502 & 0.04988 & 0.102909 \end{pmatrix}$$

$$A_8 = \begin{pmatrix} 0.220658 & -0.17204 & -0.141581 & -0.103618 & -0.102012 & -0.056913 & -0.070309 & -0.320141 \\ -0.263372 & 0.175951 & 0.138221 & 0.058124 & 0.102259 & 0.086027 & 0.378841 & 0.306583 \\ 1.386325 & 0.426298 & 0.437503 & 0.266834 & 0.155676 & 0.132849 & 0.211728 & 1.063485 \\ -1.553783 & -1.129738 & -1.050295 & -0.781026 & -0.798886 & -1.072077 & -1.583835 & -2.104857 \\ 0.403502 & 0.72642 & 0.620134 & 0.533139 & 0.47843 & 0.590583 & 0.590968 & 1.196162 \\ 0.226555 & -0.325886 & -0.217062 & -0.098936 & 0.054645 & 0.016421 & 0.080467 & -1.262589 \\ -0.233581 & -0.088388 & -0.124097 & -0.147452 & -0.111966 & 0.011196 & 0.028544 & 0.547929 \\ 0.089402 & 0.077892 & 0.056719 & 0.050068 & 0.028929 & 0.058214 & 0.098624 & 0.202143 \end{pmatrix}$$

4.3 Pronóstico

Se ajustó el modelo con los datos de 1992 a 2010, dicho modelo $VAR(8)$ sirvió para el análisis estructural de las ocho series en conjunto, así como para estimar el pronóstico de éstas. Es importante señalar que los datos del número de nacimientos pronosticados se encuentran en la sección Anexos, con los cuales se elaboraron las gráficas que se presentan a continuación

Gráfica 4.3.1. Pronóstico de los nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año por edad de la madre, con periodicidad mensual con horizonte al año 2020.



Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI

El pronóstico de las ocho series, conserva el mismo patrón de tendencia encontrado en el análisis de descomposición de series, el apartado 2.5 de esta tesis; las series que tenían una tendencia ascendente a partir del año 2005 hasta el año 2011, la conservan en el último año del pronóstico, 2020, incluso, los intervalos de pronóstico guardan esa misma característica de tendencia. Los patrones estacionales se mantienen en los primeros años de pronóstico hasta hacerse casi una línea recta. Es para resaltar que los datos pronosticados, elaborado a partir del modelo, se va haciendo estacionario, es decir, el número de nacimientos guarda la misma varianza y la media en el periodo de pronóstico. Este patrón también se puede observar en las tasas de crecimiento mensual, en la sección de Anexos se presentan los datos obtenidos, y se puede observar que las tasas de crecimiento a lo largo del pronóstico son constantes mes a mes.

Para un análisis más completo, se presenta a continuación un cuadro con los nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año de 1992 a 2010 incluye también el pronóstico realizado, dicho número anual es el obtenido a partir de la suma de los nacimientos en cada año por cada grupo de edad de la madre, del año 2011 al 2020. Recordemos que en análisis de los nacimientos que se realizó en el apartado 2.5 de este trabajo, la inmensa diferencia que existía entre los nacimientos del año 2006 y los del 2007, lo cual, al ser tomado en cuenta para el ajuste del modelo, influyó en la estimación de la tendencia de los datos pronosticados, se observa que a partir del año 2011 y hasta 2020 los nacimientos crecen en promedio 9,000 cada año.

Cuadro 4.3.1. Pronóstico del número total de nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año con periodicidad anual con horizonte de pronóstico al año 2020

| Año | Nacimientos | Año | Nacimientos |
|------|-------------|------|-------------|
| 1992 | 2,080,904 | 2006 | 1,903,130 |
| 1993 | 2,063,912 | 2007 | 2,017,833 |
| 1994 | 2,003,061 | 2008 | 2,037,916 |
| 1995 | 2,016,012 | 2009 | 2,054,574 |
| 1996 | 1,983,078 | 2010 | 2,080,324 |
| 1997 | 1,958,679 | 2011 | 2,089,474 |
| 1998 | 1,986,799 | 2012 | 2,109,459 |
| 1999 | 2,009,882 | 2013 | 2,126,278 |
| 2000 | 2,042,744 | 2014 | 2,140,972 |
| 2001 | 1,994,957 | 2015 | 2,152,642 |
| 2002 | 1,967,365 | 2016 | 2,161,083 |
| 2003 | 1,927,971 | 2017 | 2,166,640 |
| 2004 | 1,935,831 | 2018 | 2,169,901 |
| 2005 | 1,922,768 | 2019 | 2,171,552 |
| | | 2020 | 2,172,283 |

Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI

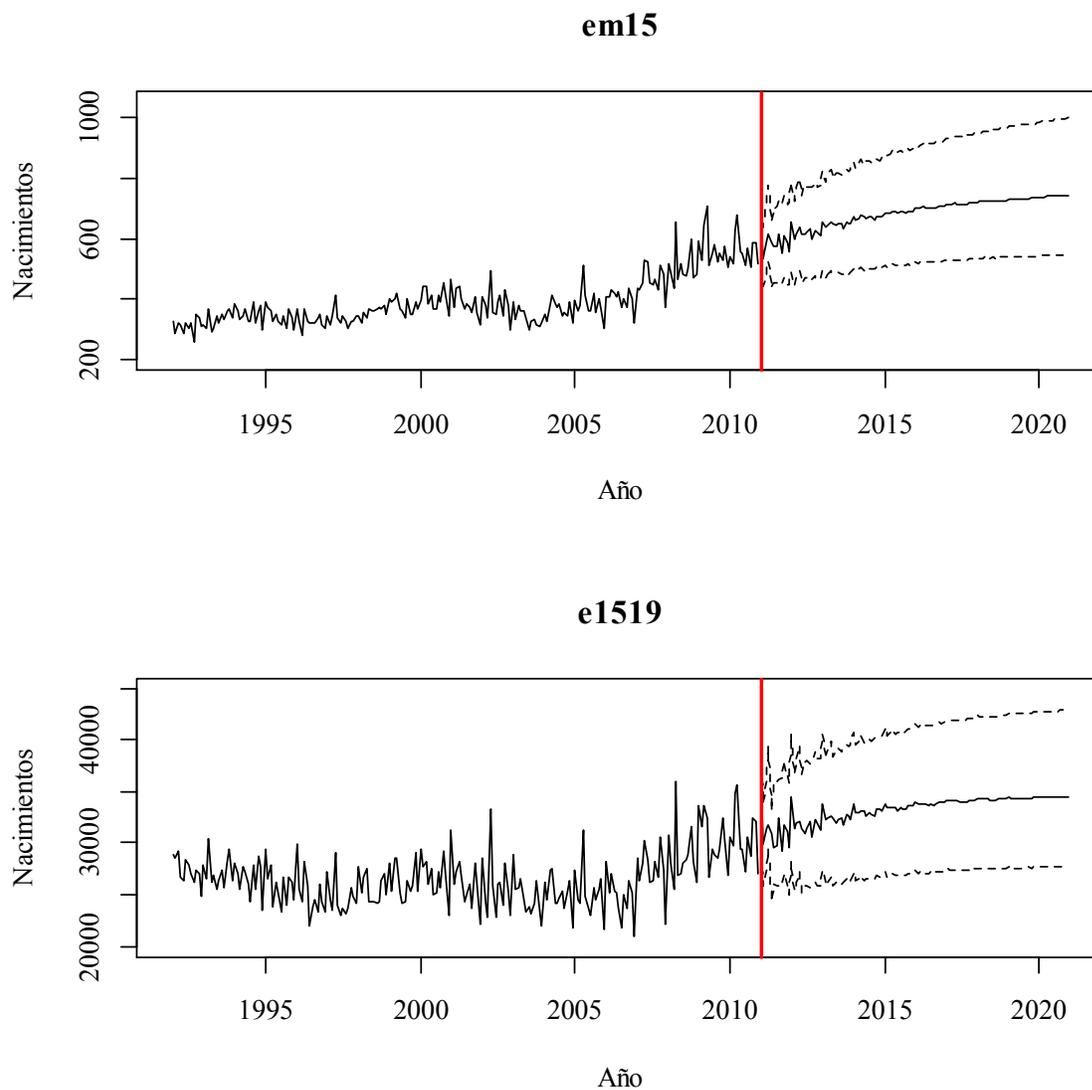
El siguiente análisis enmarca a cada serie y su pronóstico, lo que ayudará a observar de manera más detallada qué es lo que sucedió con el pronóstico y los intervalos de predicción obtenidos a partir del modelo $VAR(8)$, presentándose en las cuatro gráficas siguientes.

En la Gráfica 4.3.2 vemos que en los nacimientos en madres menores de 15 años, la tendencia que seguía a partir del año 2005, el pronóstico calculado guarda la variabilidad en los primeros años hasta que se hace casi una línea recta. El último dato que se tiene de la serie observada, son 515 nacimientos, mientras que para diciembre de 2020, bajo el pronóstico, se van a tener 742 nacimientos registrados de niños menores de un año en madres menores de 15 años.

El comportamiento del pronóstico de los nacimientos en las madres de 15 a 19 años de edad presenta las mismas características que los datos observados (visto en la gráfica 4.5), asimismo la variabilidad de los datos está presente en casi todo el pronóstico. Para junio de 2010 en este grupo de edad se tenían 27,023 nacimientos mientras que para junio de 2015 se tendrán 26,803 y en junio de 2020 van a ser 27,637 nacimientos, es decir, se

presenta un crecimiento de poco más de 600,000 nacimientos en un periodo de 10 años en este grupo de edad.

Gráfica 4.3.2. Pronóstico de nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año en madres menores de 15 años y en madres de 15 a 19 años de edad. México 2011 - 2020.



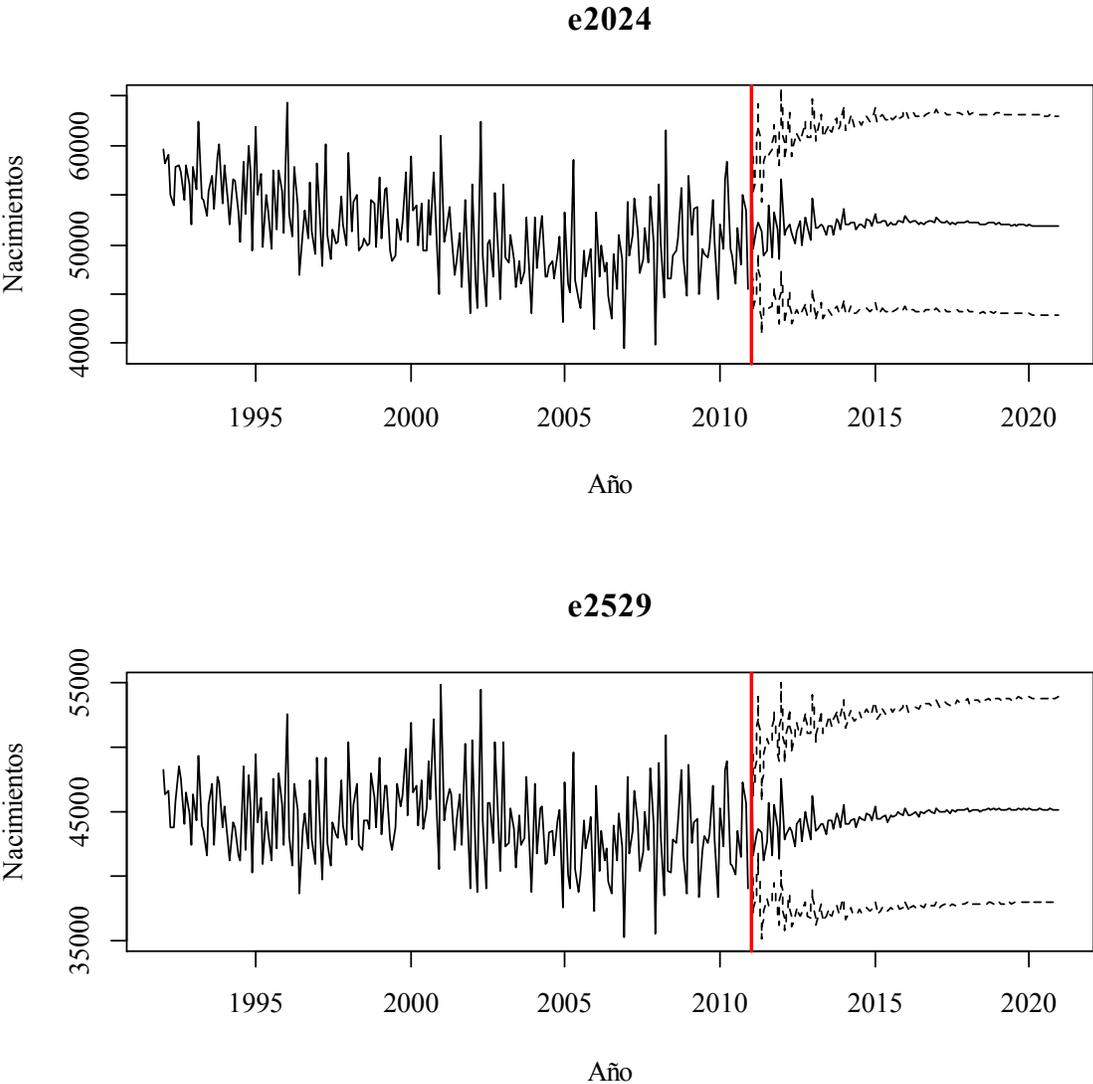
Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI

En el caso de los nacimientos en madres de 20 a 24 años de edad, (Gráfica 4.3.3.), el comportamiento del pronóstico parece no presentar cambios bruscos en su crecimiento como lo hicieron las dos primeras series y esto se observa si en junio de 2010 se tuvieron 48,787 nacimientos mientras que se pronostica que para junio de 2020 se tengan 51,785 nacimientos registrados en madres de 20 a 24 años de edad, casi 3,000 nacimientos más en un periodo de 10 años, esto quiere decir que los nacimientos en este grupo de edad se estabilizarán.

Para la serie de los nacimientos en madres de 25 a 29 años, (Gráfica 4.3.3), los nacimientos parecen también que se estabilizan conforme va pasando el tiempo, el pronóstico muestra ese comportamiento así como los intervalos de confianza. Esto se comprueba con los mismos datos que se analizaron en la serie anterior, los datos de junio 2010 y junio 2020, observado y pronosticado respectivamente. En junio de 2010 son 40,822 nacimientos por 45,067 nacimientos en junio de 2020, un crecimiento de poco más de 4,200 nacimientos en todo el periodo.

Es importante poner énfasis en estas dos series ya que son las que acaparan la mayoría de los nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año en México, observamos cómo su crecimiento en cuanto al número de éstos en 10 años no es tan pronunciado como el de las dos primeras series. Aún así, siguen captando la mayor cantidad de los nacimientos, pero es para hacer notar cómo que las mujeres en estas edades van a controlar su fecundidad y de esta forma tener menos hijos. Puede deberse también, probablemente a que actualmente México está pasando por un proceso de envejecimiento poblacional, lo cual afectará en el número de nacimientos que se tendrán en 10 años ya que van a ser menos mujeres en esos grupos de edad respecto a las que se tienen hoy en día.

Gráfica 4.3.3. Pronóstico de nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año en madres de 20 a 24 años y de 25 a 29 años de edad. México 2011 - 2020.

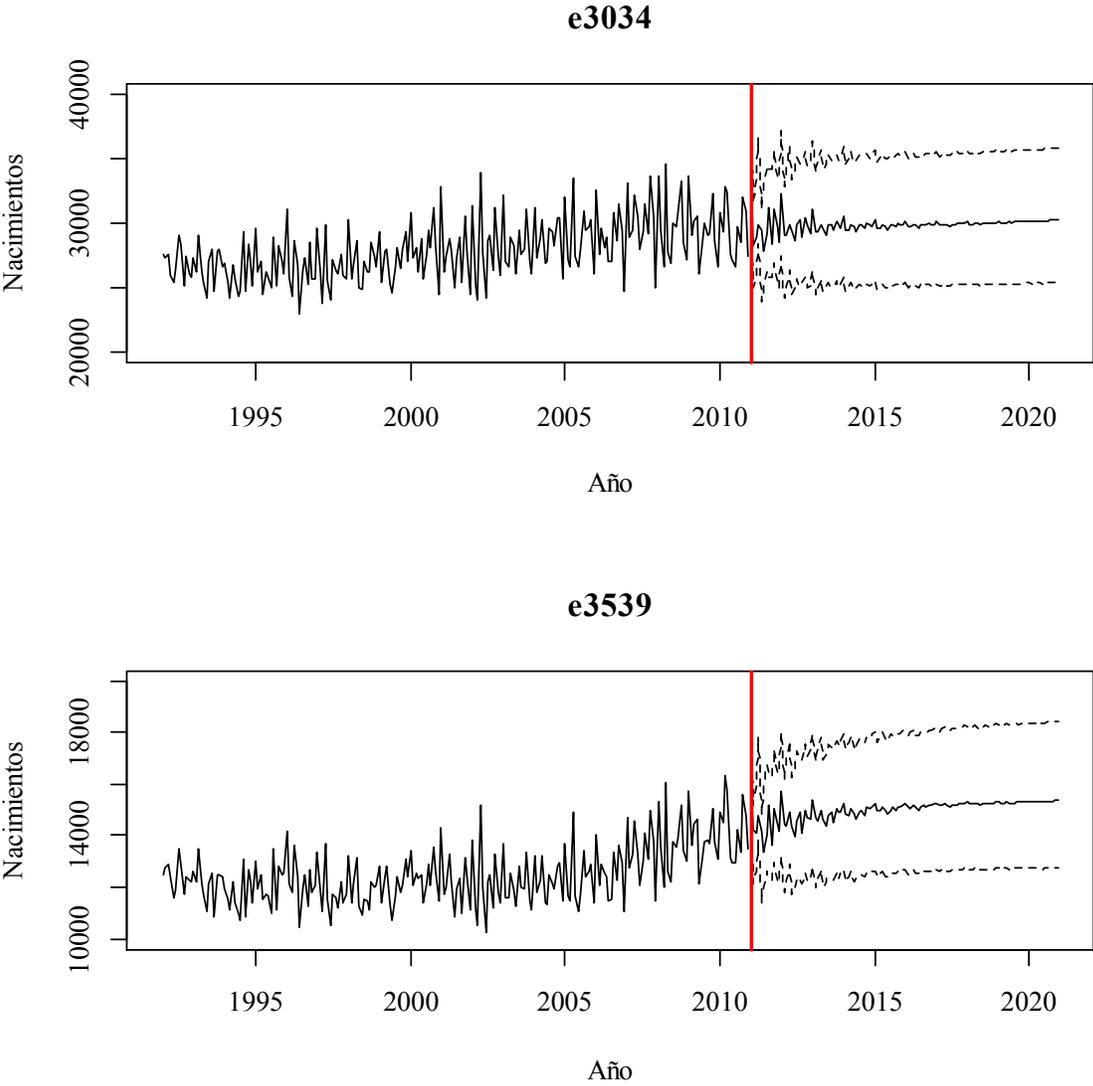


Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI

Por su parte los nacimientos en madres de 30 a 34 años también presentan un comportamiento parecido a las dos series anteriores, es importante notar que entre junio 2015 y junio 2010 se tiene una diferencia de 2,291 nacimientos mientras que entre junio de 2020 y junio 2015 esa diferencia alcanza los 653 nacimientos; esto es, que hubo 27,200 en 2010, se tendrán 29,491 nacimientos en 2015 y 30,144 en 2020 nacimientos en este grupo quinquenal.

En cuanto a los nacimientos en madres de 35 a 39 años tienen una ligera tendencia ascendente, esto se ve más marcado en los intervalos de pronóstico que se estimaron. Aún con esta observación, se tiene el mismo comportamiento que la serie anterior en cuanto al crecimiento del número de nacimientos cada cinco años. Para el año 2010 hubo 12,956 nacimientos, mientras que para el 2015 se pronostican 14,853 y para el año 2020 serán 15,296 nacimientos pronosticados. La mayor de las diferencias se presenta entre el año 2010 y 2015 (1,896 nacimientos) respecto a 2015 y 2020 (443 nacimientos de diferencia).

Gráfica 4.3.4. Pronóstico de nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año en madres de 30 a 24 años y de 35 a 39 años de edad. México 2011 - 2020.

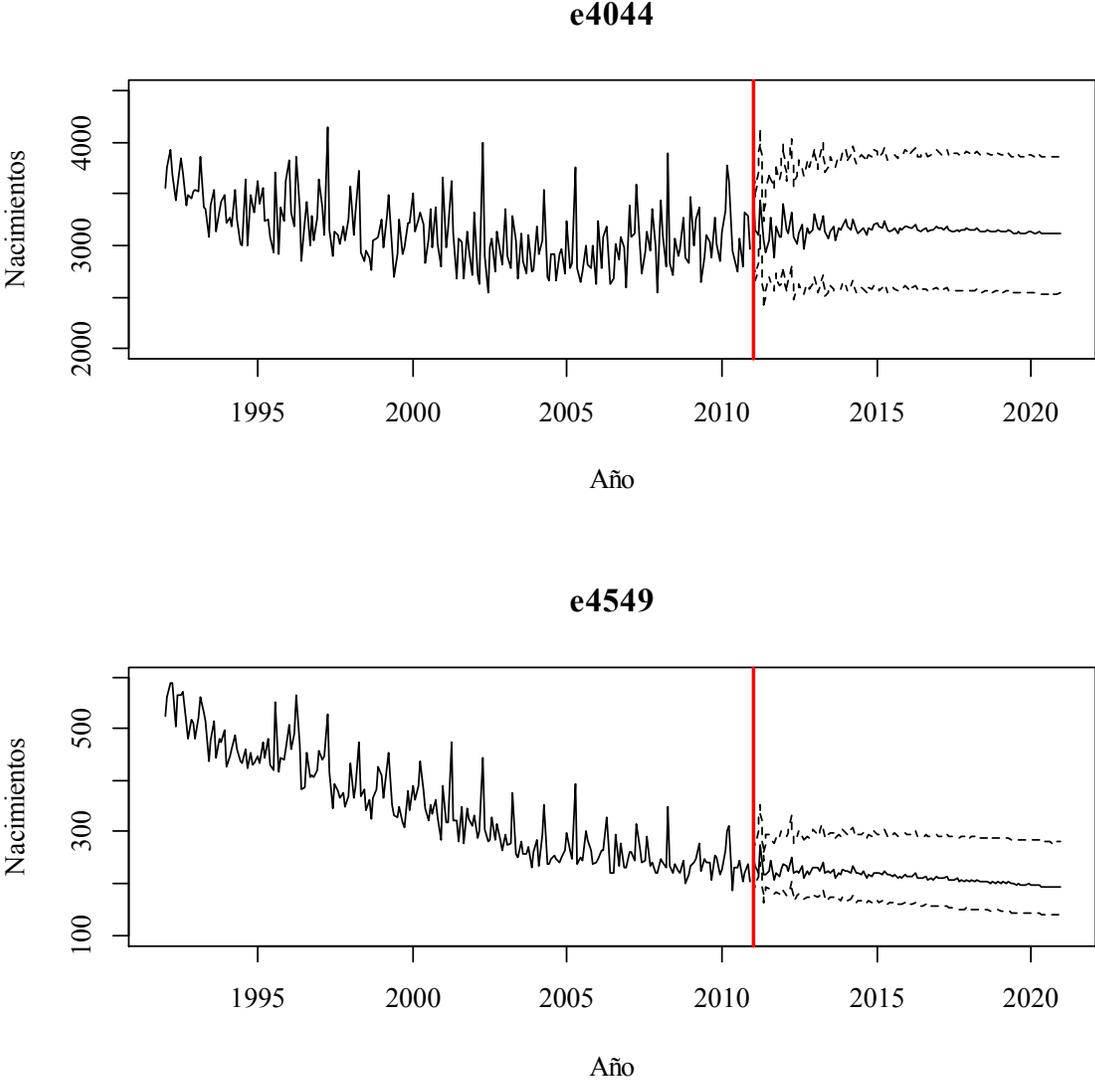


Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI

Si bien es cierto que los modelos de series de tiempo utilizan la información del pasado para que el pronóstico contenga esa información en un futuro, en los datos de los nacimientos en madres de 40 a 44 años de edad se confirma tal aseveración, por la gráfica 4.3.5 observamos que el patrón estacionario en la serie observada, visto en el apartado 2.5 de esta tesis, y en el pronóstico se observa que también se conserva dicho patrón conservando su media y varianza constante. En los datos lo podemos observar también, para junio 2010 se tuvieron 2,875 nacimientos, mientras que para 2015 mismo mes 3,127 y para junio 2020 se pronostican 3,112 nacimientos, lo cual observamos que no hay un patrón de crecimiento o disminución definido.

Por último, los nacimientos en madres de 45 a 49 años desde el año 1992 al 2010 han presentado un patrón de disminución marcado mes por mes, para el pronóstico guardan este mismo patrón y lo destacable de esta serie a diferencia de otras son sus intervalos de predicción, los cuales no son tan amplios como los que presentan las siete series analizadas anteriormente, esto se debe a la poca variabilidad que presenta la serie a lo largo del periodo observado. Como se mencionó en la serie anterior, los modelos de series de tiempo conservan la información del pasado en el pronóstico a futuro, ésta serie y su pronóstico es otra muestra de que esa afirmación es cierta.

Gráfica 4.3.5. Pronóstico de nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año en madres de 40 a 44 años y de 45 a 49 años de edad. México 2011 - 2020.



Fuente: Elaboración propia con información de Estadísticas Vitales. INEGI

5. Conclusiones

Realizar un análisis exploratorio de los nacimientos sirve para verificar los niveles de fecundidad, además de observar el comportamiento que sigue en un periodo de tiempo determinado, incluso permite visibilizar los patrones estacionales con los que se cuentan, así como un crecimiento o una disminución en el número de nacimientos a lo largo del periodo. El análisis que se hizo de los nacimientos registrados mensualmente de niños nacidos vivos menores de un año según edad de la madre (grupos quinquenales) permitió observar el comportamiento a lo largo de los años 1992 a 2010, los resultados que se presentaron, mostraron algunas inconsistencias tanto en el número total de nacimientos en un año dado como en los número mensual por cada grupo de edad de la madre. Se observaron distintos comportamientos en cada una de las series que se analizaron, lo cual se toma como un punto importante dentro de este trabajo, ya que uno de los objetivos que pretendía este proyecto era saber cómo se estaba comportando el número de nacimientos en México y en consecuencia los niveles de fecundidad en el país.

Dentro de las inconsistencias marcadas, gráficamente se pudieron percibir los problemas de subregistro que existen en el sistema de estadísticas vitales en México. Este punto deseo enfatizarlo a manera de reflexión debido a que uno de los tantos problemas que se presentan en el análisis demográfico es la veracidad de los datos y las inconsistencias que se tienen debido a las fuentes de información existentes. El análisis por descomposición de series, apoyó estadísticamente para afirmar los patrones observados en el comportamiento de las ocho series (nacimientos según edad de la madre desagregada en ocho grupos quinquenales). Es importante señalar que los datos con los que se realizó el pronóstico fueron datos provenientes de los registros administrativos de las estadísticas vitales del Instituto de Geografía y Estadística (INEGI) de México, por ello la preocupación que enmarco acerca de la fiabilidad del dato en cuestión.

Al iniciar con el proyecto se tomó en cuenta este tipo de problemas y uno de los objetivos, que también se logró, fue el de saber qué era exactamente lo que sucedía con los datos y si con éstos se podía ajustar un modelo que explicara dicho comportamiento, para lo cual fue de gran ayuda el ajuste de distintos modelos con distintos indicadores de fuentes de datos diversas (censos y estadísticas vitales) con los cuales se llegó a afirmar que los datos

no cumplían con algunos de los supuestos estadísticos requeridos para el ajuste de un modelo de series de tiempo multivariadas.

La experimentación con los modelos ajustados que no cumplieron con los supuestos o que simplemente no fueron del todo parsimoniosos ayudó a llegar a la selección de los datos con los que se pretendía realizar esta tesis y ajustar un modelo que explicara el comportamiento de éstos. Afortunadamente se llegó a un modelo parsimonioso considerando a los nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año por edad de la madre, las edades fueron: menores de 15 años, de 15 a 19 años, 20 a 24 años, 25 a 29 años, 30 a 34 años, 35 a 39 años, 40 a 44 años y 45 a 49 años, con las que se consideró a los nacimientos de todas las mujeres en edad fértil (15 a 49 años). El modelo sirvió para hacer un análisis del comportamiento de las ocho series en estudio, así como para estimar un pronóstico multivariado del número de nacimientos con un horizonte de diez años de forma mensual, es decir, pronosticar mensualmente los datos del año 2010 al 2020.

En dicho pronóstico se encontraron cosas importantes como el patrón estacionario del que se refiere en el apartado 2.3 de esta tesis, lo cual explica que los nacimientos en un periodo de tiempo van teniendo la misma media y varianza en todos los meses del periodo de estudio, así como se van haciendo estables, esto es que a lo largo del tiempo se tenga una tasa de crecimiento igual en todo los años del periodo en cuestión. Esto es importante recalcarlo debido a la importancia que tuvo la hipótesis referente al patrón estacionario, es decir, en el pronóstico se logra observar que el patrón estacionario está cada vez más marcado conforme avanza el tiempo en el periodo de estudio. Esto gracias a la potencia del modelo que se ajustó, ya que se toma toda la información de las ocho series de forma que el pronóstico está basado en toda esa información pero desagregado para cada una de las series, lo cual es importante que esté dentro de las principales conclusiones de este proyecto, ya que es una de las hipótesis que conlleva al análisis del patrón de disminución de la fecundidad, visto en el análisis del pronóstico de las series, en el cual se mostró cómo las edades de las mujeres donde más se tienen nacimientos no existe un patrón de crecimiento que indique que la fecundidad de éstas mujeres esté elevándose; lo mismo ocurre con las mujeres de 30 a 39 años, en la desagregación por dos grupos quinquenales se observa que la tasa de crecimiento mensual de los nacimientos de estos cuatro grupos se va

haciendo constante. Resultado importante si se toma en cuenta el análisis estructural de los nacimientos que arrojó el modelo, así como el alto porcentaje de variabilidad que el modelo explica a los datos.

La teoría desarrollada por Keyfitz y Caswell fue la base para entender qué es lo que pasaba con el comportamiento del número de nacimientos pronosticados. Ese crecimiento casi constante a partir del año 2015 hasta el 2020 es producto de la condición de estabilidad en el pronóstico así como la estacionariedad de los nacimientos observados. La observación de este comportamiento es importante, cuando se requieran elaborar programas de planificación familiar; también políticas públicas que tomen en cuenta el crecimiento poblacional, debido a que, los nacimientos fungen como la primera variable en la ecuación demográfica. Sobre el plano del crecimiento, casi constante, del número de nacimientos a partir del año 2015, se prevenía con lo mencionado en la sección 2.3 de este trabajo. Es importante señalar que este resultado es fundamental en el análisis del comportamiento de los nacimientos pronosticados así como los observados en el periodo de estudio; esto, se debe a que, en principio, se esperaba un crecimiento constante, pero la importancia que tiene éste es en qué tiempo se dará, para ello, fue posible ver en las gráficas de pronóstico el tiempo, lo cual resulta primordial debido al uso de la metodología de series de tiempo.

Además del número de nacimientos pronosticado, gracias al alcance del modelo, se pudieron obtener intervalos de predicción con un nivel de confianza del 95%, los cuales fueron calculados de forma independiente en cada una de las ocho series. Estos intervalos de predicción hacen que este proyecto tenga un potencial enorme para los elaboradores de políticas públicas, por ejemplo, ya que además de tener el dato pronosticado se cuenta con poca incertidumbre en que un dato futuro real se encuentre dentro de los intervalos de predicción, lo cual coadyuvará en la planeación de una infinidad de programas sociales que tengan que ver con la población en general, visto con el crecimiento poblacional, que hoy es uno de los más estudiados en México así como el envejecimiento, el bono demográfico y la población joven, la cual es mayoría en el país; la población femenina, con tópicos tales como la salud materna, la anticoncepción femenina, entre otras, que son importante tomar en consideración a partir del número de nacimientos que se dan en cada grupo de edad; focalizar en cuales se está dando un crecimiento significativo de los niveles de fecundidad;

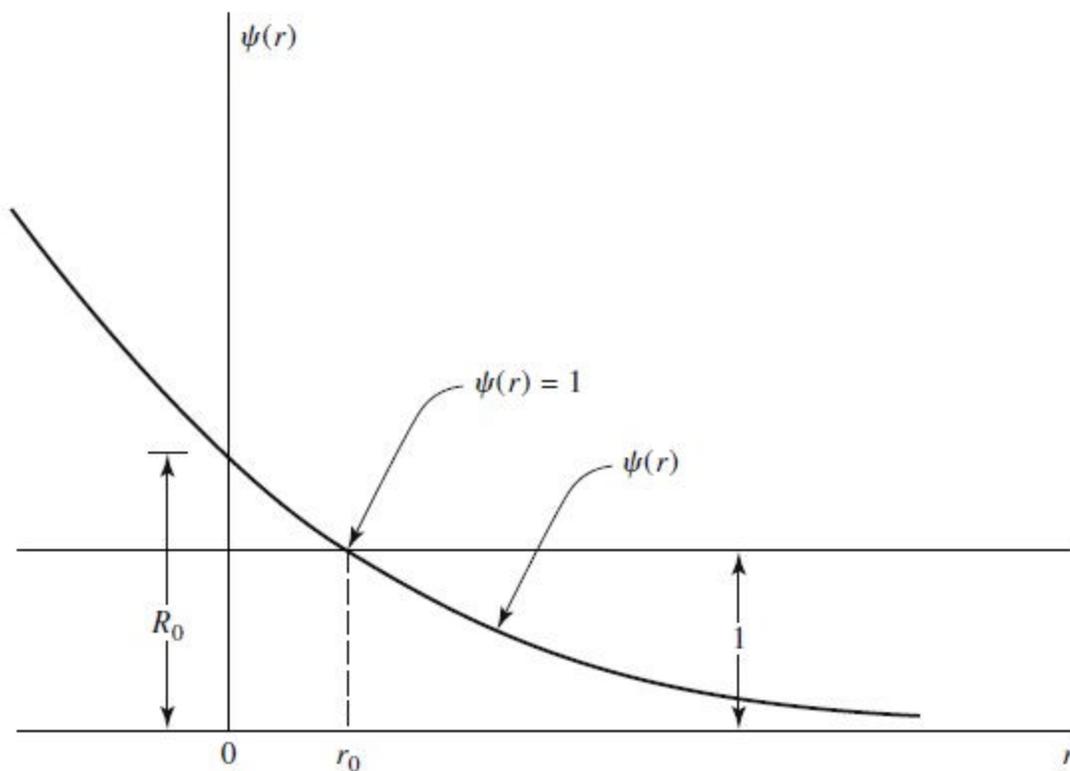
y los recién nacidos, su salud, la demanda de vacunas, así como el registro oportuno de su nacimiento; o en su momento, fijar metas con base en el pronóstico obtenido. La utilización de esta metodología fue importante para la estimación de los intervalos de predicción y de esta forma tener un grado de incertidumbre bajo.

Finalmente, se debe señalar que los resultados alcanzados a partir del modelo de series de tiempo multivariadas muestran la utilidad de una herramienta metodológica poderosa para el análisis de los distintos fenómenos demográficos. Que aunque implica el riesgo de que los datos -o los mismos resultados obtenidos- no vayan acorde con lo que se trabaja regularmente, aporta una nueva y sustentada visión para la investigación demográfica.

6. Anexos

Anexos.

Gráfica A. Valores para $\psi(r)$, mostrando $\psi(0) = R_0$ y la raíz r_0 de $\psi(r) = 1$.



Fuente: Keyfitz y Caswell, 2005 p. 129

Anexo 1. Criterios de orden de selección de las raíces de orden del modelo VAR

| Lag | LogL | LR | FPE | AIC | SC | HQ |
|-----|----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|
| 0 | 2775.954 | NA | 1.63E-21 | -25.16322 | -25.03981 | -25.11338 |
| 1 | 3741.881 | 1852.824 | 4.48E-25 | -33.36256 | -32.25192* | -32.91405 |
| 2 | 3887.99 | 269.6371 | 2.13E-25 | -34.109 | -32.01112 | -33.26182* |
| 3 | 3974.702 | 153.7166 | 1.74E-25 | -34.31547 | -31.23036 | -33.06962 |
| 4 | 4083.188 | 184.4256 | 1.17E-25 | -34.71989 | -30.64753 | -33.07536 |
| 5 | 4160.804 | 126.3033 | 1.05E-25 | -34.84367 | -29.78408 | -32.80048 |
| 6 | 4221.862 | 94.9169 | 1.11E-25 | -34.81693 | -28.7701 | -32.37506 |
| 7 | 4281.553 | 88.45183 | 1.20E-25 | -34.77776 | -27.74369 | -31.93722 |
| 8 | 4366.648 | 119.9056* | 1.04e-25* | -34.96952* | -26.94822 | -31.73031 |

Fuente: Elaboración propia

El símbolo * indica el criterio de selección del orden del modelo

LR: Prueba estadística secuencial modificada LR (Cada prueba está hecha a un nivel de confianza del 5%)

FPE: Error Final de Predicción

AIC: Criterio de Información de Akaike

SC: Criterio de Información de Schwarz

HQ: Criterio de Información de Hannan-Quinn

Anexo 2. Residuales del modelo VAR para los ocho series

Residuales de la serie lem15

| Autocorrelation | Partial Correlation | AC | PAC | Q-Stat | Prob |
|-----------------|---------------------|------------------|--------|--------|------|
| | | 1 -0.013 -0.013 | 0.0383 | 0.845 | |
| | | 2 -0.021 -0.021 | 0.1386 | 0.933 | |
| | | 3 -0.031 -0.031 | 0.3517 | 0.960 | |
| | | 4 -0.035 -0.036 | 0.6239 | 0.960 | |
| | | 5 0.053 0.051 | 1.2569 | 0.939 | |
| | | 6 0.043 0.042 | 1.6849 | 0.946 | |
| | | 7 -0.092 -0.092 | 3.6382 | 0.820 | |
| | | 8 0.036 0.038 | 3.9420 | 0.862 | |
| | | 9 0.083 0.088 | 5.5275 | 0.786 | |
| | | 10 -0.048 -0.052 | 6.0711 | 0.809 | |
| | | 11 0.108 0.104 | 8.8192 | 0.639 | |
| | | 12 -0.043 -0.027 | 9.2495 | 0.681 | |
| | | 13 0.039 0.049 | 9.6047 | 0.726 | |
| | | 14 0.063 0.049 | 10.559 | 0.720 | |
| | | 15 -0.081 -0.073 | 12.114 | 0.670 | |
| | | 16 -0.155 -0.151 | 17.835 | 0.334 | |
| | | 17 0.025 0.010 | 17.991 | 0.389 | |
| | | 18 -0.069 -0.067 | 19.129 | 0.384 | |
| | | 19 0.088 0.060 | 21.020 | 0.336 | |
| | | 20 0.110 0.103 | 23.979 | 0.243 | |
| | | 21 -0.091 -0.053 | 26.011 | 0.206 | |
| | | 22 -0.045 -0.074 | 26.519 | 0.230 | |
| | | 23 0.104 0.114 | 29.190 | 0.174 | |
| | | 24 0.078 0.102 | 30.699 | 0.163 | |
| | | 25 0.019 -0.006 | 30.791 | 0.196 | |
| | | 26 0.018 0.049 | 30.869 | 0.233 | |
| | | 27 -0.120 -0.062 | 34.511 | 0.152 | |
| | | 28 -0.052 -0.118 | 35.192 | 0.164 | |
| | | 29 0.011 0.025 | 35.221 | 0.197 | |
| | | 30 -0.046 -0.036 | 35.758 | 0.216 | |
| | | 31 -0.026 -0.086 | 35.937 | 0.248 | |
| | | 32 -0.086 -0.093 | 37.070 | 0.247 | |
| | | 33 -0.052 -0.071 | 37.763 | 0.261 | |
| | | 34 0.040 -0.017 | 38.186 | 0.285 | |
| | | 35 -0.074 -0.041 | 39.641 | 0.271 | |
| | | 36 -0.045 -0.007 | 40.177 | 0.290 | |

Residuales de la serie le1519

| Autocorrelation | Partial Correlation | AC | PAC | Q-Stat | Prob |
|-----------------|---------------------|------------------|--------|--------|------|
| | | 1 0.014 0.014 | 0.0444 | 0.833 | |
| | | 2 -0.051 -0.051 | 0.6177 | 0.734 | |
| | | 3 -0.031 -0.030 | 0.8370 | 0.841 | |
| | | 4 0.029 0.027 | 1.0253 | 0.906 | |
| | | 5 0.038 0.034 | 1.3528 | 0.929 | |
| | | 6 -0.028 -0.028 | 1.5366 | 0.957 | |
| | | 7 -0.078 -0.073 | 2.9327 | 0.891 | |
| | | 8 0.097 0.099 | 5.0902 | 0.748 | |
| | | 9 0.075 0.063 | 6.3882 | 0.701 | |
| | | 10 -0.071 -0.071 | 7.5700 | 0.671 | |
| | | 11 -0.050 -0.031 | 8.1435 | 0.700 | |
| | | 12 0.015 0.016 | 8.1948 | 0.770 | |
| | | 13 0.068 0.048 | 9.2881 | 0.751 | |
| | | 14 0.095 0.091 | 11.416 | 0.653 | |
| | | 15 -0.147 -0.126 | 16.538 | 0.347 | |
| | | 16 -0.076 -0.067 | 17.933 | 0.328 | |
| | | 17 0.116 0.095 | 21.163 | 0.219 | |
| | | 18 -0.040 -0.060 | 21.545 | 0.253 | |
| | | 19 -0.022 -0.000 | 21.659 | 0.302 | |
| | | 20 -0.037 -0.015 | 21.991 | 0.341 | |
| | | 21 -0.036 -0.053 | 22.308 | 0.382 | |
| | | 22 -0.015 -0.064 | 22.366 | 0.438 | |
| | | 23 0.103 0.132 | 25.011 | 0.350 | |
| | | 24 0.007 0.059 | 25.024 | 0.404 | |
| | | 25 -0.049 -0.087 | 25.618 | 0.428 | |
| | | 26 -0.071 -0.097 | 26.872 | 0.416 | |
| | | 27 -0.029 -0.021 | 27.082 | 0.459 | |
| | | 28 -0.055 -0.060 | 27.838 | 0.473 | |
| | | 29 -0.006 0.034 | 27.847 | 0.526 | |
| | | 30 -0.010 0.001 | 27.873 | 0.577 | |
| | | 31 -0.009 -0.078 | 27.894 | 0.627 | |
| | | 32 -0.044 -0.051 | 28.398 | 0.650 | |
| | | 33 -0.000 0.028 | 28.398 | 0.696 | |
| | | 34 -0.080 -0.070 | 30.074 | 0.661 | |
| | | 35 -0.006 0.010 | 30.084 | 0.704 | |
| | | 36 0.089 0.079 | 32.178 | 0.651 | |

Fuente: Elaboración propia

Residuales de la serie le2024

| Autocorrelation | Partial Correlation | AC | PAC | Q-Stat | Prob | |
|-----------------|---------------------|----|--------|--------|--------|-------|
| | | 1 | 0.031 | 0.031 | 0.2190 | 0.640 |
| | | 2 | -0.055 | -0.057 | 0.9090 | 0.635 |
| | | 3 | -0.041 | -0.038 | 1.2893 | 0.732 |
| | | 4 | 0.025 | 0.024 | 1.4297 | 0.839 |
| | | 5 | 0.061 | 0.055 | 2.2750 | 0.810 |
| | | 6 | -0.048 | -0.051 | 2.8026 | 0.833 |
| | | 7 | -0.085 | -0.075 | 4.4598 | 0.726 |
| | | 8 | 0.100 | 0.105 | 6.7428 | 0.565 |
| | | 9 | 0.102 | 0.084 | 9.1703 | 0.422 |
| | | 10 | -0.060 | -0.067 | 10.003 | 0.440 |
| | | 11 | -0.077 | -0.051 | 11.393 | 0.411 |
| | | 12 | 0.035 | 0.048 | 11.674 | 0.472 |
| | | 13 | 0.040 | 0.007 | 12.054 | 0.523 |
| | | 14 | 0.095 | 0.086 | 14.178 | 0.437 |
| | | 15 | -0.155 | -0.130 | 19.868 | 0.177 |
| | | 16 | -0.138 | -0.123 | 24.427 | 0.081 |
| | | 17 | 0.090 | 0.066 | 26.378 | 0.068 |
| | | 18 | -0.014 | -0.044 | 26.428 | 0.090 |
| | | 19 | -0.036 | -0.019 | 26.738 | 0.111 |
| | | 20 | -0.041 | -0.010 | 27.146 | 0.131 |
| | | 21 | -0.052 | -0.064 | 27.810 | 0.146 |
| | | 22 | -0.012 | -0.071 | 27.844 | 0.181 |
| | | 23 | 0.119 | 0.143 | 31.360 | 0.114 |
| | | 24 | -0.024 | 0.033 | 31.506 | 0.140 |
| | | 25 | -0.050 | -0.064 | 32.140 | 0.154 |
| | | 26 | -0.068 | -0.111 | 33.298 | 0.154 |
| | | 27 | -0.032 | -0.023 | 33.561 | 0.179 |
| | | 28 | -0.044 | -0.049 | 34.060 | 0.199 |
| | | 29 | -0.008 | 0.034 | 34.076 | 0.236 |
| | | 30 | -0.010 | 0.023 | 34.100 | 0.277 |
| | | 31 | 0.007 | -0.085 | 34.113 | 0.320 |
| | | 32 | -0.032 | -0.068 | 34.372 | 0.355 |
| | | 33 | -0.004 | 0.042 | 34.376 | 0.402 |
| | | 34 | -0.052 | -0.035 | 35.086 | 0.416 |
| | | 35 | -0.052 | -0.058 | 35.802 | 0.431 |
| | | 36 | 0.097 | 0.098 | 38.276 | 0.367 |

Residuales de la serie le2529

| Autocorrelation | Partial Correlation | AC | PAC | Q-Stat | Prob | |
|-----------------|---------------------|----|--------|--------|--------|-------|
| | | 1 | 0.044 | 0.044 | 0.4241 | 0.515 |
| | | 2 | -0.071 | -0.073 | 1.5399 | 0.463 |
| | | 3 | -0.027 | -0.021 | 1.7063 | 0.636 |
| | | 4 | 0.021 | 0.019 | 1.8098 | 0.771 |
| | | 5 | 0.092 | 0.087 | 3.7259 | 0.590 |
| | | 6 | -0.067 | -0.074 | 4.7519 | 0.576 |
| | | 7 | -0.053 | -0.034 | 5.3929 | 0.612 |
| | | 8 | 0.123 | 0.124 | 8.8568 | 0.365 |
| | | 9 | 0.100 | 0.079 | 11.162 | 0.265 |
| | | 10 | -0.053 | -0.057 | 11.809 | 0.298 |
| | | 11 | -0.105 | -0.075 | 14.393 | 0.212 |
| | | 12 | 0.054 | 0.066 | 15.086 | 0.237 |
| | | 13 | 0.015 | -0.032 | 15.137 | 0.299 |
| | | 14 | 0.055 | 0.057 | 15.861 | 0.322 |
| | | 15 | -0.139 | -0.118 | 20.459 | 0.155 |
| | | 16 | -0.112 | -0.097 | 23.436 | 0.103 |
| | | 17 | 0.075 | 0.032 | 24.783 | 0.100 |
| | | 18 | -0.025 | -0.041 | 24.938 | 0.127 |
| | | 19 | -0.074 | -0.052 | 26.274 | 0.123 |
| | | 20 | -0.048 | -0.021 | 26.836 | 0.140 |
| | | 21 | -0.054 | -0.070 | 27.544 | 0.154 |
| | | 22 | 0.013 | -0.033 | 27.584 | 0.190 |
| | | 23 | 0.069 | 0.106 | 28.770 | 0.188 |
| | | 24 | -0.028 | 0.015 | 28.961 | 0.222 |
| | | 25 | -0.067 | -0.069 | 30.082 | 0.221 |
| | | 26 | -0.055 | -0.089 | 30.842 | 0.234 |
| | | 27 | -0.046 | -0.030 | 31.382 | 0.256 |
| | | 28 | -0.065 | -0.065 | 32.462 | 0.256 |
| | | 29 | 0.015 | 0.042 | 32.523 | 0.297 |
| | | 30 | 0.028 | 0.036 | 32.725 | 0.335 |
| | | 31 | -0.026 | -0.096 | 32.905 | 0.374 |
| | | 32 | -0.025 | -0.044 | 33.062 | 0.415 |
| | | 33 | 0.031 | 0.083 | 33.320 | 0.452 |
| | | 34 | -0.018 | -0.023 | 33.401 | 0.497 |
| | | 35 | -0.066 | -0.089 | 34.565 | 0.489 |
| | | 36 | 0.074 | 0.098 | 36.001 | 0.469 |

Fuente: Elaboración propia

Residuales de la serie le3034

| Autocorrelation | Partial Correlation | AC | PAC | Q-Stat | Prob | |
|-----------------|---------------------|----|--------|--------|--------|-------|
| | | 1 | 0.044 | 0.044 | 0.4255 | 0.514 |
| | | 2 | -0.057 | -0.059 | 1.1514 | 0.562 |
| | | 3 | -0.037 | -0.032 | 1.4609 | 0.691 |
| | | 4 | 0.047 | 0.047 | 1.9563 | 0.744 |
| | | 5 | 0.088 | 0.081 | 3.7241 | 0.590 |
| | | 6 | -0.076 | -0.081 | 5.0388 | 0.539 |
| | | 7 | -0.007 | 0.013 | 5.0489 | 0.654 |
| | | 8 | 0.106 | 0.104 | 7.6379 | 0.470 |
| | | 9 | 0.106 | 0.086 | 10.252 | 0.330 |
| | | 10 | -0.038 | -0.040 | 10.596 | 0.390 |
| | | 11 | -0.138 | -0.111 | 15.072 | 0.179 |
| | | 12 | 0.064 | 0.067 | 16.022 | 0.190 |
| | | 13 | 0.024 | -0.017 | 16.161 | 0.241 |
| | | 14 | 0.056 | 0.056 | 16.910 | 0.261 |
| | | 15 | -0.150 | -0.132 | 22.254 | 0.101 |
| | | 16 | -0.110 | -0.099 | 25.168 | 0.067 |
| | | 17 | 0.031 | -0.012 | 25.404 | 0.086 |
| | | 18 | -0.014 | -0.025 | 25.450 | 0.113 |
| | | 19 | -0.069 | -0.047 | 26.605 | 0.114 |
| | | 20 | -0.061 | -0.020 | 27.525 | 0.121 |
| | | 21 | -0.066 | -0.100 | 28.610 | 0.124 |
| | | 22 | -0.009 | -0.044 | 28.630 | 0.156 |
| | | 23 | 0.064 | 0.111 | 29.642 | 0.160 |
| | | 24 | -0.054 | -0.017 | 30.364 | 0.173 |
| | | 25 | -0.094 | -0.074 | 32.599 | 0.141 |
| | | 26 | -0.069 | -0.109 | 33.789 | 0.140 |
| | | 27 | -0.028 | -0.029 | 33.966 | 0.166 |
| | | 28 | -0.064 | -0.057 | 35.020 | 0.169 |
| | | 29 | -0.017 | 0.032 | 35.093 | 0.202 |
| | | 30 | 0.073 | 0.080 | 36.468 | 0.193 |
| | | 31 | -0.042 | -0.115 | 36.933 | 0.214 |
| | | 32 | -0.022 | -0.055 | 37.054 | 0.247 |
| | | 33 | 0.013 | 0.068 | 37.097 | 0.286 |
| | | 34 | -0.015 | 0.012 | 37.155 | 0.326 |
| | | 35 | -0.073 | -0.113 | 38.548 | 0.312 |
| | | 36 | 0.082 | 0.090 | 40.351 | 0.284 |

Residuales de la serie le3539

| Autocorrelation | Partial Correlation | AC | PAC | Q-Stat | Prob | |
|-----------------|---------------------|----|--------|--------|--------|-------|
| | | 1 | 0.034 | 0.034 | 0.2648 | 0.607 |
| | | 2 | -0.061 | -0.062 | 1.0912 | 0.580 |
| | | 3 | -0.036 | -0.032 | 1.3903 | 0.708 |
| | | 4 | 0.036 | 0.035 | 1.6828 | 0.794 |
| | | 5 | 0.066 | 0.060 | 2.6775 | 0.750 |
| | | 6 | -0.092 | -0.094 | 4.6132 | 0.594 |
| | | 7 | -0.006 | 0.011 | 4.6210 | 0.706 |
| | | 8 | 0.101 | 0.095 | 6.9690 | 0.540 |
| | | 9 | 0.115 | 0.100 | 10.045 | 0.347 |
| | | 10 | -0.028 | -0.025 | 10.226 | 0.421 |
| | | 11 | -0.110 | -0.082 | 13.033 | 0.291 |
| | | 12 | 0.053 | 0.053 | 13.702 | 0.320 |
| | | 13 | 0.043 | 0.013 | 14.135 | 0.364 |
| | | 14 | 0.064 | 0.068 | 15.101 | 0.371 |
| | | 15 | -0.163 | -0.145 | 21.417 | 0.124 |
| | | 16 | -0.105 | -0.098 | 24.041 | 0.089 |
| | | 17 | 0.013 | -0.033 | 24.084 | 0.117 |
| | | 18 | -0.024 | -0.042 | 24.224 | 0.148 |
| | | 19 | -0.064 | -0.047 | 25.205 | 0.154 |
| | | 20 | -0.069 | -0.057 | 27.122 | 0.132 |
| | | 21 | -0.069 | -0.116 | 28.299 | 0.132 |
| | | 22 | 0.034 | -0.006 | 28.577 | 0.157 |
| | | 23 | 0.054 | 0.083 | 29.305 | 0.170 |
| | | 24 | -0.075 | -0.028 | 30.710 | 0.162 |
| | | 25 | -0.074 | -0.047 | 32.083 | 0.156 |
| | | 26 | -0.083 | -0.128 | 33.829 | 0.139 |
| | | 27 | -0.010 | -0.015 | 33.857 | 0.170 |
| | | 28 | -0.089 | -0.068 | 35.856 | 0.146 |
| | | 29 | 0.003 | 0.071 | 35.859 | 0.178 |
| | | 30 | 0.067 | 0.054 | 37.012 | 0.177 |
| | | 31 | -0.024 | -0.094 | 37.156 | 0.206 |
| | | 32 | -0.049 | -0.084 | 37.790 | 0.222 |
| | | 33 | 0.018 | 0.072 | 37.879 | 0.256 |
| | | 34 | -0.003 | 0.013 | 37.881 | 0.297 |
| | | 35 | -0.047 | -0.072 | 38.460 | 0.316 |
| | | 36 | 0.112 | 0.097 | 41.793 | 0.234 |

Fuente: Elaboración propia

Residuales de la serie le4044

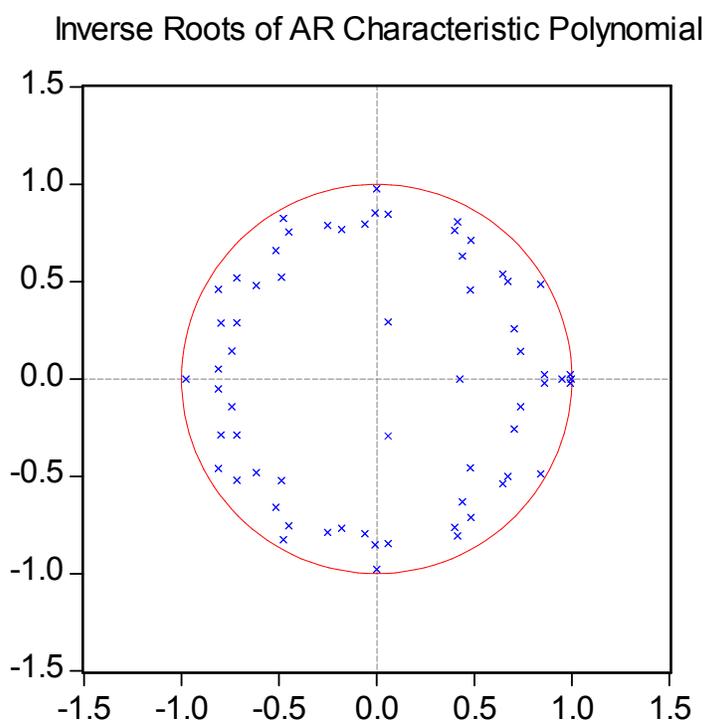
| Autocorrelation | Partial Correlation | AC | PAC | Q-Stat | Prob |
|-----------------|---------------------|-----------|--------|--------|-------|
| | | 1 -0.002 | -0.002 | 0.0013 | 0.971 |
| | | 2 -0.082 | -0.082 | 1.4947 | 0.474 |
| | | 3 -0.058 | -0.059 | 2.2466 | 0.523 |
| | | 4 0.057 | 0.051 | 2.9934 | 0.559 |
| | | 5 0.044 | 0.036 | 3.4376 | 0.633 |
| | | 6 -0.098 | -0.094 | 5.6495 | 0.464 |
| | | 7 0.006 | 0.017 | 5.6565 | 0.580 |
| | | 8 0.028 | 0.016 | 5.8327 | 0.666 |
| | | 9 0.103 | 0.091 | 8.2723 | 0.507 |
| | | 10 -0.033 | -0.020 | 8.5230 | 0.578 |
| | | 11 -0.106 | -0.086 | 11.130 | 0.432 |
| | | 12 0.101 | 0.099 | 13.516 | 0.333 |
| | | 13 0.084 | 0.063 | 15.174 | 0.297 |
| | | 14 0.022 | 0.024 | 15.291 | 0.359 |
| | | 15 -0.157 | -0.116 | 21.177 | 0.131 |
| | | 16 -0.095 | -0.101 | 23.341 | 0.105 |
| | | 17 0.035 | -0.010 | 23.638 | 0.130 |
| | | 18 -0.029 | -0.050 | 23.840 | 0.160 |
| | | 19 -0.070 | -0.059 | 25.030 | 0.160 |
| | | 20 -0.095 | -0.078 | 27.251 | 0.128 |
| | | 21 -0.064 | -0.130 | 28.252 | 0.133 |
| | | 22 0.015 | -0.033 | 28.304 | 0.166 |
| | | 23 0.043 | 0.060 | 28.761 | 0.188 |
| | | 24 0.000 | 0.026 | 28.761 | 0.229 |
| | | 25 -0.022 | -0.015 | 28.887 | 0.269 |
| | | 26 -0.050 | -0.097 | 29.510 | 0.288 |
| | | 27 -0.018 | -0.021 | 29.596 | 0.333 |
| | | 28 -0.062 | -0.019 | 30.578 | 0.336 |
| | | 29 0.039 | 0.073 | 30.968 | 0.367 |
| | | 30 0.055 | 0.057 | 31.754 | 0.379 |
| | | 31 -0.011 | -0.043 | 31.783 | 0.427 |
| | | 32 -0.056 | -0.072 | 32.596 | 0.437 |
| | | 33 0.013 | 0.039 | 32.641 | 0.485 |
| | | 34 -0.001 | -0.003 | 32.641 | 0.534 |
| | | 35 -0.031 | -0.051 | 32.896 | 0.570 |
| | | 36 0.099 | 0.054 | 35.502 | 0.492 |

Residuales de la serie le4549

| Autocorrelation | Partial Correlation | AC | PAC | Q-Stat | Prob |
|-----------------|---------------------|-----------|--------|--------|-------|
| | | 1 -0.020 | -0.020 | 0.0936 | 0.760 |
| | | 2 -0.073 | -0.073 | 1.2716 | 0.530 |
| | | 3 0.006 | 0.003 | 1.2806 | 0.734 |
| | | 4 0.003 | -0.002 | 1.2829 | 0.864 |
| | | 5 0.032 | 0.033 | 1.5137 | 0.911 |
| | | 6 -0.101 | -0.100 | 3.8456 | 0.698 |
| | | 7 -0.085 | -0.085 | 5.4917 | 0.600 |
| | | 8 0.063 | 0.045 | 6.4035 | 0.602 |
| | | 9 -0.031 | -0.041 | 6.6329 | 0.675 |
| | | 10 -0.018 | -0.013 | 6.7086 | 0.753 |
| | | 11 -0.043 | -0.046 | 7.1500 | 0.787 |
| | | 12 0.115 | 0.110 | 10.281 | 0.591 |
| | | 13 0.058 | 0.038 | 11.073 | 0.605 |
| | | 14 -0.038 | -0.016 | 11.419 | 0.653 |
| | | 15 -0.107 | -0.105 | 14.126 | 0.516 |
| | | 16 -0.093 | -0.115 | 16.198 | 0.439 |
| | | 17 0.069 | 0.041 | 17.331 | 0.432 |
| | | 18 0.025 | 0.030 | 17.477 | 0.491 |
| | | 19 0.011 | 0.058 | 17.508 | 0.556 |
| | | 20 -0.108 | -0.122 | 20.363 | 0.435 |
| | | 21 0.035 | 0.017 | 20.659 | 0.480 |
| | | 22 -0.005 | -0.053 | 20.665 | 0.542 |
| | | 23 -0.020 | -0.002 | 20.767 | 0.595 |
| | | 24 0.103 | 0.110 | 23.433 | 0.494 |
| | | 25 -0.021 | -0.035 | 23.539 | 0.546 |
| | | 26 -0.079 | -0.096 | 25.119 | 0.512 |
| | | 27 -0.035 | -0.051 | 25.426 | 0.551 |
| | | 28 -0.118 | -0.081 | 28.970 | 0.414 |
| | | 29 0.056 | 0.024 | 29.757 | 0.426 |
| | | 30 0.013 | 0.004 | 29.802 | 0.476 |
| | | 31 -0.049 | -0.070 | 30.419 | 0.496 |
| | | 32 -0.023 | -0.044 | 30.556 | 0.540 |
| | | 33 -0.021 | -0.019 | 30.675 | 0.583 |
| | | 34 -0.026 | -0.043 | 30.847 | 0.623 |
| | | 35 -0.013 | -0.037 | 30.889 | 0.667 |
| | | 36 0.065 | 0.027 | 31.996 | 0.660 |

Fuente: Elaboración propia

Anexo 3. Raíces inversas del polinomio característico autorregresivo para las series de los nacimientos, según edad de la madre



Fuente: Elaboración propia

Anexo 4. Estadísticos de prueba del modelo VAR

| | le15 | le1519 | le2024 | le2529 | le3034 | le3539 | le4044 | le4549 |
|----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| R-squared | 0.871676 | 0.744627 | 0.73507 | 0.675828 | 0.732665 | 0.778139 | 0.74002 | 0.943362 |
| Adj. R-squared | 0.81869 | 0.639183 | 0.625679 | 0.541976 | 0.622281 | 0.686532 | 0.632673 | 0.919976 |
| Sum sq. resids | 1.016317 | 0.540093 | 0.455758 | 0.410333 | 0.405199 | 0.404294 | 0.538018 | 0.949923 |
| S.E. equation | 0.080975 | 0.059029 | 0.054225 | 0.051452 | 0.051129 | 0.051072 | 0.058916 | 0.078285 |
| F-statistic | 16.45124 | 7.061816 | 6.719677 | 5.049083 | 6.637451 | 8.494314 | 6.893744 | 40.33878 |
| Log likelihood | 279.3521 | 348.8942 | 367.5698 | 379.1191 | 380.5039 | 380.7501 | 349.3176 | 286.7838 |
| Akaike AIC | -1.948656 | -2.580856 | -2.750634 | -2.855629 | -2.868217 | -2.870455 | -2.584705 | -2.016216 |
| Schwarz SC | -0.945993 | -1.578193 | -1.747972 | -1.852966 | -1.865555 | -1.867792 | -1.582043 | -1.013554 |
| Mean dependent | 5.966859 | 10.18071 | 10.84234 | 10.69039 | 10.23603 | 9.430576 | 8.040694 | 5.78548 |
| S.D. dependent | 0.190168 | 0.098271 | 0.08863 | 0.076025 | 0.083193 | 0.091219 | 0.097209 | 0.276738 |

Fuente: Elaboración propia

Anexo 5. Pronóstico del número de nacimientos registrados de niños nacidos vivos menores de un año, según edad de la madre. México 2011 – 2020

Pronóstico de nacimientos registrados de niños menores de un año en madres menores de 15 años de edad. México 2011 - 2020

| Mes - Año | Nac |
|-----------|-----|-----------|-----|-----------|-----|-----------|-----|
| ene-2011 | 638 | ene-2014 | 670 | ene-2017 | 711 | ene-2020 | 736 |
| feb-2011 | 533 | feb-2014 | 661 | feb-2017 | 711 | feb-2020 | 736 |
| mar-2011 | 593 | mar-2014 | 664 | mar-2017 | 712 | mar-2020 | 737 |
| abr-2011 | 612 | abr-2014 | 675 | abr-2017 | 715 | abr-2020 | 738 |
| may-2011 | 585 | may-2014 | 670 | may-2017 | 714 | may-2020 | 738 |
| jun-2011 | 575 | jun-2014 | 668 | jun-2017 | 713 | jun-2020 | 738 |
| jul-2011 | 574 | jul-2014 | 671 | jul-2017 | 714 | jul-2020 | 739 |
| ago-2011 | 617 | ago-2014 | 670 | ago-2017 | 714 | ago-2020 | 739 |
| sep-2011 | 552 | sep-2014 | 661 | sep-2017 | 713 | sep-2020 | 739 |
| oct-2011 | 607 | oct-2014 | 673 | oct-2017 | 716 | oct-2020 | 740 |
| nov-2011 | 583 | nov-2014 | 671 | nov-2017 | 715 | nov-2020 | 740 |
| dic-2011 | 559 | dic-2014 | 671 | dic-2017 | 717 | dic-2020 | 742 |
| ene-2012 | 652 | ene-2015 | 685 | ene-2018 | 720 | | |
| feb-2012 | 599 | feb-2015 | 682 | feb-2018 | 721 | | |
| mar-2012 | 617 | mar-2015 | 684 | mar-2018 | 722 | | |
| abr-2012 | 638 | abr-2015 | 691 | abr-2018 | 724 | | |
| may-2012 | 616 | may-2015 | 688 | may-2018 | 723 | | |
| jun-2012 | 617 | jun-2015 | 686 | jun-2018 | 723 | | |
| jul-2012 | 621 | jul-2015 | 688 | jul-2018 | 723 | | |
| ago-2012 | 633 | ago-2015 | 687 | ago-2018 | 723 | | |
| sep-2012 | 597 | sep-2015 | 683 | sep-2018 | 723 | | |
| oct-2012 | 628 | oct-2015 | 691 | oct-2018 | 725 | | |
| nov-2012 | 619 | nov-2015 | 689 | nov-2018 | 725 | | |
| dic-2012 | 610 | dic-2015 | 691 | dic-2018 | 726 | | |
| ene-2013 | 657 | ene-2016 | 699 | ene-2019 | 728 | | |
| feb-2013 | 636 | feb-2016 | 698 | feb-2019 | 729 | | |
| mar-2013 | 642 | mar-2016 | 700 | mar-2019 | 730 | | |
| abr-2013 | 656 | abr-2016 | 704 | abr-2019 | 731 | | |
| may-2013 | 646 | may-2016 | 703 | may-2019 | 731 | | |
| jun-2013 | 645 | jun-2016 | 701 | jun-2019 | 731 | | |
| jul-2013 | 649 | jul-2016 | 703 | jul-2019 | 731 | | |
| ago-2013 | 650 | ago-2016 | 702 | ago-2019 | 731 | | |
| sep-2013 | 633 | sep-2016 | 700 | sep-2019 | 731 | | |
| oct-2013 | 652 | oct-2016 | 705 | oct-2019 | 733 | | |
| nov-2013 | 647 | nov-2016 | 704 | nov-2019 | 733 | | |
| dic-2013 | 646 | dic-2016 | 706 | dic-2019 | 734 | | |

Fuente: Elaboración propia

Pronóstico de nacimientos registrados de niños menores de un año en madres de 15 a 19 años de edad. México 2011 - 2020

| Mes - Año | Nac |
|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|
| ene-2011 | 35,248 | ene-2014 | 33,737 | ene-2017 | 34,208 | ene-2020 | 34,498 |
| feb-2011 | 29,972 | feb-2014 | 32,894 | feb-2017 | 34,046 | feb-2020 | 34,451 |
| mar-2011 | 31,503 | mar-2014 | 32,941 | mar-2017 | 34,058 | mar-2020 | 34,460 |
| abr-2011 | 31,827 | abr-2014 | 33,091 | abr-2017 | 34,069 | abr-2020 | 34,448 |
| may-2011 | 30,842 | may-2014 | 33,035 | may-2017 | 34,088 | may-2020 | 34,469 |
| jun-2011 | 29,628 | jun-2014 | 32,602 | jun-2017 | 33,927 | jun-2020 | 34,415 |
| jul-2011 | 29,685 | jul-2014 | 32,936 | jul-2017 | 34,029 | jul-2020 | 34,444 |
| ago-2011 | 32,408 | ago-2014 | 32,853 | ago-2017 | 33,968 | ago-2020 | 34,424 |
| sep-2011 | 29,268 | sep-2014 | 32,678 | sep-2017 | 34,038 | sep-2020 | 34,471 |
| oct-2011 | 31,836 | oct-2014 | 33,226 | oct-2017 | 34,111 | oct-2020 | 34,474 |
| nov-2011 | 31,133 | nov-2014 | 33,228 | nov-2017 | 34,152 | nov-2020 | 34,502 |
| dic-2011 | 29,490 | dic-2014 | 33,068 | dic-2017 | 34,137 | dic-2020 | 34,502 |
| ene-2012 | 34,464 | ene-2015 | 33,865 | ene-2018 | 34,334 | | |
| feb-2012 | 31,383 | feb-2015 | 33,400 | feb-2018 | 34,230 | | |
| mar-2012 | 31,899 | mar-2015 | 33,426 | mar-2018 | 34,240 | | |
| abr-2012 | 32,119 | abr-2015 | 33,514 | abr-2018 | 34,235 | | |
| may-2012 | 31,393 | may-2015 | 33,506 | may-2018 | 34,257 | | |
| jun-2012 | 30,880 | jun-2015 | 33,180 | jun-2018 | 34,145 | | |
| jul-2012 | 31,468 | jul-2015 | 33,412 | jul-2018 | 34,211 | | |
| ago-2012 | 32,057 | ago-2015 | 33,317 | ago-2018 | 34,167 | | |
| sep-2012 | 30,586 | sep-2015 | 33,311 | sep-2018 | 34,233 | | |
| oct-2012 | 32,225 | oct-2015 | 33,607 | oct-2018 | 34,265 | | |
| nov-2012 | 31,999 | nov-2015 | 33,636 | nov-2018 | 34,302 | | |
| dic-2012 | 31,236 | dic-2015 | 33,562 | dic-2018 | 34,295 | | |
| ene-2013 | 33,835 | ene-2016 | 34,045 | ene-2019 | 34,426 | | |
| feb-2013 | 32,257 | feb-2016 | 33,778 | feb-2019 | 34,357 | | |
| mar-2013 | 32,377 | mar-2016 | 33,794 | mar-2019 | 34,366 | | |
| abr-2013 | 32,568 | abr-2016 | 33,834 | abr-2019 | 34,355 | | |
| may-2013 | 32,361 | may-2016 | 33,845 | may-2019 | 34,377 | | |
| jun-2013 | 31,860 | jun-2016 | 33,614 | jun-2019 | 34,299 | | |
| jul-2013 | 32,315 | jul-2016 | 33,770 | jul-2019 | 34,342 | | |
| ago-2013 | 32,363 | ago-2016 | 33,690 | ago-2019 | 34,311 | | |
| sep-2013 | 31,788 | sep-2016 | 33,746 | sep-2019 | 34,367 | | |
| oct-2013 | 32,750 | oct-2016 | 33,897 | oct-2019 | 34,379 | | |
| nov-2013 | 32,690 | nov-2016 | 33,938 | nov-2019 | 34,411 | | |
| dic-2013 | 32,349 | dic-2016 | 33,904 | dic-2019 | 34,408 | | |

Fuente: Elaboración propia

Pronóstico de nacimientos registrados de niños menores de un año en madres de 20 a 24 años de edad. México 2011 - 2020

| Mes - Año | Nac |
|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|
| ene-2011 | 58,834 | ene-2014 | 53,633 | ene-2017 | 52,662 | ene-2020 | 52,037 |
| feb-2011 | 49,586 | feb-2014 | 52,028 | feb-2017 | 52,305 | feb-2020 | 51,914 |
| mar-2011 | 51,633 | mar-2014 | 51,948 | mar-2017 | 52,253 | mar-2020 | 51,891 |
| abr-2011 | 52,240 | abr-2014 | 52,251 | abr-2017 | 52,272 | abr-2020 | 51,861 |
| may-2011 | 51,263 | may-2014 | 52,253 | may-2017 | 52,328 | may-2020 | 51,894 |
| jun-2011 | 48,918 | jun-2014 | 51,489 | jun-2017 | 52,046 | jun-2020 | 51,785 |
| jul-2011 | 49,475 | jul-2014 | 52,098 | jul-2017 | 52,199 | jul-2020 | 51,810 |
| ago-2011 | 53,884 | ago-2014 | 51,960 | ago-2017 | 52,098 | ago-2020 | 51,767 |
| sep-2011 | 48,617 | sep-2014 | 51,720 | sep-2017 | 52,213 | sep-2020 | 51,829 |
| oct-2011 | 53,199 | oct-2014 | 52,519 | oct-2017 | 52,266 | oct-2020 | 51,795 |
| nov-2011 | 51,484 | nov-2014 | 52,307 | nov-2017 | 52,247 | nov-2020 | 51,794 |
| dic-2011 | 48,501 | dic-2014 | 51,927 | dic-2017 | 52,170 | dic-2020 | 51,764 |
| ene-2012 | 56,555 | ene-2015 | 53,164 | ene-2018 | 52,454 | | |
| feb-2012 | 50,953 | feb-2015 | 52,242 | feb-2018 | 52,213 | | |
| mar-2012 | 51,515 | mar-2015 | 52,161 | mar-2018 | 52,173 | | |
| abr-2012 | 52,067 | abr-2015 | 52,331 | abr-2018 | 52,162 | | |
| may-2012 | 51,226 | may-2015 | 52,379 | may-2018 | 52,212 | | |
| jun-2012 | 50,176 | jun-2015 | 51,816 | jun-2018 | 52,010 | | |
| jul-2012 | 51,391 | jul-2015 | 52,215 | jul-2018 | 52,099 | | |
| ago-2012 | 52,305 | ago-2015 | 52,060 | ago-2018 | 52,022 | | |
| sep-2012 | 49,942 | sep-2015 | 52,076 | sep-2018 | 52,124 | | |
| oct-2012 | 52,695 | oct-2015 | 52,464 | oct-2018 | 52,122 | | |
| nov-2012 | 51,885 | nov-2015 | 52,358 | nov-2018 | 52,116 | | |
| dic-2012 | 50,428 | dic-2015 | 52,148 | dic-2018 | 52,063 | | |
| ene-2013 | 54,588 | ene-2016 | 52,883 | ene-2019 | 52,245 | | |
| feb-2013 | 51,661 | feb-2016 | 52,325 | feb-2019 | 52,075 | | |
| mar-2013 | 51,661 | mar-2016 | 52,258 | mar-2019 | 52,045 | | |
| abr-2013 | 52,090 | abr-2016 | 52,333 | abr-2019 | 52,020 | | |
| may-2013 | 51,918 | may-2016 | 52,391 | may-2019 | 52,060 | | |
| jun-2013 | 50,983 | jun-2016 | 51,992 | jun-2019 | 51,914 | | |
| jul-2013 | 51,861 | jul-2016 | 52,244 | jul-2019 | 51,963 | | |
| ago-2013 | 51,926 | ago-2016 | 52,114 | ago-2019 | 51,905 | | |
| sep-2013 | 51,050 | sep-2016 | 52,215 | sep-2019 | 51,987 | | |
| oct-2013 | 52,561 | oct-2016 | 52,381 | oct-2019 | 51,960 | | |
| nov-2013 | 52,157 | nov-2016 | 52,333 | nov-2019 | 51,959 | | |
| dic-2013 | 51,443 | dic-2016 | 52,211 | dic-2019 | 51,919 | | |

Fuente: Elaboración propia

Pronóstico de nacimientos registrados de niños menores de un año en madres de 25 a 29 años de edad. México 2011 - 2020

| Mes - Año | Nac |
|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|
| ene-2011 | 48,908 | ene-2014 | 45,504 | ene-2017 | 45,259 | ene-2020 | 45,240 |
| feb-2011 | 41,607 | feb-2014 | 43,985 | feb-2017 | 44,886 | feb-2020 | 45,110 |
| mar-2011 | 43,168 | mar-2014 | 44,000 | mar-2017 | 44,903 | mar-2020 | 45,123 |
| abr-2011 | 43,553 | abr-2014 | 44,304 | abr-2017 | 44,938 | abr-2020 | 45,107 |
| may-2011 | 43,309 | may-2014 | 44,438 | may-2017 | 45,048 | may-2020 | 45,163 |
| jun-2011 | 41,218 | jun-2014 | 43,735 | jun-2017 | 44,799 | jun-2020 | 45,067 |
| jul-2011 | 42,642 | jul-2014 | 44,524 | jul-2017 | 45,032 | jul-2020 | 45,132 |
| ago-2011 | 45,660 | ago-2014 | 44,379 | ago-2017 | 44,956 | ago-2020 | 45,101 |
| sep-2011 | 41,641 | sep-2014 | 44,282 | sep-2017 | 45,097 | sep-2020 | 45,174 |
| oct-2011 | 45,445 | oct-2014 | 44,837 | oct-2017 | 45,097 | oct-2020 | 45,128 |
| nov-2011 | 43,751 | nov-2014 | 44,675 | nov-2017 | 45,113 | nov-2020 | 45,147 |
| dic-2011 | 41,268 | dic-2014 | 44,277 | dic-2017 | 45,021 | dic-2020 | 45,113 |
| ene-2012 | 47,528 | ene-2015 | 45,291 | ene-2018 | 45,273 | | |
| feb-2012 | 42,726 | feb-2015 | 44,383 | feb-2018 | 45,019 | | |
| mar-2012 | 43,174 | mar-2015 | 44,393 | mar-2018 | 45,036 | | |
| abr-2012 | 43,720 | abr-2015 | 44,570 | abr-2018 | 45,042 | | |
| may-2012 | 43,417 | may-2015 | 44,709 | may-2018 | 45,133 | | |
| jun-2012 | 42,288 | jun-2015 | 44,203 | jun-2018 | 44,956 | | |
| jul-2012 | 43,949 | jul-2015 | 44,733 | jul-2018 | 45,109 | | |
| ago-2012 | 44,479 | ago-2015 | 44,598 | ago-2018 | 45,054 | | |
| sep-2012 | 42,714 | sep-2015 | 44,687 | sep-2018 | 45,175 | | |
| oct-2012 | 44,888 | oct-2015 | 44,926 | oct-2018 | 45,141 | | |
| nov-2012 | 44,126 | nov-2015 | 44,866 | nov-2018 | 45,164 | | |
| dic-2012 | 42,838 | dic-2015 | 44,632 | dic-2018 | 45,102 | | |
| ene-2013 | 46,126 | ene-2016 | 45,248 | ene-2019 | 45,269 | | |
| feb-2013 | 43,475 | feb-2016 | 44,679 | feb-2019 | 45,090 | | |
| mar-2013 | 43,546 | mar-2016 | 44,693 | mar-2019 | 45,105 | | |
| abr-2013 | 43,978 | abr-2016 | 44,781 | abr-2019 | 45,096 | | |
| may-2013 | 44,038 | may-2016 | 44,907 | may-2019 | 45,169 | | |
| jun-2013 | 43,130 | jun-2016 | 44,553 | jun-2019 | 45,040 | | |
| jul-2013 | 44,281 | jul-2016 | 44,906 | jul-2019 | 45,139 | | |
| ago-2013 | 44,246 | ago-2016 | 44,802 | ago-2019 | 45,100 | | |
| sep-2013 | 43,662 | sep-2016 | 44,944 | sep-2019 | 45,195 | | |
| oct-2013 | 44,790 | oct-2016 | 45,021 | oct-2019 | 45,150 | | |
| nov-2013 | 44,436 | nov-2016 | 45,013 | nov-2019 | 45,173 | | |
| dic-2013 | 43,743 | dic-2016 | 44,870 | dic-2019 | 45,128 | | |

Fuente: Elaboración propia

Pronóstico de nacimientos registrados de niños menores de un año en madres de 30 a 34 años de edad. México 2011 - 2020

| Mes - Año | Nac |
|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|
| ene-2011 | 33,333 | ene-2014 | 30,562 | ene-2017 | 30,101 | ene-2020 | 30,214 |
| feb-2011 | 28,328 | feb-2014 | 29,540 | feb-2017 | 29,852 | feb-2020 | 30,137 |
| mar-2011 | 28,903 | mar-2014 | 29,476 | mar-2017 | 29,846 | mar-2020 | 30,149 |
| abr-2011 | 29,920 | abr-2014 | 29,843 | abr-2017 | 29,932 | abr-2020 | 30,173 |
| may-2011 | 29,486 | may-2014 | 29,756 | may-2017 | 29,938 | may-2020 | 30,193 |
| jun-2011 | 27,867 | jun-2014 | 29,296 | jun-2017 | 29,786 | jun-2020 | 30,144 |
| jul-2011 | 29,217 | jul-2014 | 29,840 | jul-2017 | 29,942 | jul-2020 | 30,196 |
| ago-2011 | 31,245 | ago-2014 | 29,835 | ago-2017 | 29,948 | ago-2020 | 30,210 |
| sep-2011 | 28,384 | sep-2014 | 29,671 | sep-2017 | 29,994 | sep-2020 | 30,246 |
| oct-2011 | 31,044 | oct-2014 | 30,058 | oct-2017 | 30,005 | oct-2020 | 30,230 |
| nov-2011 | 29,783 | nov-2014 | 29,904 | nov-2017 | 30,006 | nov-2020 | 30,248 |
| dic-2011 | 28,484 | dic-2014 | 29,743 | dic-2017 | 29,995 | dic-2020 | 30,257 |
| ene-2012 | 32,267 | ene-2015 | 30,275 | ene-2018 | 30,109 | | |
| feb-2012 | 29,057 | feb-2015 | 29,662 | feb-2018 | 29,943 | | |
| mar-2012 | 29,122 | mar-2015 | 29,623 | mar-2018 | 29,946 | | |
| abr-2012 | 29,897 | abr-2015 | 29,854 | abr-2018 | 30,000 | | |
| may-2012 | 29,425 | may-2015 | 29,815 | may-2018 | 30,014 | | |
| jun-2012 | 28,633 | jun-2015 | 29,491 | jun-2018 | 29,911 | | |
| jul-2012 | 29,860 | jul-2015 | 29,849 | jul-2018 | 30,016 | | |
| ago-2012 | 30,269 | ago-2015 | 29,840 | ago-2018 | 30,027 | | |
| sep-2012 | 28,974 | sep-2015 | 29,816 | sep-2018 | 30,073 | | |
| oct-2012 | 30,486 | oct-2015 | 29,988 | oct-2018 | 30,063 | | |
| nov-2012 | 29,893 | nov-2015 | 29,918 | nov-2018 | 30,076 | | |
| dic-2012 | 29,240 | dic-2015 | 29,840 | dic-2018 | 30,076 | | |
| ene-2013 | 31,157 | ene-2016 | 30,145 | ene-2019 | 30,150 | | |
| feb-2013 | 29,375 | feb-2016 | 29,762 | feb-2019 | 30,038 | | |
| mar-2013 | 29,301 | mar-2016 | 29,742 | mar-2019 | 30,047 | | |
| abr-2013 | 29,840 | abr-2016 | 29,882 | abr-2019 | 30,081 | | |
| may-2013 | 29,650 | may-2016 | 29,872 | may-2019 | 30,100 | | |
| jun-2013 | 29,040 | jun-2016 | 29,650 | jun-2019 | 30,029 | | |
| jul-2013 | 29,857 | jul-2016 | 29,885 | jul-2019 | 30,101 | | |
| ago-2013 | 29,924 | ago-2016 | 29,884 | ago-2019 | 30,115 | | |
| sep-2013 | 29,424 | sep-2016 | 29,913 | sep-2019 | 30,156 | | |
| oct-2013 | 30,207 | oct-2016 | 29,976 | oct-2019 | 30,140 | | |
| nov-2013 | 29,907 | nov-2016 | 29,952 | nov-2019 | 30,158 | | |
| dic-2013 | 29,585 | dic-2016 | 29,918 | dic-2019 | 30,163 | | |

Fuente: Elaboración propia

Pronóstico de nacimientos registrados de niños menores de un año en madres de 35 a 39 años de edad. México 2011 - 2020

| Mes - Año | Nac |
|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|
| ene-2011 | 16,142 | ene-2014 | 15,275 | ene-2017 | 15,260 | ene-2020 | 15,334 |
| feb-2011 | 14,212 | feb-2014 | 14,862 | feb-2017 | 15,169 | feb-2020 | 15,309 |
| mar-2011 | 14,084 | mar-2014 | 14,794 | mar-2017 | 15,152 | mar-2020 | 15,308 |
| abr-2011 | 14,804 | abr-2014 | 15,075 | abr-2017 | 15,236 | abr-2020 | 15,337 |
| may-2011 | 14,154 | may-2014 | 14,852 | may-2017 | 15,160 | may-2020 | 15,313 |
| jun-2011 | 13,372 | jun-2014 | 14,654 | jun-2017 | 15,100 | jun-2020 | 15,296 |
| jul-2011 | 14,062 | jul-2014 | 14,898 | jul-2017 | 15,165 | jul-2020 | 15,316 |
| ago-2011 | 15,191 | ago-2014 | 14,996 | ago-2017 | 15,212 | ago-2020 | 15,342 |
| sep-2011 | 13,617 | sep-2014 | 14,802 | sep-2017 | 15,181 | sep-2020 | 15,335 |
| oct-2011 | 15,061 | oct-2014 | 15,079 | oct-2017 | 15,221 | oct-2020 | 15,340 |
| nov-2011 | 14,434 | nov-2014 | 15,024 | nov-2017 | 15,226 | nov-2020 | 15,350 |
| dic-2011 | 14,177 | dic-2014 | 15,078 | dic-2017 | 15,272 | dic-2020 | 15,375 |
| ene-2012 | 15,738 | ene-2015 | 15,239 | ene-2018 | 15,281 | | |
| feb-2012 | 14,411 | feb-2015 | 14,999 | feb-2018 | 15,222 | | |
| mar-2012 | 14,368 | mar-2015 | 14,955 | mar-2018 | 15,213 | | |
| abr-2012 | 14,878 | abr-2015 | 15,144 | abr-2018 | 15,270 | | |
| may-2012 | 14,339 | may-2015 | 14,989 | may-2018 | 15,217 | | |
| jun-2012 | 13,975 | jun-2015 | 14,853 | jun-2018 | 15,178 | | |
| jul-2012 | 14,556 | jul-2015 | 15,010 | jul-2018 | 15,220 | | |
| ago-2012 | 14,904 | ago-2015 | 15,083 | ago-2018 | 15,258 | | |
| sep-2012 | 14,100 | sep-2015 | 14,983 | sep-2018 | 15,239 | | |
| oct-2012 | 14,978 | oct-2015 | 15,132 | oct-2018 | 15,259 | | |
| nov-2012 | 14,715 | nov-2015 | 15,111 | nov-2018 | 15,268 | | |
| dic-2012 | 14,654 | dic-2015 | 15,170 | dic-2018 | 15,306 | | |
| ene-2013 | 15,414 | ene-2016 | 15,243 | ene-2019 | 15,305 | | |
| feb-2013 | 14,677 | feb-2016 | 15,098 | feb-2019 | 15,266 | | |
| mar-2013 | 14,588 | mar-2016 | 15,070 | mar-2019 | 15,262 | | |
| abr-2013 | 14,978 | abr-2016 | 15,195 | abr-2019 | 15,302 | | |
| may-2013 | 14,647 | may-2016 | 15,087 | may-2019 | 15,266 | | |
| jun-2013 | 14,377 | jun-2016 | 14,997 | jun-2019 | 15,240 | | |
| jul-2013 | 14,752 | jul-2016 | 15,097 | jul-2019 | 15,268 | | |
| ago-2013 | 14,913 | ago-2016 | 15,156 | ago-2019 | 15,299 | | |
| sep-2013 | 14,525 | sep-2016 | 15,101 | sep-2019 | 15,287 | | |
| oct-2013 | 15,020 | oct-2016 | 15,179 | oct-2019 | 15,298 | | |
| nov-2013 | 14,902 | nov-2016 | 15,176 | nov-2019 | 15,308 | | |
| dic-2013 | 14,927 | dic-2016 | 15,230 | dic-2019 | 15,338 | | |

Fuente: Elaboración propia

Pronóstico de nacimientos registrados de niños menores de un año en madres de 40 a 44 años de edad. México 2011 - 2020

| Mes - Año | Nac |
|-----------|-------|-----------|-------|-----------|-------|-----------|-------|
| ene-2011 | 3,530 | ene-2014 | 3,248 | ene-2017 | 3,174 | ene-2020 | 3,128 |
| feb-2011 | 3,157 | feb-2014 | 3,179 | feb-2017 | 3,162 | feb-2020 | 3,124 |
| mar-2011 | 3,101 | mar-2014 | 3,157 | mar-2017 | 3,156 | mar-2020 | 3,122 |
| abr-2011 | 3,440 | abr-2014 | 3,252 | abr-2017 | 3,184 | abr-2020 | 3,131 |
| may-2011 | 3,054 | may-2014 | 3,152 | may-2017 | 3,148 | may-2020 | 3,117 |
| jun-2011 | 2,925 | jun-2014 | 3,109 | jun-2017 | 3,135 | jun-2020 | 3,112 |
| jul-2011 | 3,045 | jul-2014 | 3,143 | jul-2017 | 3,140 | jul-2020 | 3,112 |
| ago-2011 | 3,274 | ago-2014 | 3,176 | ago-2017 | 3,156 | ago-2020 | 3,120 |
| sep-2011 | 2,876 | sep-2014 | 3,097 | sep-2017 | 3,132 | sep-2020 | 3,110 |
| oct-2011 | 3,193 | oct-2014 | 3,166 | oct-2017 | 3,145 | oct-2020 | 3,112 |
| nov-2011 | 3,076 | nov-2014 | 3,154 | nov-2017 | 3,144 | nov-2020 | 3,112 |
| dic-2011 | 3,076 | dic-2014 | 3,196 | dic-2017 | 3,166 | dic-2020 | 3,121 |
| ene-2012 | 3,404 | ene-2015 | 3,215 | ene-2018 | 3,157 | | |
| feb-2012 | 3,159 | feb-2015 | 3,178 | feb-2018 | 3,150 | | |
| mar-2012 | 3,125 | mar-2015 | 3,164 | mar-2018 | 3,145 | | |
| abr-2012 | 3,327 | abr-2015 | 3,228 | abr-2018 | 3,165 | | |
| may-2012 | 3,087 | may-2015 | 3,157 | may-2018 | 3,139 | | |
| jun-2012 | 3,017 | jun-2015 | 3,127 | jun-2018 | 3,129 | | |
| jul-2012 | 3,115 | jul-2015 | 3,146 | jul-2018 | 3,132 | | |
| ago-2012 | 3,201 | ago-2015 | 3,172 | ago-2018 | 3,144 | | |
| sep-2012 | 2,972 | sep-2015 | 3,122 | sep-2018 | 3,127 | | |
| oct-2012 | 3,166 | oct-2015 | 3,161 | oct-2018 | 3,134 | | |
| nov-2012 | 3,118 | nov-2015 | 3,156 | nov-2018 | 3,134 | | |
| dic-2012 | 3,158 | dic-2015 | 3,191 | dic-2018 | 3,150 | | |
| ene-2013 | 3,305 | ene-2016 | 3,192 | ene-2019 | 3,142 | | |
| feb-2013 | 3,176 | feb-2016 | 3,172 | feb-2019 | 3,137 | | |
| mar-2013 | 3,143 | mar-2016 | 3,162 | mar-2019 | 3,134 | | |
| abr-2013 | 3,280 | abr-2016 | 3,205 | abr-2019 | 3,147 | | |
| may-2013 | 3,132 | may-2016 | 3,155 | may-2019 | 3,128 | | |
| jun-2013 | 3,075 | jun-2016 | 3,135 | jun-2019 | 3,121 | | |
| jul-2013 | 3,133 | jul-2016 | 3,145 | jul-2019 | 3,122 | | |
| ago-2013 | 3,181 | ago-2016 | 3,165 | ago-2019 | 3,132 | | |
| sep-2013 | 3,050 | sep-2016 | 3,132 | sep-2019 | 3,119 | | |
| oct-2013 | 3,167 | oct-2016 | 3,154 | oct-2019 | 3,123 | | |
| nov-2013 | 3,144 | nov-2016 | 3,152 | nov-2019 | 3,123 | | |
| dic-2013 | 3,190 | dic-2016 | 3,180 | dic-2019 | 3,135 | | |

Fuente: Elaboración propia

Pronóstico de nacimientos registrados de niños menores de un año en madres de 45 a 49 años de edad. México 2011 - 2020

| Mes - Año | Nac |
|-----------|-----|-----------|-----|-----------|-----|-----------|-----|
| ene-2011 | 250 | ene-2014 | 225 | ene-2017 | 210 | ene-2020 | 197 |
| feb-2011 | 234 | feb-2014 | 224 | feb-2017 | 211 | feb-2020 | 197 |
| mar-2011 | 222 | mar-2014 | 220 | mar-2017 | 209 | mar-2020 | 196 |
| abr-2011 | 276 | abr-2014 | 233 | abr-2017 | 213 | abr-2020 | 198 |
| may-2011 | 216 | may-2014 | 219 | may-2017 | 208 | may-2020 | 195 |
| jun-2011 | 217 | jun-2014 | 220 | jun-2017 | 208 | jun-2020 | 195 |
| jul-2011 | 223 | jul-2014 | 217 | jul-2017 | 206 | jul-2020 | 194 |
| ago-2011 | 244 | ago-2014 | 223 | ago-2017 | 209 | ago-2020 | 195 |
| sep-2011 | 207 | sep-2014 | 212 | sep-2017 | 205 | sep-2020 | 194 |
| oct-2011 | 221 | oct-2014 | 218 | oct-2017 | 206 | oct-2020 | 194 |
| nov-2011 | 215 | nov-2014 | 214 | nov-2017 | 205 | nov-2020 | 193 |
| dic-2011 | 226 | dic-2014 | 222 | dic-2017 | 208 | dic-2020 | 194 |
| ene-2012 | 239 | ene-2015 | 219 | ene-2018 | 205 | | |
| feb-2012 | 234 | feb-2015 | 220 | feb-2018 | 206 | | |
| mar-2012 | 225 | mar-2015 | 217 | mar-2018 | 205 | | |
| abr-2012 | 252 | abr-2015 | 225 | abr-2018 | 207 | | |
| may-2012 | 220 | may-2015 | 216 | may-2018 | 204 | | |
| jun-2012 | 224 | jun-2015 | 216 | jun-2018 | 204 | | |
| jul-2012 | 222 | jul-2015 | 214 | jul-2018 | 202 | | |
| ago-2012 | 234 | ago-2015 | 218 | ago-2018 | 204 | | |
| sep-2012 | 211 | sep-2015 | 211 | sep-2018 | 201 | | |
| oct-2012 | 223 | oct-2015 | 214 | oct-2018 | 202 | | |
| nov-2012 | 216 | nov-2015 | 212 | nov-2018 | 201 | | |
| dic-2012 | 229 | dic-2015 | 217 | dic-2018 | 203 | | |
| ene-2013 | 231 | ene-2016 | 214 | ene-2019 | 201 | | |
| feb-2013 | 229 | feb-2016 | 215 | feb-2019 | 202 | | |
| mar-2013 | 223 | mar-2016 | 213 | mar-2019 | 200 | | |
| abr-2013 | 241 | abr-2016 | 219 | abr-2019 | 202 | | |
| may-2013 | 221 | may-2016 | 212 | may-2019 | 200 | | |
| jun-2013 | 223 | jun-2016 | 212 | jun-2019 | 200 | | |
| jul-2013 | 220 | jul-2016 | 210 | jul-2019 | 198 | | |
| ago-2013 | 228 | ago-2016 | 213 | ago-2019 | 200 | | |
| sep-2013 | 212 | sep-2016 | 208 | sep-2019 | 197 | | |
| oct-2013 | 221 | oct-2016 | 210 | oct-2019 | 198 | | |
| nov-2013 | 216 | nov-2016 | 208 | nov-2019 | 197 | | |
| dic-2013 | 226 | dic-2016 | 213 | dic-2019 | 199 | | |

Fuente: Elaboración propia

7. Referencias

Alam, S., Ahmed, M., y Butt, M. (2003). The dynamics of fertility, family planing and female education in Pakistan. *Journal of Asian Economics* , 14, 447 - 463.

Alders, M., y De Beer, J. (2004). Assumptions on Fertility in Stochastic Population Forecasts. *International Statistical Review* , 72 (1), 65 - 79.

Arnau, J. (2001). *Diseño de series temporales: técnicas de análisis*. Barcelona, España: Publicacions de la Universitat de Barcelona.

Arretx, C. (1989). La fecundidad en México. En Figueroa, B (comp), La fecundidad en México. Cambios y perspectiva (págs. 197 - 219). México D.F: El Colegio de México .

Arriaga, E. (1989). Comentarios sobre algunas predicciones de la fecundidad mexicana. En B. Figueroa, *La fecundidad en México. Cambios y perspectivas* (págs. 409 - 429). México: El Colegio de México.

Bongaarts, J. (1982). Un marco para el análisis de los determinantes próximos de la fecundidad. *Ensayos sobre Población y Desarrollo* (3), 3 - 34.

Box, G., y Jenkins, G. (1970). *Time series analysis, forecasting and control*. United States of America: America. Holden Day.

Camposortega, S. (1989). Las proyecciones de la fecundidad en México. En B. Figueroa, *La fecundidad en México. Cambios y perspectivas* (págs. 349 - 375). México, México: El Colegio de México.

Carter, L., y Lee, R. (1986). Joint forecasts of U.S. Marital Fertility, Nuptiality, Births, and Marriages using Time Series Models. *Journal of the American Statistical Association* , 81 (396), 902 - 911.

Coale, A. (1973). Demographic Transition. *International Population Conference* , 1, 1 - 24.

Conning, A. (1973). *Tendencias de la fecundidad en América Latina y factores de influencia*. CLACSO. Santiago de Chile: Centro Latinoamericano de Demografía.

De Beer, J. (1989). Projecting Age-Specific fertility rates by using time series methods. *European Journal of Population* , 5 (4), 315 - 346.

Dirección General de Información en Salud (DGIS). *Base de datos de Certificado de Nacimiento-Nacimientos ocurridos 2008-2012*. [en línea]: Sistema Nacional de Información en Salud (SINAIS). [México]: Secretaría de Salud. <<http://www.sinais.salud.gob.mx>> [Consulta: 25 de abril de 2012].

Echarri, C. (2008). Evolución reciente de la fecundidad: el largo camino hasta el remplazo. En B. Figueroa, *El dato en cuestión: un análisis de las cifras sociodemográficas* (págs. 97 - 119). México D.F: El Colegio de México.

Ervitti, B y Segura, T. (2000) *Estudios de Población. Texto básico*. La Habana: Centro de Estudios Demográficos, Universidad de la Habana

Figueroa, B. (1989). *La fecundidad en México. Cambios y perspectivas*. México D.F: El Colegio de México.

Figueroa, B. (2006). Estimaciones de los nacimientos ocurridos en la década de los noventa en México. En J. Lezama, & J. Morelos, *Población, ciudad y medio ambiente en el México contemporáneo* (págs. 45 - 72). México: El Colegio de México.

Galindo, C., y Ordorica, M. (2007). Estimación de nacimientos ocurridos y registrados, México 1950 - 2000. *Papeles de población* (54), 39 - 89.

García, V. (2010). *Proyecciones y políticas de población en México. Revisión crítica y propuesta metodológica*. México D.F: Centro de Estudios Demográficos, Urbanos y Ambientales (Tesis doctoral). El Colegio de México.

Guerrero, V. (2003). *Análisis estadístico de Series de Tiempo Económicas*. México: Thomson

Guerrero, V. (2007). Pronósticos restringidos con modelos de series de tiempo múltiples y su aplicación para evaluar metas de política macroeconómica en México. *Estudios Económicos* , 22 (2), 241 - 311.

Hagnell, M. (1991). A multivariate time series analysis of fertility, adult mortality, nuptiality, and real wages in Sweden 1751 - 1850: A comparison of two different approaches. *Journal of Official Statistics* , 7 (4), 437 - 455.

Hawthorn, G. (1970). *The Sociology of Fertility*. Dublin, Republic of Ireland: The Macmillan Company.

INEGI. (2004). *Marco Metodológico para la Generación de las Estadísticas Vitales*. Nacimientos. Aguascalientes: Instituto Nacional de Geografía y Estadística.

INEGI (s.f) . Estadísticas vitales de nacimientos 1992 – 2010.

Juárez, F., Quilodrán, J., y Zavala, M. (1996a). Nuevas pautas reproductivas en México (Primera edición ed.). México: El Colegio de México, Centro de Estudios Demográficos y de Desarrollo Urbano.

Juárez, F., Quilodrán, J., y Zavala, M. (1996b). De una Fecundidad natural a una controlada: México 1950 - 1980. En F. Juárez, J. Quilodrán, & M. Zavala (comp), Nuevas pautas reproductivas en México (Primera edición ed., págs. 23 - 71). México, México: El Colegio de México, Centro de Estudios Demográficos y de Desarrollo Urbano.

Keilman, N., y Quang, D. (2004). Time Series Based Errors and Empirical Errors in Fertility Forecasts in the Nordic Countries. *International Statistical Review* , 1 (72), 5 - 18.

Keyfitz, N., y Caswell, H. (2005). *Applied mathematical demography* (Third ed.). Lexington, USA: Springer.

Land, K., y Cantor, D. (1983). ARIMA models of seasonal variation in U.S. Birth and death rates. *Demography* , 20 (4), 541 - 568.

Lee, R., y Carter, L. (1992). Modeling and forecasting U.S Mortality. *Journal of the American Statistical Association* , 87 (419), 659 - 671.

Lütkepohl, H. (2005). New introduction to multiple time series analysis. Berlin: Springer.

Masi, A., & Masih, R. (1997). Can Family-Planning Programs "Cause" a Significant Fertility Decline in Countries Characterized by Very Low Levels of Socioeconomic Development? New Evidence From Bangladesh Based on Dynamic Multivariate and Cointegrated Time-Series Techniques, 1965-1991. *Journal of Policy Modeling* , 19 (4), 441 - 468.

McDonald, J. (1979). A Time Series Approach to Forecasting Australian Total-Live-Births. *Demography* , 16 (4), 575 - 601.

Mier y Terán, M y Partida, V. (2001). Niveles, tendencias y diferenciales de la fecundidad en México. 1930 – 1997 en Gómez de León, J & Rabell, C (Coords.). *La población de México*.

Tendencias y perspectivas sociodemográficas hacia el siglo XXI. (págs. 168 – 206). México. Consejo Nacional de Población. Fondo de Cultura Económica

Miller, R., y McKenzie, S. (1984). *Time Series Modeling of Monthly General Fertility Rates*. Bureau of the Census, Statistical Research Division. Washington, D.C: Statistical Research Division Report Series.

Myrskylä, M., Goldstein, J., y Cheng, Y. (2012). *New Cohort Fertility Forecasts for the Developed World*. Max Planck Institute for Demographic Research. Germany: Max Planck Institute for Demographic Research.

Partida, V. (2008). *Proyecciones de la población de México, de las entidades federativas, de los municipios, y de las localidades, 2005 - 2050 (Documento Metodológico. Consejo Nacional de Población*. México. D.F: Consejo Nacional de Población.

Pressat, R.(2000). *El análisis demográfico. Métodos, resultados, aplicaciones*. México. Fondo de Cultura Económica

Romo, R., y Sánchez, M. (2009). El descenso de la fecundidad en México, 1974 - 2009: a 35 años de la puesta en marcha de la nueva política de población. En CONAPO, *Situación Demográfica de México 2009* (págs. 23 - 38). México D.F: Consejo Nacional de Población.

Rosas, J. (2011). El modelo estable acotado en la fecundidad y el tiempo en México 1975-2008. En CONAPO, *Situación Demográfica de México 2011* (págs. 65 - 78). México D.F: Consejo Nacional de Población.

Saboia, J. (1977). Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) Models for Birth Forecasting. *Journal of the American Statistical Association* , 72 (358), 264 - 270.

Siegel, J y Swason,D. (2004). *The Methods and Materials of Demography*. San Diego, California: Elsevier Academic Press.

Silva, E., Guerrero, V., y Peña, D. (2011). Temporal disgregation and restricted forecasting of multiple population time series. *Journal of Applied Statistics*, 38(4), 799 - 815.

Sims, C. (1980). Macroeconomics and Reality. *Econometrica*, 48(1), 1-48.

Sims, C. (1982). Policy Analysis with Econometrics Models. *Brookings Papers on Economic Activity*, 107-152.

Thompson, P., Bell, W., Long, J., y Miller, R. (1989). Multivariate Time Series Projections of Parameterized Age-Specific Fertility Rates. *Journal of the American Statistical Association* , 689 - 699.

Tuirán, R., Partida, V., Mojarro, O., y Zúñiga, E. (2002). Tendencias y perspectivas de la fecundidad. En CONAPO, *Situación Demográfica de México* (págs. 29 - 48). México D.F: Consejo Nacional de Población.

Turkey, J (1961). Discussion emphasizing the connection between analysis of variance and spectrum analysis. *Technometrics*, 3, 191 - 219

UN. (2002). *Completing the fertility transition*. Department of economic and social affairs. New York: United Nations.

UN. (2004). Manual sobre la recolección de datos de fecundidad y mortalidad. Nueva York: United Nations.

Varela, C., Pollero, R., y Fostik, A. (2008). La fecundidad: evolución y diferenciales en el comportamiento reproductivo. En C. Varela (comp) *Demografía de una sociedad en transición. La población uruguaya a inicios del siglo XXI* (págs. 35 - 68). Montevideo, Uruguay: Fondos de Población de las Naciones Unidas.

Welti, C. (1994). *La fecundidad en México*. México D.F, México: Instituto de Investigaciones Sociales UNAM Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática.

Welti, C. (1998). *Demografía* (Vol. 1 y 2). C. Welti (Edit). México D.F, México: Programa Latinoamericano de Actividades de Población Instituto de Investigaciones Sociales UNAM.

Wilson, G. (1975). *Fertility Forecasting*. Institute of Actuaries Students' Society.

Zavala de Cosío, M. (1992). La transición demográfica en América Latina y en Europa. *Notas de Población* (56), 11 - 32.

Zivot, E., & Wang, J. (2006). *Modelling financial time series with S-Plus*. New York: Springer.