

EL COLEGIO DE MEXICO

Centro de Estudios Demográficos  
y de Desarrollo Urbano.

"LAS FUNCIONES DE SOBREVIVENCIA EN LA  
DESCRIPCION Y PROYECCION DE LA MORTALIDAD  
MEXICANA. 1940-2000".

T E S I S

que para obtener el grado de  
Maestra en Demografía  
P r e s e n t a  
Rodica Simón Sauri

México, D. F.

Septiembre 1994.

# I N D I C E

	Pág.
Introducción	
Capítulo I.- Presentación de la información fuente.	1
Capítulo II.- Metodología aplicada.	15
II.1 Antecedentes y desarrollo matemático de las funciones de Gompertz y Makeham.	16
II.1.1 Funciones de sobrevivencia.	16
II.2.2 Función de Gompertz.	18
II.3.3 Función de Makeham.	21
II.2 Determinación de los parámetros de la función de Makeham.	23
II.2.1 Método de los grupos no superpuestos.	23
II.2.2 Ejemplificación detallada de la aplicación del método de los grupos no superpuestos.	28
II.3 Procedimientos ensayados con los cuatro primeros valores para lograr el mejor ajuste.	31
II.3.1 Función parabólica.	31
II.3.2 Función doble exponencial.	34
II.3.3 Ajuste final óptimo.	38
Capítulo III.- Presentación de los resultados finales.	40
III.1 Aplicación final de la función compuesta. Cuadros.	42
III.2 Comparación entre ajuste Makeham y ajuste final. Gráficas.	81

Capítulo	IV.- Análisis del comportamiento de los parámetros y sus tendencias.	120
Capítulo	V.- Proyección de los parámetros de la función compuesta y de la serie $l(x)$ .	142
	V.1 Análisis y proyección de los parámetros de la función compuesta. Hombres.	147
	V.2 Análisis y proyección de los parámetros de la función compuesta. Mujeres.	155
	V.3 Proyección de la serie $l(x)$ : 1990, 1995 y 2000. Hombres. Mujeres.	163
	Conclusiones	166
	Bibliografía	169
	Anexo 1	172
	Anexo 2	178

# I N T R O D U C C I O N

El estudio del comportamiento de las poblaciones humanas se encuentra determinado por la acción de diversos fenómenos demográficos entre los que se encuentra la "mortalidad", la cual constituye un factor fundamental de cambio en el tamaño y composición por edad y sexo de la población, de ahí la importancia de su estudio.

La mortalidad ha sido el fenómeno demográfico más estudiado tanto por la Demografía como por la medicina y la salud pública aunque mientras estas dos últimas disciplinas se ocupan básicamente del estudio de las causas de las enfermedades y de muerte tratando de encontrar los medios para prevenir el morir, la Demografía intenta conocer la forma y el grado en que las cuestiones biológicas del individuo, el medio en el que se encuentra inmerso y otros factores influyen en el nivel de la mortalidad.

Más específicamente, la Demografía Matemática pretende, utilizando la herramienta matemática y estadística, proporcionar métodos y modelos que al ser aplicados permitan tener medidas lo más verídicas posibles sobre los niveles y tendencias del comportamiento del fenómeno de mortalidad tanto del pasado y presente como del futuro.

Así el principal objetivo de este trabajo es el de emplear una de estas herramientas para poder describir y proyectar la mortalidad de México desde 1940 hasta el año 2000. Específicamente se trabaja con "Las Funciones de Sobrevivencia".

Una función de distribución de sobrevivencia es una función que de manera analítica permite caracterizar el comportamiento que presenta un fenómeno demográfico en una población; para el actual trabajo se trabaja específicamente con mortalidad.

Existen diversas justificaciones para utilizar funciones de sobrevivencia como herramienta entre las cuales se pueden mencionar las siguientes:

- Muchos fenómenos estudiados (por ejemplo en Física) pueden explicarse eficientemente por fórmulas simples, por lo tanto, utilizando argumentos biológicos, algunos autores han postulado que la sobrevivencia humana está gobernada por una ley igualmente simple.
- Es más fácil manejar y comunicar una función con pocos parámetros que una tabla de vida con hasta cien parámetros o probabilidades de vida o muerte.

- Es más conveniente estimar una función de sobrevivencia cuando el problema se reduce a utilizar métodos estadísticos para calcular algunos parámetros a partir de los datos de mortalidad.
- Es posible realizar proyecciones con la función de sobrevivencia.
- La función de sobrevivencia al caracterizar a una población en un período de tiempo dado es explicativa de los cambios globales ocurridos en dicho período.

Los objetivos específicos del presente trabajo son:

- 1) Encontrar la función de sobrevivencia que ha caracterizado el comportamiento de la mortalidad en México, a nivel nacional, para el período 1940-1980, tanto para hombres como para mujeres.
- 2) Analizar el comportamiento de los parámetros involucrados en la función hallada y ver sus tendencias.
- 3) Con base en la función de sobrevivencia encontrada proyectar a los años 1990, 1995 y 2000; primero cada uno de los parámetros y posteriormente la mortalidad a través de la serie  $l(x)$ .

El trabajo está compuesto por cinco capítulos: en el primero se presenta la información base o fuente de la que se partió; en el segundo se muestra la metodología empleada; en el tercero se exponen todos los resultados obtenidos; en el cuarto se realiza el análisis de comportamiento de los parámetros y finalmente en el quinto se efectúa la proyección.

Se desea que el presente esfuerzo aporte un granito de arena a la aplicación y utilización de la Demografía Matemática.

I. - PRESENTACION

DE LA

INFORMACION FUENTE

## I.- PRESENTACION DE LA INFORMACION FUENTE

La información base de que se parte para encontrar la función de sobrevivencia que caracterice a la mortalidad es la correspondiente a la serie "lx", es decir, la serie de sobrevivientes de tabla<sup>1</sup>. También es posible utilizar otras series de la tabla de vida, como por ejemplo la qx (probabilidad de morir) para lograr una caracterización del comportamiento de la mortalidad; sin embargo, se eligió a la serie de sobrevivientes a edad x por ser ésta ya una serie acumulada inversamente y porque es la serie con la que menos se pierde sensibilidad.

El período que se trabaja para encontrar la función de sobrevivencia es el que abarca de 1940 a 1980; se manejan las tablas a nivel nacional tanto para hombres como para mujeres.

En el presente trabajo no se elaboran nuevas tablas al estado puro para el período 1940-1980; se parte de las tablas que ya se tienen, ya que ha sido un excelente esfuerzo el realizado en la construcción de las tablas de vida ya existentes.

Intentado abarcar el mayor número de autores posibles, se utiliza la información que proporcionan las siguientes tablas de vida:

- 1) Corona, R.; Jiménez, R.; Minunjín, A.; "La Mortalidad en México. Tablas abreviadas de mortalidad para las entidades federativas y el total de la República. 1940, 1950, 1960 y 1970". Instituto de Investigaciones Sociales, UNAM, 1982.
- 2) Benitez Zenteno, R. y Cabrera Acevedo, G.; "Tablas abreviadas de mortalidad de la Población de México 1930, 1940, 1950 y 1960". El Colegio de México, 1967.
- 3) Camposortega, S.; Nuevas Tablas de Mortalidad 1940-1980 en "El Nivel y la Estructura de la Mortalidad en México, 1940-1980" (versión preliminar). Ponencia presentada en el Seminario 'La Mortalidad en México: Niveles, tendencias y determinantes'. El Colegio de México, 1984.
- 4) INEGI, SPP; CONAPO; CELADE; "México: Estimaciones y Proyecciones de Población 1950-2000". SPP, 1983.

---

<sup>1</sup> "lx" Representa el número de sobrevivientes a edad exacta x (x=0, 1, 5, 10, ...) de un grupo hipotético de nacidos vivos o sobrevivientes a la edad exacta cero años.

- 5) Naciones Unidas; "Tablas Modelo de Mortalidad para países en desarrollo". Departamento de asuntos económicos y sociales internacionales. Estudios Demográficos, No. 77 Nueva York, 1983.

A continuación se presentan los cuadros 1 al 9 en donde se muestra la información fuente o base de que se parte en el presente trabajo para encontrar la función de sobrevivencia que mejor describa el comportamiento de la mortalidad en México, a nivel nacional , para el período 1940-1980, tanto para hombres como para mujeres.

CUADRO No. 1

Tabla Abreviada de mortalidad de la población masculina de la República Mexicana; 1940, 1950, 1960 y 1970.

Edad exacta	lx Año 1940	lx Año 1950	lx Año 1960	lx Año 1970
0	10,000	10,000	10,000	10,000
1	8,635	8,979	9,199	9,272
5	7,313	8,193	8,753	8,939
10	7,030	8,003	8,637	8,850
15	6,889	7,900	8,569	8,794
20	6,671	7,735	8,464	8,703
25	6,383	7,500	8,304	8,561
30	6,043	7,226	8,104	8,388
35	5,669	6,945	7,878	8,188
40	5,267	6,604	7,592	7,933
45	4,841	6,220	7,295	7,639
50	4,382	5,771	6,914	7,259
55	3,897	5,304	6,460	6,834
60	3,367	4,753	5,917	6,279
65	2,746	4,036	5,220	5,534
70	2,040	3,228	4,396	4,661
75	1,289	2,342	3,413	3,679
80	606	1,376	2,247	2,498
85	154	471	917	1,065

Fuente: Corona, R; Jiménez, R; Minujín, A; "La Mortalidad en México. Tablas abreviadas de mortalidad para las entidades federativas y el total de la República. 1940, 1950, 1960 y 1970". Instituto de Investigaciones Sociales, UNAM, 1982.  
Cuadros 33.1.1, 33.1.2, 33.1.3 y 33.1.4.

CUADRO No. 2

Tabla Abreviada de mortalidad de la población femenina de la República Mexicana; 1940, 1950, 1960 y 1970.

Edad exacta	lx Año 1940	lx Año 1950	lx Año 1960	lx Año 1970
0	10,000	10,000	10,000	10,000
1	8,783	9,108	9,322	9,403
5	7,365	8,258	8,847	9,069
10	7,085	8,069	8,733	8,986
15	6,956	7,977	8,676	8,942
20	6,743	7,843	8,594	8,880
25	6,476	7,655	8,466	8,784
30	6,177	7,429	8,312	8,662
35	5,864	7,205	8,140	8,518
40	5,531	6,938	7,915	8,326
45	5,180	6,647	7,689	8,119
50	4,799	6,294	7,398	7,844
55	4,382	5,910	7,035	7,516
60	3,891	5,437	6,562	7,063
65	3,246	4,736	5,872	6,372
70	2,439	3,876	5,020	5,499
75	1,531	2,853	3,968	4,479
80	701	1,678	2,666	3,187
85	171	569	1,107	1,443

Fuente: Corona, R; Jiménez, R; Minujín, A; "La Mortalidad en México. Tablas abreviadas de mortalidad para las entidades federativas y el total de la República. 1940, 1950, 1960 y 1970". Instituto de Investigaciones Sociales, UNAM, 1982.  
Cuadros 33.2.1, 33.2.2, 33.2.3 y 33.2.4.

CUADRO No. 3

Estados Unidos Mexicanos.- Tabla abreviada de mortalidad masculina; 1940, 1950 y 1960.

Edad exacta	lx 1939-1941	lx 1949-1951	lx 1959-1961
0	100,000	100,000	100,000
1	86,848	89,251	92,107
2	81,140	85,047	90,110
3	77,701	82,501	88,944
4	75,725	81,105	88,249
5	74,519	80,288	87,823
10	71,714	78,312	86,653
15	70,253	77,266	85,982
20	68,131	75,630	84,927
25	65,195	73,534	83,401
30	61,747	71,025	81,497
35	57,959	68,117	79,246
40	53,838	64,819	76,642
45	49,419	60,906	73,513
50	44,612	56,358	69,624
55	39,309	51,104	64,834
60	33,380	45,031	58,901
65	27,021	38,045	51,734
70	20,288	30,262	43,100
75	13,645.5	21,983.3	33,157.0
80	7,815.88	13,970.28	23,036.39
85	3,077.221	6,758.039	13,654.521
90	788.095	2,167.594	5,901.429
95	90.895	333.291	1,416.119
100	2.876	15.578	112.784

Fuente: Benítez Zenteno, R. y Cabrera Acevedo, G.; "Tablas abreviadas de mortalidad de la Población de México 1930, 1940, 1950 y 1960" El Colegio de México, 1967. Cuadros 27, 30 y 33.

CUADRO No. 4

Estados Unidos Mexicanos.- Tabla abreviada de mortalidad  
femenina; 1940, 1950 y 1960.

Edad exacta	lx 1939-1941	lx 1949-1951	lx 1959-1961
0	100,000	100,000	100,000
1	88,269	90,531	93,146
2	82,250	86,075	91,027
3	78,499	83,260	89,738
4	76,344	81,678	88,981
5	75,023	80,761	88,518
10	72,236	78,793	87,365
15	70,882	77,855	86,800
20	68,834	76,539	85,981
25	66,116	74,833	84,806
30	63,090	72,749	83,299
35	59,888	70,436	81,502
40	56,427	67,832	79,345
45	52,803	64,927	76,795
50	48,763	61,543	73,703
55	44,112	57,428	69,932
60	38,635	52,257	65,002
65	32,165	45,667	58,507
70	24,730	37,394	49,742
75	16,774.0	27,568.6	39,185.4
80	9,458.52	17,147.17	27,183.15
85	3,615.671	8,084.651	14,936.054
90	883.724	2,416.793	5,570.267
95	94.475	337.788	1,099.532
100	2.549	12.925	66.934

Fuente: Benitez Zenteno, R. y Cabrera Acevedo, G.; "Tablas abreviadas de mortalidad de la Población de México 1930, 1940, 1950 y 1960" El Colegio de México, 1967. Cuadros 28, 31 y 34.

CUADRO No. 5

México: Tabla de mortalidad masculina; 1940, 1950, 1960,  
1970 y 1980.

Edad exacta	lx 1939-1941	lx 1949-1951	lx 1959-1961	lx 1969-1971	lx 1979-1981
0	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000
1	81,318	85,539	89,945	91,459	94,159
5	70,386	78,005	86,005	88,482	92,924
10	67,690	76,216	85,028	87,695	92,468
15	66,233	75,200	84,389	87,155	92,056
20	64,164	73,719	83,343	86,231	91,117
25	61,125	71,452	81,647	84,719	89,499
30	57,838	68,911	79,677	82,948	87,572
35	54,310	66,116	77,488	80,976	85,466
40	50,577	63,002	75,006	78,728	83,234
45	46,595	59,486	72,072	76,021	80,542
50	42,266	55,403	68,498	72,662	77,270
55	37,573	50,653	64,086	68,425	73,150
60	32,279	44,900	58,386	62,826	67,782
65	26,442	38,121	51,329	55,788	60,988
70	19,833	29,969	42,290	46,589	51,957
75	13,230	21,260	32,100	36,033	41,718
80	7,486	13,001	21,313	24,455	29,319

Fuente: Camposortega, S; Nuevas tablas de mortalidad 1940-1980 en "El Nivel y la Estructura de la Mortalidad en México, 1940-1980" (versión preliminar). Ponencia presentada en el Seminario 'La Mortalidad en México: Niveles, tendencias y determinantes'. El Colegio de México, 1984.  
Cuadros 3.3, 3.5, 3.7, 3.9 y 3.11.

CUADRO No. 6

México: Tabla de mortalidad femenina; 1940, 1950, 1960,  
1970 y 1980.

Edad exacta	lx 1939-1941	lx 1949-1951	lx 1959-1961	lx 1969-1971	lx 1979-1981
0	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000
1	85,249	88,680	92,044	93,322	95,206
5	73,223	80,346	87,462	89,770	93,165
10	70,240	78,505	86,322	88,865	92,664
15	68,764	77,564	85,729	88,394	92,399
20	66,828	76,252	84,898	87,761	92,050
25	64,219	74,431	83,724	86,871	91,562
30	61,286	72,324	82,316	85,772	90,933
35	58,029	69,911	80,655	84,441	90,136
40	54,579	67,194	78,662	82,781	89,070
45	51,081	64,337	76,427	80,805	87,688
50	47,347	61,103	73,721	78,312	85,825
55	43,069	57,242	70,324	75,075	83,278
60	37,842	52,238	65,681	70,542	79,547
65	31,479	45,721	59,298	64,159	74,015
70	24,120	37,342	50,384	55,052	65,627
75	16,438	27,570	39,102	43,300	54,118
80	9,491	17,693	26,781	30,181	40,347

fuente: Camposortega, S; Nuevas tablas de mortalidad 1940-1980 en "El Nivel y la Estructura de la Mortalidad en México, 1940-1980" (versión preliminar). Ponencia presentada en el Seminario 'La Mortalidad en México: Niveles, tendencias y determinantes'. El Colegio de México, 1984.

Cuadros 3.4, 3.6, 3.8, 3.10 y 3.12.

CUADRO No. 7

México.- Tabla abreviada de mortalidad masculina (por período).

Edad exacta	lx 1950-1955	lx 1955-1960	lx 1960-1965	lx 1965-1970	lx 1970-1975	lx 1975-1980
0	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000
1	87,935	89,601	90,775	91,525	92,489	93,415
2	84,407	87,123	88,927	89,905	91,018	92,090
3	82,275	85,648	87,871	89,029	90,223	91,377
4	81,088	84,795	87,239	88,498	89,739	90,938
5	80,389	84,282	86,849	88,164	89,433	90,661
10	78,660	82,936	85,768	87,221	88,598	89,934
15	77,731	82,184	85,138	86,648	88,083	89,475
20	76,275	81,004	84,139	85,726	87,248	88,727
25	74,366	79,363	82,691	84,381	86,026	87,629
30	72,060	77,340	80,869	82,654	84,444	86,192
35	69,374	74,963	78,707	80,589	82,536	84,443
40	66,312	72,225	76,185	78,140	80,245	82,314
45	62,665	68,945	73,140	75,148	77,414	79,647
50	58,360	64,945	69,336	71,367	73,798	76,196
55	53,312	60,104	64,628	66,656	69,210	71,747
60	47,377	54,218	58,780	60,762	63,396	66,024
65	40,463	47,194	51,695	53,576	56,192	58,816
70	32,604	38,900	43,133	44,838	47,305	49,793
75	24,056	29,521	33,227	34,663	36,821	39,011
80	15,453	19,614	22,634	24,039	25,794	27,591
85	7,715	10,465	12,719	14,085	15,359	16,682

Fuente: INEGI, SPP; CONAPO; CELADE; "México: Estimaciones y Proyecciones de Población 1950-2000". SPP, 1983  
Cuadros 8, 10, 12, 14, 16 y 18.

CUADRO No. 8

México.- Tabla abreviada de mortalidad femenina (por período).

Edad exacta	lx 1950-1955	lx 1955-1960	lx 1960-1965	lx 1965-1970	lx 1970-1975	lx 1975-1980
0	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000
1	89,322	90,887	92,000	92,800	93,672	94,514
2	85,552	88,266	90,048	91,115	92,224	93,250
3	83,174	86,639	88,887	90,172	91,445	92,568
4	81,826	85,697	88,199	89,601	90,966	92,148
5	81,038	85,132	87,775	89,245	90,664	91,883
10	79,306	83,801	86,718	88,343	89,894	91,206
15	78,476	83,154	86,190	87,873	89,480	90,840
20	77,305	82,226	85,423	87,186	88,872	90,302
25	75,758	80,939	84,320	86,194	87,992	89,520
30	73,851	79,314	82,903	84,908	86,843	88,497
35	71,703	77,416	81,204	83,352	85,440	87,240
40	69,252	75,180	79,152	81,445	83,701	85,673
45	66,483	72,579	76,718	79,167	81,606	83,765
50	63,227	69,459	73,754	76,368	79,005	81,372
55	59,262	65,654	70,082	72,776	75,583	78,188
60	54,233	60,731	65,255	67,999	70,975	73,848
65	47,770	54,297	58,820	61,470	64,555	67,730
70	39,576	45,861	50,198	52,633	55,753	59,221
75	30,102	35,809	39,778	41,962	44,998	48,580
80	20,186	24,737	28,071	30,092	32,903	36,250
85	10,939	13,968	16,469	18,356	20,729	23,377

Fuente: INEGI, SPP; CONAPO; CELADE; "México: Estimaciones y Proyecciones de Población 1950-2000". SPP, 1983  
Cuadros 9, 11, 13, 15, 17 y 19.

CUADRO No.9

Tablas modelo de mortalidad para varones y mujeres,  
1969-1971.

Edad exacta	México-Varones 1969-1971	México-Mujeres 1969-1971
0	100,000	100,000
1	91,140	92,540
5	87,685	88,932
10	86,812	88,092
15	86,250	87,652
20	85,391	87,041
25	83,909	86,174
30	82,247	85,018
35	80,256	83,543
40	77,804	81,724
45	74,864	79,586
50	71,280	76,962
55	66,787	73,535
60	61,118	68,828
65	53,994	62,383
70	45,354	53,843
75	35,363	43,229
80	24,752	31,270
85	14,829	19,382

Fuente: Naciones Unidas; "Tablas Modelo de Mortalidad para países en desarrollo". Departamento de asuntos económicos y sociales internacionales. Estudios Demográficos, No. 77. Nueva York, 1983.

Para lograr un manejo más simplificado y fácil tanto de las fuentes de información como de los cuadros y gráficas que se generan más adelante, se utilizan las siguientes claves:

Para las tablas de:

	Clave
1) Corona, R.; Jiménez, R.; Minunjin, A.;...-->	UNAM
2) Benitez Zenteno, R. y Cabrera Acevedo, G.;...>	BYC
3) Camposortega, S.;...----->	CO
4) INEGI, SPP; CONAPO; CELADE;...----->	SPP
5) Naciones Unidas;...----->	NU

Para los años o períodos de tiempo:

	Año	Clave
En las tablas UNAM:	1940 ----->	40
	1950 ----->	50
	1960 ----->	60
	1970 ----->	70
En las tablas BYC:	Período	
	1939-1941 ----->	40
	1949-1951 ----->	50
	1959-1961 ----->	60
En las tablas CO:	Período	
	1939-1941 ----->	40
	1949-1951 ----->	50
	1959-1961 ----->	60
	1969-1971 ----->	70
	1979-1981 ----->	80
En las tablas SPP:	Período	
	1950-1955 ----->	5055
	1955-1960 ----->	5560
	1960-1965 ----->	6065
	1965-1970 ----->	6570
	1970-1975 ----->	7075
	1975-1980 ----->	7580
En las tablas NU:	Período	
	1969-1971 ----->	70

Para la clasificación de tablas por sexo:

De mortalidad masculina ----->	Clave V
De mortalidad femenina ----->	F

Así, combinando los tres tipos de claves, se manejará lo siguiente:

UNAMV40	BYCV40	COV40	SPPV5055	NUV70
UNAMV50	BYCV50	COV50	SPPV5560	NUF70
UNAMV60	BYCV60	COV60	SPPV6065	
UNAMV70	BYCF40	COV70	SPPV6570	
UNAMF40	BYCF50	COV80	SPPV7075	
UNAMF50	BYCF60	COF40	SPPV7580	
UNAMF60		COF50	SPPF5055	
UNAMF70		COF60	SPPF5560	
		COF70	SPPF6065	
		COF80	SPPF6570	
			SPPF7075	
			SPPF7580	

## II. - METODOLOGIA APLICADA

## II.- METODOLOGIA APLICADA

En el presente capítulo se muestra la metodología que se aplica a la información fuente para tratar de obtener una única función de sobrevivencia que caracterice el comportamiento de la mortalidad en México en los diferentes años de estudio y para cada uno de ambos sexos.

Se exponen las bases y desarrollos matemáticos que sustentan la metodología que se utiliza mostrando todos los ajustes de curvas que se intentaron para encontrar la mejor función de sobrevivencia. Es decir, se presenta tanto la metodología que finalmente se encontró fué la óptima para aplicar a toda la información, como la serie de "modalidades" o "acercamientos" previos que se realizaron.

Con la finalidad de tener una mayor claridad de los métodos y ajustes empleados se ejemplifican los procedimientos aplicados con una muestra utilizando la información de COV50<sup>2</sup>.

Primeramente se pensó en caracterizar el comportamiento de la mortalidad vía funciones de sobrevivencia del tipo 1 y que mejor que iniciar con las funciones de Gompertz y Makeham.

### II.1 Antecedentes y desarrollo matemático de las funciones de Gompertz y Makeham.

A partir de las funciones de sobrevivencia es posible obtener tanto la ley de Gompertz como la ley de Makeham.

#### II.1.1 Funciones de sobrevivencia

Para poder llevar a cabo la medición del fenómeno de sobrevivencia es necesario tener en cuenta la edad y el tiempo, pues a través de éste último se realizan los procesos biológicos del individuo, que a su vez se manifiestan en relación con la edad como medida del tiempo interno del individuo. El tiempo siempre ha tenido un importante significado matemático por lo que se le maneja a través de dos variables aleatorias:

X ---> Tiempo de vida de un organismo vivo (está asociado directamente a la edad, a la edad de interrupción de la vida).

---

<sup>2</sup> Esta muestra se eligió de manera aleatoria ya que se cuenta con los cálculos correspondientes a todas las fuentes de información.

T ---> Tiempo entre un evento dado y su interrupción.

La probabilidad de no llegar vivo a edad x se representa con la función de distribución acumulada

$$F_x(x) = P_x\{X \leq x\} \quad (1)$$

también llamada "distribución del tiempo vivido" que muestra la probabilidad de vida menor que cierta asíntota que es la edad.

Sin embargo, en el análisis de sobrevivencia la función complementaria es la que se emplea

$$S_x(x) = 1 - F_x(x) = P_x\{X > x\} \quad (2)$$

la cual es la función de distribución de sobrevivencia y representa la probabilidad de mantenerse vivo después de una cierta edad. En mortalidad se tiene que  $S_x(0) = 1$  por lo que  $F_x(0) = 0$ .

Al conocer cualquiera de las dos funciones anteriores, es posible obtener la función de densidad de probabilidad  $f_x(x)$  que permite observar la ganancia en un período o intervalo y la cual se obtiene como se muestra a continuación:

$$f_x(x) = \frac{d F_x(x)}{dx} = \frac{d}{dx} [1 - S_x(x)]$$

$$f_x(x) = 0 - \left( \frac{d}{dx} \right) S_x(x) = - \left( \frac{d}{dx} \right) S_x(x) \quad (3)$$

La cual es una tasa instantánea "absoluta" de defunciones.

Demográficamente hablando,  $M_x$  es conocida como la tasa instantánea de mortalidad o fuerza de mortalidad, y que dentro de la teoría de las distribuciones de sobrevivencia es lo que se conoce como función de riesgo

$$\lambda_x(x) = \frac{f_x(x)}{S_x(x)} = \frac{-d S_x(x)}{S_x(x) dx} = \frac{-d \ln S_x(x)}{dx}$$

$$M_x = \frac{-d \ln S_x(x)}{dx} \quad (4)$$

### II.1.2 Función de Gompertz

Benjamín Gompertz<sup>3</sup> en 1825, en su esfuerzo por dar una ley matemática que describiera la mortalidad experimentada por una población dada, señaló que a medida que pasa el tiempo la resistencia del hombre a la muerte decrece a una tasa proporcional a sí misma y que las causas de muerte se clasifican en dos tipos: a) Biológicas que son aquellas en las que el organismo ofrece una resistencia que se va perdiendo con el tiempo, y b) No biológicas que son aquellas independientes de la edad (acciones fortuitas). Gompertz, en su ley, sólo considera las causas de muerte dependientes de la edad y define la resistencia del hombre a la muerte como el recíproco de la tasa instantánea de mortalidad ( $1/M_x$ ):

$$\frac{d (1/M_x)}{d_x} = -h \cdot 1/M_x \quad (5)$$

donde h es la tasa a la cual decrece la resistencia del hombre a la muerte:

---

<sup>3</sup> "Gompertz, Benjamín (1779-1865). Astrónomo inglés, de origen judío, nacido en Londres. Aunque miembro de la Bolsa, se dedicó principalmente a la ciencia. Preparó una serie de tablas de mortalidad para la Royal Society y, en calidad de actuuario de la Alliance assurance, fundada en 1824, se convirtió en la máxima autoridad de su época en esta materia". (Gran Enciclopedia del Mundo, Tomo 9, Durvan, S.A. de Ediciones Bilbao).

$$h = \frac{S_x''(x)}{S_x'(x)} - 1$$

A partir de la relación (5) se obtiene la función de sobrevivencia considerando constante la relación  $l^1/Mx$  e integrando (5):

$$\frac{\int \frac{d(l^1/Mx)}{dx} \cdot dx}{(l^1/Mx)} = -h \int dx \quad (6)$$

una vez integrando se obtiene:

$$\frac{\ln B}{Mx} = -hx \quad (7)$$

donde

$$B = e^{(c_1 - c_2)}, \text{ [} C_1 \text{ y } C_2 \text{ son constantes de integración]}$$

Luego despejando  $Mx$  y haciendo  $C = e^h$  se tiene

$$Mx = B \cdot C^x \quad (8)$$

la cual es la expresión de la fuerza de mortalidad Gompertz.

De acuerdo con el resultado obtenido por Gompertz, puede observarse que la tasa instantánea de mortalidad está representada a través de una función exponencial en donde sólo son consideradas las causas de muerte que dependen de la edad.

Como se sabe, la fuerza de mortalidad  $Mx$  también puede expresarse como:

$$Mx = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{l(x) - l(x+h)}{h \cdot l(x)} = \frac{-1}{l(x)} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{l(x+h) - l(x)}{h} = -\frac{1}{l(x)} \frac{d l(x)}{dx}$$

por lo que:

$$Mx = \frac{-d}{dx} \ln l(x) \quad (9)$$

La expresión anterior, mide el cambio relativo en el fenómeno de mortalidad donde  $l(x)$  es considerada como función continua de sobrevivencia que hace referencia a los sobrevivientes de un conjunto inicial de recién nacidos o cohorte hipotética.

Combinando las expresiones (8) y (9) se obtiene:

$$-\left(\frac{d}{dx}\right) \ln l(x) = B \cdot C^x \quad (10)$$

La expresión (10) anterior es una ecuación diferencial en donde interviene la función  $l(x)$  y los parámetros encontrados por Gompertz para describir la mortalidad.

Si se integra la expresión (10):

$$\int \left(\frac{d}{dx}\right) \ln l(x) dx = -\int B \cdot C^x dx \quad (11)$$

se obtiene:

$$\ln l(x) = C^x \ln K + Lnk \quad (12)$$

donde:

$$\ln K = -B/\ln C \text{ y } K = e^{(C_1 - C_2)} \text{ [} C_1 \text{ y } C_2 \text{ son constantes de integración]}$$

Deduciendo entonces la ley de Gompertz se tiene:

$$l(x) = K \cdot g^{c^x} \quad (13)$$

### II.1.3 Función de Makeham

William Makeham en 1860 incorpora las causas de muerte no consideradas por Gompertz, es decir, las independientes de la edad, modificando la expresión (8) al añadir la constante A, la cual representa las causas fortuitas, por lo que se tiene:

$$Mx = A + B \cdot C^x \quad (14)$$

Sustituyendo la ecuación (14) en (9) se obtiene la siguiente expresión:

$$-\left(\frac{d}{dx}\right) \text{Ln} l(x) = A + B \cdot C^x \quad (15)$$

Se observa que se tiene una vez más una ecuación diferencial e integrando la expresión (15)

$$\int \frac{d}{dx} \text{Ln} l(x) dx = - \int (A + B \cdot C^x) dx \quad (16)$$

Se obtiene:

$$\text{Ln} l(x) = x \text{Ln} S + C^x \cdot \text{Ln} g + \text{Ln} K \quad (17)$$

donde:

$$K = e^{(c_1 - c_2)}, [C_1 \text{ y } C_2 \text{ son constantes de integración}]$$

$$\text{Ln}g = -B/\text{Ln}C$$

$$\text{Ln}S = -A$$

Finalmente la ley de Makeham es la siguiente:

$$l(x) = K \cdot S^x g^{a^x} \quad (18)$$

En términos generales se toma la forma de las distribuciones obtenidas por Gompertz y Makeham considerando

$$l(x) = Y(x)$$

$$g^{c^x} = b^{d^x}$$

$$K = K$$

$$s^{x^x} = a^{x^x}$$

y entonces a las expresiones

$$Y(x) = K \cdot b^{d^x} \quad (19)$$

y

$$Y(x) = K \cdot a^{x^x} \cdot b^{d^x} \quad (20)$$

se les maneja como funciones de sobrevivencia de Gompertz y Makeham respectivamente.

## II.2 Determinación de los parámetros de la función de Makeham<sup>4</sup>

Primeramente se trabajará con la función de Makeham ya que, como se expuso anteriormente, ésta considera tanto el impacto que tiene la edad en la medición de la mortalidad como las cuestiones de carácter fortuito que también la afectan.

Para la determinación de los parámetros de la función de Makeham no existe un sistema de cálculo directo de los valores "óptimos". Sin embargo existen tres métodos para realizar el cálculo aproximado de los valores de los parámetros, estos son:

- i) Método de selección de pivotes igualmente espaciados
- ii) Método de los grupos no superpuestos
- iii) Método de los grupos superpuestos

### II.2.1- Método de los grupos no superpuestos

En el presente trabajo se aplicará el método de los grupos no superpuestos el cual consiste en dividir la información (los datos) en cuatro grupos de observaciones sucesivas ( $Y_x$ ) con un número igual de valores observados por grupo. Esto es:

Primer grupo

$$\begin{array}{l} x \quad : \quad 0 \quad 1 \quad 2 \dots \quad (m-1) \\ Y_x \quad : \quad Y_0 \quad Y_1 \quad Y_2 \dots \quad Y_{m-1} \end{array} \quad (21)$$

Segundo grupo

$$\begin{array}{l} x \quad : \quad m \quad (m+1) \quad (m+2) \dots \quad (2m-1) \\ Y_x \quad : \quad Y_m \quad Y_{m+1} \quad Y_{m+2} \dots \quad Y_{2m-1} \end{array} \quad (22)$$

Tercer grupo

$$\begin{array}{l} x \quad : \quad 2m \quad (2m+1) \quad (2m+2) \dots \quad (3m-1) \\ Y_x \quad : \quad Y_{2m} \quad Y_{2m+1} \quad Y_{2m+2} \dots \quad Y_{3m-1} \end{array} \quad (23)$$

<sup>4</sup> Ver: Bocaz, Albino. "El uso de la ley de Makeham como función demográfica", Notas de Población, CELADE, año II, Vol. 6, 1974.

Cuarto grupo

$$\begin{array}{rcccc}
 x & : & 3 & (3m+1) & (3m+2) \dots & (4m-1) & (24) \\
 Y_x & : & Y_{3m} & Y_{3m+1} & Y_{3m+2} \dots & Y_{4m-1} & 
 \end{array}$$

Calculando los logaritmos decimales para cada una de las observaciones se tiene:

$$\log Y(x) = \log k + i \log a + d^i \log b \text{ para toda } \quad (25) \\
 i = 0, 1, 2, \dots, (4m-1)$$

Al sumar estos logaritmos para cada grupo de observaciones y denotando por  $S_0$ ,  $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$  los resultados de dichas sumas lo que se obtiene es:<sup>5</sup>

$$S_0 = m \log K + \frac{m(m-1)}{2} \log a + \frac{d^m - 1}{d-1} \log b \quad (26)$$

$$S_1 = m \log K + \left[ m^2 + \frac{m(m-1)}{2} \right] \log a + d^m \frac{d^m - 1}{d-1} \log b \quad (27)$$

$$S_2 = m \log K + \left[ 2m^2 + \frac{m(m-1)}{2} \right] \log a + d^{2m} \frac{d^m - 1}{d-1} \log b \quad (28)$$

$$S_3 = m \log K + \left[ 3m^2 + \frac{m(m-1)}{2} \right] \log a + d^{3m} \frac{d^m - 1}{d-1} \log b \quad (29)$$

Calculando las primeras y segundas diferencias de las sumas antes expuestas se tiene:

---

<sup>5</sup> Ver Anexo 1 para demostraciones de sumatorias

$$\begin{aligned}\Delta S_0 &= S_1 - S_0 \\ &= m^2 \log a + \frac{(d^m - 1)^2}{d - 1} \log b\end{aligned}\quad (30)$$

$$\begin{aligned}\Delta S_1 &= S_2 - S_1 \\ &= m^2 \log a + d^m \frac{(d^m - 1)^2}{d - 1} \log b\end{aligned}\quad (31)$$

$$\begin{aligned}\Delta S_2 &= S_3 - S_2 \\ &= m^2 \log a + d^{2m} \frac{(d^m - 1)^2}{d - 1} \log b\end{aligned}\quad (32)$$

$$\begin{aligned}\Delta^2 S_0 &= \Delta S_1 - \Delta S_0 \\ &= \frac{(d^m - 1)^3}{d - 1} \log b\end{aligned}\quad (33)$$

$$\begin{aligned}\Delta^2 S_1 &= \Delta S_2 - \Delta S_1 \\ &= d^m \frac{(d^m - 1)^3}{d - 1} \log b\end{aligned}\quad (34)$$

Si se divide (34) entre (33) lo que se obtiene es:

$$d^m = \frac{\Delta^2 S_1}{\Delta^2 S_0} \implies d = \left[ \frac{\Delta^2 S_1}{\Delta^2 S_0} \right]^{1/m}\quad (35)$$

Ahora partiendo de la expresión (33):

$$\log b = \frac{d-1}{(d^m-1)^3} \Delta^2 S_0$$

$$\implies b = \text{antilog} \left[ \frac{d-1}{(d^m-1)^3} \Delta^2 S_0 \right] \quad (36)$$

De (30) y (32)

$$\log a = \frac{1}{m^2} \left[ \Delta S_0 \cdot \frac{\Delta^2 S_0}{d^m-1} \right]$$

$$\implies a = \text{antilog} \left[ \frac{1}{m^2} \left[ \Delta S_0 \cdot \frac{\Delta^2 S_0}{d^m-1} \right] \right] \quad (37)$$

El parámetro K no se obtiene de igual forma sino a partir de la condición de mínimos cuadrados:

$$Q = \sum_{x=0}^{4m-1} (Yx - Ka^x b^{d^x})^2 = 0 \quad (38)$$

Sea  $Vx = a^x b^{d^x}$  entonces la anterior expresión queda de la forma:

$$\begin{aligned} \sum_{x=0}^{4m-1} (Yx - KVx)^2 &= 0 \\ &= (Yx^2 - 2KYxVx + K^2Vx^2) \\ &= (Yx^2 - 2Yx^2 + K^2Vx^2) \\ &= (K^2Vx^2 - Yx^2) \end{aligned}$$

Por lo que:

$$\sum_{x=0}^{4m-1} K^2Vx^2 = \sum_{x=0}^{4m-1} Yx^2$$

$$K^2 = \frac{\sum_0^{4m-1} Yx^2}{\sum_0^{4m-1} Vx^2} = \frac{\sum_0^{4m-1} YxKVx}{\sum_0^{4m-1} Vx^2} \quad (39)$$

y finalmente

$$K = \frac{\sum_0^{4m-1} (YxVx)}{\sum_0^{4m-1} Vx^2} \quad (40)$$

En la práctica se tienen los pasos siguientes:

- I. Se toman los valores de los niveles y de los datos, es decir, los valores  $(i)_{i=0, \dots, 4m-1}$  y  $(Y(i))_{i=0, \dots, 4m-1}$
- II. Se calculan los logaritmos decimales de cada observación, es decir,  $(\log_{10} Y(i))_{i=0, \dots, 4m-1}$
- III. Ahora se obtienen los resultados de las sumas  $S_0, S_1, S_2$  y  $S_3$ , lo mismo que los valores de las diferencias  $\Delta S_0, \Delta S_1$  y  $\Delta S_2$ , y de las segundas diferencias  $\Delta^2 S_0$  y  $\Delta^2 S_1$ .
- IV. Una vez calculados los anteriores valores se está en condiciones de estimar los valores de los parámetros a, b y d.
- V. Con los parámetros a, b y d se obtienen los valores de  $V(i)$ .
- VI. Se calcula el parámetro K con la expresión vista anteriormente.
- VII. Con todos los parámetros ya calculados se puede estimar la función  $E(i) = Ka^i b^{d^i}$ , por lo que se calcula para todos los valores de i desde 0 hasta  $4m-1$ .
- VIII. Por último y para ver la bondad del ajuste se grafica:

$Y(i) \text{ VS } E(i)$

### II.2.2 Ejemplificación detallada de la aplicación del método de los grupos no superpuestos

Como se mencionó en la introducción al presente capítulo, utilizando la información de COV50 se ejemplifica el procedimiento elegido para la determinación de los parámetros de la función de Makeham.

En el cuadro No. 10, que se presenta a continuación, se pueden observar todos los pasos del método de los grupos no superpuestos así como los valores estimados de la función por medio del ajuste Makeham.

CUADRO No. 10

AJUSTE UTILIZANDO LA FUNCION DE MAKEHAM  
COV50

I	X	X(I)	Y(I)	LY(I)
1	0	0	1.00000	0.00000
2	5	1	0.78005	-0.24840
3	10	2	0.76216	-0.27160
4	15	3	0.75200	-0.28502
5	20	4	0.73719	-0.30491
6	25	5	0.71452	-0.33614
7	30	6	0.68911	-0.37235
8	35	7	0.66116	-0.41376
9	40	8	0.63002	-0.46200
10	45	9	0.59486	-0.51943
11	50	10	0.55403	-0.59054
12	55	11	0.50653	-0.68017
13	60	12	0.44900	-0.80073
14	65	13	0.38121	-0.96440
15	70	14	0.29969	-1.20501
16	75	15	0.21260	-1.54834

I	S(I)	D(I)	DD(I)
1	-0.80502	-0.62215	-0.20282
2	-1.42717	-0.82497	-1.44137
3	-2.25214	-2.26635	
4	-4.51849		

PARAMETROS:

PA = 0.96386

PB = 0.99944

PD = 1.63274

CUADRO No. 10

Continuación AJUSTE UTILIZANDO LA FUNCION DE MAKEHAM  
COV50

I	X	X(I)	V(I)	V <sup>2</sup> (I)	VY(I)	E(I)
1	0	0	0.99944	0.99887	0.99944	0.86755
2	5	1	0.96297	0.92732	0.75117	0.83590
3	10	2	0.92763	0.86050	0.70700	0.80522
4	15	3	0.89326	0.79791	0.67173	0.77538
5	20	4	0.85964	0.73898	0.63372	0.74620
6	25	5	0.82648	0.68307	0.59053	0.71741
7	30	6	0.79332	0.62936	0.54668	0.68863
8	35	7	0.75950	0.57684	0.50215	0.65928
9	40	8	0.72402	0.52421	0.45615	0.62848
10	45	9	0.68540	0.46978	0.40772	0.59496
11	50	10	0.64149	0.41151	0.35541	0.55684
12	55	11	0.58933	0.34730	0.29851	0.51157
13	60	12	0.52520	0.27584	0.23582	0.45591
14	65	13	0.44541	0.19839	0.16979	0.38665
15	70	14	0.34836	0.12135	0.10440	0.30242
16	75	15	0.23871	0.05698	0.05075	0.20724

PARAMETRO

PK = 0.86804

Al aplicar el ajuste utilizando la función de Makeham a todas las fuentes de información siempre se constató que ésta realiza una buena caracterización de la mortalidad a partir de los 20 años pero se observó que para los cuatro primeros datos (correspondientes a los grupos 0, 5, 10 y 15) los valores estimados por Makeham están generalmente por arriba de los observados [ver gráficas en anexo 2] por lo que se procedió a intentar diversos ajustes sobre estos cuatro primeros datos.

### II.3. Procedimientos ensayados con los cuatro primeros valores para lograr el mejor ajuste.

#### II.3.1 Función parabólica

El primer intento fue el de ajustar una función parabólica, esto es:

$$l^{\wedge}(x_i) = a + bx_i + cx_i^2 \quad \text{para los cuatro primeros datos}$$

Así se tiene:

$$\{(x_i, l(x_i))\} \quad \text{con } i = 1, 2, \dots, n$$

y

$$d^2 = \sum_1^n (l(x_i) - l^{\wedge}(x_i))^2 = \sum_1^n [l(x_i) - a - bx_i - cx_i^2]^2$$

Aplicando derivadas parciales se obtiene

$$\frac{\int d^2}{da} = 2 \sum_1^n (l(x_i) - a - bx_i - cx_i^2) (-1) = 0$$

$$\iff \sum_1^n l(x_i) = na + b \sum_1^n x_i + c \sum_1^n x_i^2$$

$$\frac{\int d^2}{db} = 2 \sum_1^n (l(x_i) - a - bx_i - cx_i^2) (-1) (x_i) = 0$$

$$\iff \sum_1^n x_i l(x_i) = a \sum_1^n x_i + b \sum_1^n x_i^2 + c \sum_1^n x_i^3$$

$$\frac{\int d^2}{dc} = 2 \sum_1^n (l(x_i) - a - bx_i - cx_i^2) (-2) (x_i^2) = 0$$

$$\iff \sum_1^n l(x_i) x_i^2 = a \sum_1^n x_i^2 + b \sum_1^n x_i^3 + c \sum_1^n x_i^4$$

Al ejemplificar el ajuste parabólico con los cuatro primeros datos, se obtuvo para COV50 lo siguiente:

Ajuste parabólico						COV50	
i	x <sub>i</sub>	l(x <sub>i</sub> )	x <sub>i</sub> <sup>2</sup>	x <sub>i</sub> <sup>3</sup>	x <sub>i</sub> <sup>4</sup>	x <sub>i</sub> l(x <sub>i</sub> )	x <sub>i</sub> <sup>2</sup> l(x <sub>i</sub> )
1	0	1.00000	0	0	0	0.00000	0.00000
2	1	0.78005	1	1	1	0.78005	0.78005
3	2	0.76216	4	8	16	1.52432	3.04864
4	<u>3</u>	<u>0.75200</u>	<u>9</u>	<u>27</u>	<u>81</u>	<u>2.25600</u>	<u>6.76800</u>
	6	3.29421	14	36	98	4.56037	10.59669

Así se tiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$3.29421 = 4a + 6b + 14c$$

$$4.56037 = 6a + 14b + 36c$$

$$10.59669 = 14a + 36b + 98c$$

Resolviéndolo se obtiene:

$$\text{El determinante del sistema} = \begin{vmatrix} 4 & 6 & 14 \\ 6 & 14 & 36 \\ 14 & 36 & 98 \end{vmatrix} = 240$$

Para obtener a:

$$\begin{vmatrix} 3.29421 & 6 & 14 \\ 4.56037 & 14 & 36 \\ 10.59669 & 36 & 98 \end{vmatrix} = 237.66804$$

$$a = \frac{237.66804}{240} = 0.99028$$

Para obtener b:

$$\begin{vmatrix} 4 & 3.29421 & 14 \\ 6 & 4.56037 & 36 \\ 14 & 10.59669 & 98 \end{vmatrix} = -56.04756$$

$$b = \frac{-56.04756}{240} = -0.23353$$

Para obtener c:

$$\begin{vmatrix} 4 & 6 & 3.29421 \\ 6 & 14 & 4.56037 \\ 14 & 36 & 10.59669 \end{vmatrix} = 12.58740$$

$$c = \frac{12.58740}{240} = 0.05245$$

Por lo que al calcular  $l^{\wedge}(x_i) = a + bx_i + cx_i^2$  se tiene:

$x_i$	$l^{\wedge}(x_i)$	Diferencias
0	0.99028	0.00972
1	0.80920	-0.02915
2	0.73302	0.02914
3	0.76174	0.00974

Claramente se observa que el ajuste parabólico únicamente resulta bueno en el primer y cuarto datos.

### II.3.2 Función doble exponencial

El segundo intento realizado fue el tratar de ajustar los primeros datos a través de una función doble exponencial, esto es:

$$l^{\wedge}(x) = e^{a \cdot e^{-\alpha \cdot x}}$$

Al desarrollar:

Sacando ln se tiene

$$\ln [l(x)] = a e^{-\alpha x}$$

Multiplicando por (-1) ambos lados

$$-\ln [l(x)] = -a e^{-\alpha x}$$

Nuevamente aplicando ln

$$\ln[-\ln[l(x)]] = \ln(-a) - \alpha x$$

Esto nos representa la ecuación de una recta

$$y = b + mx$$

donde

$$y = \ln[-\ln[l(x)]]$$

$$b = \ln(-a)$$

de donde

$$e^b = -a \Rightarrow a = -e^b$$

y

$$m = -\alpha$$

Al tener los valores de  $l(x)$  automáticamente se tienen los de "y" y junto con los de "x" se pueden encontrar la pendiente y la ordenada al origen vía ecuaciones normales.

Por ecuaciones normales

$$y = b + mx$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^n y_i = m \sum_{i=1}^n x_i + nb$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = m \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i$$

de donde

$$m = \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline \sum y_i & n \\ \hline \sum x_i y_i & \sum x_i \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline \sum x_i & n \\ \hline \sum x_i^2 & \sum x_i \\ \hline \end{array}}$$

y

$$b = \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline \Sigma x_i & \Sigma y_i \\ \hline \Sigma x_i^2 & \Sigma x_i y_i \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline \Sigma x_i & n \\ \hline \Sigma x_i^2 & \Sigma x_i \\ \hline \end{array}}$$

Al ejemplificar el ajuste doble exponencial con los cuatro primeros datos, se obtuvo para COV50 lo siguiente:

Ajuste doble exponencial				COV50	
$x_i$	$l(x_i)$	$\ln l(x_i)$	$\ln\{-\ln l(x_i)\}=y_i$	$x_i^2$	$x_i y_i$
0	1.00000	0.00000	-----	0	0
5	0.78005	-0.24840	-1.39271	25	-6.96355
10	0.76216	-0.27160	-1.30342	100	-13.03420
<u>15</u>	0.75200	-0.28502	<u>-1.25520</u>	<u>225</u>	<u>-18.82800</u>
30			-3.95133	350	-38.82575

Como no existe el  $\ln(0)$  se obtendrá la recta de regresión para 3 puntos.

Así se tiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$- 3.95133 = 30m + 3b$$

$$-38.82575 = 350m + 30b$$

de donde:

$$m = \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline - 3.95133 & 3 \\ \hline -38.82575 & 30 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 30 & 3 \\ \hline 350 & 30 \\ \hline \end{array}} = \frac{-2.06265}{-150} = 0.01375$$

y

$$b = \frac{\begin{vmatrix} 30 & -3.95133 \\ 350 & -38.82575 \\ 30 & 3 \\ 350 & 30 \end{vmatrix}}{-150} = \frac{218.19300}{-150} = -1.45462$$

Como  $y = b + mx$

$$b = \ln(-a) \Rightarrow a = -e^b \quad \text{entonces } a = -0.23349$$

y

$$m = -\alpha \quad \text{entonces } -\alpha = 0.01375$$

Por lo que al calcular  $l^{\wedge}(x) = e^{ae^{-\alpha x}}$  se tiene:

x	l(x)	l^{\wedge}(x)	Diferencias
5	0.78005	0.77872	0.00133
10	0.76216	0.76498	-0.00282
15	0.75200	0.75053	-0.00147

Se observa que para estos 3 datos la caracterización vía una función doble exponencial resulta buena ya que las diferencias son mínimas. Sin embargo, finalmente lo que se tiene es una suma de dos funciones, esto es:

$$l^{\wedge}(x) = e^{ae^{-\alpha x}} + K(A)^x(B)^{(D)x}$$

|

función  
doble exponencial

|

función  
de Makeham

y al evaluar el valor final de la  $l^{\wedge}(x)$  para cada "x" y para todas las fuentes de datos siempre resulta que la  $l^{\wedge}(x)$  estimada sobrepasa por mucho a la observada  $l(x)$ . Por lo anterior también se desechó este tipo de ajuste.

### II.3.3 Ajuste final óptimo

Al observar todos los resultados anteriores se pensó en aplicar el ajuste con la función doble exponencial a las diferencias existentes en lugar de a los datos  $l(x)$  directamente. Al aplicar este ajuste a las diferencias entre observados y estimados por medio de la función de Makeham, se encontró que era necesario agregar un parámetro más a la función doble exponencial para que cuando finalmente se calcularan las  $l^{\wedge}(x)$  estimadas no sobrepasaran los valores observados (recordar que lo que se desea es lograr la mejor caracterización posible de la mortalidad vía la descripción de las  $l(x)$ ).

Así se tiene que a las diferencias se les aplicó:

$$l^{\wedge D}(x) = be^{ae^{-\alpha \cdot x}}$$

Utilizando las diferencias correspondientes a las edades exactas 5, 10 y 15 se tiene lo siguiente:

$$\Delta_5 = be^{ae^{-5\alpha}}$$

$$\Delta_{10} = be^{ae^{-10\alpha}}$$

$$\Delta_{15} = be^{ae^{-15\alpha}}$$

Sacando ln se obtiene:

$$\ln \Delta_5 = \ln b + ae^{-5\alpha}$$

$$\ln \Delta_{10} = \ln b + ae^{-10\alpha}$$

$$\ln \Delta_{15} = \ln b + ae^{-15\alpha}$$

Restando:

$$\ln \Delta_{10} - \ln \Delta_5 = a [e^{-10\alpha} - e^{-5\alpha}] = ae^{-5\alpha} [e^{-5\alpha} - 1]$$

$$\ln \Delta_{15} - \ln \Delta_{10} = a [e^{-15\alpha} - e^{-10\alpha}] = ae^{-10\alpha} [e^{-5\alpha} - 1]$$

Dividiendo:

$$\frac{\ln \Delta_{10} - \ln \Delta_5}{\ln \Delta_{15} - \ln \Delta_{10}} = \frac{e^{-5\alpha}}{e^{-10\alpha}} = e^{5\alpha}$$

Aplicando ln nuevamente:

$$5\alpha = \ln \left\{ \frac{\ln \Delta_{10} - \ln \Delta_5}{\ln \Delta_{15} - \ln \Delta_{10}} \right\}$$

Despejando  $\alpha$  finalmente se tiene:

$$\alpha = \frac{1}{5} \ln \left\{ \frac{\ln \Delta_{10} - \ln \Delta_5}{\ln \Delta_{15} - \ln \Delta_{10}} \right\}$$

Una vez teniendo  $\alpha$  se pueden obtener a y b por despeje.

Así, se llegó a encontrar una única función de sobrevivencia que caracteriza el comportamiento de la mortalidad la cual es:

$$l^{\wedge}(x) = K A^{(x)} B^{(D)x} + be^{** -\alpha x}$$

Para las diversas tablas y los distintos períodos se encontró que esta misma función es la que mejor caracteriza a la serie  $l(x)$  sólo que con valores diferentes para los parámetros involucrados.

En el capítulo siguiente se presentan todos los resultados obtenidos.

III.- PRESENTACION

DE LOS

RESULTADOS FINALES

### III. PRESENTACION DE LOS RESULTADOS FINALES

A continuación se presentan los cuadros 11 al 48 los cuales muestran los resultados de haber aplicado la función compuesta que realiza la óptima caracterización de la mortalidad a través de la descripción de las  $l(x)$ .

El ajuste se aplicó a toda la información fuente que se presentó en el capítulo I, obteniéndose en todos los casos excelentes resultados.

Para mayor claridad en la apreciación de los resultados, en todos los cuadros se maneja la siguiente notación:

I	---	>	Contador
X	---	>	Edad exacta
X(I)	---	>	Niveles
Y(I)	---	>	Valor observado de las $l(x)$ según las distintas fuentes de datos
E(I)	---	>	Valor estimado de los $l(x)$ después de haber aplicado el ajuste Makeham únicamente
Y(I)-E(I)	---	>	Diferencias entre los valores observados y los estimados vía Makeham de las $l(x)$
EE(I)	---	>	Valor estimado de las $l(x)$ después de haber realizado la aplicación final de la función compuesta
Y(I)-EE(I)	---	>	Diferencias entre los valores observados y los estimados según ajuste final de las $l(x)$

Inmediatamente después de los cuadros se muestran las gráficas 1 a 38 en donde se puede apreciar más fácilmente las diferencias entre la caracterización vía la función de Makeham (ajuste Makeham) y la caracterización vía la función compuesta (ajuste final).

III.1      APLICACION FINAL  
                 DE LA  
                 FUNCION COMPUESTA  
                 **CUADROS**

CUADRO No. 11

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
UNAMV40

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.84047	0.15953		
2	5	1	0.73130	0.79806	-0.06676	0.73130	0.00000
3	10	2	0.70300	0.75735	-0.05435	0.70300	0.00000
4	15	3	0.68890	0.71809	-0.02919	0.67604	0.01286
5	20	4	0.66710	0.67997	-0.01287	0.64944	0.01766
6	25	5	0.63830	0.64260	-0.00430	0.62212	0.01618
7	30	6	0.60430	0.60547	-0.00117	0.59301	0.01129
8	35	7	0.56690	0.56790	-0.00100	0.56120	0.00570
9	40	8	0.52670	0.52904	-0.00234	0.52593	0.00077
10	45	9	0.48410	0.48777	-0.00367	0.48655	-0.00245
11	50	10	0.43820	0.42275	-0.00455	0.44233	-0.00413
12	55	11	0.38970	0.39253	-0.00283	0.39235	-0.00265
13	60	12	0.33670	0.33583	0.00087	0.33569	0.00101
14	65	13	0.27460	0.27228	0.00232	0.27211	0.00249
15	70	14	0.20400	0.20353	0.00047	0.20333	0.00067
16	75	15	0.12890	0.13457	-0.00567	0.13437	-0.00547

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.2212209                      a = -0.6657708                      b = -0.1531961

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.95061                              B = 0.99779                              D = 1.51051  
K = 0.84233

CUADRO No. 12

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
UNAMV50

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.89404	0.10596		
2	5	1	0.81930	0.86509	-0.04579	0.81931	-0.00001
3	10	2	0.80030	0.83667	-0.03637	0.80031	-0.00001
4	15	3	0.79000	0.80857	-0.01857	0.78125	0.00875
5	20	4	0.77350	0.78055	-0.00705	0.76137	0.01213
6	25	5	0.75000	0.75224	-0.00224	0.73988	0.01012
7	30	6	0.72260	0.72315	-0.00055	0.71598	0.00662
8	35	7	0.69450	0.69259	0.00191	0.68896	0.00554
9	40	8	0.66040	0.65962	0.00078	0.65808	0.00232
10	45	9	0.62200	0.62299	-0.00099	0.62250	-0.00050
11	50	10	0.57710	0.58106	-0.00396	0.58101	-0.00391
12	55	11	0.53040	0.53190	-0.00150	0.53201	-0.00161
13	60	12	0.47530	0.47344	0.00186	0.47361	0.00169
14	65	13	0.40360	0.40410	-0.00050	0.40432	-0.00072
15	70	14	0.32280	0.32393	-0.00113	0.32419	-0.00139
16	75	15	0.23420	0.23640	-0.00220	0.23667	-0.00247

ARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.2142150

a = -0.7782260

b = -0.1200851

ARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.96860

B = 0.99798

D = 1.49622

K = 0.89585

CUADRO No. 13

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
UNAMV60

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.92598	0.07402		
2	5	1	0.87530	0.90754	-0.03224	0.87530	0.00000
3	10	2	0.86370	0.88905	-0.02535	0.86370	0.00000
4	15	3	0.85690	0.87033	-0.01343	0.85140	0.00550
5	20	4	0.84640	0.85113	-0.00473	0.83786	0.00854
6	25	5	0.83040	0.83110	-0.00070	0.82247	0.00793
7	30	6	0.81040	0.80974	0.00066	0.80462	0.00578
8	35	7	0.78780	0.78634	0.00146	0.78363	0.00417
9	40	8	0.75920	0.75992	-0.00072	0.75868	0.00052
10	45	9	0.72950	0.72917	0.00033	0.72869	0.00081
11	50	10	0.69140	0.69234	-0.00094	0.69219	-0.00079
12	55	11	0.64600	0.64724	-0.00124	0.64722	-0.00122
13	60	12	0.59170	0.59138	0.00032	0.59140	0.00030
14	65	13	0.52200	0.52241	-0.00041	0.52245	-0.00045
15	70	14	0.43960	0.43908	0.00052	0.43914	0.00046
16	75	15	0.34130	0.34293	-0.00163	0.34300	-0.00170

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.1943304                      a = -0.9229286                      b = -0.0988993

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.98106                              B = 0.99791                              D = 1.4745  
K = 0.92792

CUADRO No. 14

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
UNAMV70

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.93709	0.06291		
2	5	1	0.89390	0.92179	-0.02789	0.89391	-0.00001
3	10	2	0.88500	0.90633	-0.02133	0.88502	-0.00002
4	15	3	0.87940	0.89054	-0.01114	0.87507	0.00433
5	20	4	0.87030	0.87417	-0.00387	0.86362	0.00668
6	25	5	0.85610	0.85683	-0.00073	0.85017	0.00593
7	30	6	0.83880	0.83803	0.00077	0.83418	0.00462
8	35	7	0.81880	0.81700	0.00180	0.81503	0.00377
9	40	8	0.79330	0.79271	0.00059	0.79185	0.00145
10	45	9	0.76390	0.76372	0.00018	0.76346	0.00044
11	50	10	0.72590	0.72812	-0.00222	0.72814	-0.00244
12	55	11	0.68340	0.68347	-0.00007	0.68363	-0.00023
13	60	12	0.62790	0.62693	0.00097	0.62718	0.00072
14	65	13	0.55340	0.55574	-0.00234	0.55607	-0.00267
15	70	14	0.46610	0.46829	-0.00219	0.46869	-0.00259
16	75	15	0.36790	0.36603	0.00187	0.36648	0.00142

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.1769507                      a = -1.1606243                      b = -0.1114479

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.98459                      B = 0.99808                      D = 1.48279  
K = 0.9389

CUADRO No. 15

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
UNAMF40

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.84336	0.15664		
2	5	1	0.73650	0.80126	-0.06476	0.73650	0.00000
3	10	2	0.70850	0.76121	-0.05271	0.70850	0.00000
4	15	3	0.69560	0.72307	-0.02747	0.68240	0.01320
5	20	4	0.67430	0.68669	-0.01239	0.65735	0.01695
6	25	5	0.64760	0.65186	-0.00426	0.63242	0.01518
7	30	6	0.61770	0.61831	-0.00061	0.60675	0.01095
8	35	7	0.58640	0.58563	0.00077	0.57966	0.00674
9	40	8	0.55310	0.55320	-0.00010	0.55067	0.00243
10	45	9	0.51800	0.51996	-0.00196	0.51926	-0.00126
11	50	10	0.47990	0.48423	-0.00433	0.48440	-0.00450
12	55	11	0.43820	0.44333	-0.00513	0.44401	-0.00581
13	60	12	0.38910	0.39324	-0.00414	0.39444	-0.00534
14	65	13	0.32460	0.32896	-0.00436	0.33085	-0.00625
15	70	14	0.24390	0.24691	-0.00301	0.24954	-0.00564
16	75	15	0.15310	0.15160	0.00150	0.15461	-0.00151

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.2304585                      a = -0.6308650                      b = -0.1433170

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.95015                              B = 0.99991                              D = 1.85183  
K = 0.84344

CUADRO No. 16

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
UNAMF50

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.89571	0.10429		
2	5	1	0.82580	0.86868	-0.04288	0.82580	0.00000
3	10	2	0.80690	0.84239	-0.03549	0.80690	0.00000
4	15	3	0.79770	0.81677	-0.01907	0.78885	0.00885
5	20	4	0.78430	0.79171	-0.00741	0.77111	0.01319
6	25	5	0.76550	0.76705	-0.00155	0.75304	0.01246
7	30	6	0.74290	0.74254	0.00036	0.73394	0.00896
8	35	7	0.72050	0.71777	0.00273	0.71311	0.00739
9	40	8	0.69380	0.69204	0.00176	0.68986	0.00394
10	45	9	0.66470	0.66424	0.00046	0.66333	0.00137
11	50	10	0.62940	0.63258	-0.00318	0.63212	-0.00272
12	55	11	0.59100	0.59420	-0.00320	0.59376	-0.00276
13	60	12	0.54370	0.54489	-0.00119	0.54424	-0.00054
14	65	13	0.47360	0.47907	-0.00547	0.47808	-0.00448
15	70	14	0.38760	0.39128	-0.00368	0.38987	-0.00227
16	75	15	0.28530	0.28093	0.00437	0.27914	0.00616

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.2377966

a = -0.5554917

b = -0.0867490

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.96994

B = 0.99984

D = 1.75012

K = 0.89585

CUADRO No. 17

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
UNAMP60

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.93051	0.06949		
2	5	1	0.88470	0.91371	-0.02901	0.88470	0.00000
3	10	2	0.87330	0.89709	-0.02379	0.87330	0.00000
4	15	3	0.86760	0.88058	-0.01298	0.86201	0.00559
5	20	4	0.85940	0.86404	-0.00464	0.85042	0.00898
6	25	5	0.84660	0.84729	-0.00069	0.83804	0.00856
7	30	6	0.83120	0.83001	0.00119	0.82431	0.00689
8	35	7	0.81400	0.81172	0.00228	0.80859	0.00541
9	40	8	0.79150	0.79162	-0.00012	0.79014	0.00136
10	45	9	0.76890	0.76850	0.00040	0.76788	0.00102
11	50	10	0.73980	0.74043	-0.00063	0.74018	-0.00038
12	55	11	0.70350	0.70456	-0.00106	0.70441	-0.00091
13	60	12	0.65620	0.65688	-0.00068	0.65663	-0.00043
14	65	13	0.58720	0.59191	-0.00471	0.59166	-0.00446
15	70	14	0.50200	0.50448	-0.00248	0.50413	-0.00213
16	75	15	0.39680	0.39218	0.00462	0.39174	0.00506

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.2232962                      a = -0.6342197                      b = -0.0641058

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.98216                              B = 0.99967                              D = 1.64848  
K = 0.93081

CUADRO No. 18

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
UNAMF70

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.94336	0.05664		
2	5	1	0.90690	0.93061	-0.02371	0.90690	0.00000
3	10	2	0.89860	0.91789	-0.01929	0.89860	0.00000
4	15	3	0.89420	0.90512	-0.01092	0.89014	0.00406
5	20	4	0.88800	0.89217	-0.00417	0.88118	0.00682
6	25	5	0.87840	0.87884	-0.00044	0.87132	0.00708
7	30	6	0.86620	0.86479	0.00141	0.86007	0.00613
8	35	7	0.85180	0.84952	0.00228	0.84686	0.00494
9	40	8	0.83260	0.83220	0.00040	0.83090	0.00170
10	45	9	0.81190	0.81158	0.00032	0.81106	0.00084
11	50	10	0.78440	0.78570	-0.00130	0.78560	-0.00120
12	55	11	0.75160	0.75169	-0.00009	0.75178	-0.00018
13	60	12	0.70630	0.70544	0.00086	0.70566	0.00064
14	65	13	0.63720	0.64168	-0.00448	0.64203	-0.00483
15	70	14	0.54990	0.55484	-0.00494	0.55534	-0.00544
16	75	15	0.44790	0.44186	0.00604	0.44251	0.00539

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.2028968                      a = -0.7487296                      b = -0.0593261

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.98672                                      B = 0.99961                                      D = 1.62295  
K = 0.94373

CUADRO No. 19

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
BYCV40

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.84546	0.15454		
2	5	1	0.74519	0.80568	-0.06049	0.74519	0.00000
3	10	2	0.71714	0.76720	-0.05006	0.71715	-0.00001
4	15	3	0.70253	0.72977	-0.02724	0.69036	0.01217
5	20	4	0.68131	0.69304	-0.01173	0.66390	0.01741
6	25	5	0.65195	0.65658	-0.00463	0.63669	0.01526
7	30	6	0.61747	0.61983	-0.00236	0.60755	0.00992
8	35	7	0.57959	0.58204	-0.00245	0.57538	0.00421
9	40	8	0.53838	0.54228	-0.00390	0.53923	-0.00085
10	45	9	0.49419	0.49938	-0.00519	0.49827	-0.00408
11	50	10	0.44612	0.45197	-0.00585	0.45172	-0.00560
12	55	11	0.39309	0.39867	-0.00558	0.39873	-0.00564
13	60	12	0.33380	0.33848	-0.00468	0.33864	-0.00484
14	65	13	0.27021	0.27153	-0.00132	0.27173	-0.00152
15	70	14	0.20288	0.20023	0.00265	0.20046	0.00242
16	75	15	0.13646	0.13030	0.00616	0.13052	0.00594
17	80	16	0.07816	0.07042	0.00774	0.07060	0.00756
18	85	17	0.03078	0.02889	0.00189	0.02900	0.00178
19	90	18	0.00789	0.00787	0.00002	0.00792	-0.00003
20	95	19	0.00091	0.00117	-0.00026	0.00118	-0.00027

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.2335912                      a = -0.5694223                      b = -0.1241799

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.95438                      B = 0.99689                      D = 1.48483  
K = 0.84811

CUADRO No. 20

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
BYCV50

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.87599	0.12401		
2	5	1	0.80288	0.84882	-0.04594	0.80287	0.00001
3	10	2	0.78312	0.82200	-0.03888	0.78311	0.00001
4	15	3	0.77266	0.79531	-0.02265	0.76381	0.00885
5	20	4	0.75630	0.76846	-0.01216	0.74434	0.01196
6	25	5	0.73534	0.74105	-0.00571	0.72383	0.01151
7	30	6	0.71025	0.71252	-0.00227	0.70126	0.00899
8	35	7	0.68117	0.68210	-0.00093	0.67551	0.00566
9	40	8	0.64819	0.64876	-0.00057	0.64538	0.00281
10	45	9	0.60906	0.61111	-0.00205	0.60961	-0.00055
11	50	10	0.56358	0.56746	-0.00388	0.56685	-0.00327
12	55	11	0.51104	0.51583	-0.00479	0.51551	-0.00447
13	60	12	0.45031	0.45428	-0.00397	0.45400	-0.00369
14	65	13	0.38045	0.38171	-0.00126	0.38138	-0.00093
15	70	14	0.30262	0.29909	0.00353	0.29871	0.00391
16	75	15	0.21984	0.21125	0.00859	0.21085	0.00899
17	80	16	0.13971	0.12789	0.01182	0.12753	0.01218
18	85	17	0.06759	0.06157	0.00602	0.06131	0.00628
19	90	18	0.02168	0.02109	0.00059	0.02096	0.00072
20	95	19	0.00334	0.00436	-0.00102	0.00432	-0.00098

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.2350058                      a = -0.4979344                      b = -0.0862440

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.97019                      B = 0.99744                      D = 1.48576  
K = 0.87823

CUADRO No. 21

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
BYCV60

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.92484	0.07516		
2	5	1	0.87823	0.90796	-0.02973	0.87823	0.00000
3	10	2	0.86653	0.89094	-0.02441	0.86652	0.00001
4	15	3	0.85982	0.87357	-0.01375	0.85443	0.00539
5	20	4	0.84927	0.85558	-0.00631	0.84143	0.00784
6	25	5	0.83401	0.83658	-0.00257	0.82684	0.00717
7	30	6	0.81497	0.81602	-0.00105	0.80987	0.00510
8	35	7	0.79246	0.79311	-0.00065	0.78962	0.00284
9	40	8	0.76642	0.76677	-0.00035	0.76501	0.00141
10	45	9	0.73513	0.73554	-0.00041	0.73474	0.00039
11	50	10	0.69624	0.69749	-0.00125	0.69712	-0.00088
12	55	11	0.64834	0.65024	-0.00190	0.65000	-0.00166
13	60	12	0.58901	0.59117	-0.00216	0.59092	-0.00191
14	65	13	0.51734	0.51791	-0.00057	0.51760	-0.00026
15	70	14	0.43100	0.42959	0.00141	0.42922	0.00178
16	75	15	0.33157	0.32872	0.00285	0.32829	0.00328
17	80	16	0.23037	0.22330	0.00707	0.22288	0.00749
18	85	17	0.13655	0.12726	0.00929	0.12690	0.00965
19	90	18	0.05902	0.05597	0.00305	0.05573	0.00329
20	95	19	0.01417	0.01679	-0.00262	0.01669	-0.00252

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.2137029

a = -0.6683061

b = -0.0680123

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.98281

B = 0.99773

D = 1.47557

K = 0.92694

CUADRO No. 22

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
BYCF40

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.84639	0.15361		
2	5	1	0.75023	0.80819	-0.05796	0.75023	0.00000
3	10	2	0.72236	0.77147	-0.04911	0.72236	0.00000
4	15	3	0.70882	0.73606	-0.02724	0.69638	0.01244
5	20	4	0.68834	0.70173	-0.01339	0.67159	0.01675
6	25	5	0.66116	0.66817	-0.00701	0.64702	0.01414
7	30	6	0.63090	0.63496	-0.00406	0.62155	0.00935
8	35	7	0.59888	0.60152	-0.00264	0.59405	0.00483
9	40	8	0.56427	0.56701	-0.00274	0.56346	0.00081
10	45	9	0.52803	0.53026	-0.00223	0.52884	-0.00081
11	50	10	0.48763	0.48969	-0.00206	0.48916	-0.00153
12	55	11	0.44112	0.44328	-0.00216	0.44297	-0.00185
13	60	12	0.38635	0.38870	-0.00235	0.38837	-0.00202
14	65	13	0.32165	0.32404	-0.00239	0.32363	-0.00198
15	70	14	0.24730	0.24928	-0.00198	0.24878	-0.00148
16	75	15	0.16774	0.16877	-0.00103	0.16823	-0.00049
17	80	16	0.09459	0.09326	0.00133	0.09280	0.00179
18	85	17	0.03616	0.03732	-0.00116	0.03702	-0.00086
19	90	18	0.00884	0.00894	-0.00010	0.00883	0.00001
20	95	19	0.00095	0.00095	0.00000	0.00093	0.00002

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.2537886

a = -0.4449710

b = -0.1028504

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.95536

B = 0.99911

D = 1.58967

K = 0.84715

CUADRO No. 23

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
BYCF50

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.87631	0.12369		
2	5	1	0.80761	0.85101	-0.04340	0.80761	0.00000
3	10	2	0.78793	0.82628	-0.03835	0.78794	-0.00001
4	15	3	0.77855	0.80202	-0.02347	0.76945	0.00910
5	20	4	0.76539	0.77807	-0.01268	0.75181	0.01358
6	25	5	0.74833	0.75422	-0.00589	0.73444	0.01389
7	30	6	0.72749	0.73012	-0.00263	0.71652	0.01097
8	35	7	0.70436	0.70525	-0.00089	0.69697	0.00739
9	40	8	0.67832	0.67881	-0.00049	0.67455	0.00377
10	45	9	0.64927	0.64962	-0.00035	0.64791	0.00136
11	50	10	0.61543	0.61589	-0.00046	0.61552	-0.00009
12	55	11	0.57428	0.57510	-0.00082	0.57532	-0.00104
13	60	12	0.52257	0.52391	-0.00134	0.52442	-0.00185
14	65	13	0.45667	0.45849	-0.00182	0.45924	-0.00257
15	70	14	0.37394	0.37591	-0.00197	0.37689	-0.00295
16	75	15	0.27569	0.27721	-0.00152	0.27838	-0.00269
17	80	16	0.17148	0.17208	-0.00060	0.17326	-0.00178
18	85	17	0.08085	0.08074	0.00011	0.08165	-0.00080
19	90	18	0.02417	0.02404	0.00013	0.02448	-0.00031
20	95	19	0.00338	0.00342	-0.00004	0.00352	-0.00014

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.2757218

a = -0.2957496

b = -0.0640781

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.97143

B = 0.99951

D = 1.62491

K = 0.87674

CUADRO No. 24

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
 Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
 QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
 BYCF60

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.92824	0.07176		
2	5	1	0.88518	0.91274	-0.02756	0.88518	0.00000
3	10	2	0.87365	0.89731	-0.02366	0.87366	-0.00001
4	15	3	0.86800	0.88184	-0.01384	0.86241	0.00559
5	20	4	0.85981	0.86618	-0.00637	0.85110	0.00871
6	25	5	0.84806	0.85009	-0.00203	0.83920	0.00886
7	30	6	0.83299	0.83317	-0.00018	0.82604	0.00695
8	35	7	0.81502	0.81486	0.00016	0.81075	0.00427
9	40	8	0.79345	0.79426	-0.00081	0.79230	0.00115
10	45	9	0.76795	0.77003	-0.00208	0.76940	-0.00145
11	50	10	0.73703	0.74019	-0.00316	0.74029	-0.00326
12	55	11	0.69932	0.70193	-0.00261	0.70242	-0.00310
13	60	12	0.65002	0.65144	-0.00142	0.65226	-0.00224
14	65	13	0.58507	0.58422	0.00085	0.58540	-0.00033
15	70	14	0.49742	0.49617	0.00125	0.49777	-0.00035
16	75	15	0.39186	0.38647	0.00539	0.38844	0.00342
17	80	16	0.27184	0.26236	0.00948	0.26449	0.00735
18	85	17	0.14937	0.14315	0.00622	0.14500	0.00437
19	90	18	0.05571	0.05520	0.00051	0.05633	-0.00062
20	95	19	0.01100	0.01226	-0.00126	0.01266	-0.00166

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.2513727                      a = -0.4152224                      b = -0.0470049

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.98365                              B = 0.9994                              D = 1.58909  
 K = 0.9288

CUADRO No. 25

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
COV40

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.82311	0.17689		
2	5	1	0.70386	0.77792	-0.07406	0.70386	0.00000
3	10	2	0.67690	0.73498	-0.05808	0.67689	0.00001
4	15	3	0.66233	0.69405	-0.03172	0.65065	0.01168
5	20	4	0.64164	0.65486	-0.01322	0.62428	0.01736
6	25	5	0.61125	0.61708	-0.00583	0.59698	0.01427
7	30	6	0.57838	0.58026	-0.00188	0.56811	0.01027
8	35	7	0.54310	0.54383	-0.00073	0.53718	0.00592
9	40	8	0.50577	0.50699	-0.00122	0.50375	0.00202
10	45	9	0.46595	0.46865	-0.00270	0.46727	-0.00132
11	50	10	0.42266	0.42740	-0.00474	0.42688	-0.00422
12	55	11	0.37573	0.38147	-0.00574	0.38128	-0.00555
13	60	12	0.32279	0.32896	-0.00617	0.32886	-0.00607
14	65	13	0.26442	0.26854	-0.00412	0.26845	-0.00403
15	70	14	0.19833	0.20085	-0.00252	0.20076	-0.00243
16	75	15	0.13230	0.13065	0.00165	0.13056	0.00174

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.1823471                      a = -1.0125445                      b = -0.2496250

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.94561                      B = 0.99909                      D = 1.59519  
K = 0.82386

CUADRO No. 26

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
COV50

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.86755	0.13245		
2	5	1	0.78005	0.83590	-0.05585	0.78005	0.00000
3	10	2	0.76216	0.80522	-0.04306	0.76217	-0.00001
4	15	3	0.75200	0.77538	-0.02338	0.74376	0.00824
5	20	4	0.73719	0.74620	-0.00901	0.72428	0.01291
6	25	5	0.71452	0.71741	-0.00289	0.70323	0.01129
7	30	6	0.68911	0.68863	0.00048	0.68018	0.00893
8	35	7	0.66116	0.65928	0.00188	0.65473	0.00643
9	40	8	0.63002	0.62848	0.00154	0.62635	0.00367
10	45	9	0.59486	0.59496	-0.00010	0.59417	0.00069
11	50	10	0.55403	0.55684	-0.00281	0.55675	-0.00272
12	55	11	0.50653	0.51157	-0.00504	0.51183	-0.00530
13	60	12	0.44900	0.45591	-0.00691	0.45642	-0.00742
14	65	13	0.38121	0.38665	-0.00544	0.38739	-0.00618
15	70	14	0.29969	0.30242	-0.00273	0.30336	-0.00367
16	75	15	0.21260	0.20724	0.00536	0.20830	0.00430

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.1707315                      a = -1.1777031                      b = -0.2257951

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.96386                      B = 0.99944                      D = 1.63274  
K = 0.86804

CUADRO No. 27

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
COV60

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.91747	0.08253		
2	5	1	0.86005	0.89725	-0.03720	0.86005	0.00000
3	10	2	0.85028	0.87727	-0.02699	0.85028	0.00000
4	15	3	0.84389	0.85739	-0.01350	0.83883	0.00506
5	20	4	0.83343	0.83745	-0.00402	0.82546	0.00797
6	25	5	0.81647	0.81716	-0.00069	0.80998	0.00649
7	30	6	0.79677	0.79613	0.00064	0.79219	0.00458
8	35	7	0.77488	0.77370	0.00118	0.77178	0.00310
9	40	8	0.75006	0.74894	0.00112	0.74817	0.00189
10	45	9	0.72072	0.72044	0.00028	0.72027	0.00045
11	50	10	0.68498	0.68613	-0.00115	0.68629	-0.00131
12	55	11	0.64086	0.64315	-0.00229	0.64354	-0.00268
13	60	12	0.58386	0.58784	-0.00398	0.58844	-0.00458
14	65	13	0.51329	0.51615	-0.00286	0.51700	-0.00371
15	70	14	0.42290	0.42519	-0.00229	0.42631	-0.00341
16	75	15	0.32100	0.31648	0.00452	0.31781	0.00319

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.1539515                      a = -1.6526778                      b = -0.2557112

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.97837                      B = 0.9993                      D = 1.58971  
K = 0.91811

CUADRO No. 28

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
COV70

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.93281	0.06719		
2	5	1	0.88482	0.91587	-0.03105	0.88483	-0.00001
3	10	2	0.87695	0.89902	-0.02207	0.87696	-0.00001
4	15	3	0.87155	0.88213	-0.01058	0.86732	0.00423
5	20	4	0.86231	0.86504	-0.00273	0.85573	0.00658
6	25	5	0.84719	0.84746	-0.00027	0.84206	0.00513
7	30	6	0.82948	0.82898	0.00050	0.82612	0.00336
8	35	7	0.80976	0.80895	0.00081	0.80760	0.00216
9	40	8	0.78728	0.78641	0.00087	0.78587	0.00141
10	45	9	0.76021	0.75992	0.00029	0.75977	0.00044
11	50	10	0.72662	0.72738	-0.00076	0.72740	-0.00078
12	55	11	0.68425	0.68585	-0.00160	0.68596	-0.00171
13	60	12	0.62826	0.63152	-0.00326	0.63169	-0.00343
14	65	13	0.55788	0.56006	-0.00218	0.56029	-0.00241
15	70	14	0.46589	0.46807	-0.00218	0.46836	-0.00247
16	75	15	0.36033	0.35615	0.00418	0.35649	0.00384

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.1534441

a = -1.7656366

b = -0.2432411

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.98225

B = 0.99928

D = 1.58097

K = 0.93349

CUADRO No. 29

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
COV80

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.96308	0.03692		
2	5	1	0.92924	0.95032	-0.02108	0.92924	0.00000
3	10	2	0.92468	0.93726	-0.01258	0.92468	0.00000
4	15	3	0.92056	0.92372	-0.00316	0.91701	0.00355
5	20	4	0.91117	0.90944	0.00173	0.90631	0.00486
6	25	5	0.89499	0.89403	0.00096	0.89279	0.00220
7	30	6	0.87572	0.87696	-0.00124	0.87656	-0.00084
8	35	7	0.85466	0.85750	-0.00284	0.85739	-0.00273
9	40	8	0.83234	0.83462	-0.00228	0.83459	-0.00225
10	45	9	0.80542	0.80694	-0.00152	0.80693	-0.00151
11	50	10	0.77270	0.77265	0.00005	0.77265	0.00005
12	55	11	0.73150	0.72947	0.00203	0.72949	0.00201
13	60	12	0.67782	0.67478	0.00304	0.67481	0.00301
14	65	13	0.60988	0.60596	0.00392	0.60600	0.00388
15	70	14	0.51957	0.52123	-0.00166	0.52128	-0.00171
16	75	15	0.41718	0.42119	-0.00401	0.42126	-0.00408

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.1968850                      a = -1.9483133                      b = -0.2260144

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.98782                      B = 0.99759                      D = 1.45152  
K = 0.96541

CUADRO No. 30

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
COF40

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.83840	0.16160		
2	5	1	0.73223	0.79621	-0.06398	0.73223	0.00000
3	10	2	0.70240	0.75606	-0.05366	0.70240	0.00000
4	15	3	0.68764	0.71783	-0.03019	0.67488	0.01276
5	20	4	0.66828	0.68133	-0.01305	0.64894	0.01934
6	25	5	0.64219	0.64634	-0.00415	0.62369	0.01850
7	30	6	0.61286	0.61257	0.00029	0.59817	0.01469
8	35	7	0.58029	0.57960	0.00069	0.57146	0.00883
9	40	8	0.54579	0.54675	-0.00096	0.54278	0.00301
10	45	9	0.51081	0.51301	-0.00220	0.51135	-0.00054
11	50	10	0.47347	0.47676	-0.00329	0.47609	-0.00262
12	55	11	0.43069	0.43556	-0.00487	0.43515	-0.00446
13	60	12	0.37842	0.38592	-0.00750	0.38544	-0.00702
14	65	13	0.31479	0.32376	-0.00897	0.32306	-0.00827
15	70	14	0.24120	0.24633	-0.00513	0.24539	-0.00419
16	75	15	0.16438	0.15741	0.00697	0.15634	0.00804

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.2369424                      a = -0.5191106                      b = -0.1235288

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.94978                      B = 0.99985                      D = 1.78686  
K = 0.83853

CUADRO No. 31

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
COF50

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.88019	0.11981		
2	5	1	0.80346	0.85184	-0.04838	0.80346	0.00000
3	10	2	0.78505	0.82435	-0.03930	0.78505	0.00000
4	15	3	0.77564	0.79766	-0.02202	0.76721	0.00843
5	20	4	0.76252	0.77168	-0.00916	0.74942	0.01310
6	25	5	0.74431	0.74628	-0.00197	0.73112	0.01319
7	30	6	0.72324	0.72125	0.00199	0.71177	0.01147
8	35	7	0.69911	0.69623	0.00288	0.69088	0.00823
9	40	8	0.67194	0.67062	0.00132	0.66793	0.00401
10	45	9	0.64337	0.64341	-0.00004	0.64217	0.00120
11	50	10	0.61103	0.61290	-0.00187	0.61225	-0.00122
12	55	11	0.57242	0.57626	-0.00384	0.57568	-0.00326
13	60	12	0.52238	0.52911	-0.00673	0.52827	-0.00589
14	65	13	0.45721	0.46528	-0.00807	0.46396	-0.00675
15	70	14	0.37342	0.37823	-0.00481	0.37628	-0.00286
16	75	15	0.27570	0.26650	0.00920	0.26400	0.01170

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.2049800

a = -0.7443392

b = -0.1206342

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.96786

B = 0.99991

D = 1.81959

K = 0.88027

CUADRO No. 32

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
COF60

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.92351	0.07649		
2	5	1	0.87462	0.90600	-0.03138	0.87462	0.00000
3	10	2	0.86322	0.88877	-0.02555	0.86320	0.00002
4	15	3	0.85729	0.87177	-0.01448	0.85188	0.00541
5	20	4	0.84898	0.85491	-0.00593	0.84028	0.00870
6	25	5	0.83724	0.83809	-0.00085	0.82802	0.00922
7	30	6	0.82316	0.82106	0.00210	0.81466	0.00850
8	35	7	0.80655	0.80347	0.00308	0.79972	0.00683
9	40	8	0.78662	0.78467	0.00195	0.78257	0.00405
10	45	9	0.76427	0.76357	0.00070	0.76226	0.00201
11	50	10	0.73721	0.73830	-0.00109	0.73710	0.00011
12	55	11	0.70324	0.70581	-0.00257	0.70417	-0.00093
13	60	12	0.65681	0.66129	-0.00448	0.65868	-0.00187
14	65	13	0.59298	0.59777	-0.00479	0.59362	-0.00064
15	70	14	0.50384	0.50700	-0.00316	0.50079	0.00305
16	75	15	0.39102	0.38400	0.00702	0.37569	0.01533

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.2032563

a = -0.7441855

b = -0.0781074

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.98112

B = 0.99989

D = 1.77732

K = 0.92361

CUADRO No. 33

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
COF70

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.93694	0.06306		
2	5	1	0.89770	0.92326	-0.02556	0.89770	0.00000
3	10	2	0.88865	0.90972	-0.02107	0.88866	-0.00001
4	15	3	0.88394	0.89629	-0.01235	0.87967	0.00427
5	20	4	0.87761	0.88288	-0.00527	0.87045	0.00716
6	25	5	0.86871	0.86938	-0.00067	0.86067	0.00804
7	30	6	0.85772	0.85556	0.00216	0.84993	0.00779
8	35	7	0.84441	0.84104	0.00337	0.83774	0.00667
9	40	8	0.82781	0.82518	0.00263	0.82344	0.00437
10	45	9	0.80805	0.80682	0.00123	0.80600	0.00205
11	50	10	0.78312	0.78404	-0.00092	0.78364	-0.00052
12	55	11	0.75075	0.75362	-0.00287	0.75332	-0.00257
13	60	12	0.70452	0.71039	-0.00497	0.70999	-0.00457
14	65	13	0.64159	0.64681	-0.00522	0.64616	-0.00457
15	70	14	0.55052	0.55361	-0.00309	0.55260	-0.00208
16	75	15	0.43300	0.42444	0.00856	0.42304	0.00996

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.2034290

a = -0.6986743

b = -0.0601789

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.98548

B = 0.9999

D = 1.78109

K = 0.93703

CUADRO No. 34

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
COF80

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.95709	0.04291		
2	5	1	0.93165	0.94889	-0.01724	0.93163	0.00002
3	10	2	0.92664	0.94072	-0.01408	0.92661	0.00003
4	15	3	0.92399	0.93256	-0.00857	0.92146	0.00253
5	20	4	0.92050	0.92435	-0.00385	0.91601	0.00449
6	25	5	0.91562	0.91600	-0.00038	0.91005	0.00557
7	30	6	0.90933	0.90735	0.00198	0.90331	0.00602
8	35	7	0.90136	0.89810	0.00326	0.89544	0.00592
9	40	8	0.89070	0.88770	0.00300	0.88586	0.00484
10	45	9	0.87688	0.87520	0.00168	0.87359	0.00329
11	50	10	0.85825	0.85887	-0.00062	0.85689	0.00136
12	55	11	0.83278	0.83573	-0.00265	0.83264	0.00014
13	60	12	0.79547	0.80073	-0.00526	0.79550	-0.00003
14	65	13	0.74015	0.74582	-0.00567	0.73702	0.00313
15	70	14	0.65627	0.65976	-0.00349	0.64566	0.01061
16	75	15	0.54118	0.53119	0.00999	0.51068	0.03050

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.1793865

a = -0.8612785

b = -0.0483147

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.99147

B = 0.99994

D = 1.82545

K = 0.95714

CUADRO No. 35

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
SPPV5055

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.88074	0.11926		
2	5	1	0.80389	0.85303	-0.04914	0.80389	0.00000
3	10	2	0.78660	0.82590	-0.03930	0.78661	-0.00001
4	15	3	0.77731	0.79919	-0.02188	0.76992	0.00809
5	20	4	0.76275	0.77268	-0.00993	0.75111	0.01164
6	25	5	0.74366	0.74604	-0.00238	0.73157	0.01209
7	30	6	0.72060	0.71884	0.00176	0.70992	0.01068
8	35	7	0.69374	0.69040	0.00334	0.68544	0.00830
9	40	8	0.66312	0.65979	0.00333	0.65736	0.00576
10	45	9	0.62665	0.62566	0.00099	0.62464	0.00201
11	50	10	0.58360	0.58620	-0.00260	0.58585	-0.00225
12	55	11	0.53312	0.53906	-0.00594	0.53897	-0.00585
13	60	12	0.47377	0.48154	-0.00777	0.48152	-0.00775
14	65	13	0.40463	0.41123	-0.00660	0.41122	-0.00659
15	70	14	0.32604	0.32748	-0.00144	0.32746	-0.00142
16	75	15	0.24056	0.23397	0.00659	0.23395	0.00661

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.1927084                      a = -0.8670958                      b = -0.1406187

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.96917                      B = 0.99883                      D = 1.55229  
K = 0.88177

CUADRO No. 36

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
SPPV5560

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.90489	0.09511		
2	5	1	0.84282	0.88277	-0.03995	0.84282	0.00000
3	10	2	0.82936	0.86089	-0.03153	0.82936	0.00000
4	15	3	0.82184	0.83912	-0.01728	0.81541	0.00643
5	20	4	0.81004	0.81722	-0.00718	0.80042	0.00962
6	25	5	0.79363	0.79489	-0.00126	0.78380	0.00983
7	30	6	0.77340	0.77167	0.00173	0.76495	0.00845
8	35	7	0.74963	0.74688	0.00275	0.74323	0.00640
9	40	8	0.72225	0.71954	0.00271	0.71782	0.00443
10	45	9	0.68945	0.68826	0.00119	0.68762	0.00183
11	50	10	0.64945	0.65110	-0.00165	0.65101	-0.00156
12	55	11	0.60104	0.60555	-0.00451	0.60573	-0.00469
13	60	12	0.54218	0.54857	-0.00639	0.54891	-0.00673
14	65	13	0.47194	0.47719	-0.00525	0.47768	-0.00574
15	70	14	0.38900	0.38991	-0.00091	0.39053	-0.00153
16	75	15	0.29521	0.28925	0.00596	0.28997	0.00524

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.1864990                      a = -0.9580304                      b = -0.1267324

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.97617                      B = 0.99884                      D = 1.54311  
K = 0.90594

CUADRO No. 37

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
SPPV6065

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.92072	0.07928		
2	5	1	0.86849	0.90237	-0.03388	0.86848	0.00001
3	10	2	0.85768	0.88408	-0.02640	0.85766	0.00002
4	15	3	0.85138	0.86568	-0.01430	0.84607	0.00531
5	20	4	0.84139	0.84697	-0.00558	0.83324	0.00815
6	25	5	0.82691	0.82761	-0.00070	0.81864	0.00827
7	30	6	0.80869	0.80713	0.00156	0.80171	0.00698
8	35	7	0.78707	0.78482	0.00225	0.78183	0.00524
9	40	8	0.76185	0.75967	0.00218	0.75816	0.00369
10	45	9	0.73140	0.73023	0.00117	0.72948	0.00192
11	50	10	0.69336	0.69450	-0.00114	0.69406	-0.00070
12	55	11	0.64628	0.64985	-0.00357	0.64947	-0.00319
13	60	12	0.58780	0.59310	-0.00530	0.59264	-0.00484
14	65	13	0.51695	0.52105	-0.00410	0.52046	-0.00351
15	70	14	0.43133	0.43180	-0.00047	0.43106	0.00027
16	75	15	0.33227	0.32725	0.00502	0.32640	0.00587

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.1798466                      a = -1.0576823                      b = -0.1201698

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.98072                      B = 0.99874                      D = 1.53044  
K = 0.92188

CUADRO No. 38

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
SPPV6570

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.92876	0.07124		
2	5	1	0.88164	0.91240	-0.03076	0.88165	-0.00001
3	10	2	0.87221	0.89598	-0.02377	0.87221	0.00000
4	15	3	0.86648	0.87933	-0.01285	0.86185	0.00463
5	20	4	0.85726	0.86222	-0.00496	0.85010	0.00716
6	25	5	0.84381	0.84431	-0.00050	0.83647	0.00734
7	30	6	0.82654	0.82508	0.00146	0.82042	0.00612
8	35	7	0.80589	0.80380	0.00209	0.80130	0.00459
9	40	8	0.78140	0.77940	0.00200	0.77823	0.00317
10	45	9	0.75148	0.75038	0.00110	0.74996	0.00152
11	50	10	0.71376	0.71471	-0.00095	0.71465	-0.00089
12	55	11	0.66656	0.66971	-0.00315	0.66984	-0.00328
13	60	12	0.60762	0.61223	-0.00461	0.61246	-0.00484
14	65	13	0.53576	0.53912	-0.00336	0.53944	-0.00368
15	70	14	0.44838	0.44855	-0.00017	0.44896	-0.00058
16	75	15	0.34663	0.34247	0.00416	0.34294	0.00369

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.1739208

a = -1.1404315

b = -0.1194962

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.98312

B = 0.99854

D = 1.51495

K = 0.93013

CUADRO No. 39

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
SPPV7075

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.93646	0.06354		
2	5	1	0.89433	0.92189	-0.02756	0.89433	0.00000
3	10	2	0.88598	0.90723	-0.02125	0.88597	0.00001
4	15	3	0.88083	0.89230	-0.01147	0.87669	0.00414
5	20	4	0.87248	0.87688	-0.00440	0.86606	0.00642
6	25	5	0.86026	0.86062	-0.00036	0.85363	0.00663
7	30	6	0.84444	0.84303	0.00141	0.83886	0.00558
8	35	7	0.82536	0.82336	0.00200	0.82109	0.00427
9	40	8	0.80245	0.80053	0.00192	0.79944	0.00301
10	45	9	0.77414	0.77304	0.00110	0.77258	0.00156
11	50	10	0.73798	0.73877	-0.00079	0.73860	-0.00062
12	55	11	0.69210	0.69495	-0.00285	0.69490	-0.00280
13	60	12	0.63396	0.63820	-0.00424	0.63819	-0.00423
14	65	13	0.56192	0.56504	-0.00312	0.56506	-0.00314
15	70	14	0.47305	0.47321	-0.00016	0.47325	-0.00020
16	75	15	0.36821	0.36419	0.00402	0.36424	0.00397

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.1727083                      a = -1.1604470                      b = -0.1094621

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.98513                      B = 0.99866                      D = 1.52066  
K = 0.93772

CUADRO No. 40

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
SPPV7580

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.94389	0.05611		
2	5	1	0.90661	0.93108	-0.02447	0.90661	0.00000
3	10	2	0.89934	0.91813	-0.01879	0.89935	-0.00001
4	15	3	0.89475	0.90489	-0.01014	0.89117	0.00358
5	20	4	0.88727	0.89114	-0.00387	0.88169	0.00558
6	25	5	0.87629	0.87654	-0.00025	0.87047	0.00582
7	30	6	0.86192	0.86058	0.00134	0.85701	0.00491
8	35	7	0.84443	0.84254	0.00189	0.84066	0.00377
9	40	8	0.82314	0.82132	0.00182	0.82050	0.00264
10	45	9	0.79647	0.79540	0.00107	0.79517	0.00130
11	50	10	0.76196	0.76260	-0.00064	0.76269	-0.00073
12	55	11	0.71747	0.72003	-0.00256	0.72031	-0.00284
13	60	12	0.66024	0.66412	-0.00388	0.66455	-0.00431
14	65	13	0.58816	0.59104	-0.00288	0.59163	-0.00347
15	70	14	0.49793	0.49808	-0.00015	0.49883	-0.00090
16	75	15	0.39011	0.38619	0.00392	0.38707	0.00304

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.1696378                      a = -1.2057401                      b = -0.1021150

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.98707                      B = 0.99878                      D = 1.52683  
K = 0.94504

CUADRO No. 41

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
SPPF5055

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.88252	0.11748		
2	5	1	0.81038	0.85657	-0.04619	0.81037	0.00001
3	10	2	0.79306	0.83133	-0.03827	0.79305	0.00001
4	15	3	0.78476	0.80676	-0.02200	0.77644	0.00832
5	20	4	0.77305	0.78278	-0.00973	0.76006	0.01299
6	25	5	0.75758	0.75926	-0.00168	0.74336	0.01422
7	30	6	0.73851	0.73600	0.00251	0.72575	0.01276
8	35	7	0.71703	0.71268	0.00435	0.70665	0.01038
9	40	8	0.69252	0.68871	0.00381	0.68541	0.00711
10	45	9	0.66483	0.66309	0.00174	0.66120	0.00363
11	50	10	0.63227	0.63410	-0.00183	0.63255	-0.00028
12	55	11	0.59262	0.59889	-0.00627	0.59684	-0.00422
13	60	12	0.54233	0.55288	-0.01055	0.54959	-0.00726
14	65	13	0.47770	0.48947	-0.01177	0.48419	-0.00649
15	70	14	0.39576	0.40132	-0.00556	0.39341	0.00235
16	75	15	0.30102	0.28581	0.01521	0.27557	0.02545

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.2159055                      a = -0.6289630                      b = -0.1008160

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.97065                      B = 0.99992                      D = 1.83443  
K = 0.88259

CUADRO No. 42

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
SPPF5560

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.90843	0.09157		
2	5	1	0.85123	0.88831	-0.03699	0.85132	0.00000
3	10	2	0.83801	0.86854	-0.03053	0.83801	0.00000
4	15	3	0.83154	0.84906	-0.01752	0.82497	0.00657
5	20	4	0.82226	0.82976	-0.00750	0.81179	0.01047
6	25	5	0.80939	0.81047	-0.00108	0.79796	0.01143
7	30	6	0.79314	0.79093	0.00221	0.78292	0.01022
8	35	7	0.77416	0.77069	0.00347	0.76606	0.00810
9	40	8	0.75180	0.74905	0.00275	0.74664	0.00516
10	45	9	0.72579	0.72484	0.00095	0.72368	0.00211
11	50	10	0.69459	0.69623	-0.00164	0.69560	-0.00101
12	55	11	0.65654	0.66037	-0.00383	0.65981	-0.00327
13	60	12	0.60731	0.61308	-0.00577	0.61232	-0.00501
14	65	13	0.54297	0.54882	-0.00585	0.54768	-0.00471
15	70	14	0.45861	0.46182	-0.00321	0.46019	-0.00158
16	75	15	0.35809	0.34982	0.00827	0.34772	0.01037

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.2124914                      a = -0.6555056                      b = -0.0832083

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.97800                      B = 0.99978                      D = 1.69947  
K = 0.90683

CUADRO No. 43

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
SPPF6065

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.92499	0.07501		
2	5	1	0.87775	0.90867	-0.03092	0.87774	0.00001
3	10	2	0.86718	0.89251	-0.02533	0.86717	0.00001
4	15	3	0.86190	0.87643	-0.01453	0.85659	0.00531
5	20	4	0.85423	0.86032	-0.00609	0.84562	0.00861
6	25	5	0.84320	0.84398	-0.00078	0.83379	0.00941
7	30	6	0.82903	0.82709	0.00194	0.82057	0.00846
8	35	7	0.81204	0.80917	0.00287	0.80536	0.00668
9	40	8	0.79152	0.78943	0.00209	0.78738	0.00414
10	45	9	0.76718	0.76665	0.00053	0.76554	0.00164
11	50	10	0.73754	0.73891	-0.00137	0.73813	-0.00059
12	55	11	0.70082	0.70336	-0.00254	0.70249	-0.00167
13	60	12	0.65255	0.65593	-0.00338	0.65469	-0.00214
14	65	13	0.58820	0.59139	-0.00319	0.58957	-0.00137
15	70	14	0.50198	0.50437	-0.00239	0.50181	0.00017
16	75	15	0.39778	0.39254	0.00524	0.38925	0.00853

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.2049959

a = -0.7140139

b = -0.0742820

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.98257

B = 0.99966

D = 1.64643

K = 0.9253



CUADRO No. 45

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
SPPF7075

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.94301	0.05699		
2	5	1	0.90664	0.93057	-0.02393	0.90664	0.00000
3	10	2	0.89894	0.91818	-0.01924	0.89894	0.00000
4	15	3	0.89480	0.90576	-0.01096	0.89098	0.00382
5	20	4	0.88872	0.89319	-0.00447	0.88244	0.00628
6	25	5	0.87992	0.88029	-0.00037	0.87297	0.00695
7	30	6	0.86843	0.86674	0.00169	0.86213	0.00630
8	35	7	0.85440	0.85205	0.00235	0.84941	0.00499
9	40	8	0.83701	0.83543	0.00158	0.83406	0.00295
10	45	9	0.81606	0.81563	0.00043	0.81498	0.00108
11	50	10	0.79005	0.79069	-0.00064	0.79035	-0.00030
12	55	11	0.75583	0.75762	-0.00179	0.75737	-0.00154
13	60	12	0.70975	0.71212	-0.00237	0.71181	-0.00206
14	65	13	0.64555	0.64848	-0.00293	0.64804	-0.00249
15	70	14	0.55753	0.56050	-0.00297	0.55987	-0.00234
16	75	15	0.44998	0.44450	0.00548	0.44369	0.00629

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.1895344                      a = -0.8648273                      b = -0.0680633

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.98701                      B = 0.99969                      D = 1.64824  
K = 0.9433

CUADRO No. 46

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
SPPF7580

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.95054	0.04946		
2	5	1	0.91883	0.93969	-0.02086	0.91883	0.00000
3	10	2	0.91206	0.92885	-0.01679	0.91206	0.00000
4	15	3	0.90840	0.91795	-0.00955	0.90504	0.00336
5	20	4	0.90302	0.90689	-0.00387	0.89750	0.00552
6	25	5	0.89520	0.89548	-0.00028	0.88911	0.00609
7	30	6	0.88497	0.88344	0.00153	0.87946	0.00551
8	35	7	0.87240	0.87029	0.00211	0.86808	0.00432
9	40	8	0.85673	0.85529	0.00144	0.85425	0.00248
10	45	9	0.83765	0.83724	0.00041	0.83693	0.00072
11	50	10	0.81372	0.81424	-0.00052	0.81438	-0.00066
12	55	11	0.78188	0.78343	-0.00155	0.78389	-0.00201
13	60	12	0.73848	0.74055	-0.00207	0.74135	-0.00287
14	65	13	0.67730	0.67988	-0.00258	0.68112	-0.00382
15	70	14	0.59221	0.59485	-0.00264	0.59664	-0.00443
16	75	15	0.48580	0.48073	0.00507	0.48313	0.00267

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.1910712                      a = -0.8515932                      b = -0.0584824

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.98876                      B = 0.99972                      D = 1.64897  
K = 0.95081

CUADRO No. 47

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
NUV70

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.92603	0.07397		
2	5	1	0.87685	0.90928	-0.03243	0.87685	0.00000
3	10	2	0.86812	0.89252	-0.02440	0.86813	-0.00001
4	15	3	0.86250	0.87561	-0.01311	0.85813	0.00437
5	20	4	0.85391	0.85833	-0.00442	0.84649	0.00742
6	25	5	0.83909	0.84036	-0.00127	0.83287	0.00622
7	30	6	0.82247	0.82123	0.00124	0.81685	0.00562
8	35	7	0.80256	0.80024	0.00232	0.79792	0.00464
9	40	8	0.77804	0.77638	0.00166	0.77532	0.00272
10	45	9	0.74864	0.74821	0.00043	0.74785	0.00079
11	50	10	0.71280	0.71374	-0.00094	0.71375	-0.00095
12	55	11	0.66787	0.67032	-0.00245	0.67053	-0.00266
13	60	12	0.61118	0.61471	-0.00353	0.61506	-0.00388
14	65	13	0.53994	0.54355	-0.00361	0.54403	-0.00409
15	70	14	0.45354	0.45461	-0.00107	0.45523	-0.00169
16	75	15	0.35363	0.34923	0.00440	0.34995	0.00368

PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.1561859                      a = -1.4396409                      b = -0.1745282

PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.98255                      B = 0.99877                      D = 1.52786  
K = 0.92717

CUADRO No. 48

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL PARA LAS PRIMERAS DIFERENCIAS  
Y APLICACION FINAL DE LA FUNCION COMPUESTA  
QUE REALIZA LA CARACTERIZACION  
NUF70

I	X	X(I)	Y(I)	E(I)	Y(I)-E(I)	EE(I)	Y(I)-EE(I)
1	0	0	1.00000	0.93130	0.06870		
2	5	1	0.88932	0.91744	-0.02812	0.88931	0.00001
3	10	2	0.88092	0.90370	-0.02278	0.88090	0.00002
4	15	3	0.87652	0.89000	-0.01348	0.87228	0.00424
5	20	4	0.87041	0.87624	-0.00583	0.86314	0.00727
6	25	5	0.86174	0.86226	-0.00052	0.85312	0.00862
7	30	6	0.85018	0.84778	0.00240	0.84182	0.00836
8	35	7	0.83543	0.83235	0.00308	0.82872	0.00671
9	40	8	0.81724	0.81522	0.00202	0.81312	0.00412
10	45	9	0.79586	0.79519	0.00067	0.79392	0.00194
11	50	10	0.76962	0.77034	-0.00072	0.76934	0.00028
12	55	11	0.73535	0.73767	-0.00232	0.73651	-0.00116
13	60	12	0.68828	0.69294	-0.00466	0.69107	-0.00279
14	65	13	0.62383	0.62950	-0.00567	0.62699	-0.00316
15	70	14	0.53843	0.54120	-0.00277	0.53759	0.00084
16	75	15	0.43229	0.42382	0.00847	0.41908	0.01321

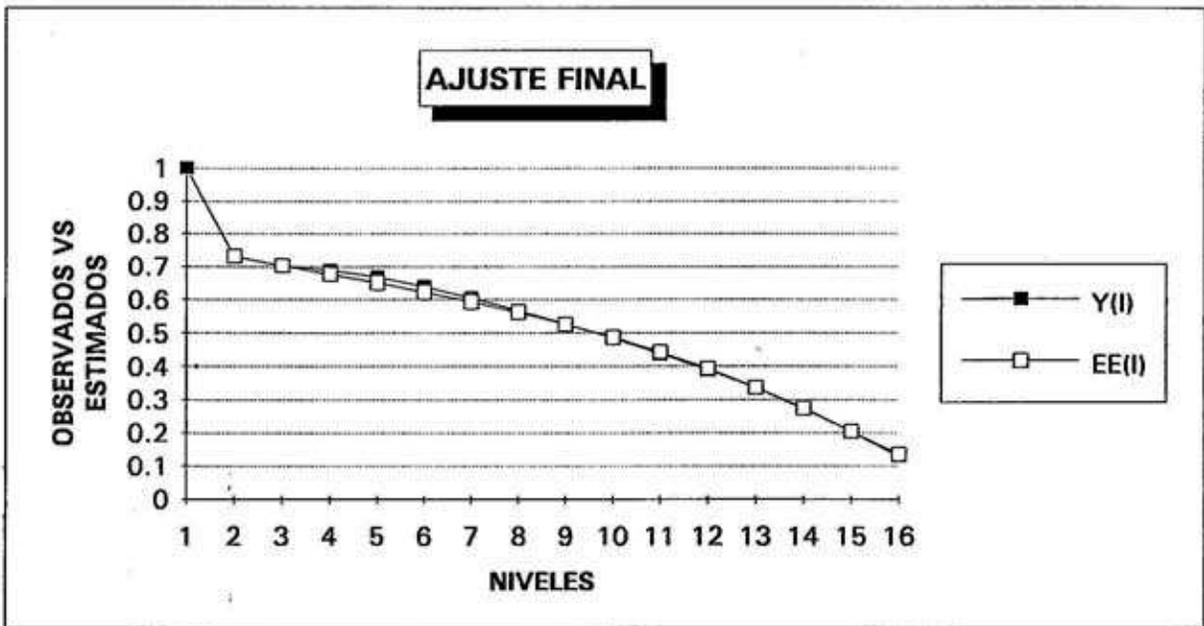
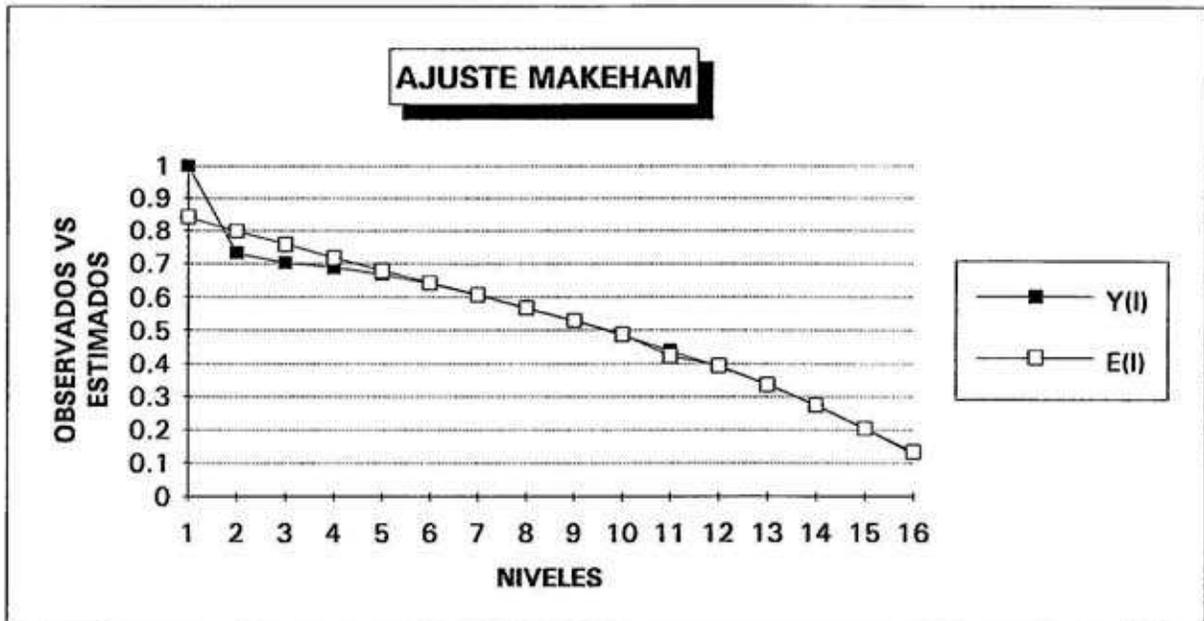
PARAMETROS DE AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL:

ALFA = -0.1825658                      a = -0.8759939                      b = -0.0804737

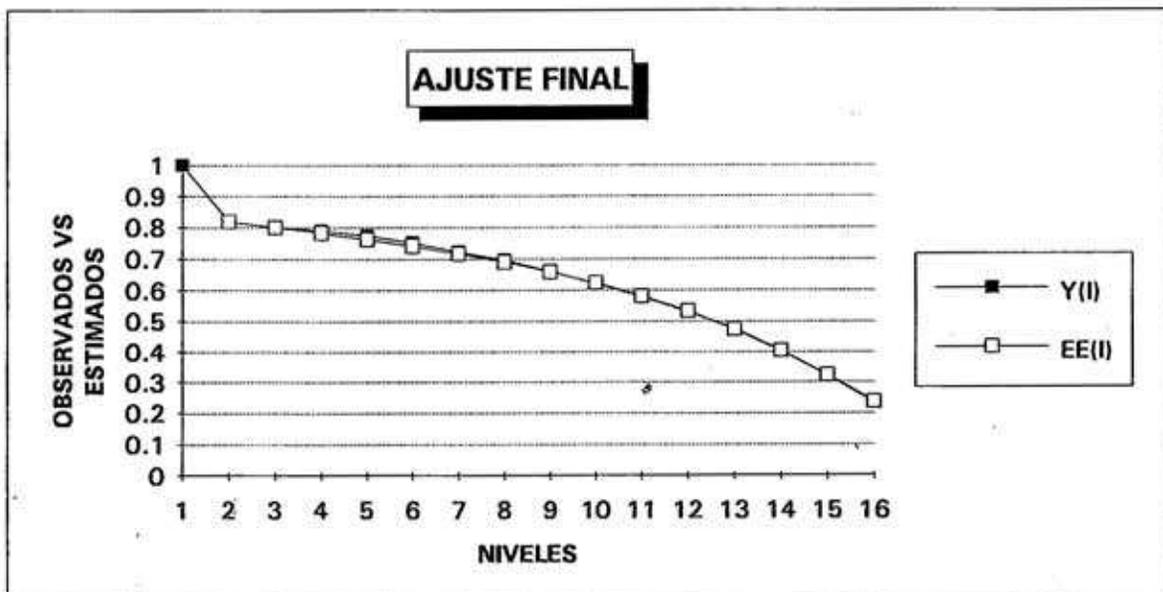
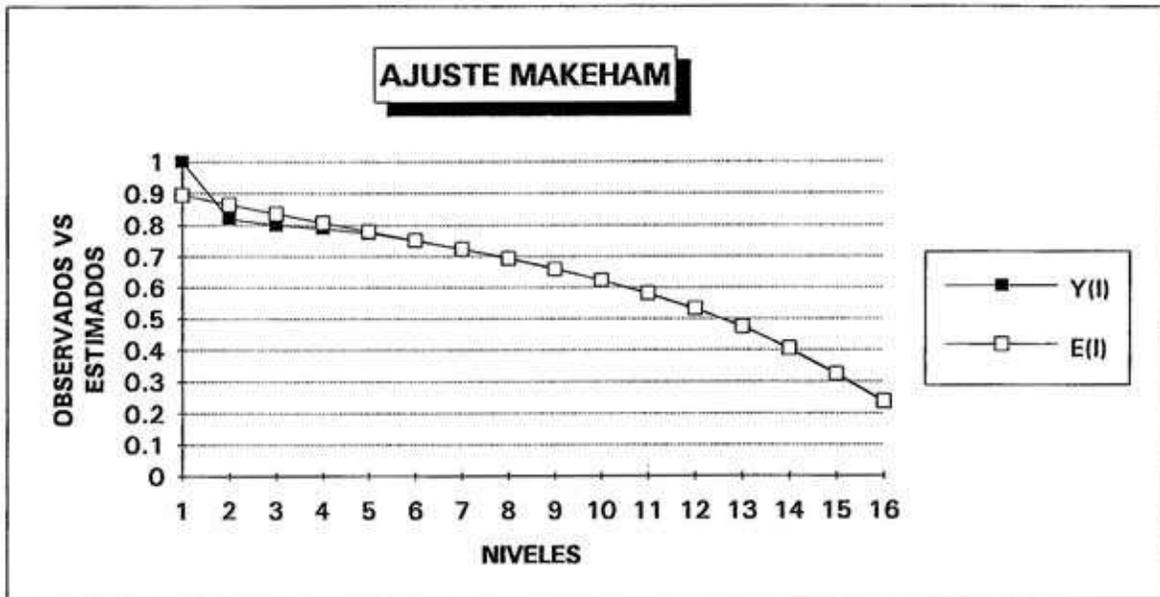
PARAMETROS DE AJUSTE MAKEHAM:

A = 0.98527                      B = 0.99977                      D = 1.68494  
K = 0.93151

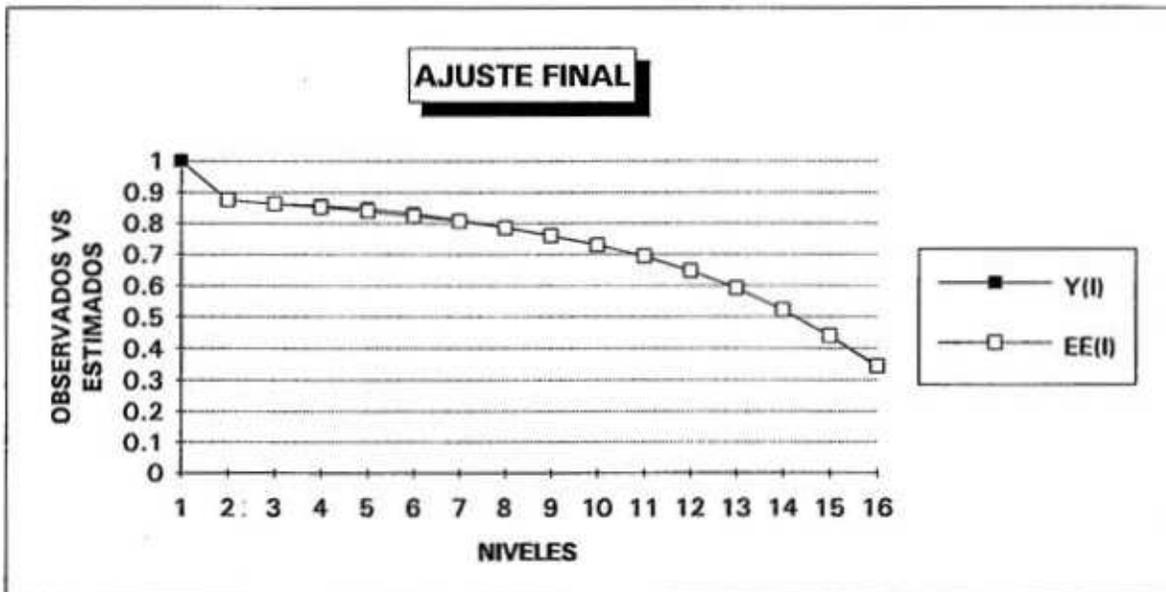
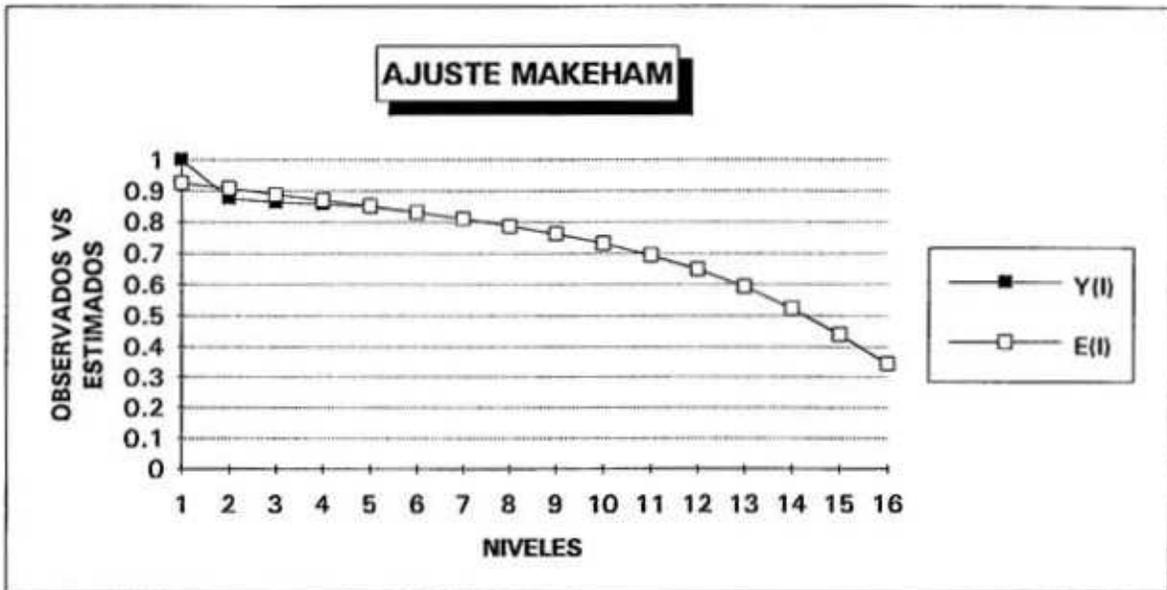
III.2      COMPARACION ENTRE  
             AJUSTE MAKEHAM  
  
             Y  
  
             AJUSTE FINAL  
  
             **GRAFICAS**



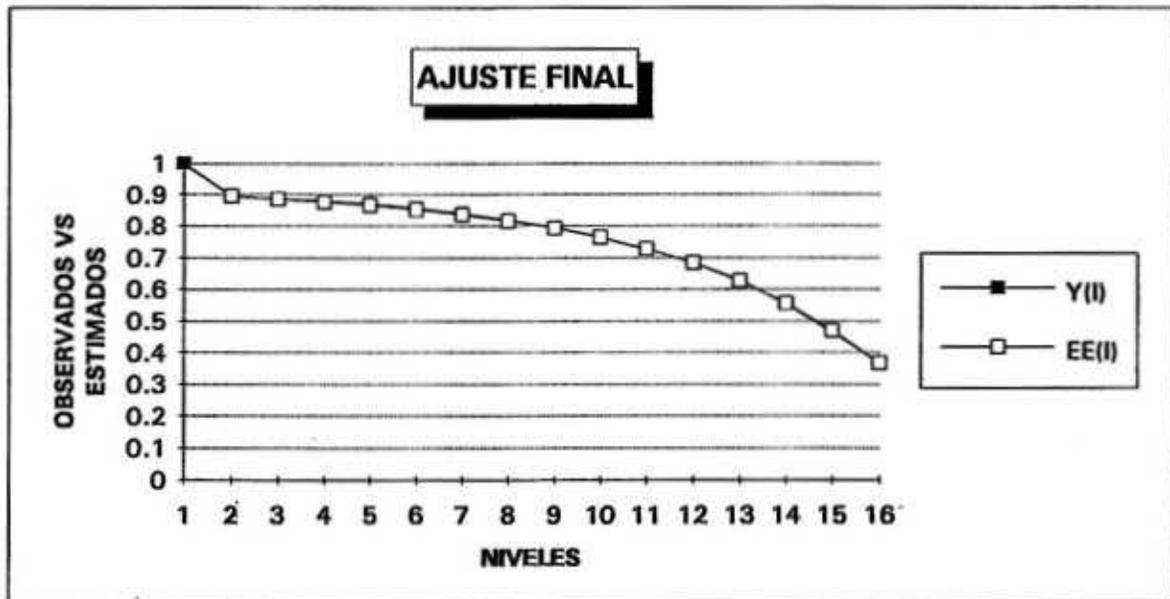
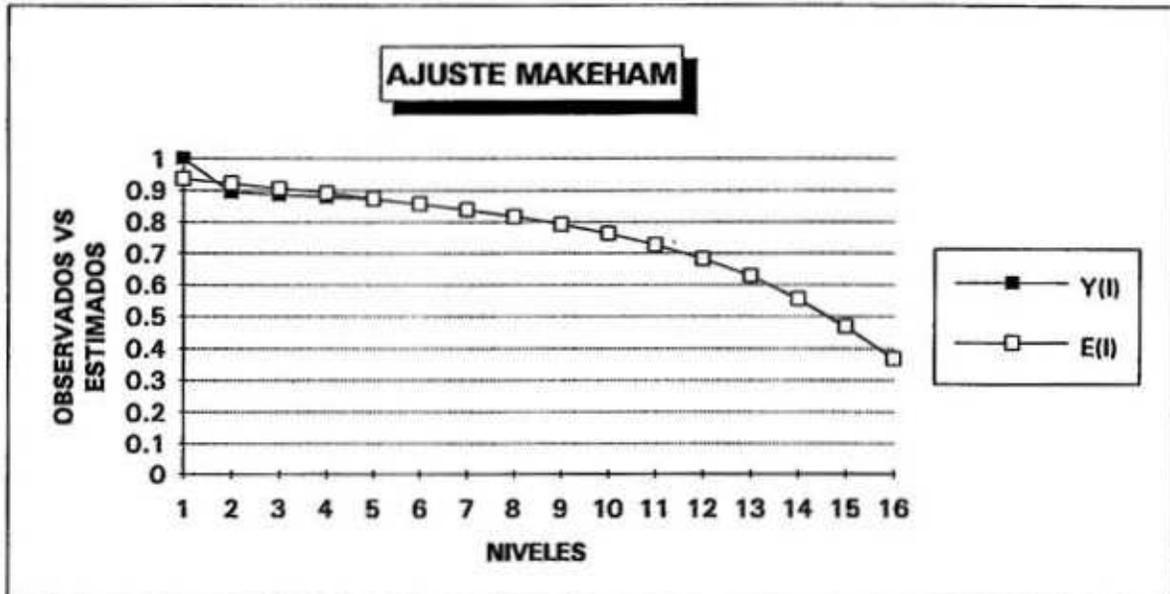
FUENTE: Cuadro No. 11



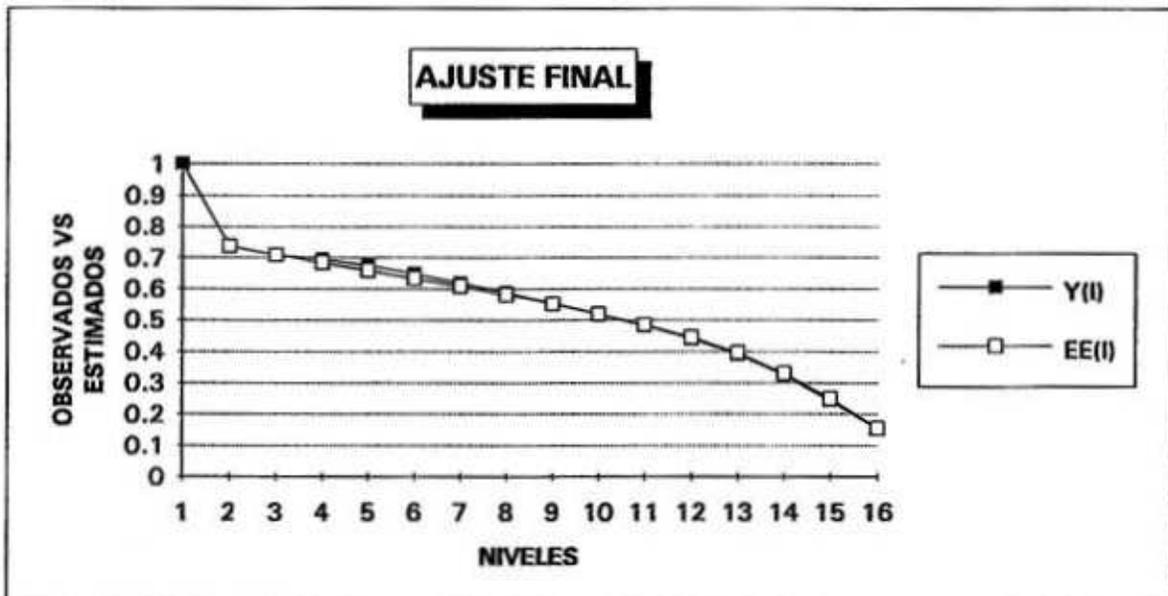
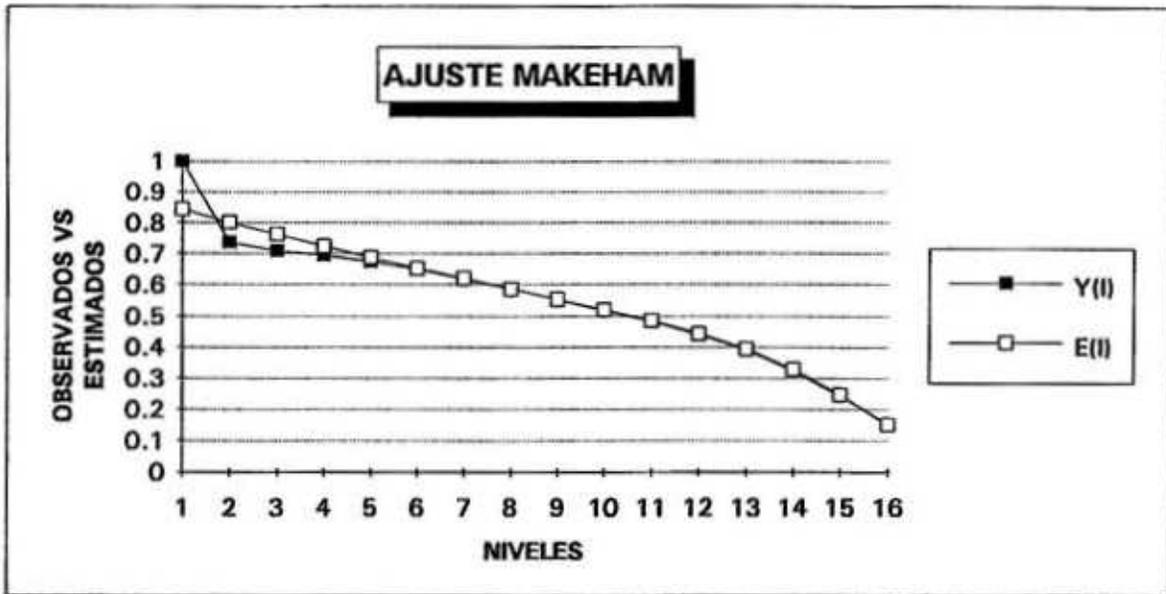
FUENTE: Cuadro No. 12



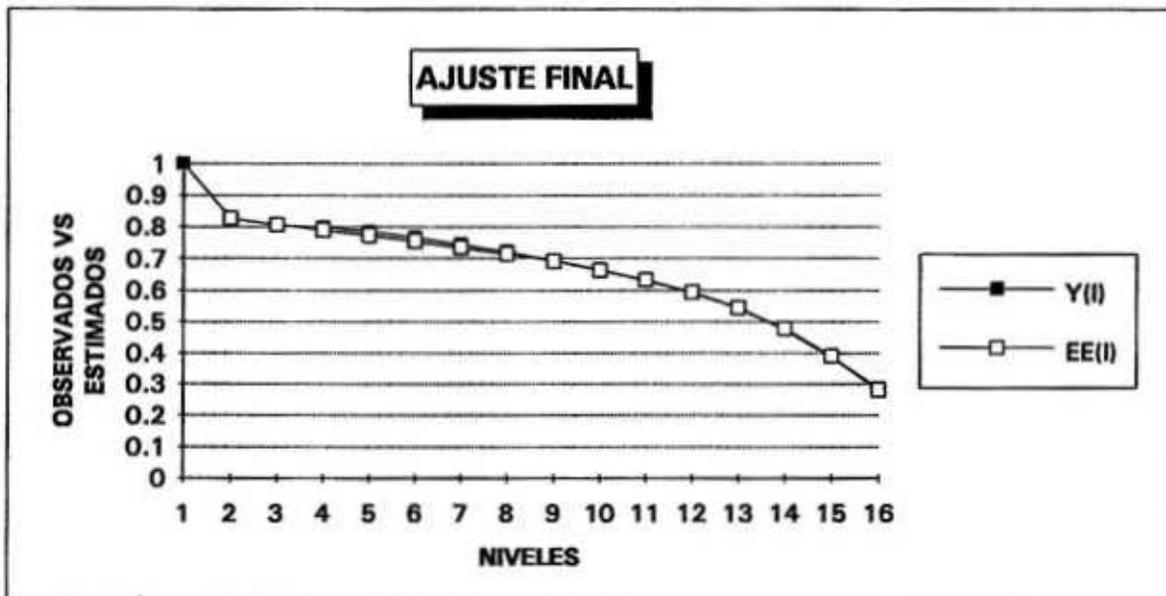
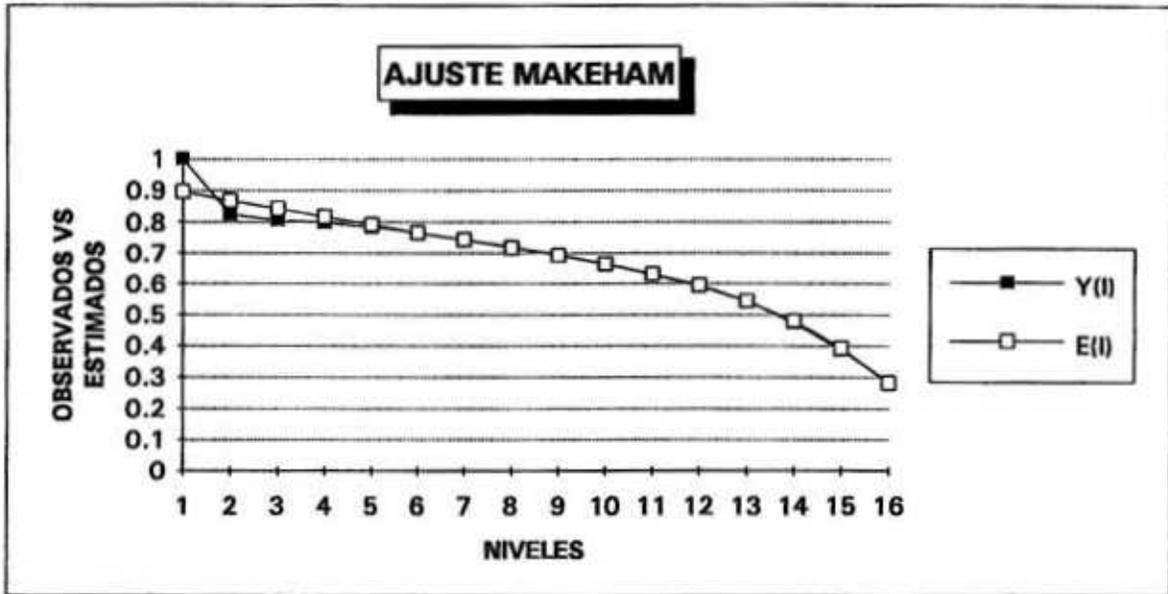
FUENTE: Cuadro No. 13



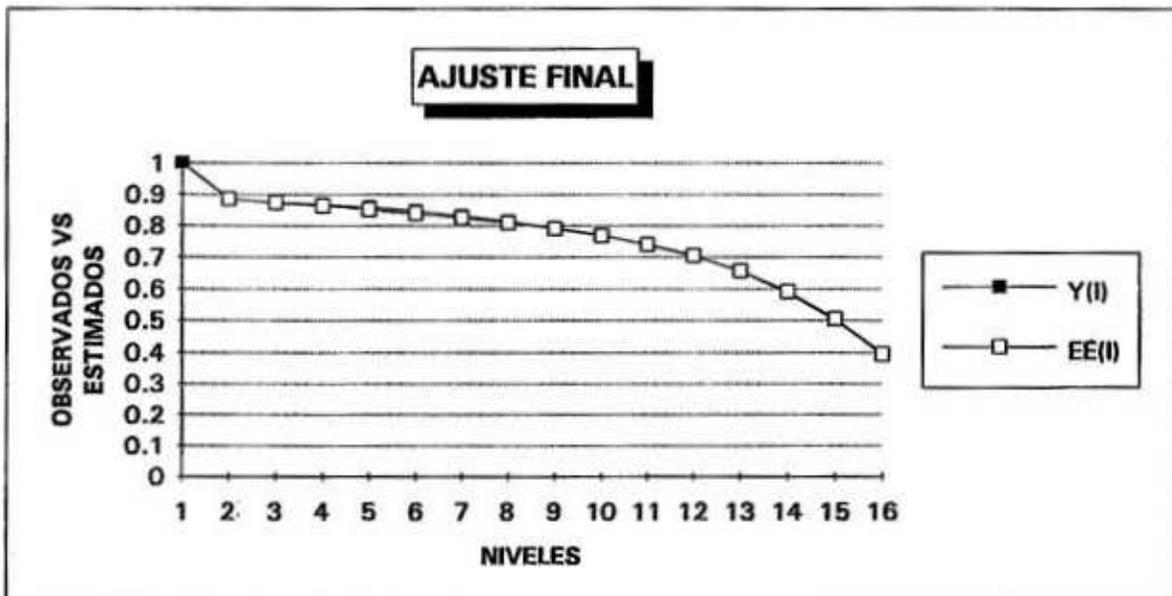
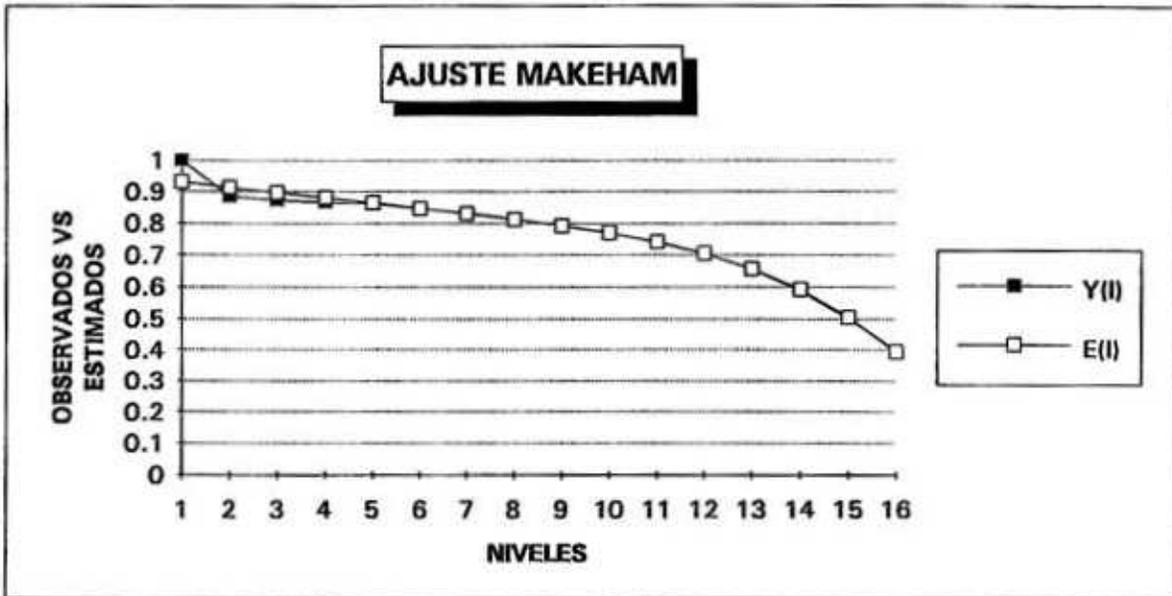
FUENTE: Cuadro No. 14



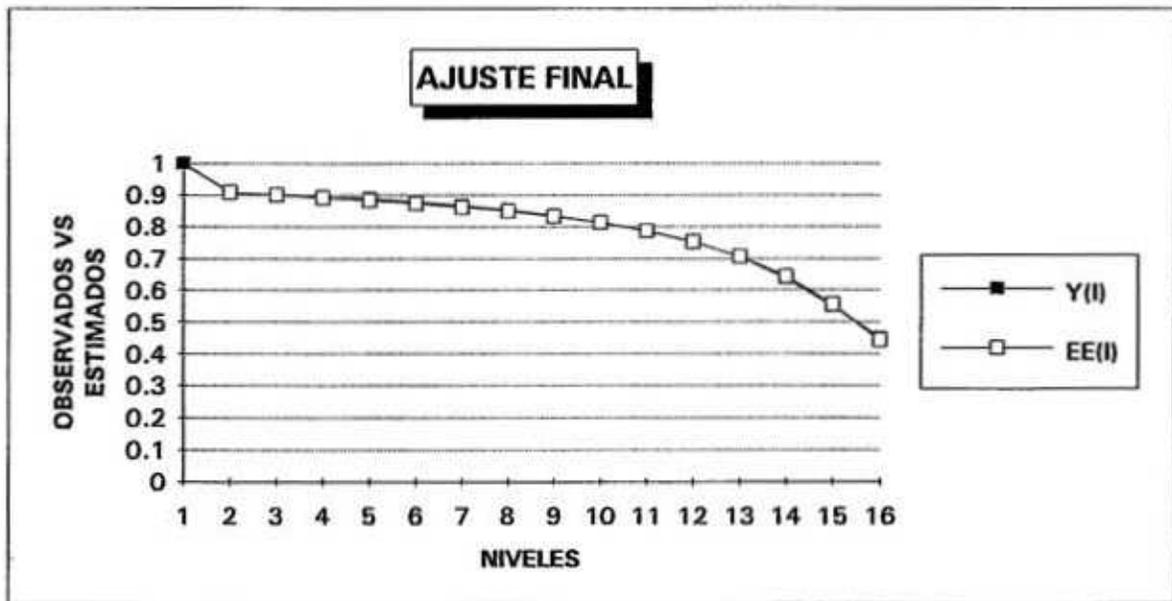
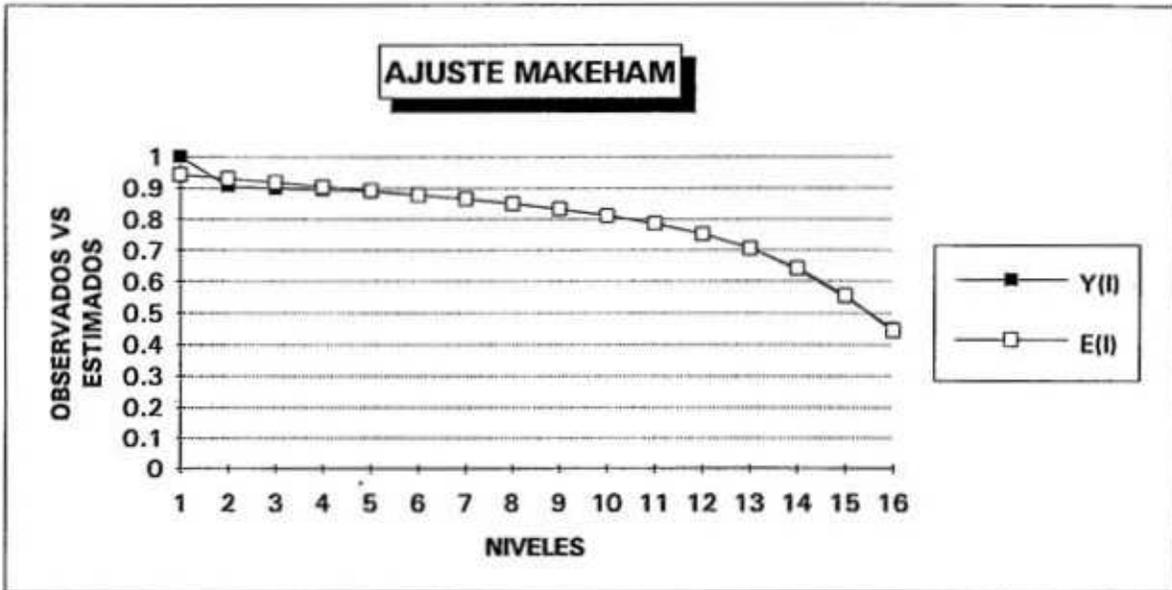
FUENTE: Cuadro No. 15



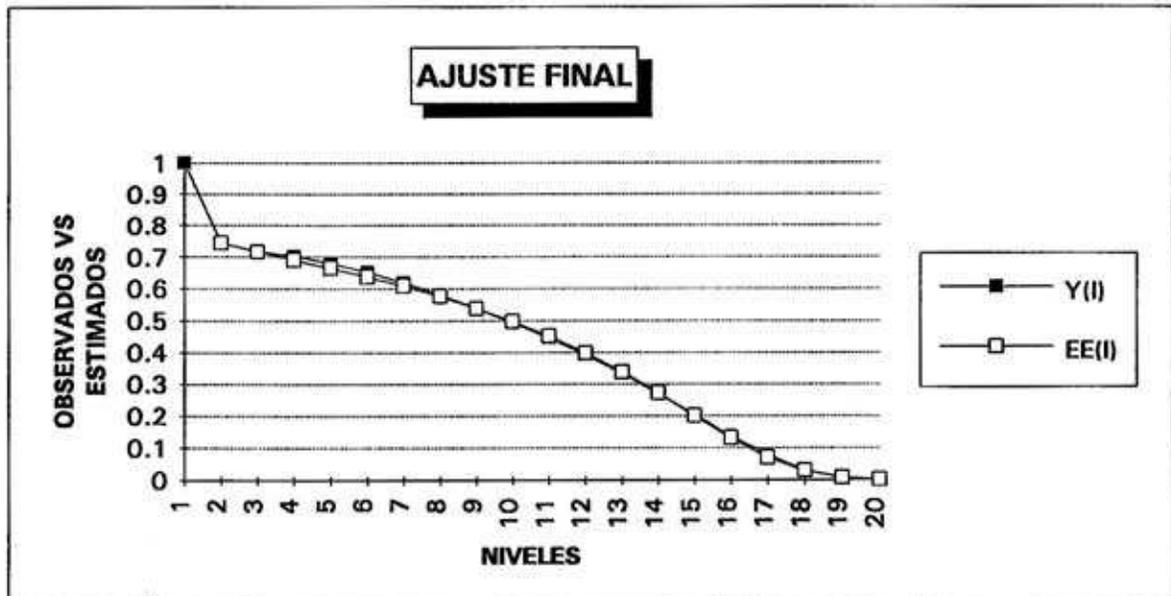
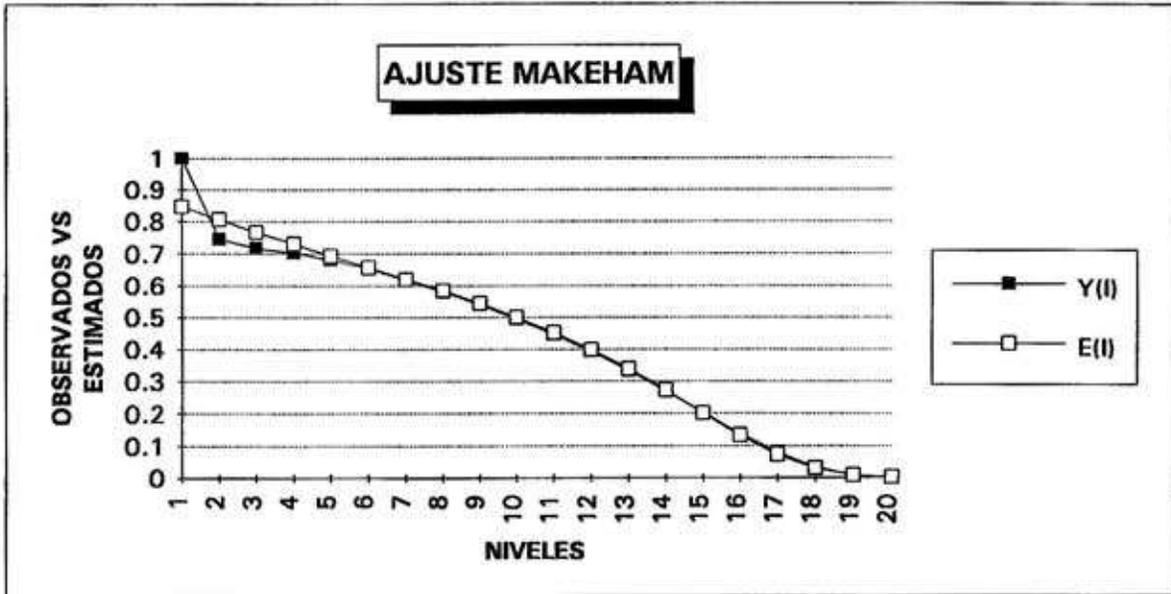
FUENTE: Cuadro No. 16



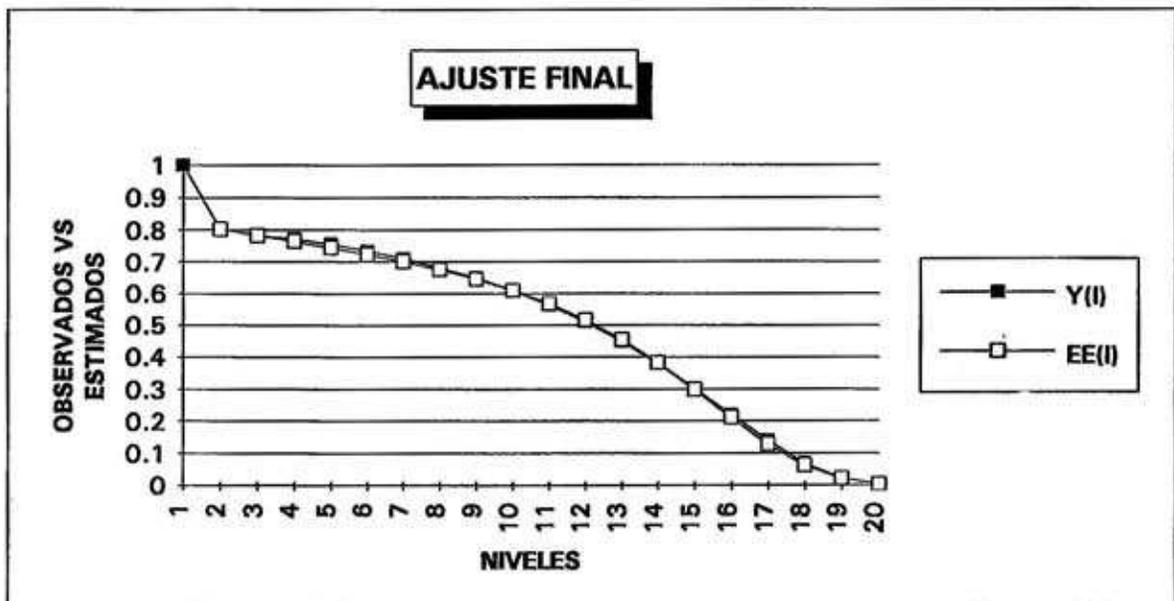
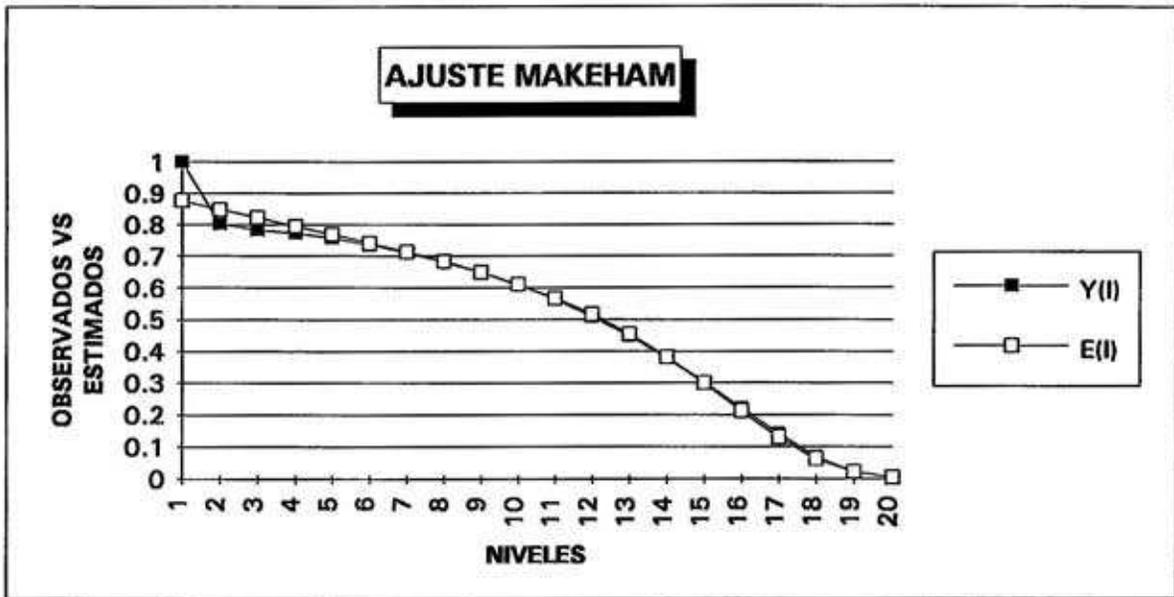
FUENTE: Cuadro No. 17



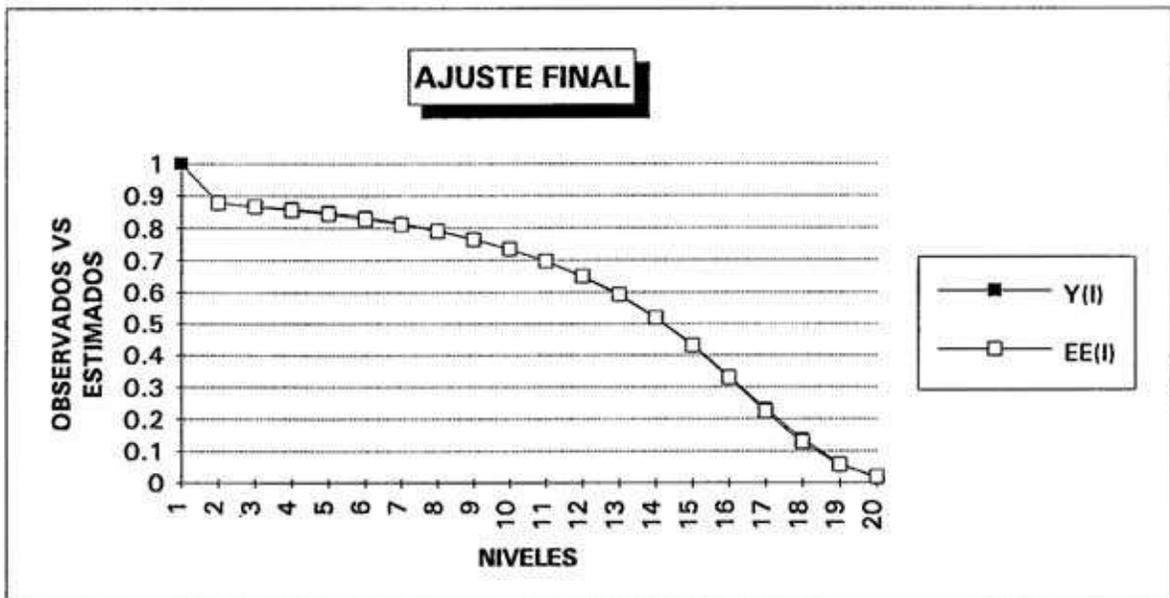
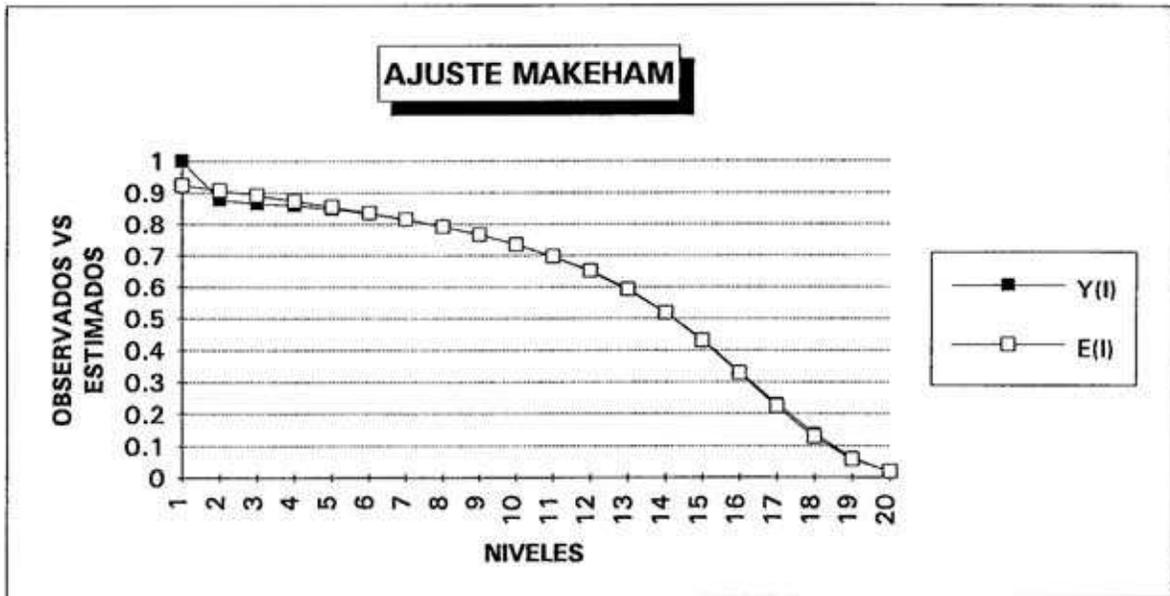
FUENTE: Cuadro No. 18



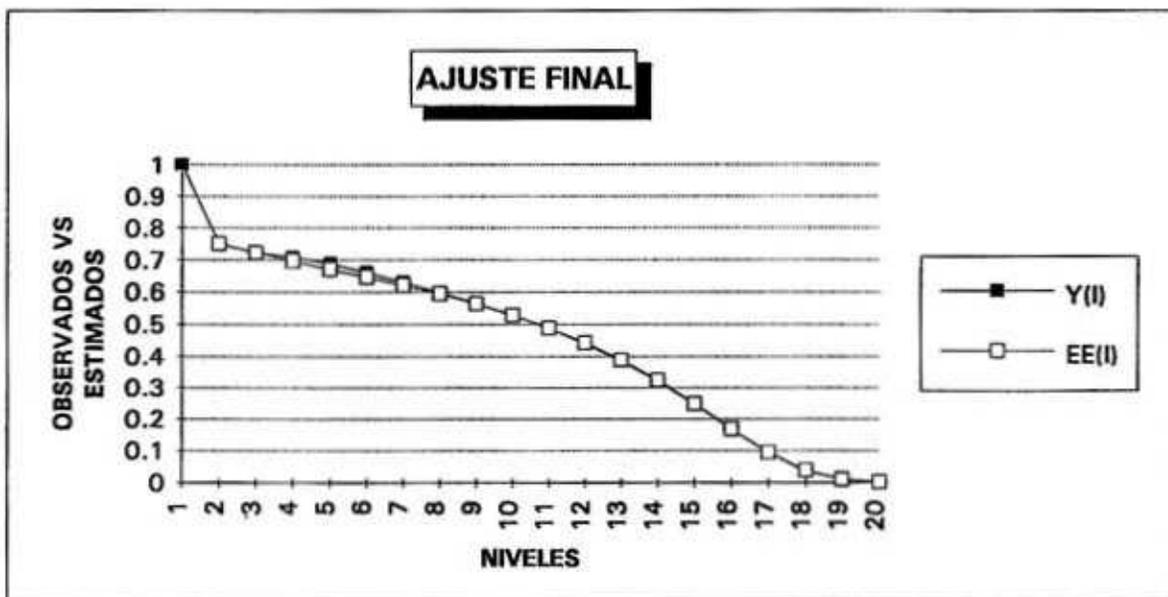
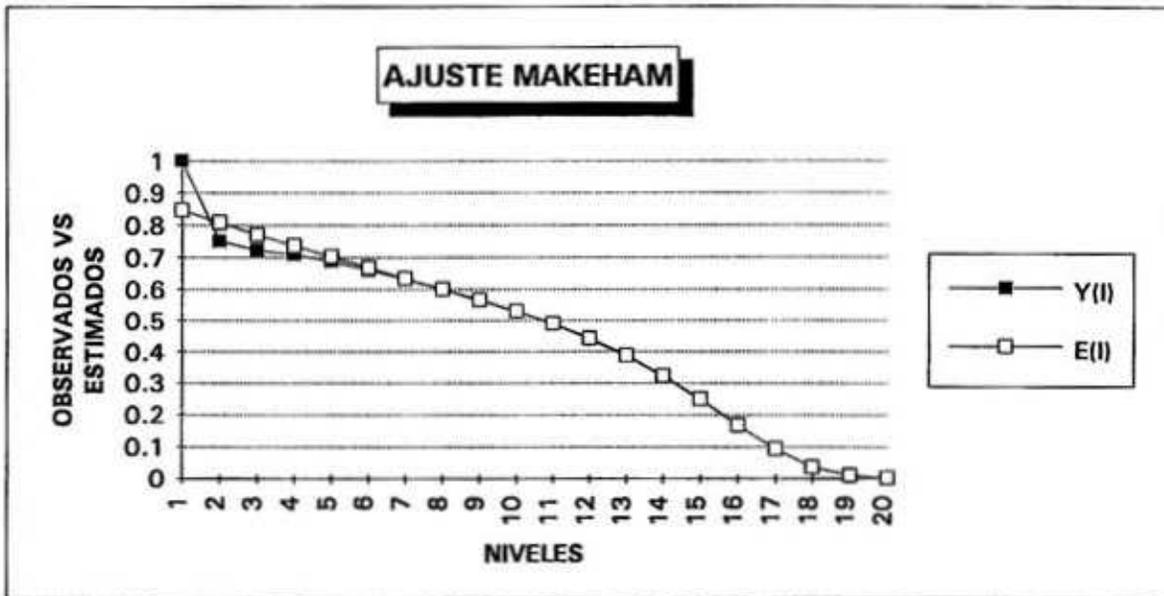
FUENTE: Cuadro No. 19



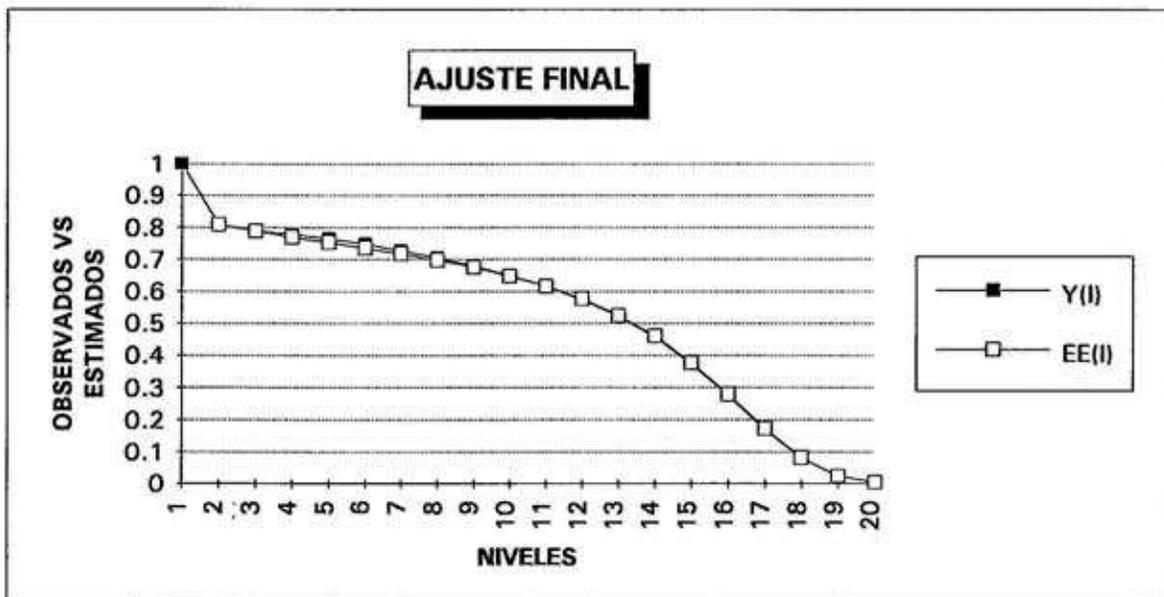
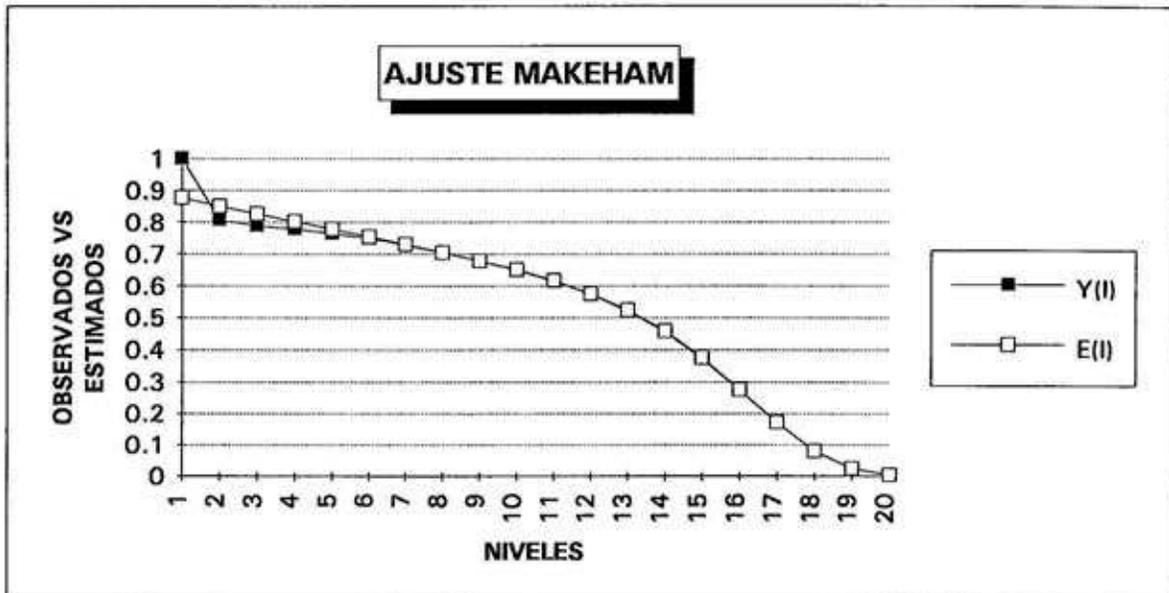
FUENTE: Cuadro No. 20



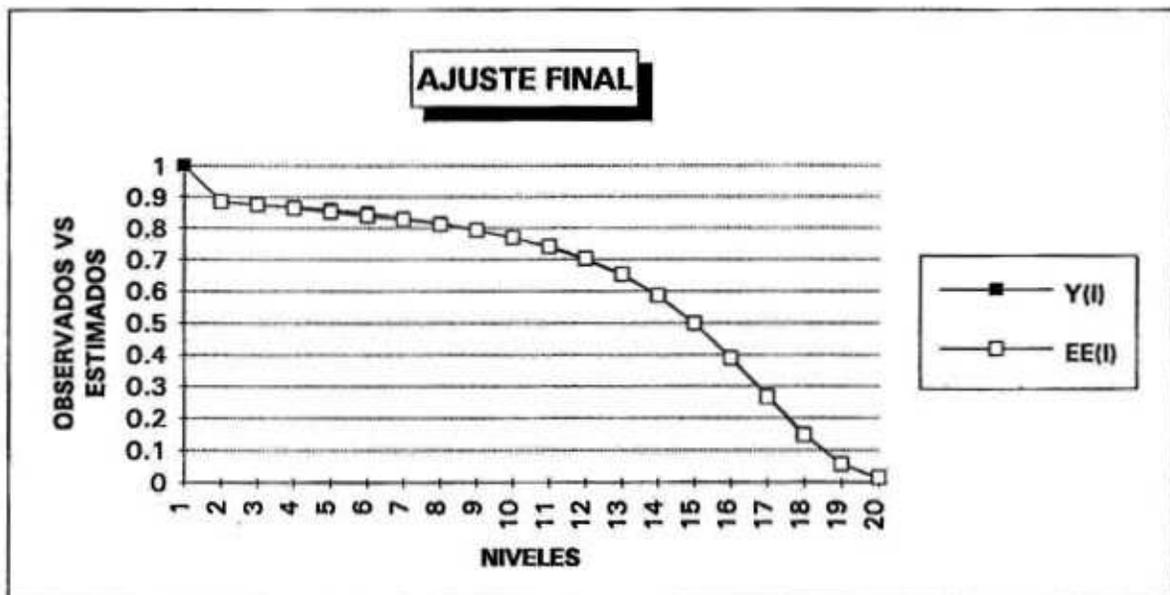
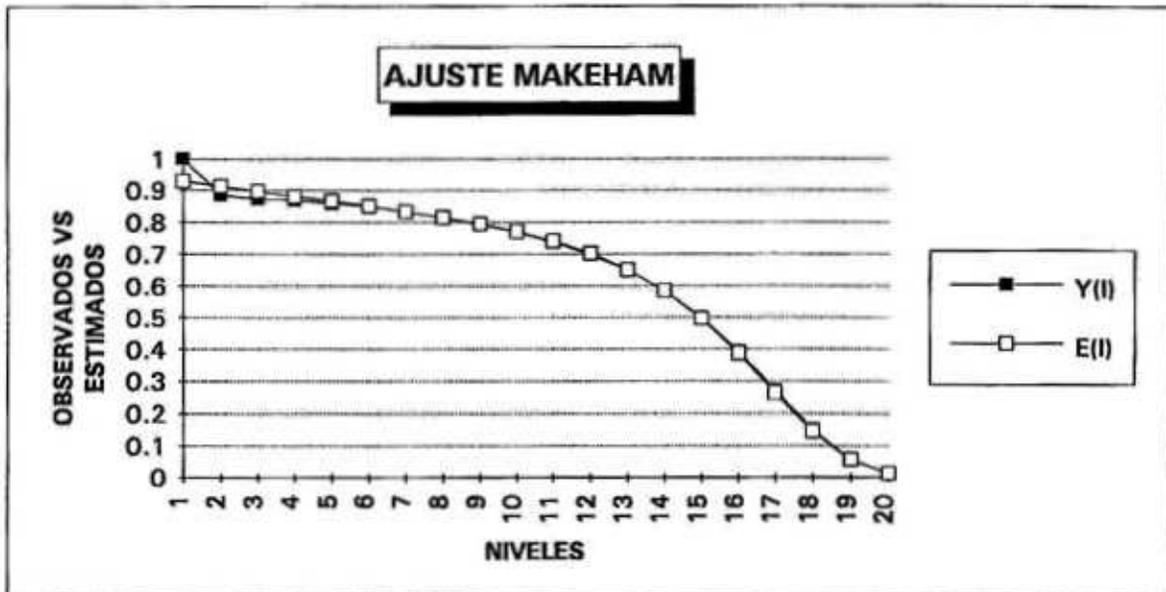
FUENTE: Cuadro No. 21



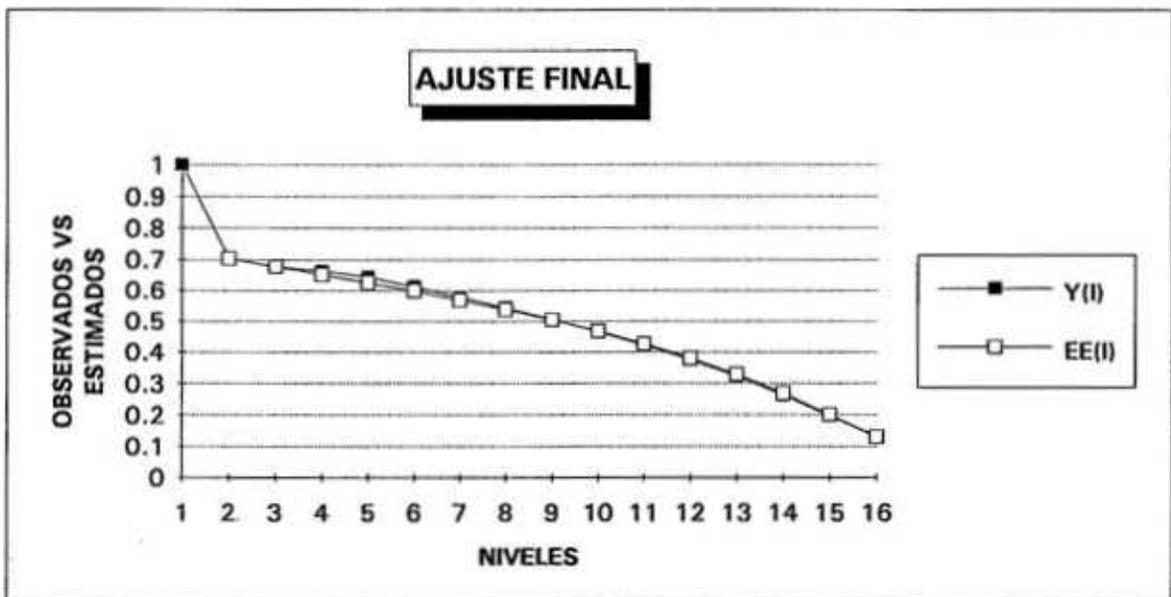
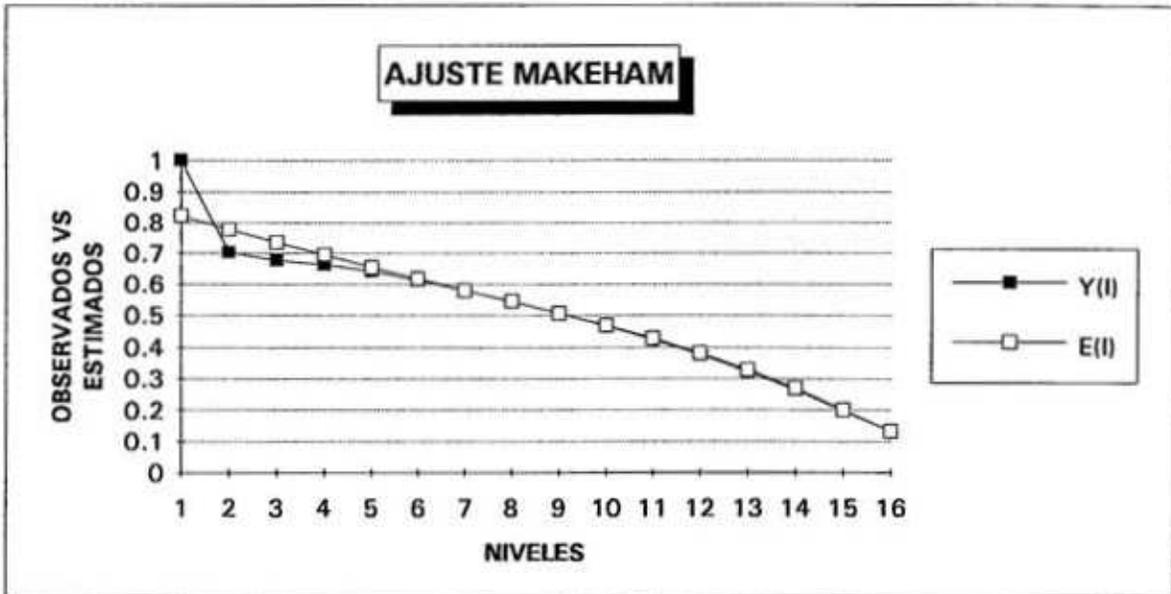
FUENTE: Cuadro No. 22



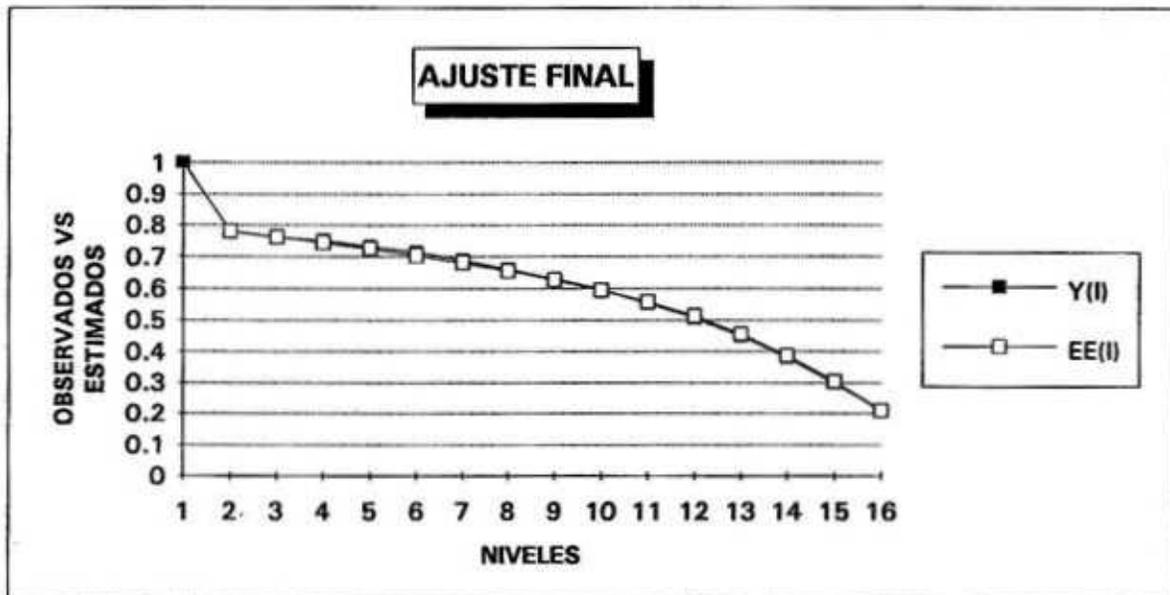
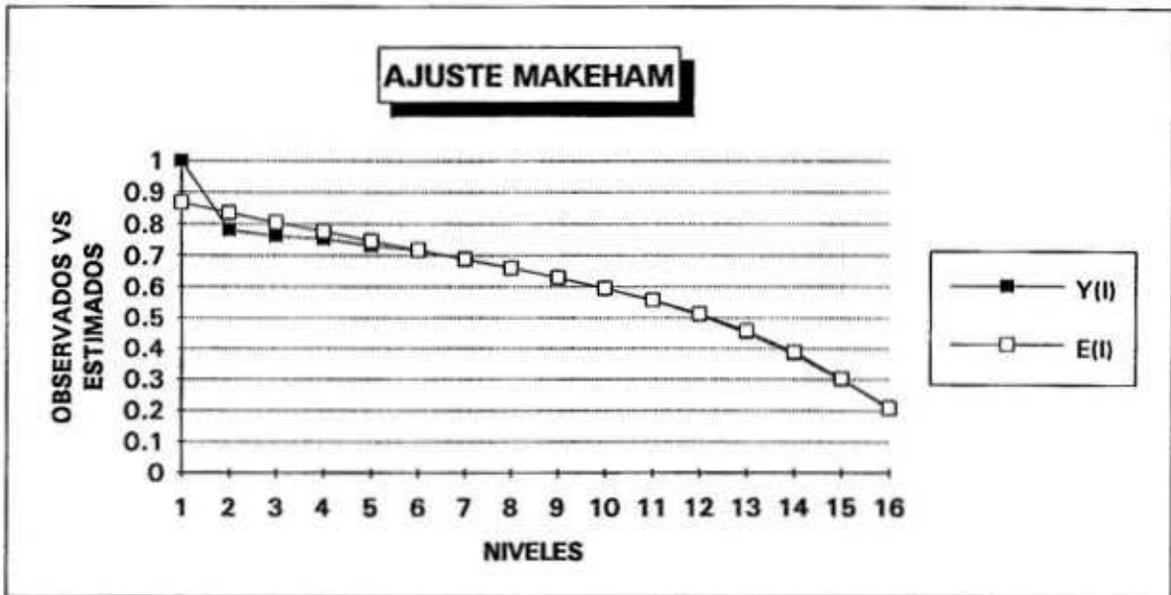
FUENTE: Cuadro No. 23



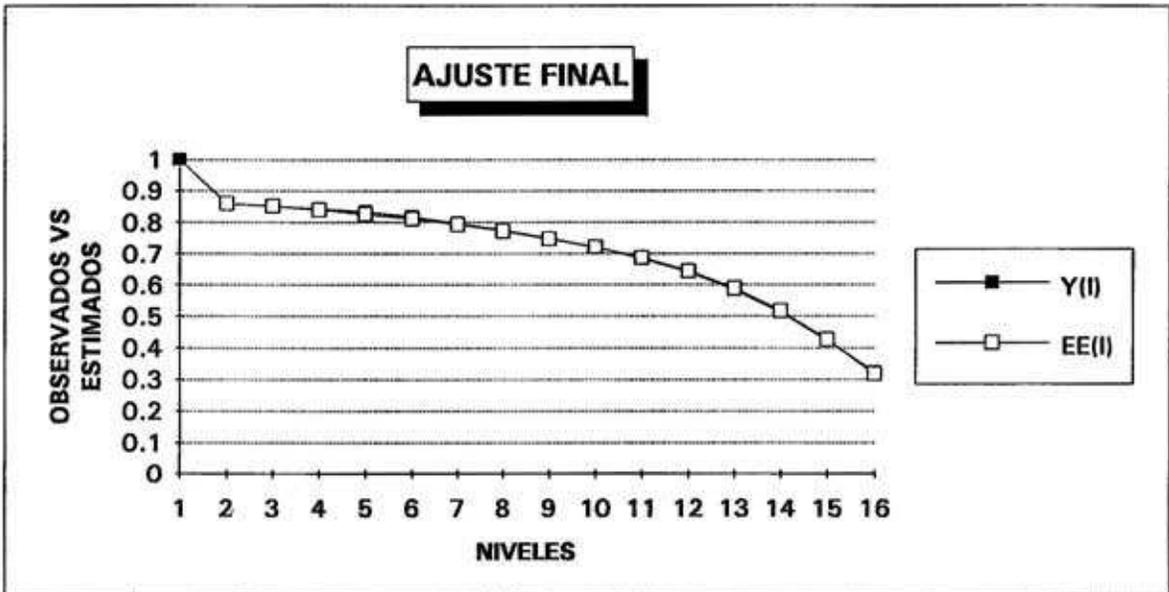
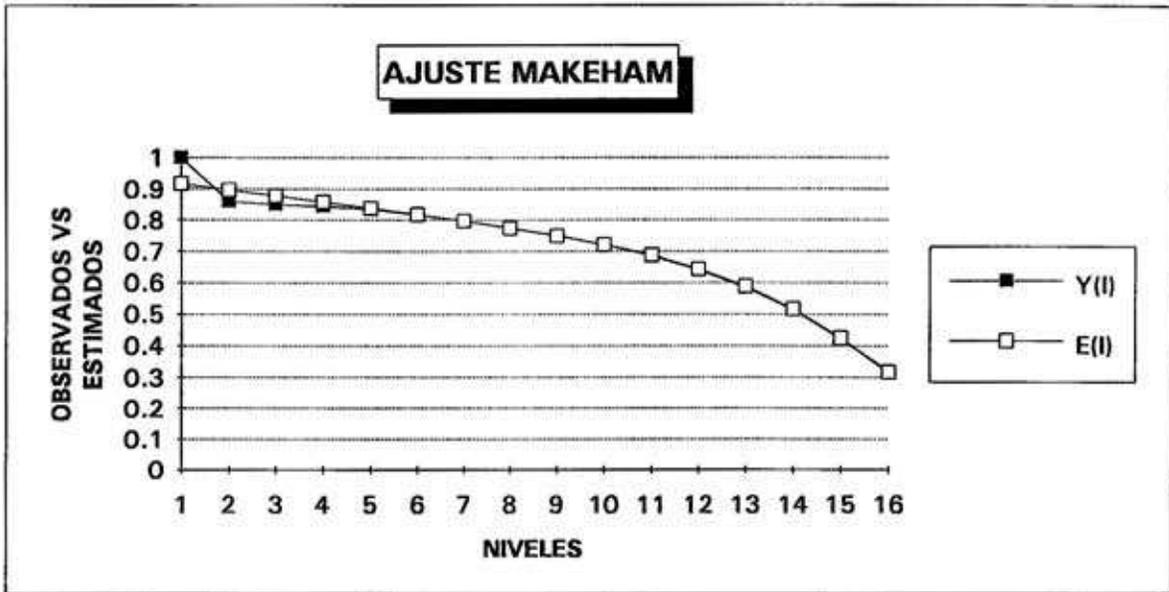
FUENTE: Cuadro No. 24



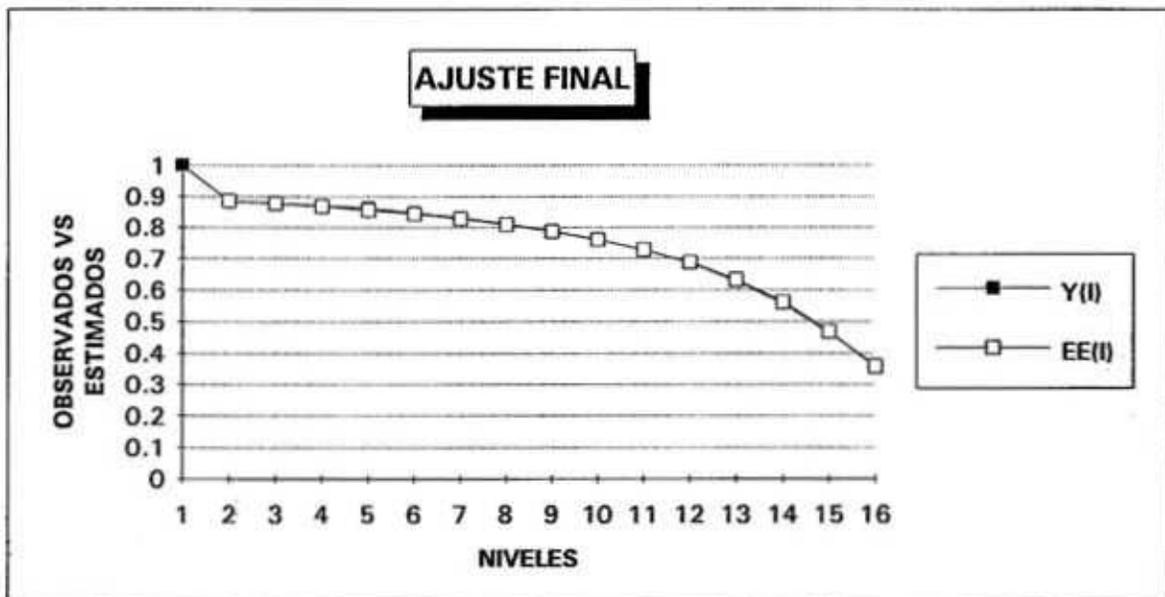
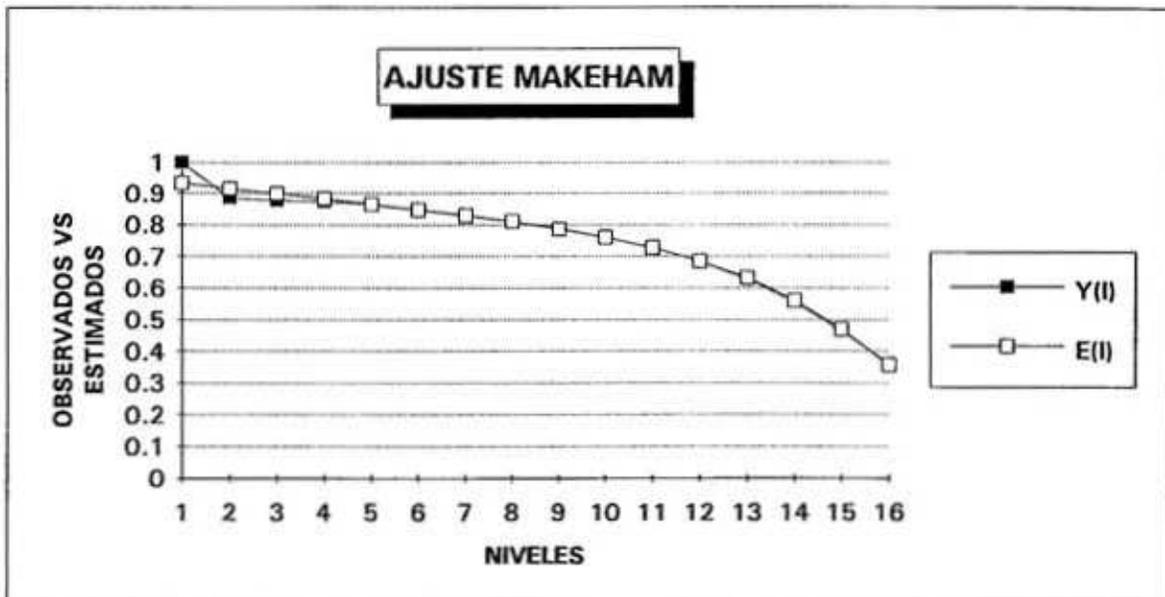
FUENTE: Cuadro No. 25



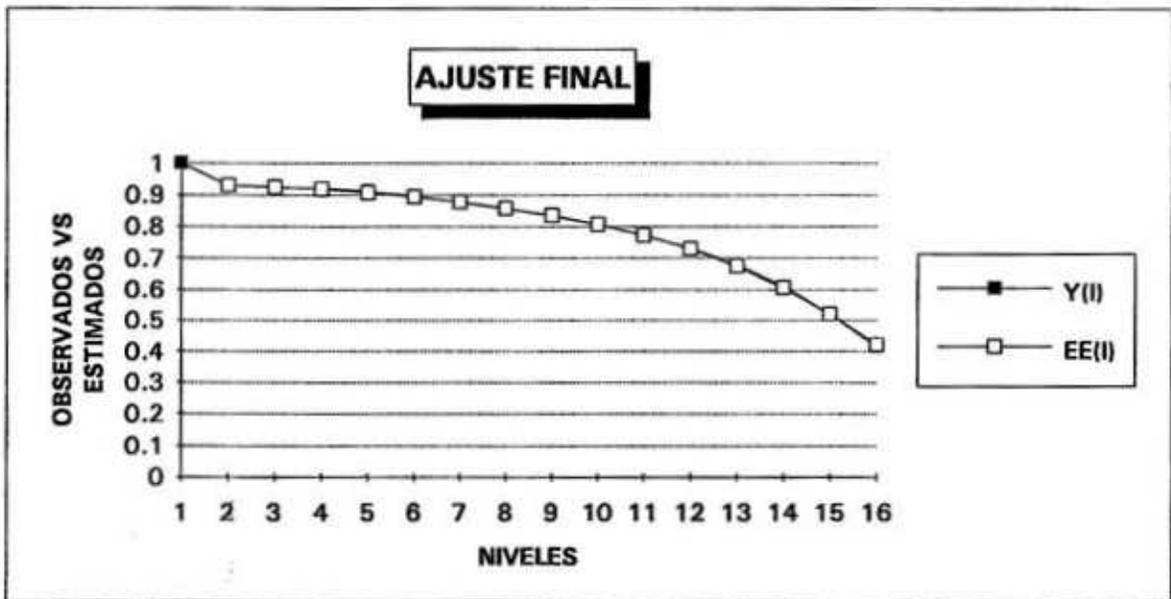
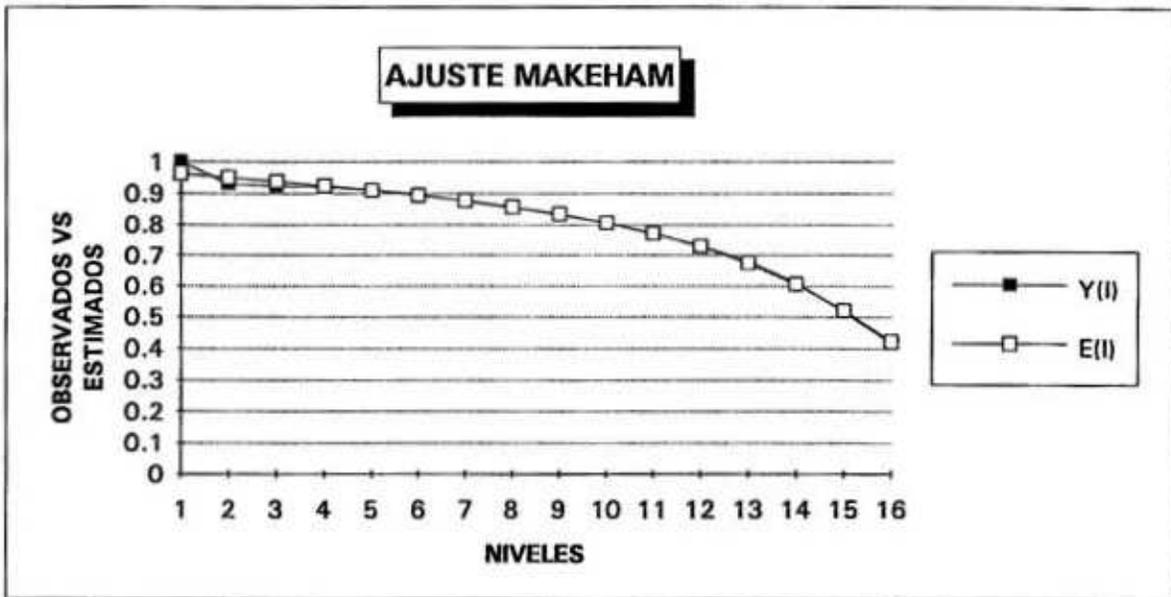
FUENTE: Cuadro No. 26



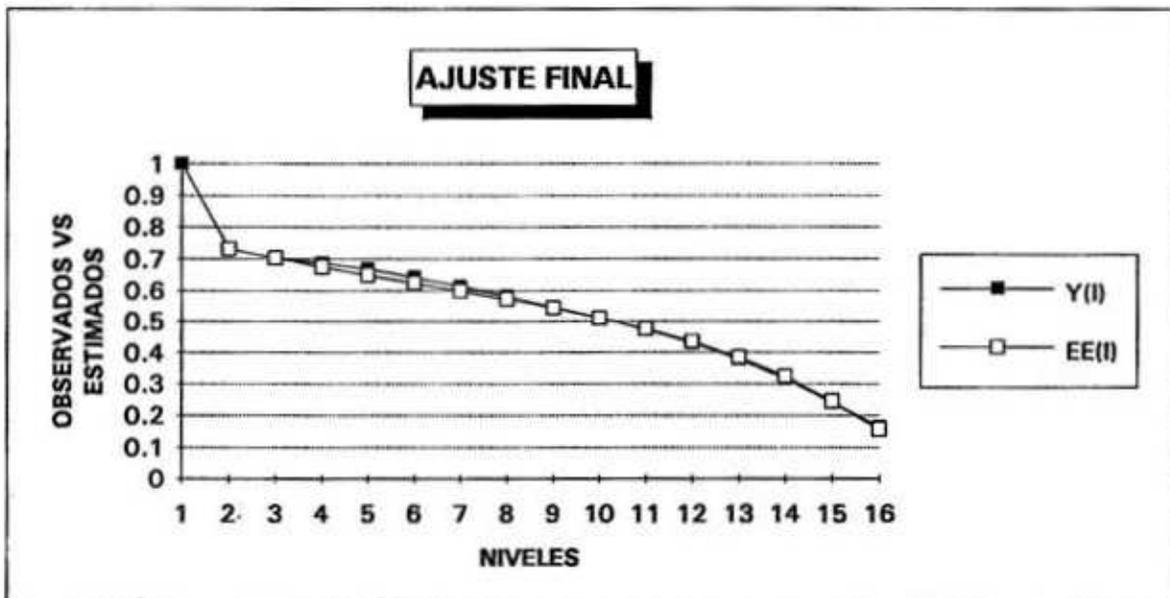
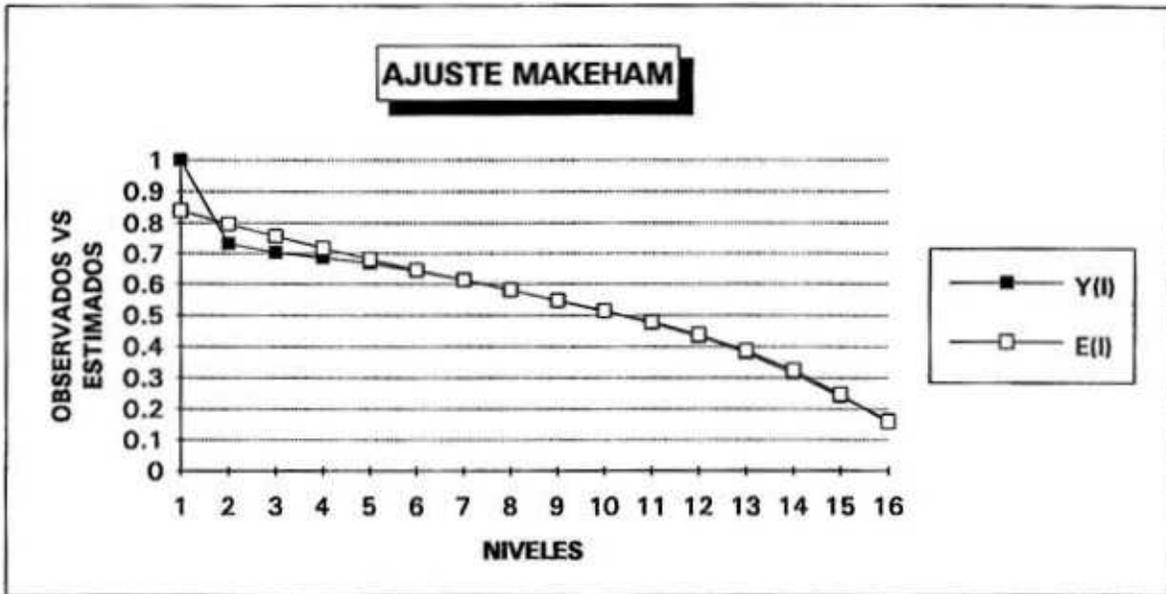
FUENTE: Cuadro No. 27



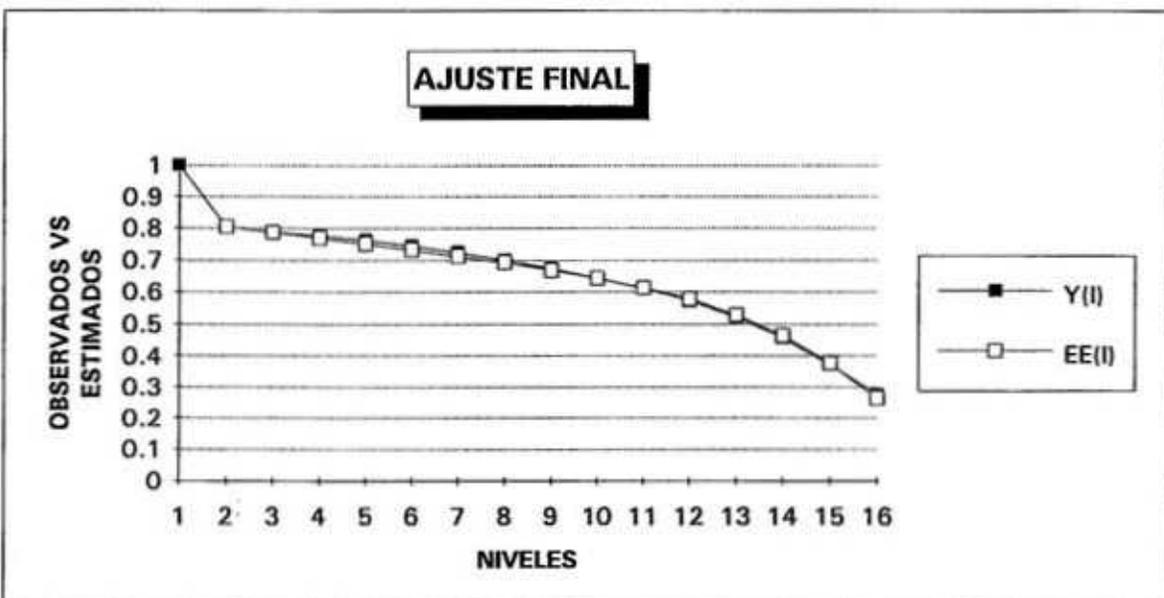
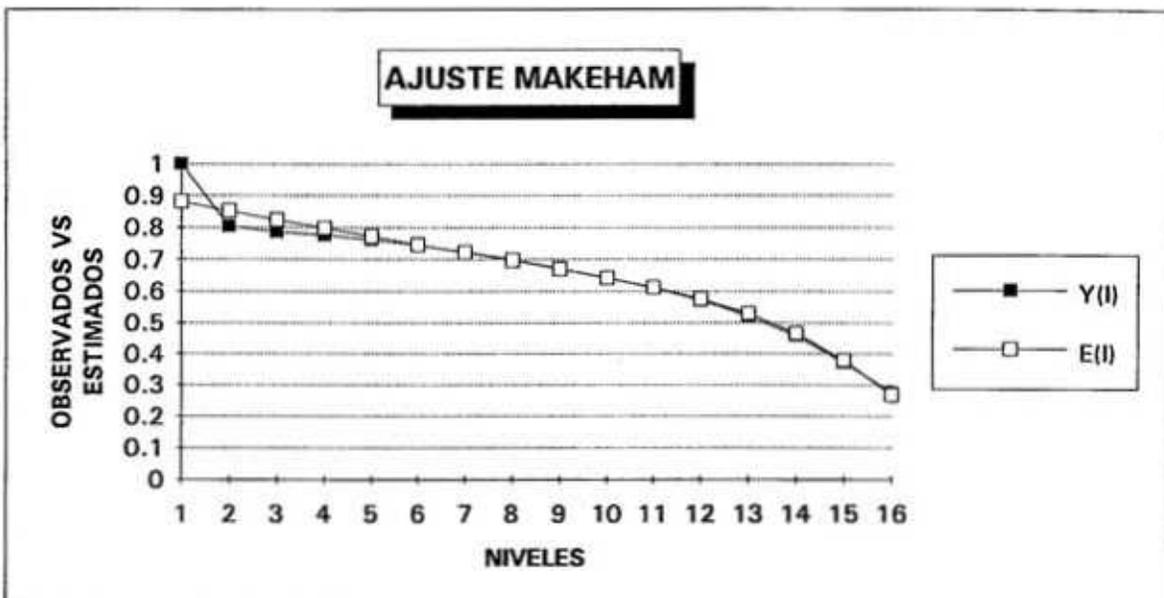
FUENTE: Cuadro No. 28



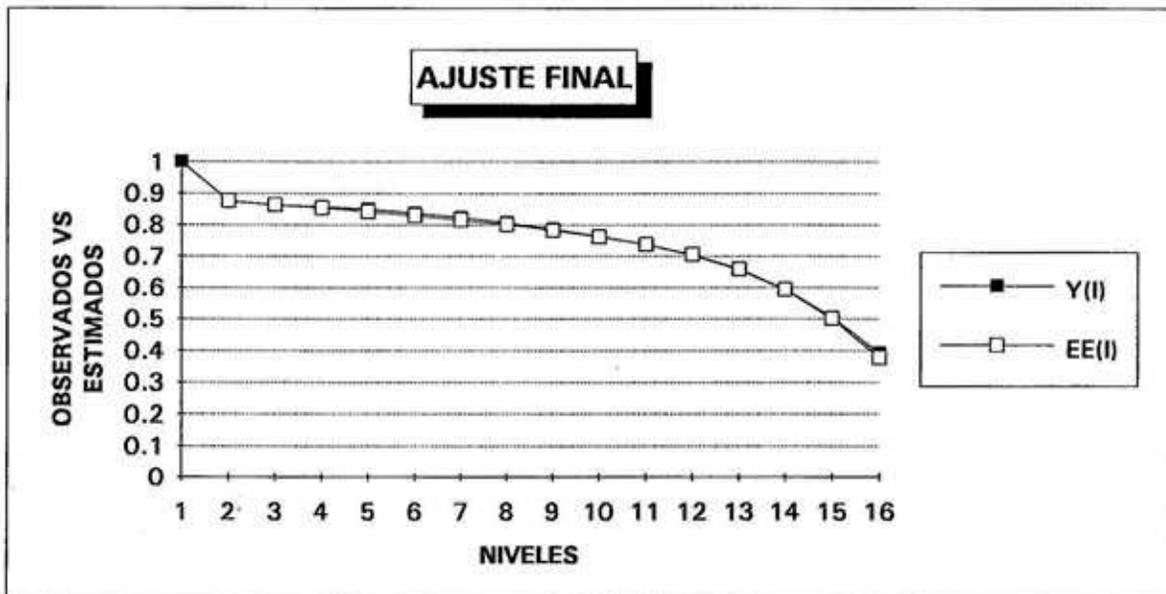
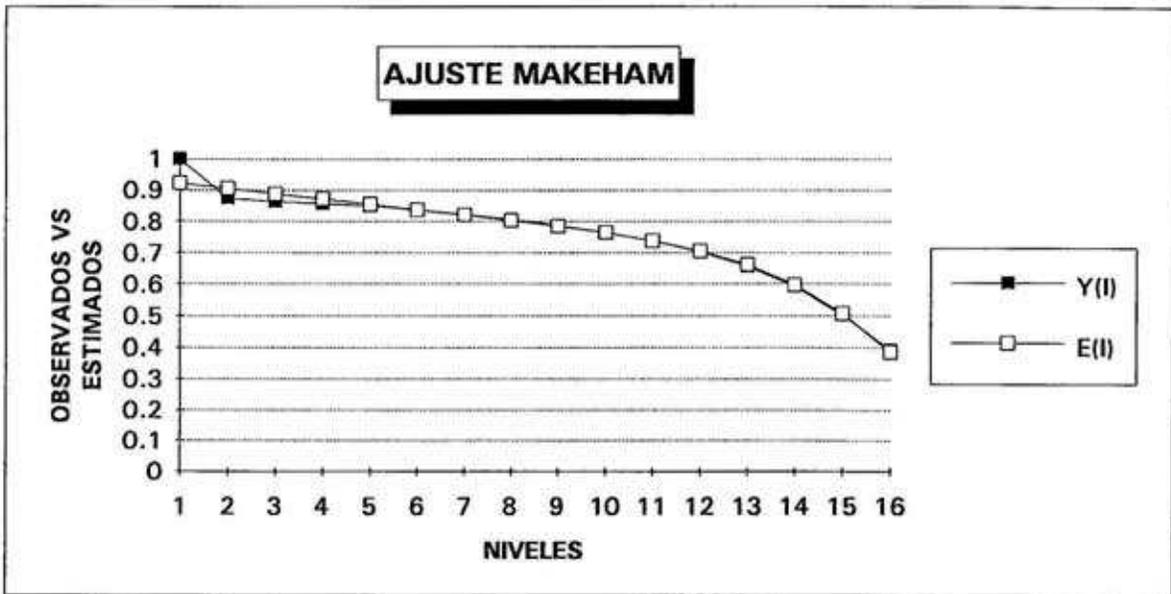
FUENTE: Cuadro No. 29



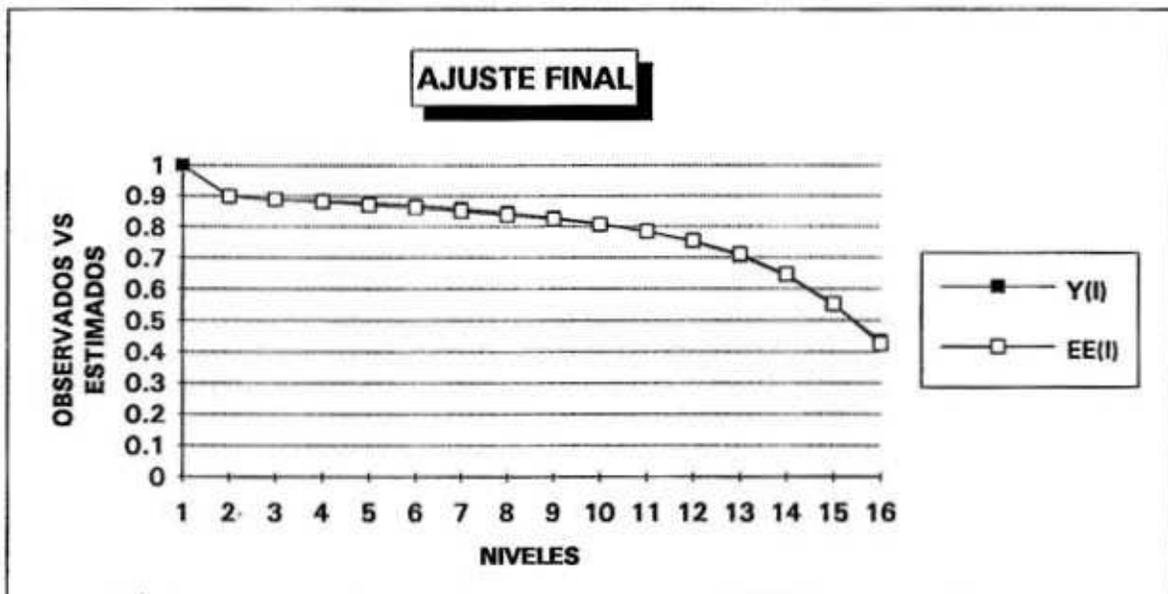
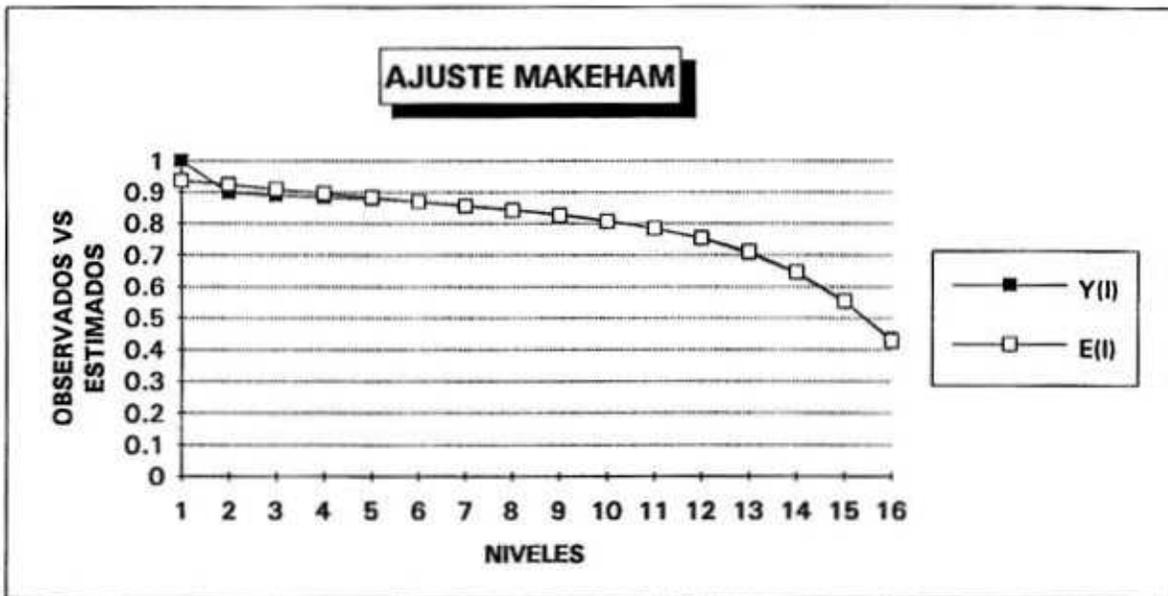
FUENTE: Cuadro No. 30



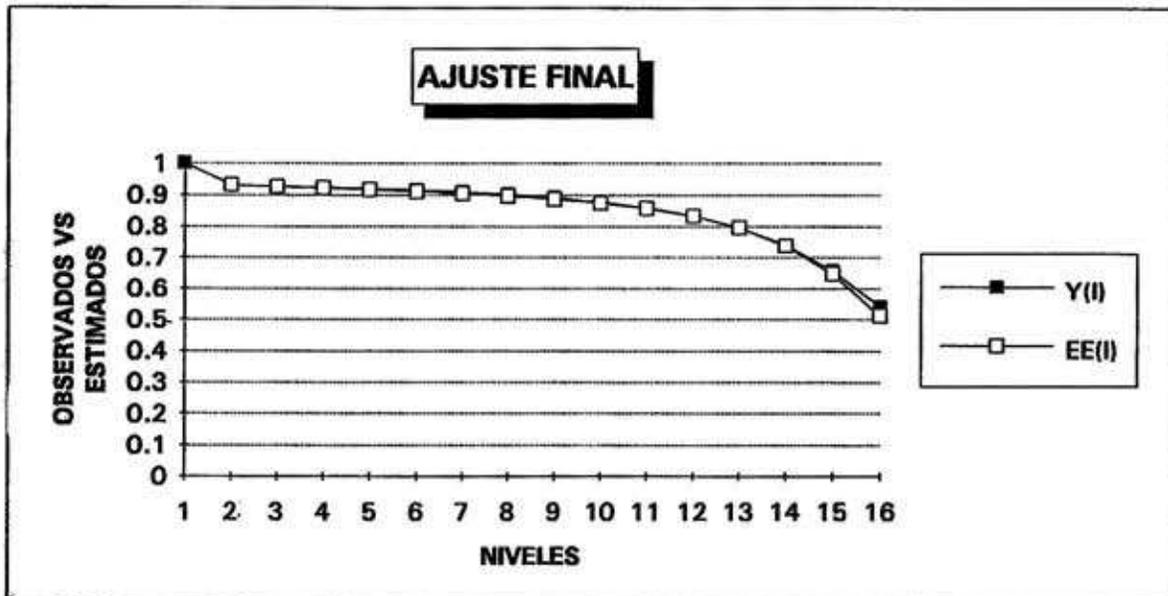
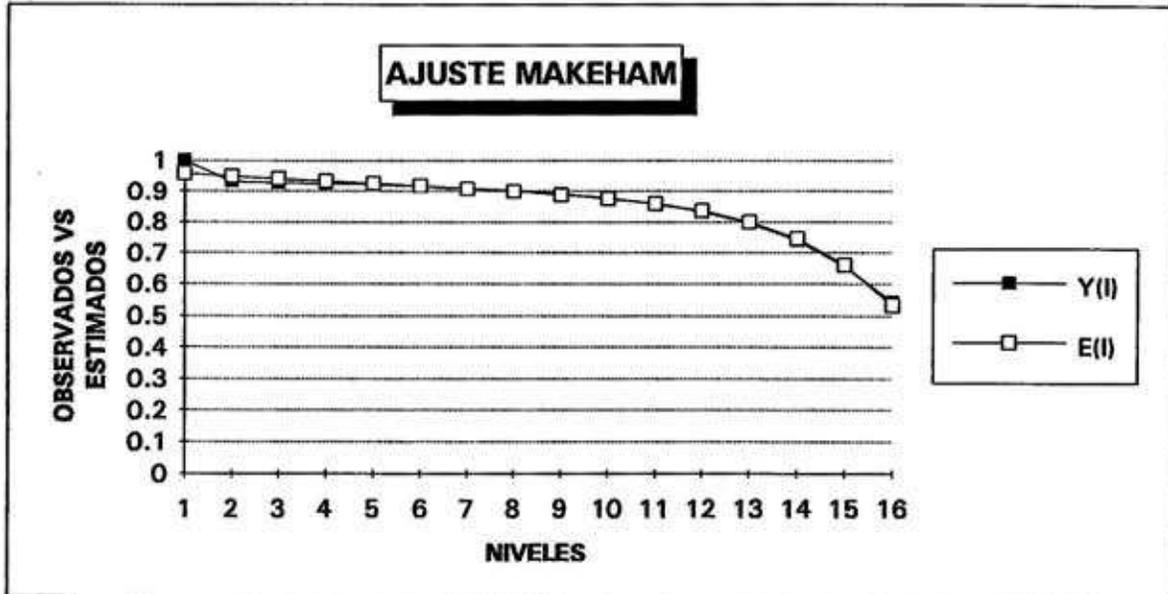
FUENTE: Cuadro No. 31



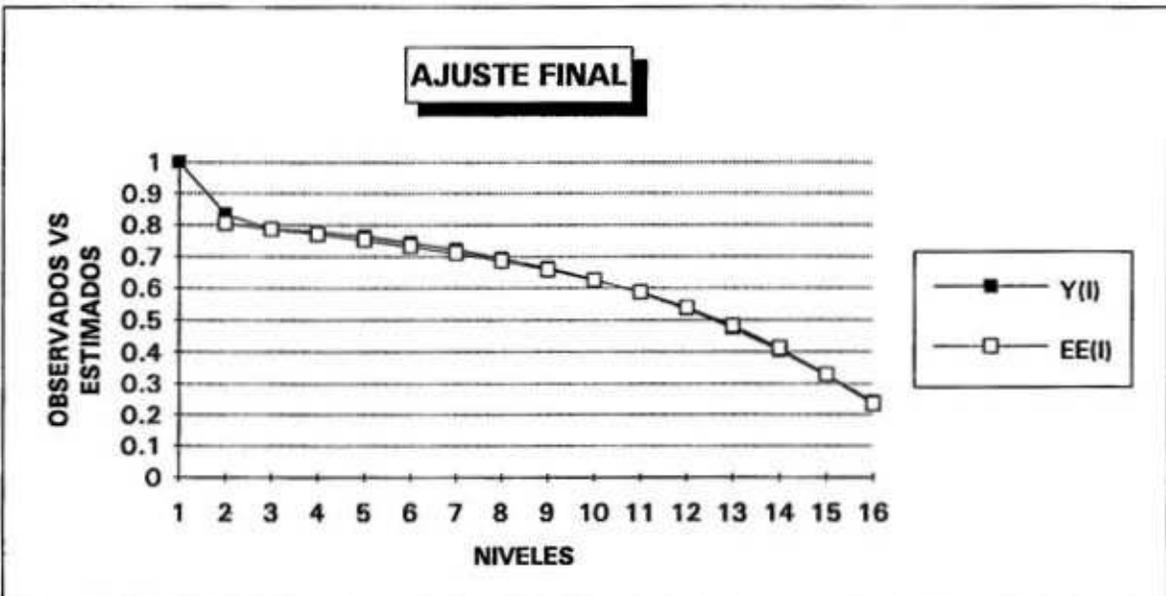
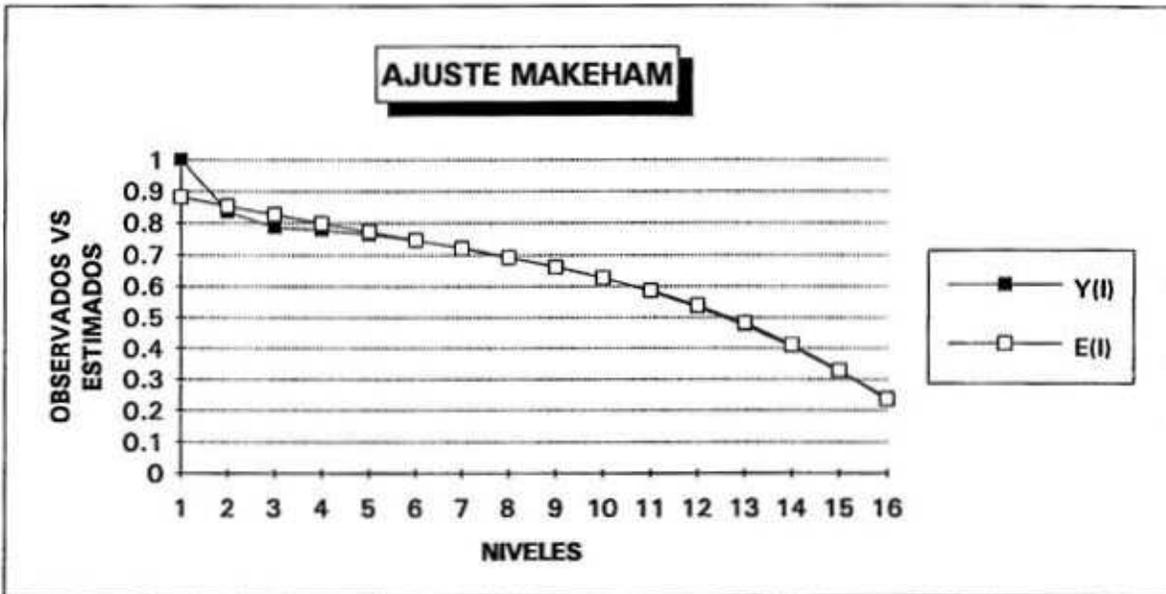
FUENTE: Cuadro No. 32



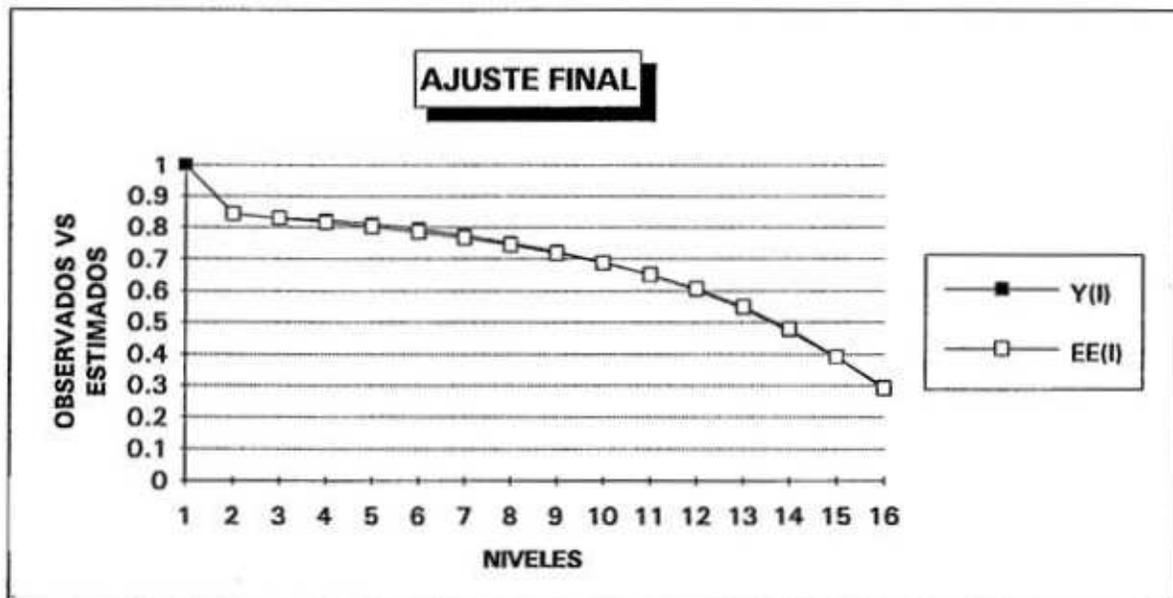
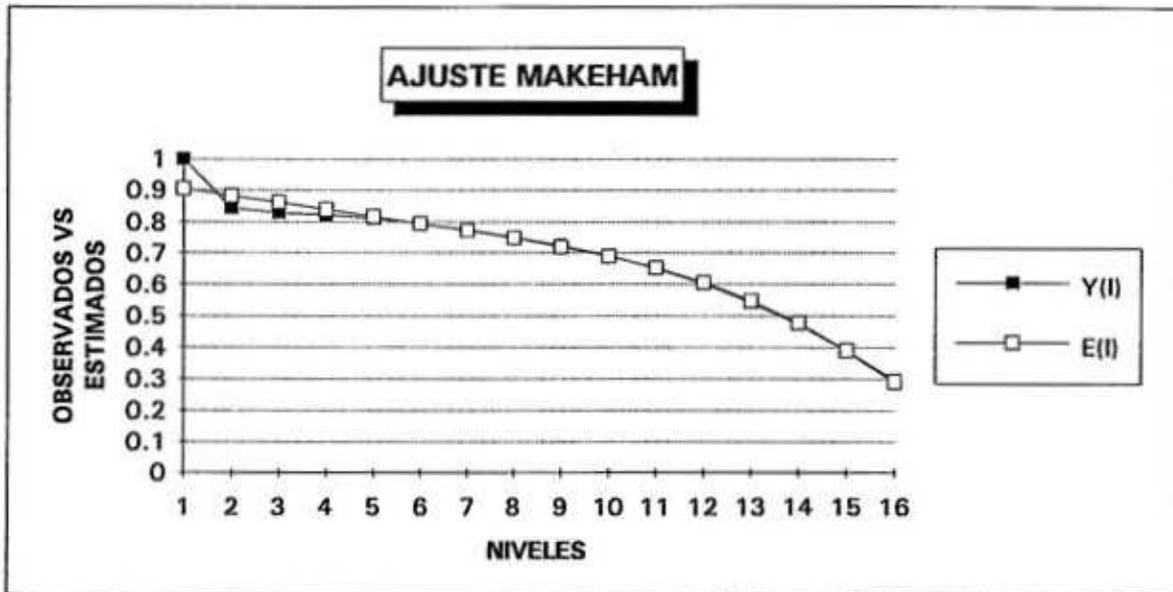
FUENTE: Cuadro No. 33



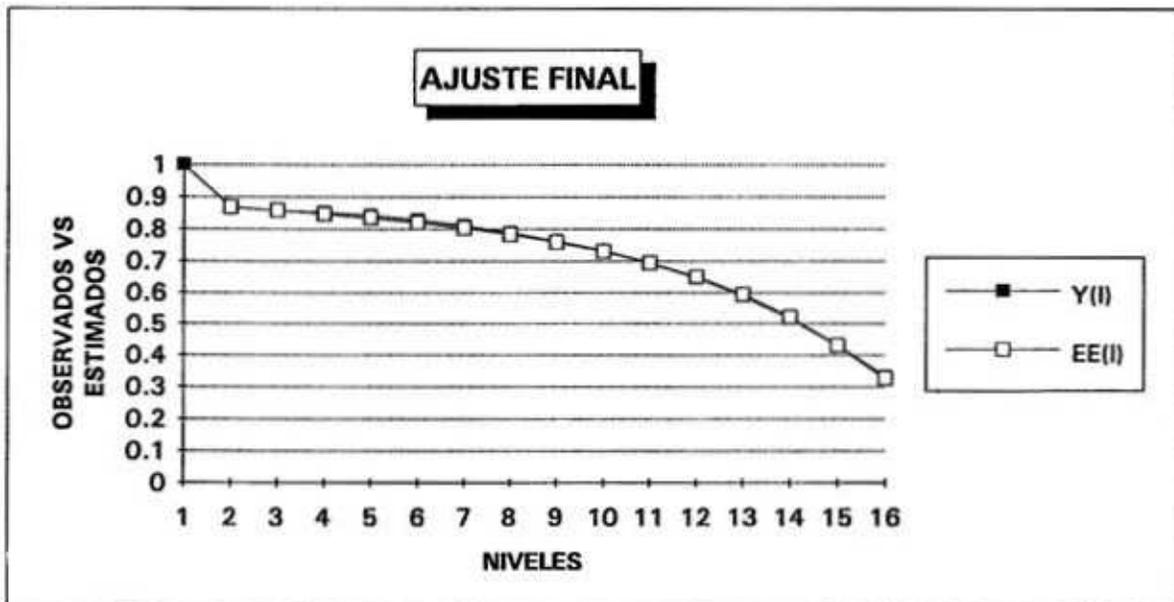
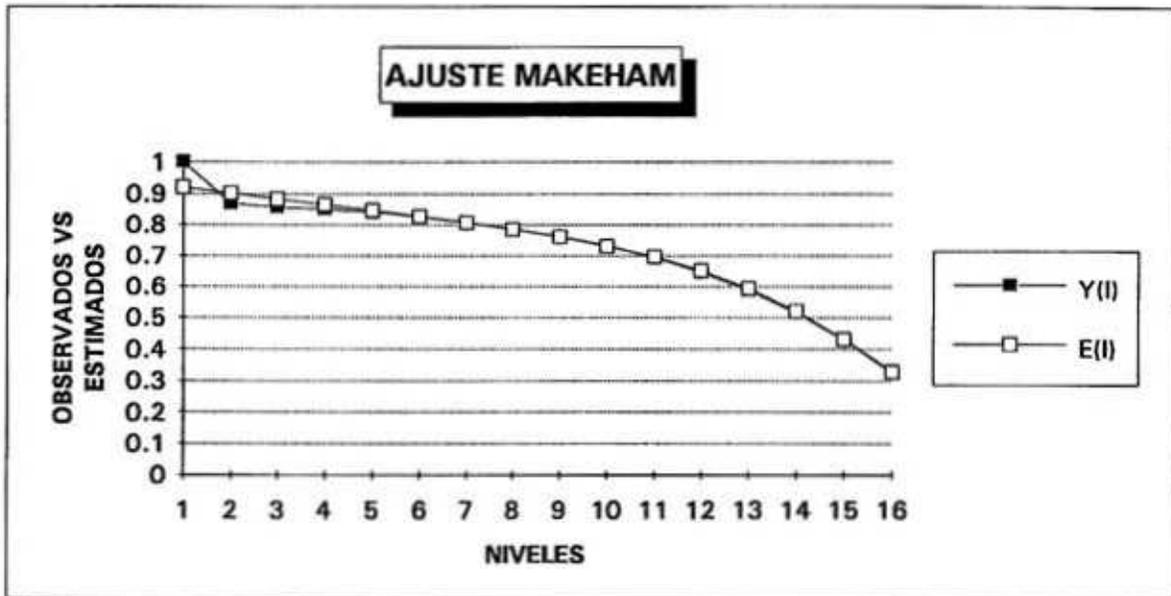
FUENTE: Cuadro No. 34



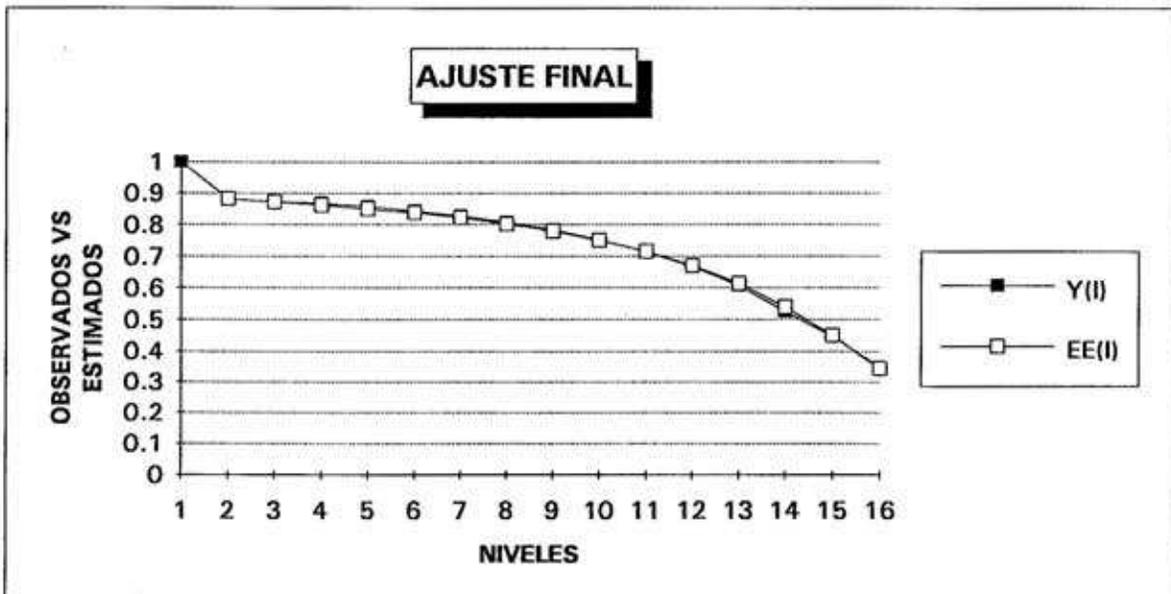
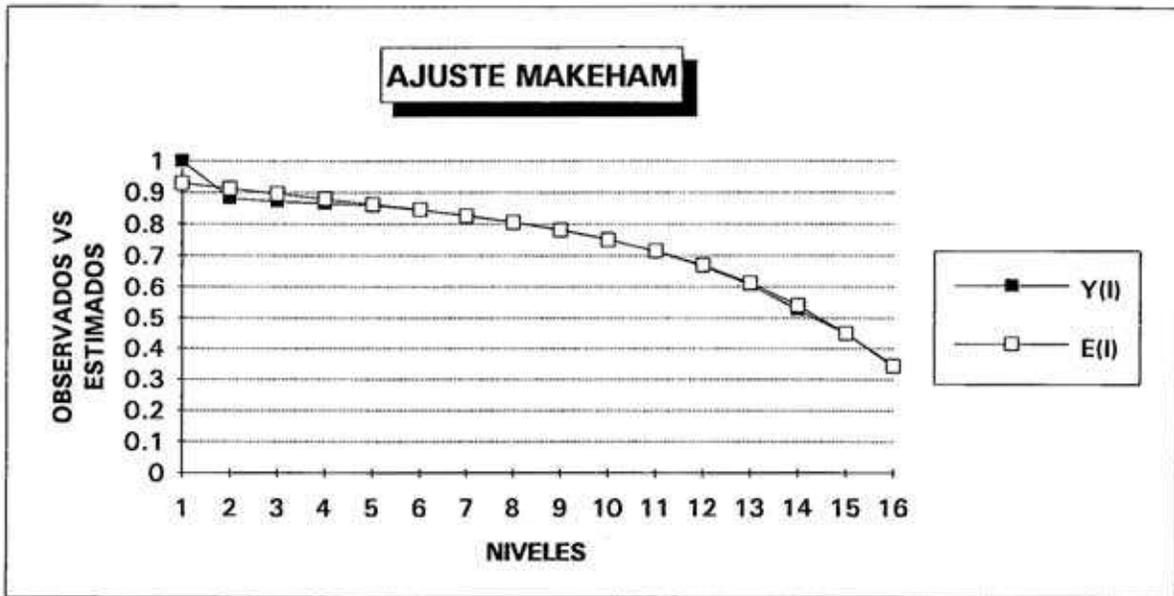
FUENTE: Cuadro No. 35



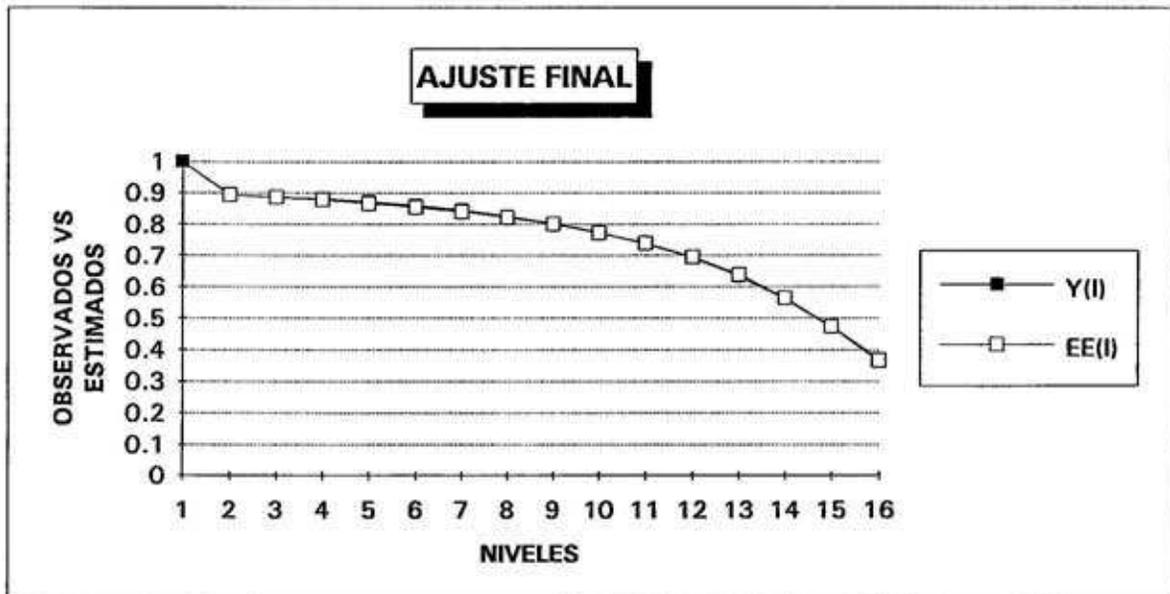
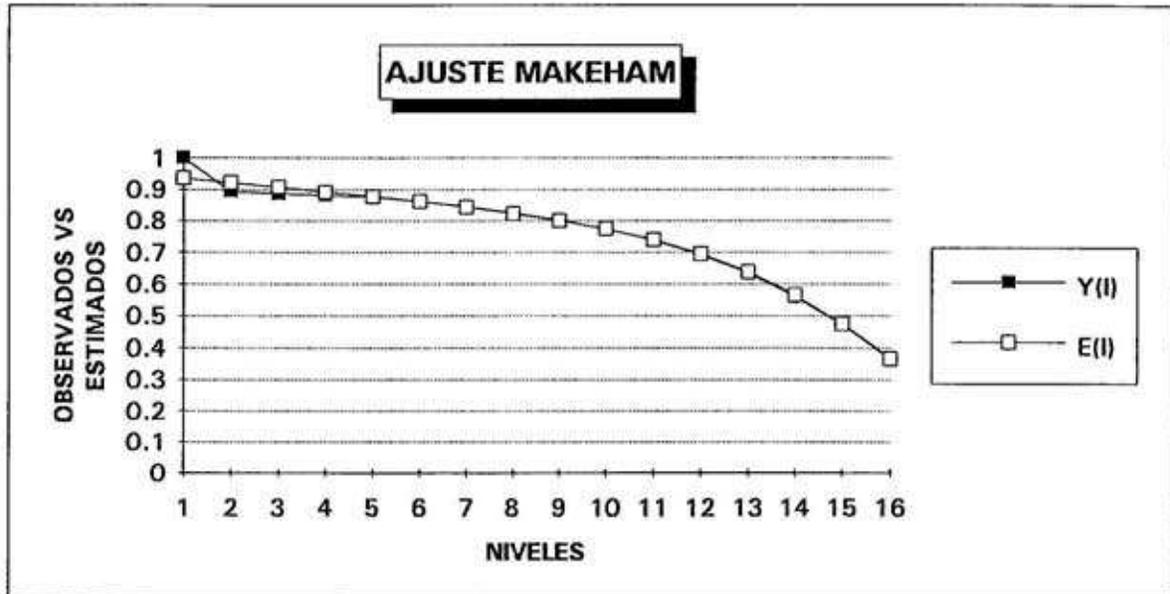
FUENTE: Cuadro No. 36



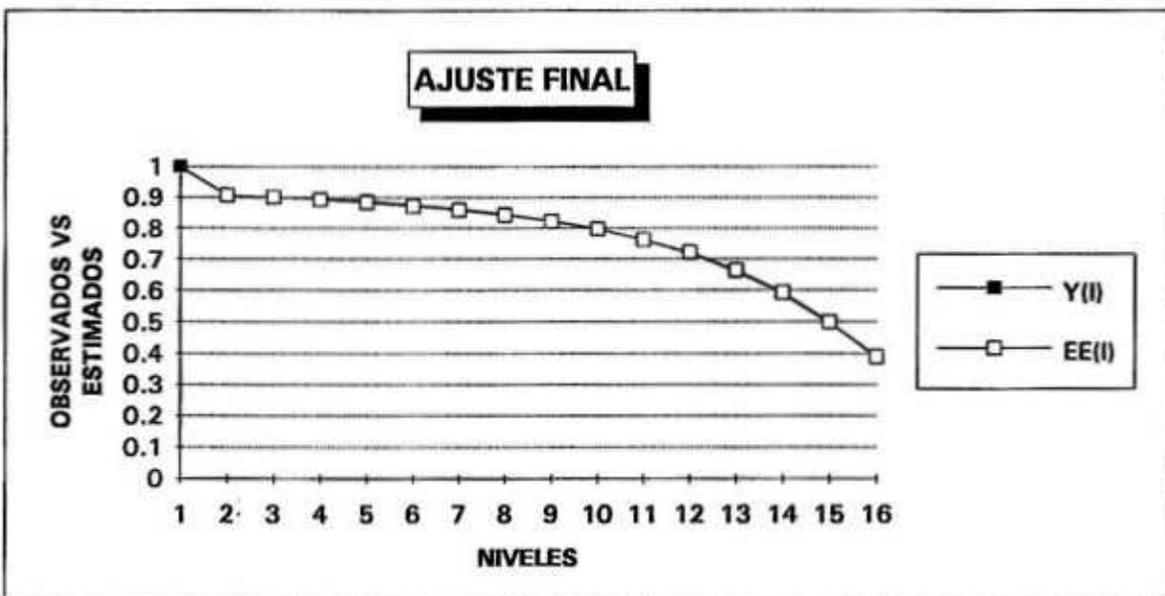
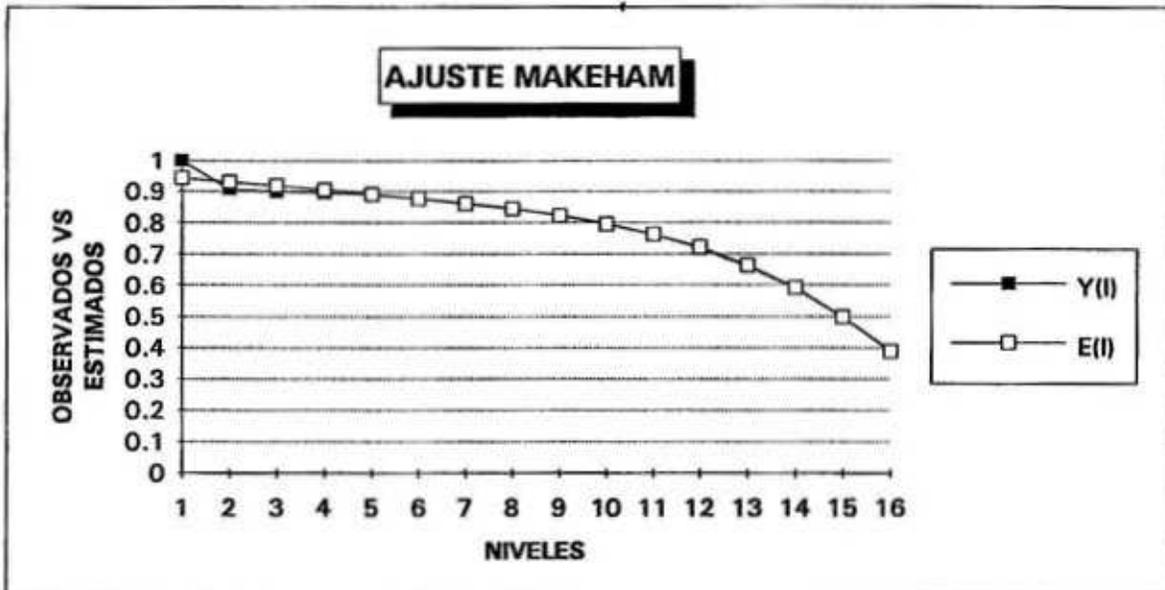
FUENTE: Cuadro No.37



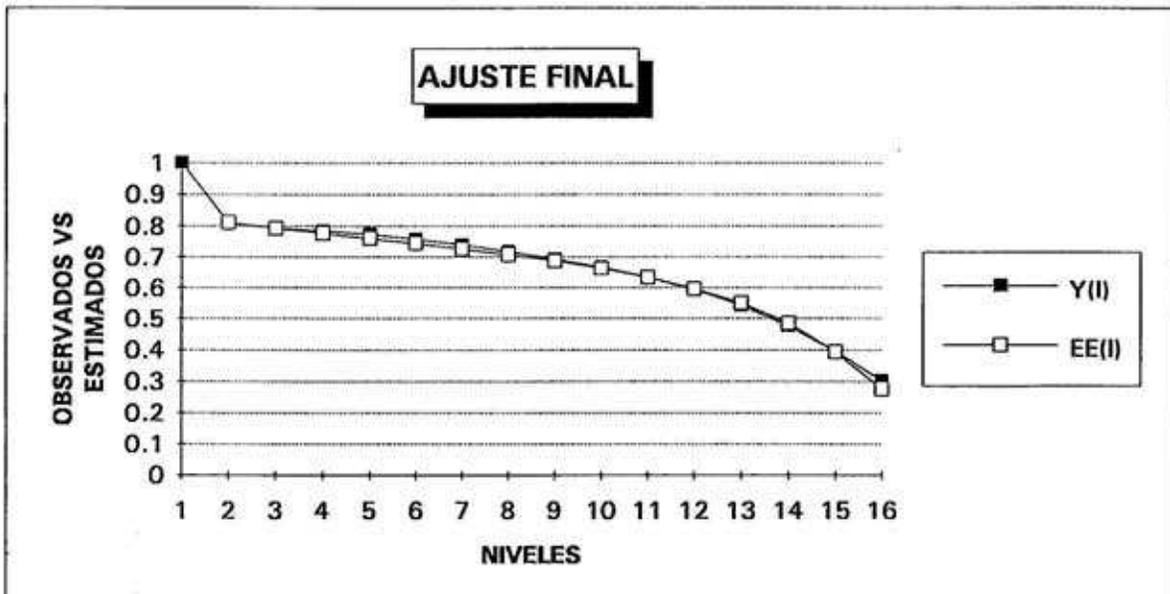
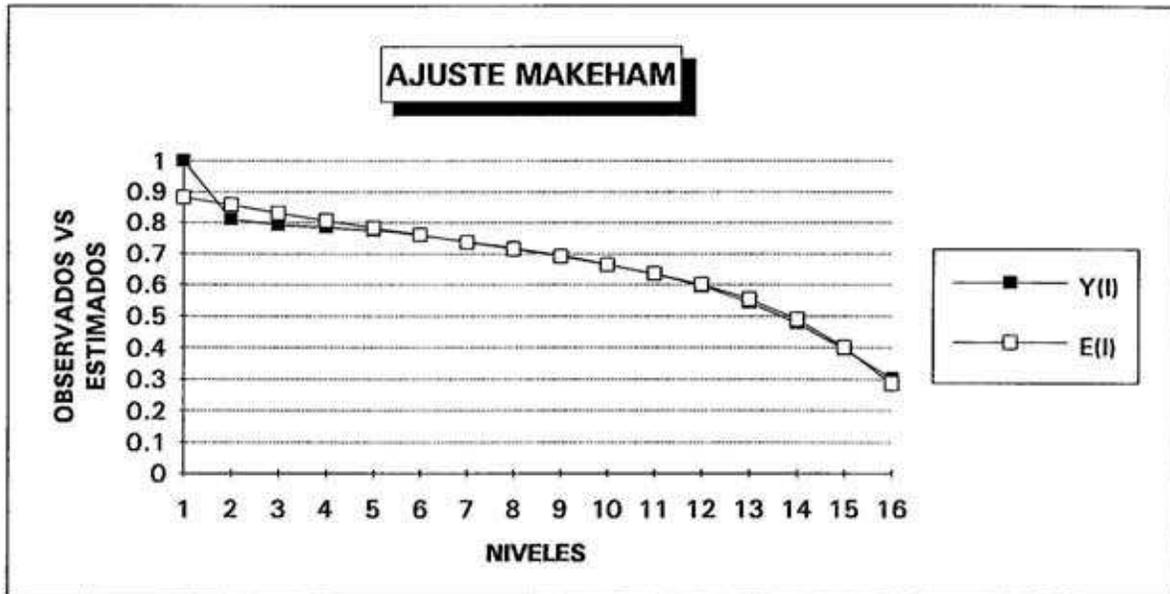
FUENTE: Cuadro No. 38



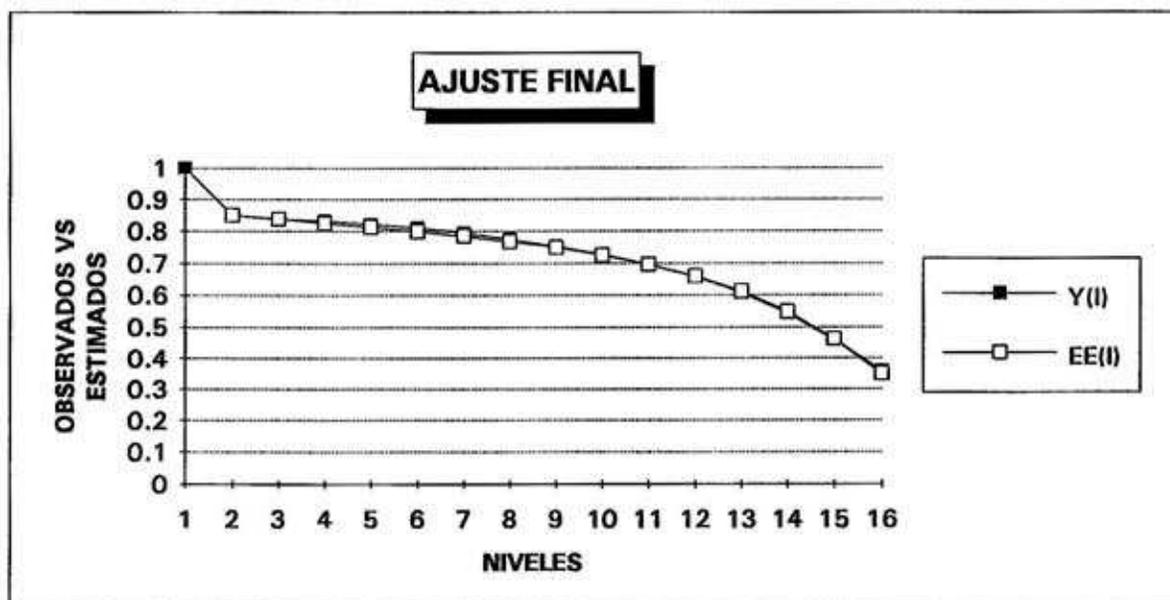
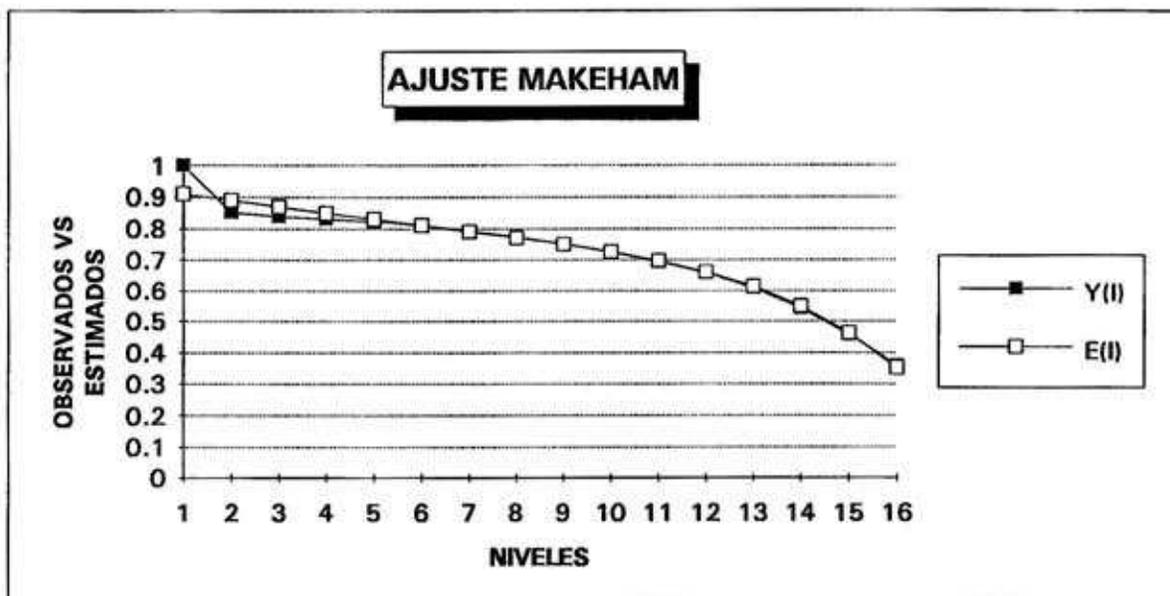
FUENTE: Cuadro No. 39



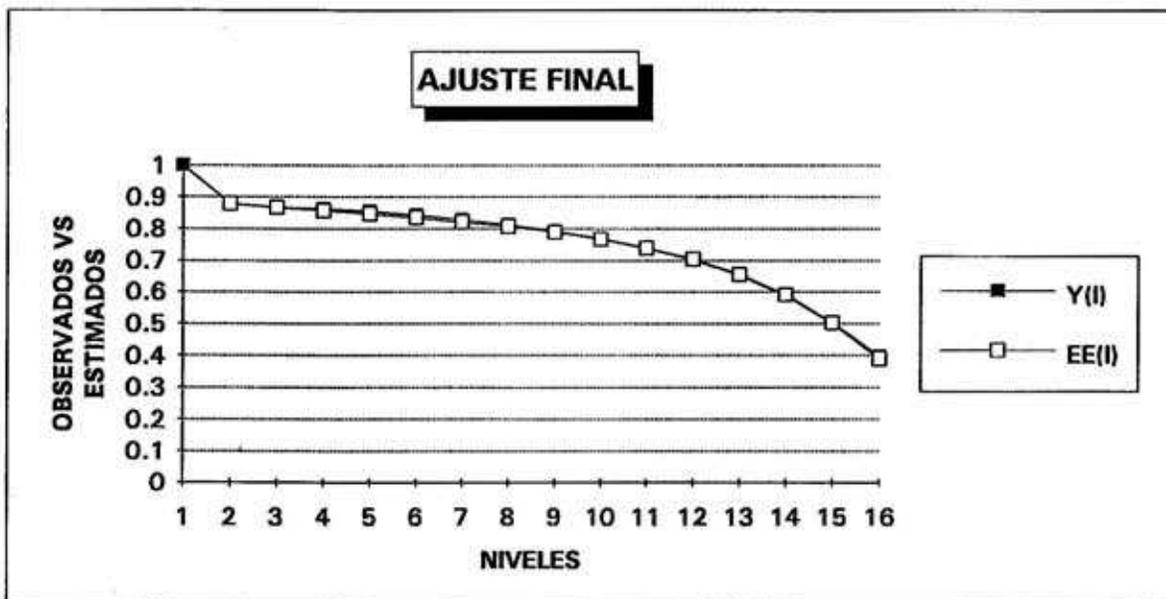
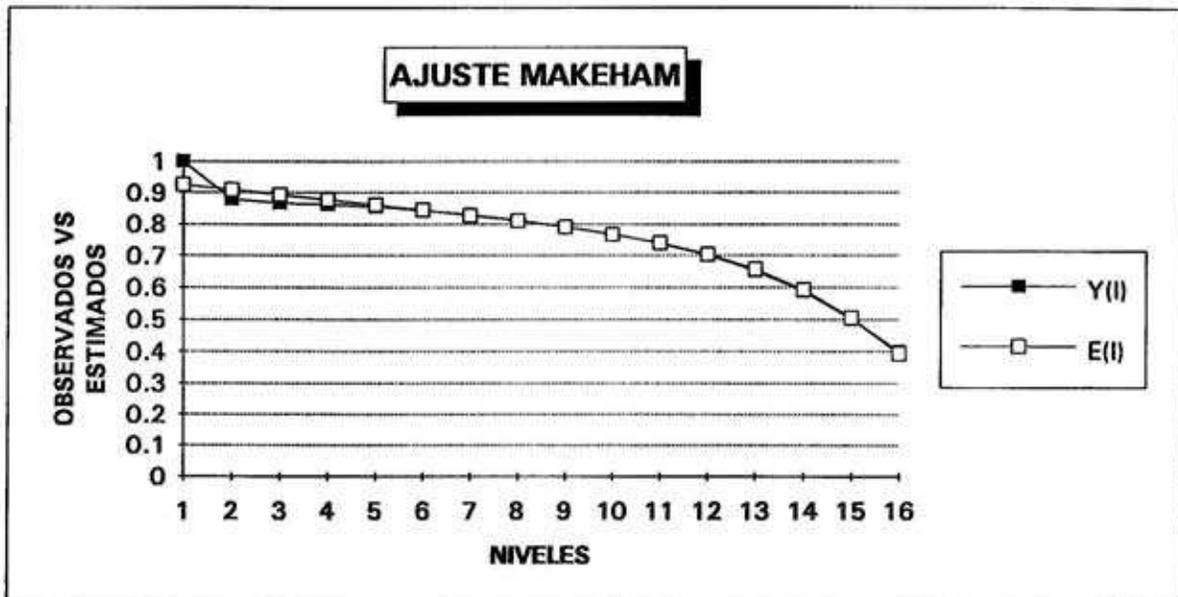
FUENTE: Cuadro No. 40



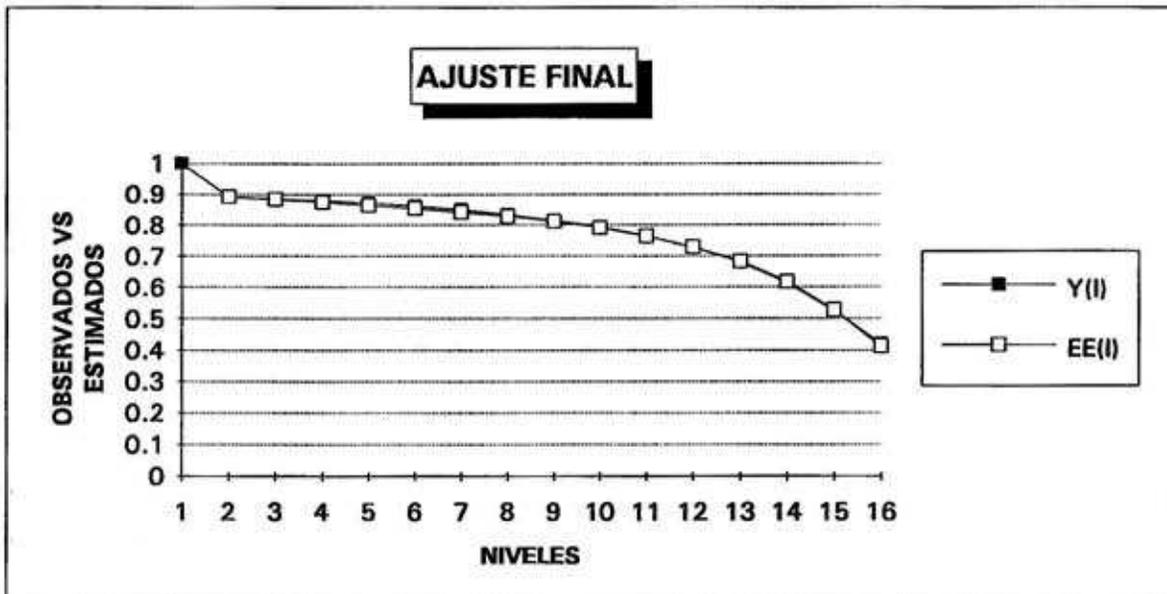
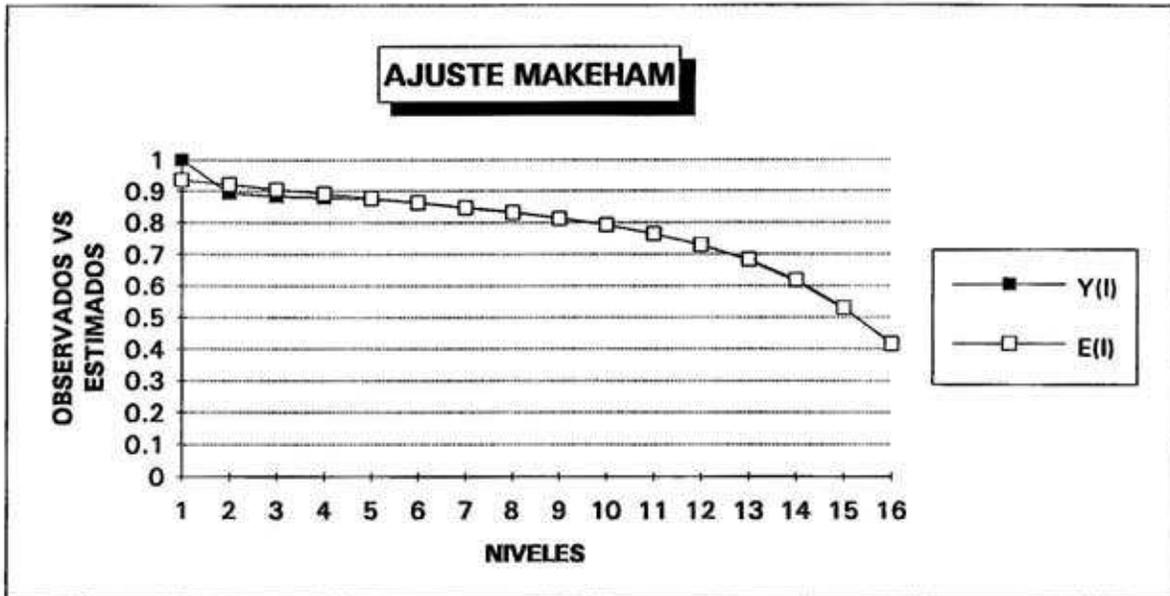
FUENTE: Cuadro No. 41



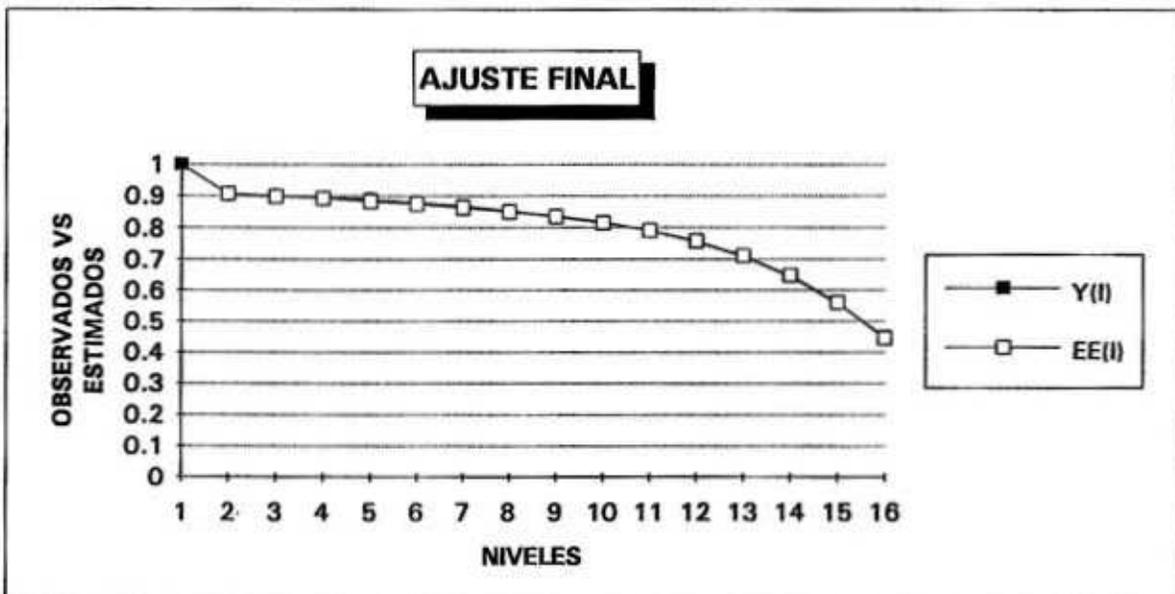
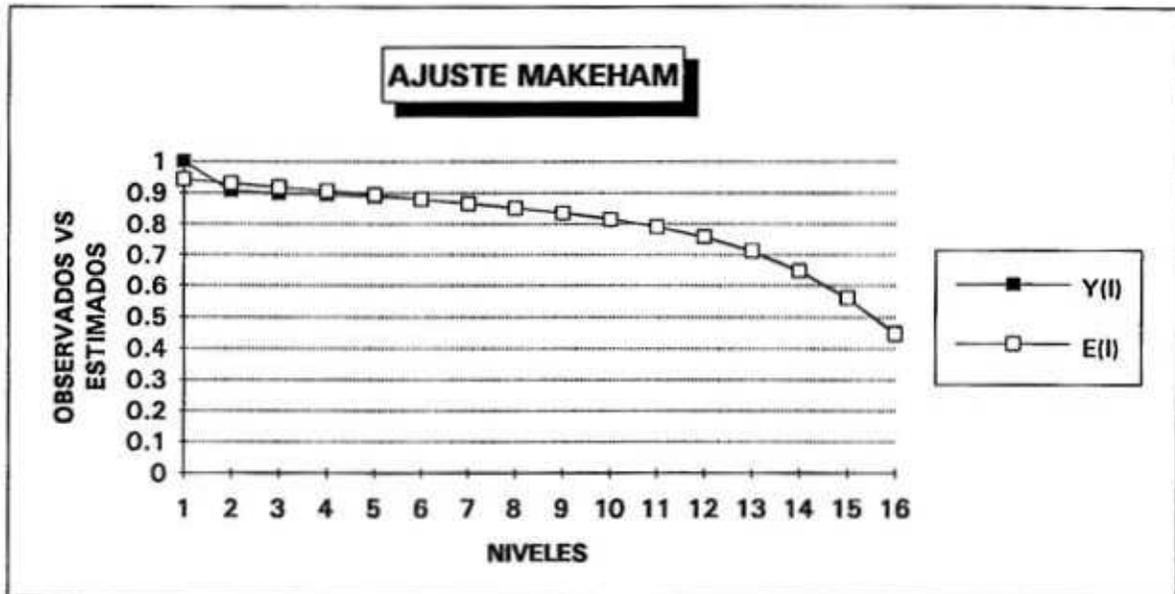
FUENTE: Cuadro No. 42



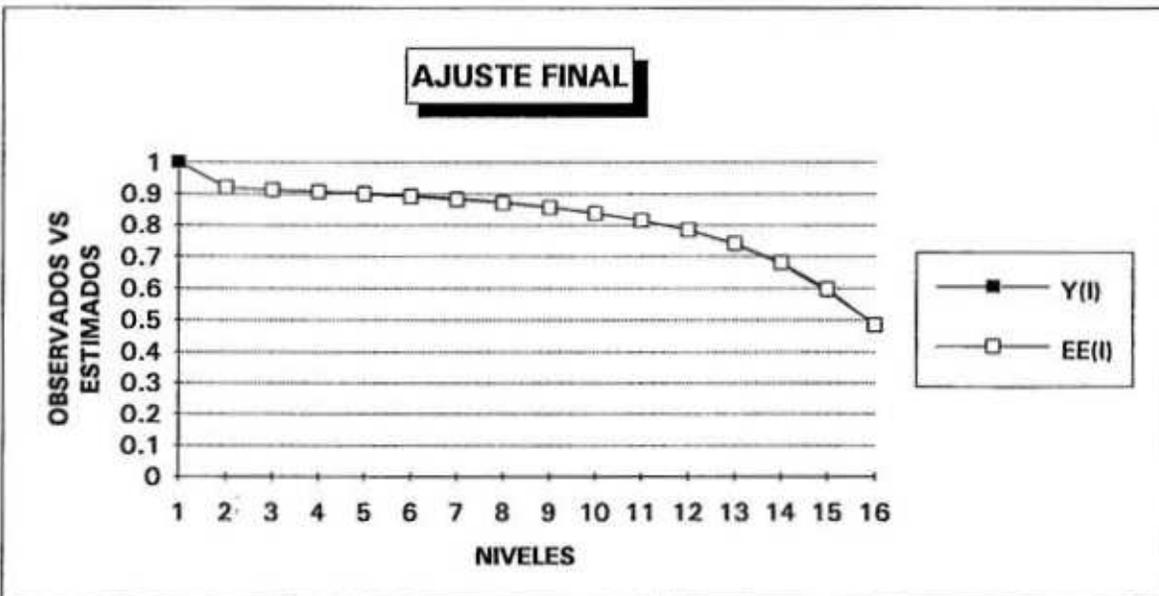
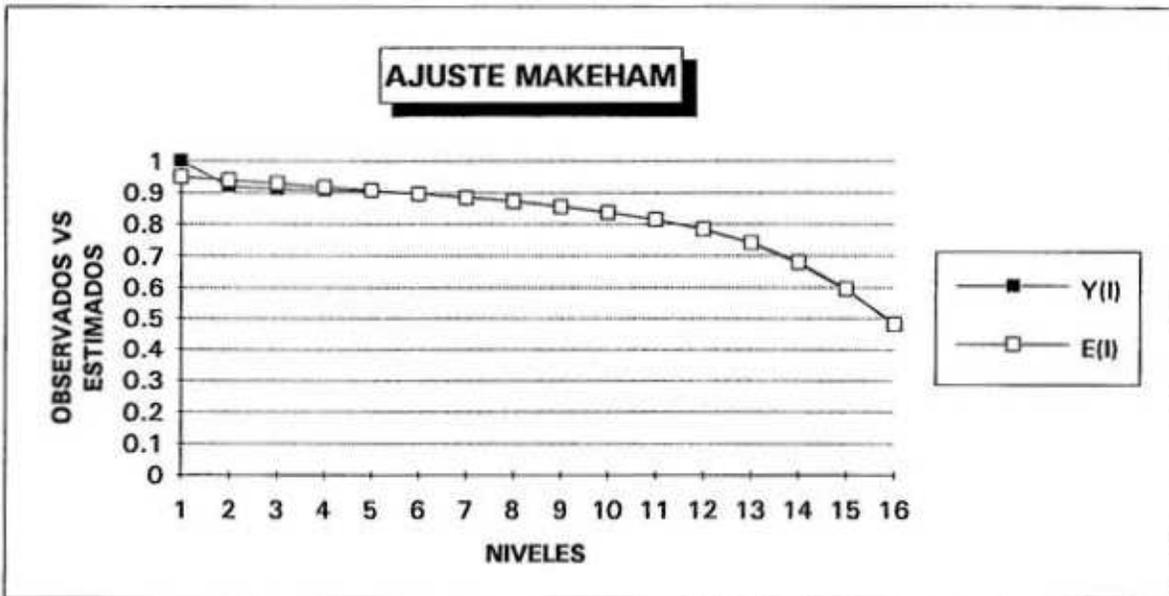
FUENTE: Cuadro No. 43



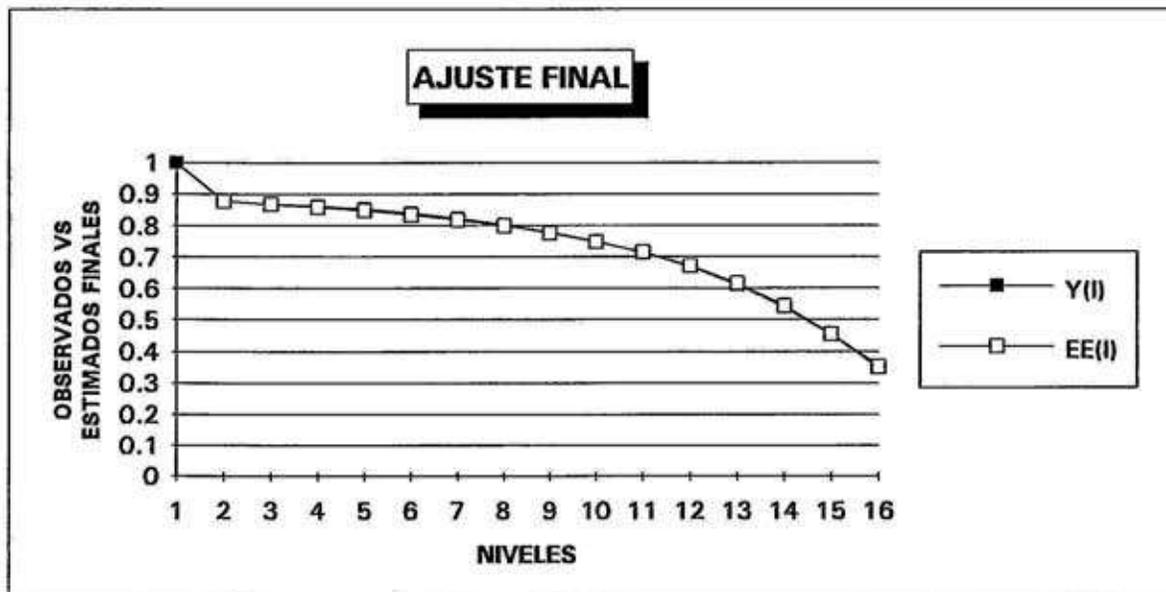
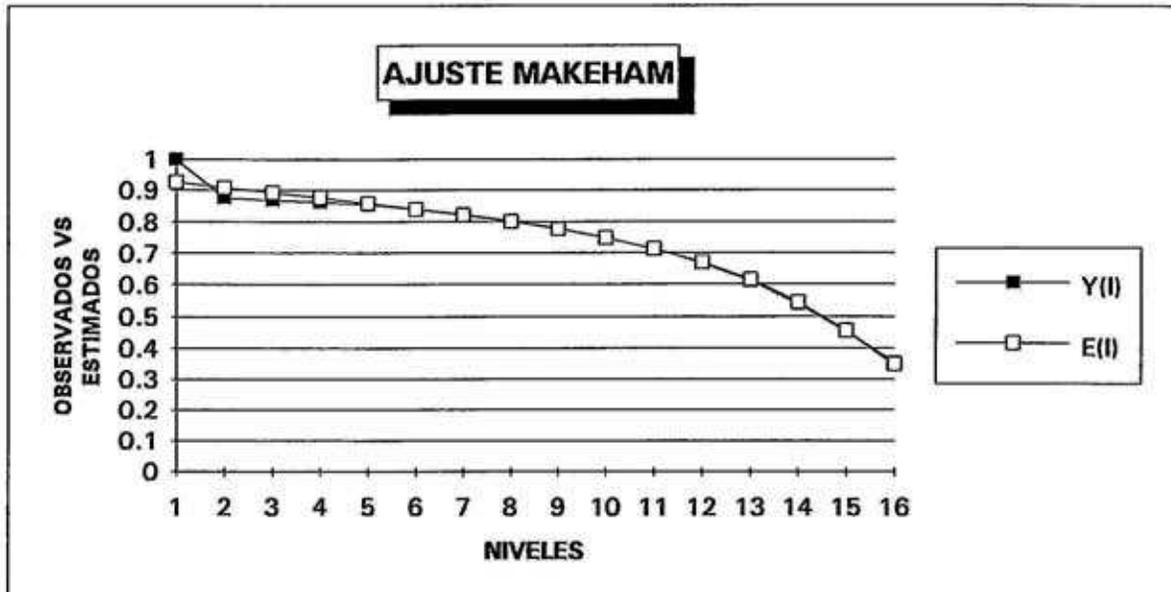
FUENTE: Cuadro No. 44



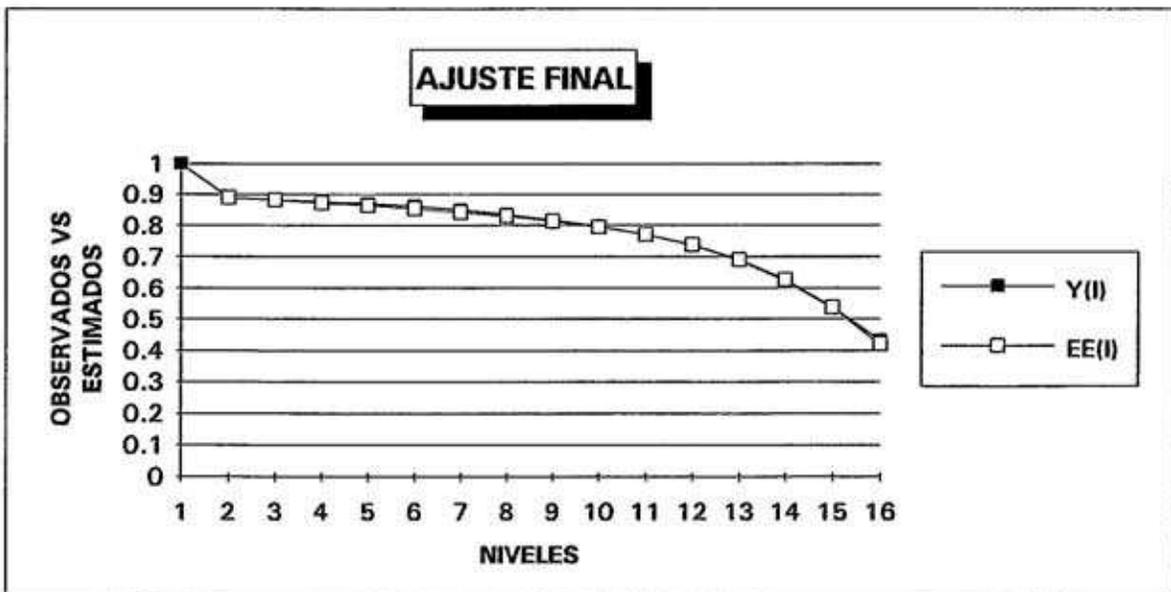
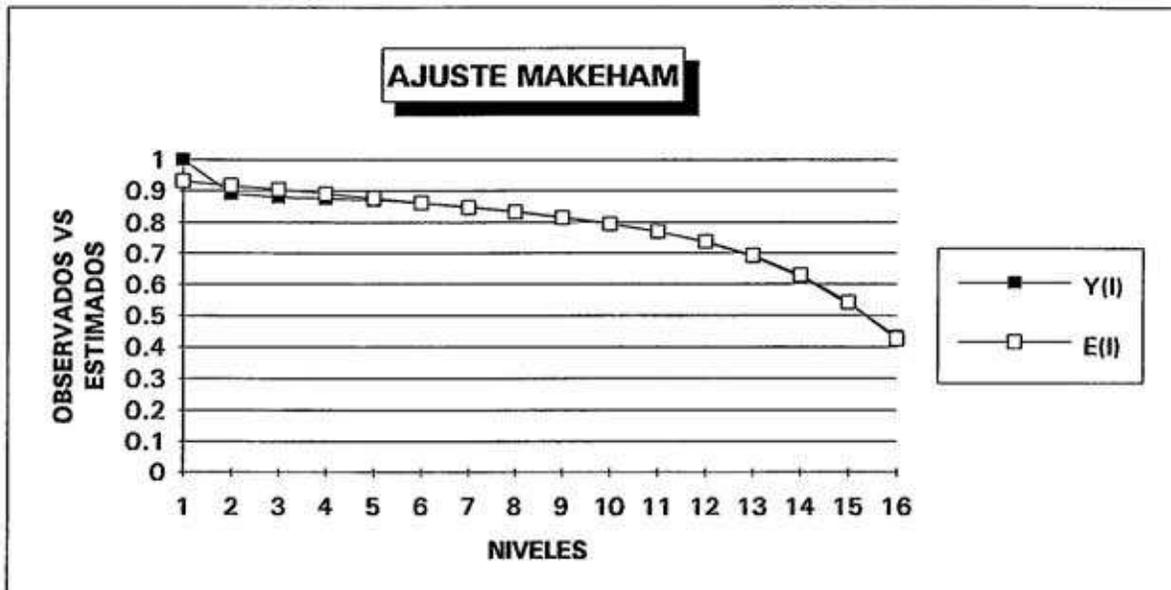
FUENTE: Cuadro No. 45



FUENTE: Cuadro No. 46



FUENTE: Cuadro No. 47



FUENTE: Cuadro No. 48

IV. -

ANALISIS DEL  
COMPORTAMIENTO  
DE LOS PARAMETROS  
Y SUS TENDENCIAS

#### IV. ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LOS PARAMETROS Y SUS TENDENCIAS

El presente capítulo tiene como objetivo mostrar de manera resumida los valores de los parámetros encontrados al aplicar el ajuste final compuesto que caracteriza a la mortalidad, a las diferentes fuentes de información y para los distintos períodos, tanto de la función de Makeham como de la función doble exponencial.

Se pretende señalar, también, la tendencia que muestra el comportamiento de cada uno de los parámetros a través del tiempo.

Todo esto con la finalidad de hacer ver que al existir una tendencia definida en el comportamiento, entonces, es factible el proyectar a futuro cada uno de los parámetros. Y si esto es posible, automáticamente se obtiene la serie  $l(x)$  para el año que se desee, es decir, se proyecta el comportamiento de la mortalidad.

Se muestran primero los resultados resumidos de los valores de los parámetros obtenidos e inmediatamente después las gráficas correspondientes a las tendencias que presentan los comportamientos de los parámetros señalados.

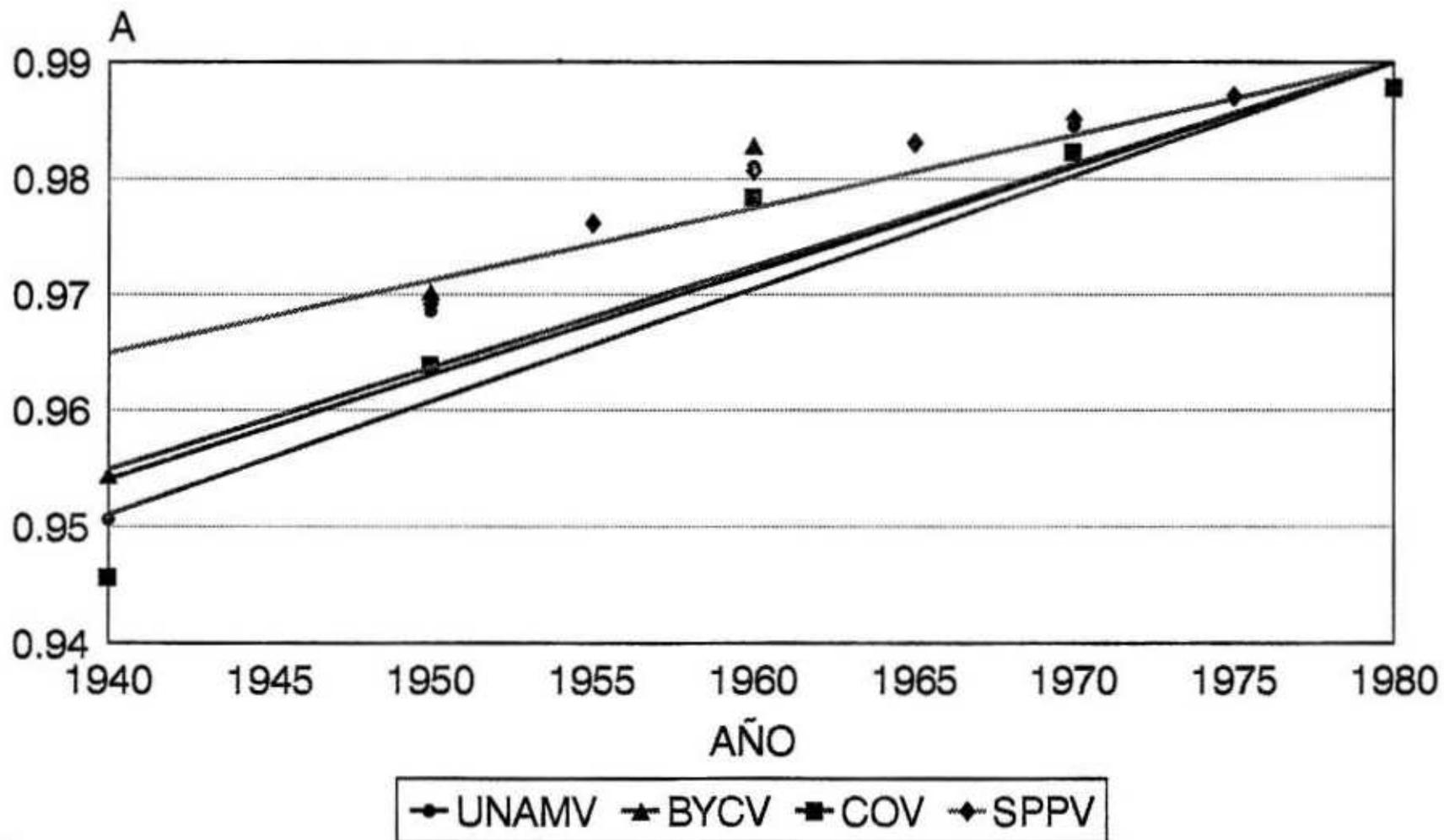
	PARAMETRO		Ajuste MAKEHAM		Hombres
	UNAMV	BYCV	COV	SPPV	
1940	0.95061	0.95438	0.94561		
1950	0.96860	0.97019	0.96386	0.96917 0.97617	
1960	0.98106	0.98281	0.97837	0.98072 0.98312	
1970	0.98459		0.98225	0.98513 0.98707	0.98255
1980			0.98782		

	PARAMETRO		Ajuste MAKEHAM		Hombres
	UNAMV	BYCV	COV	SPPV	
1940	0.99779	0.99689	0.99909		
1950	0.99798	0.99744	0.99944	0.99883 0.99884	
1960	0.99791	0.99773	0.99930	0.99874 0.99854	
1970	0.99808		0.99928	0.99866 0.99878	0.99877
1980			0.99759		

FUENTE: Cuadros 11,12,13,14,19,20,21, 25,26,27,28,29,35,36, 37,38,39,40,47.

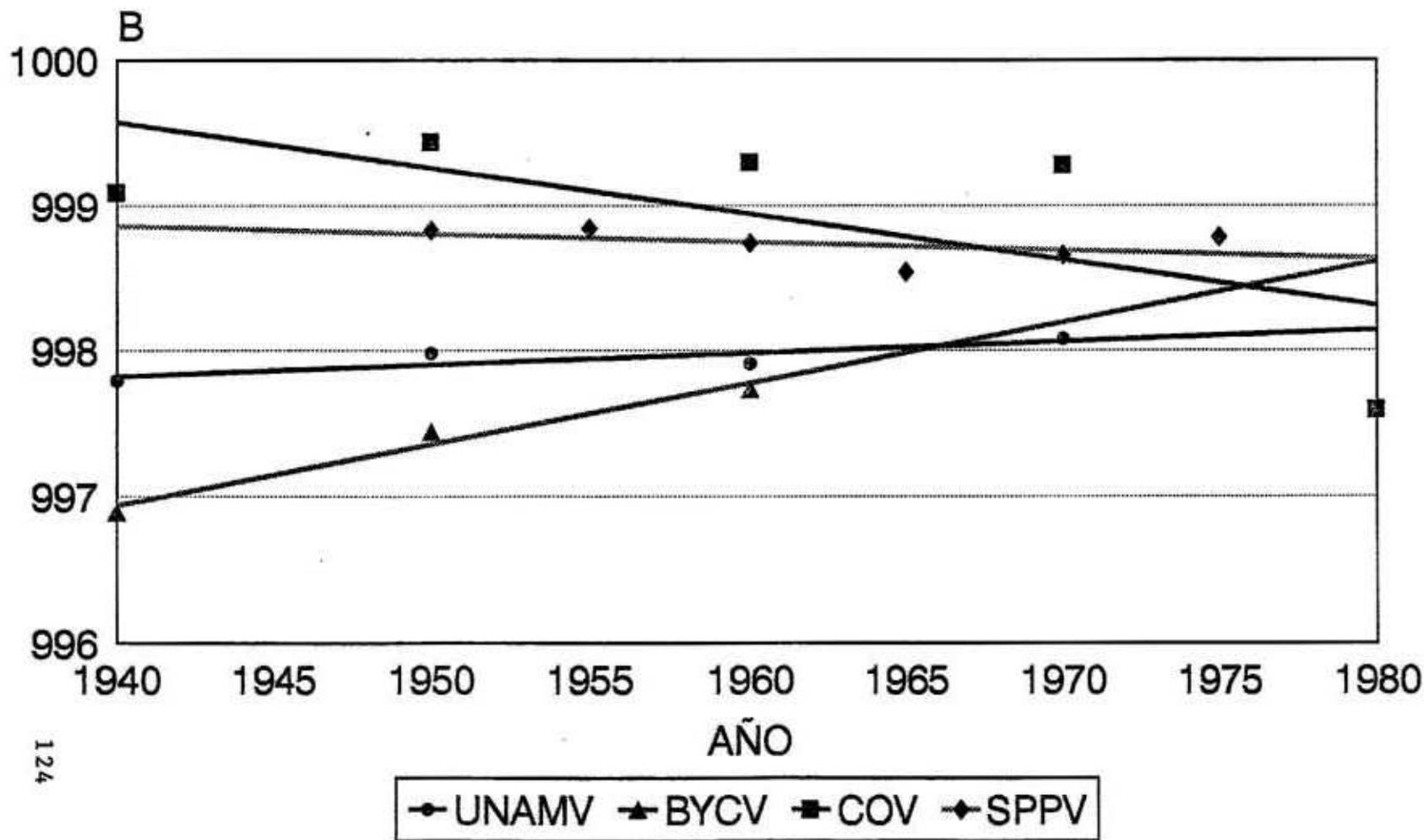
# TENDENCIA DEL COMPORTAMIENTO DEL PARAMETRO A.

## AJUSTE MAKEHAM. Hombres.



# TENDENCIA DEL COMPORTAMIENTO DEL PARAMETRO B

AJUSTE MAKEHAM. Hombres.



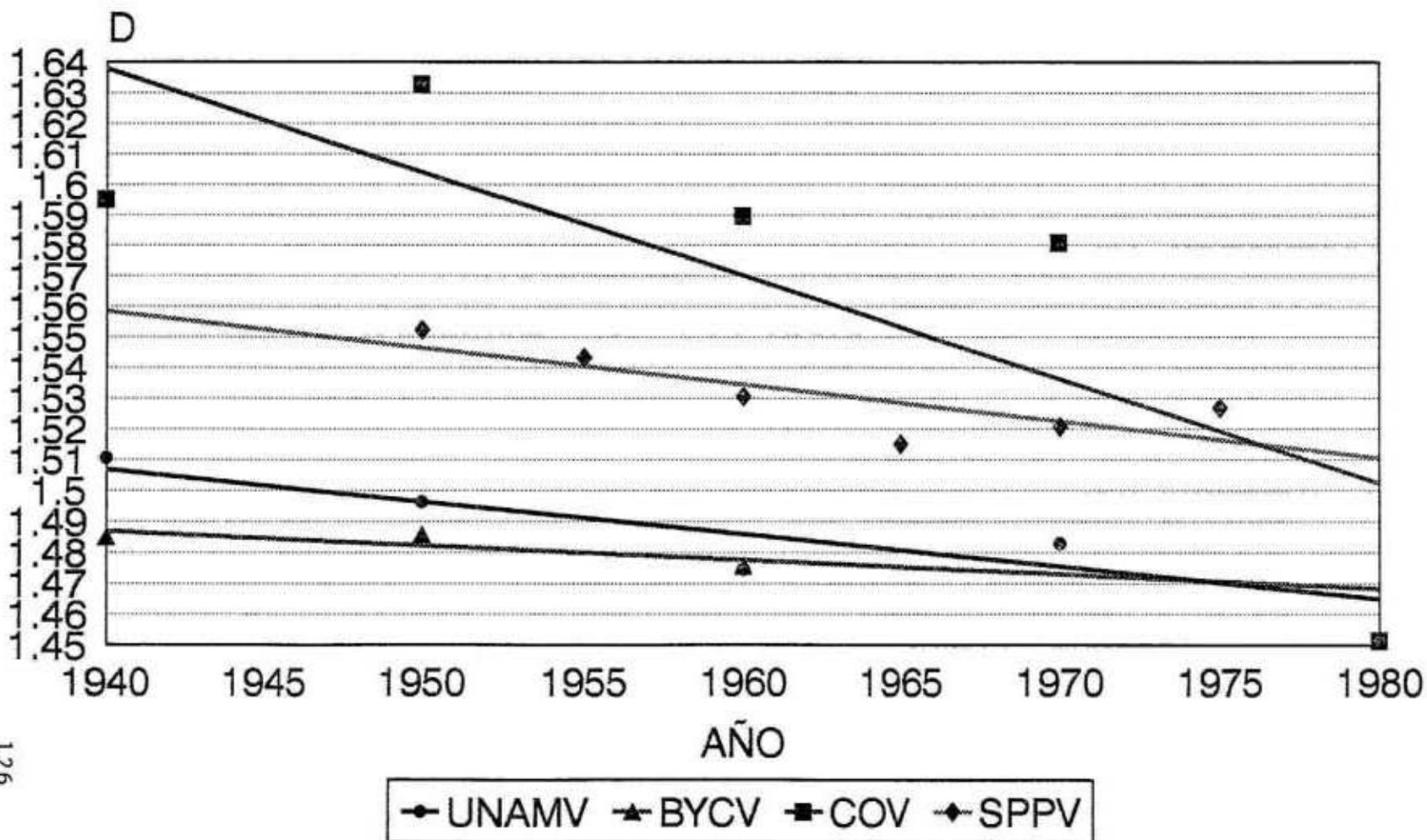
	PARAMETRO		Ajuste MAKEHAM		
	UNAMV	BYCV	COV	SPPV	NUV
1940	1.51051	1.48483	1.59519		
1950	1.49622	1.48576	1.63274	1.55229	
1960	1.47450	1.47557	1.58971	1.54311	
1970	1.48279		1.58097	1.53044	1.52786
1980			1.45152	1.51495	
				1.52066	
				1.52683	

	PARAMETRO		Ajuste MAKEHAM		
	UNAMV	BYCV	COV	SPPV	NUV
1940	0.84233	0.84811	0.82386		
1950	0.89585	0.87823	0.86804	0.88177	
1960	0.92792	0.92694	0.91811	0.90594	
1970	0.93890		0.93349	0.92188	0.92717
1980			0.96541	0.93013	
				0.93772	
				0.94504	

FUENTE: Cuadros 11,12,13,14,19,20,21, 25,26,27,28,29,35,36, 37,38,39,40,47.

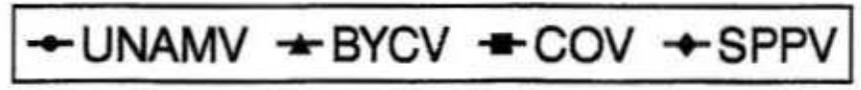
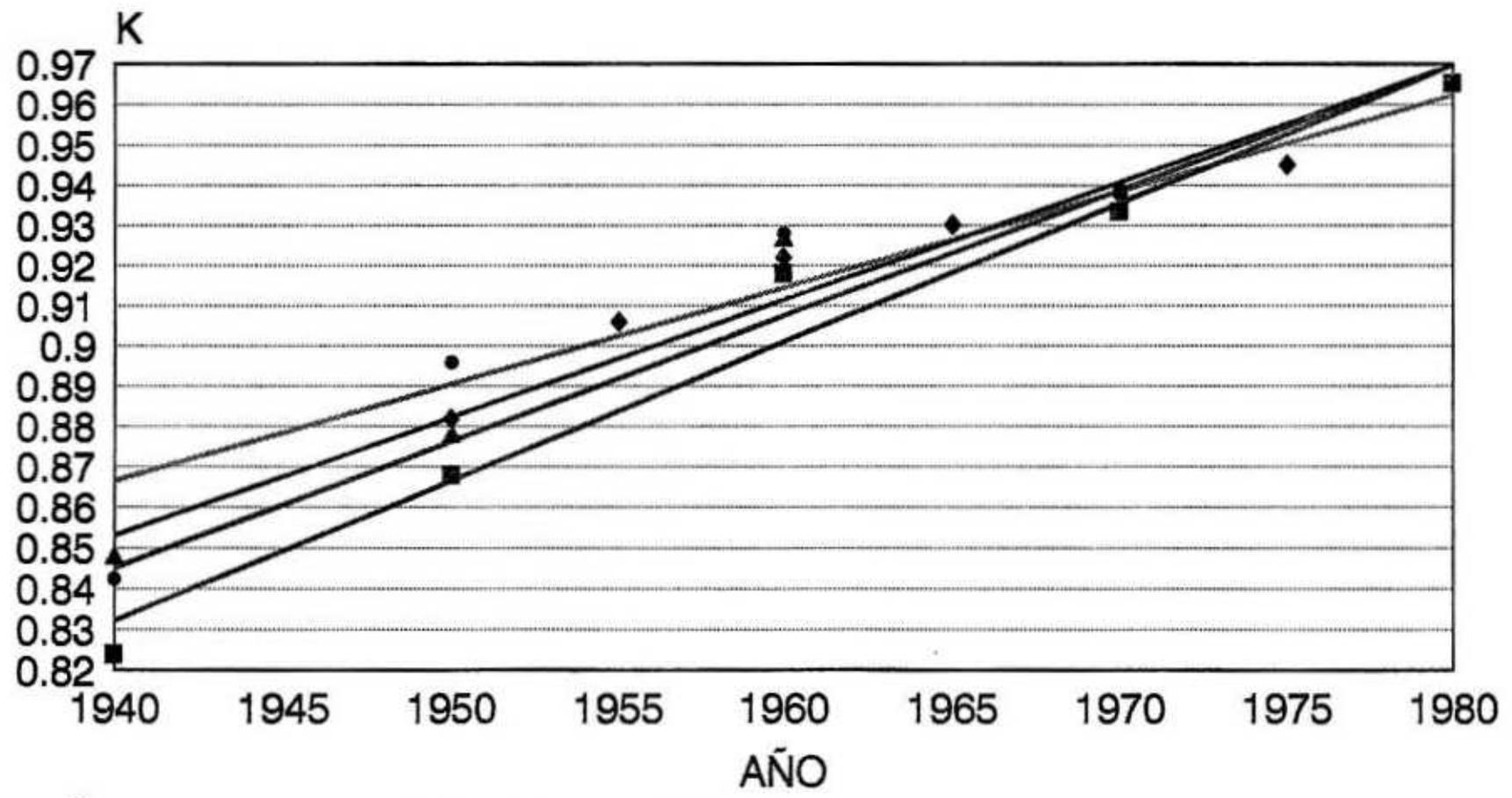
# TENDENCIA DEL COMPORTAMIENTO DEL PARAMETRO D

AJUSTE MAKEHAM. Hombres.



# TENDENCIA DEL COMPORTAMIENTO DEL PARAMETRO K

## AJUSTE MAKEHAM. Hombres.

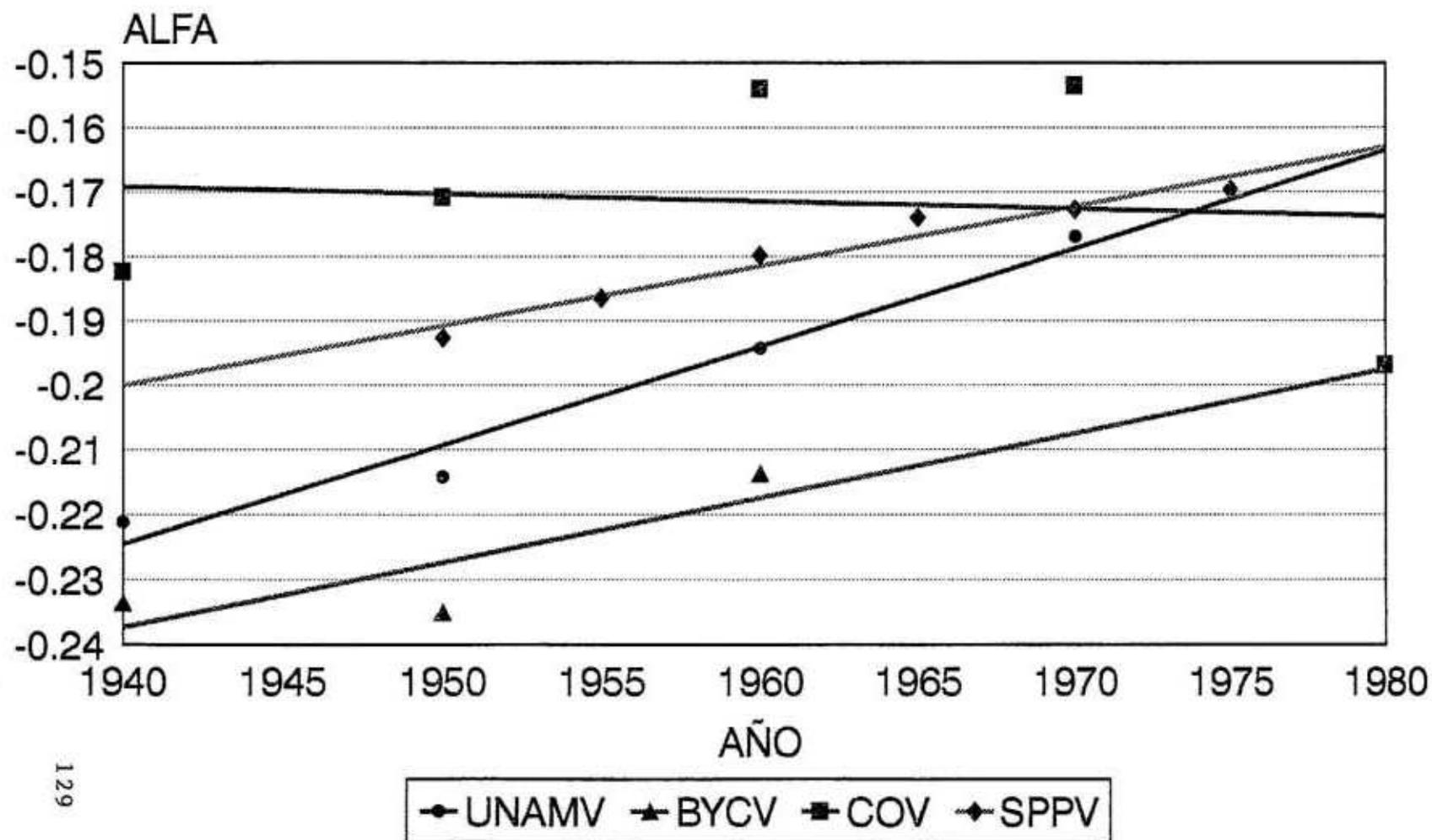


	PARAMETRO		ALFA	Ajuste	DOBLE	EXPONENCIAL	Hombres
	UNAMV	BYCV		COV		SPPV	NUV
1940	-0.22122	-0.23359		-0.18235			
1950	-0.21422	-0.23501		-0.17073		-0.19271	
1960	-0.19433	-0.21370		-0.15395		-0.18650	
1970	-0.17695			-0.15344		-0.17985	-0.15619
1980				-0.19689		-0.17392	
						-0.17271	
						-0.16964	
	PARAMETRO		a				Hombres
	UNAMV	BYCV		COV		SPPV	NUV
1940	-0.66577	-0.56942		-1.01254			
1950	-0.77823	-0.49793		-1.17770		-0.86710	
1960	-0.92293	-0.66831		-1.65268		-0.95803	
1970	-1.16062			-1.76564		-1.05768	-1.43964
1980				-1.94831		-1.14043	
						-1.16045	
						-1.20574	
	PARAMETRO		b				Hombres
	UNAMV	BYCV		COV		SPPV	NUV
1940	-0.15320	-0.12418		-0.24963			
1950	-0.12009	-0.08624		-0.22580		-0.14062	
1960	-0.09890	-0.06801		-0.25571		-0.12673	
1970	-0.11145			-0.24324		-0.12017	-0.17453
1980				-0.22601		-0.11950	
						-0.10946	
						-0.10212	

FUENTE: Cuadros 11,12,13,14,19,20,21,25,26,27,28,29,35,36,37,38,39,40,47.

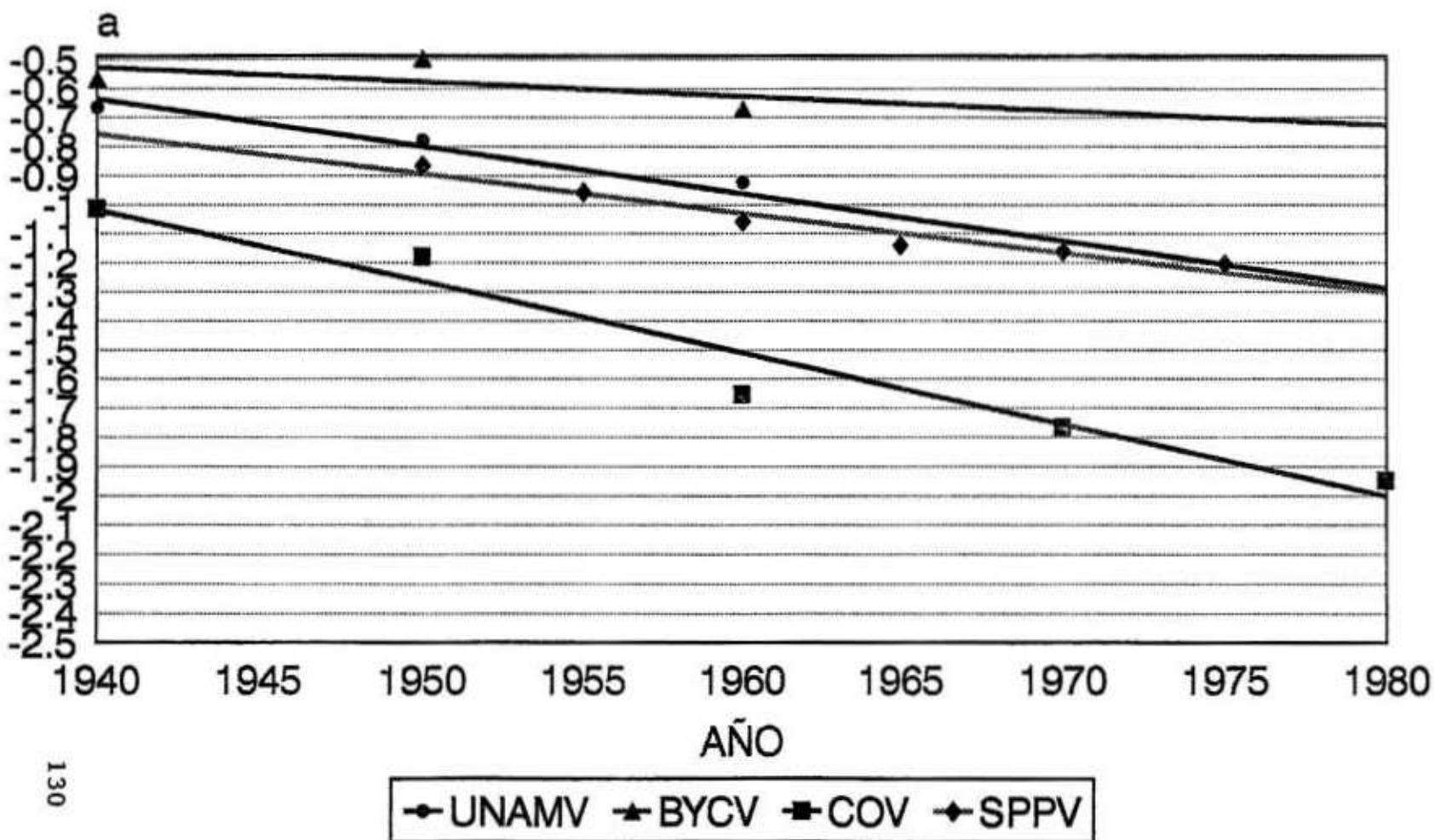
# TENDENCIA DEL COMPORTAMIENTO DEL PARAMETRO ALFA

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL. Hombres.



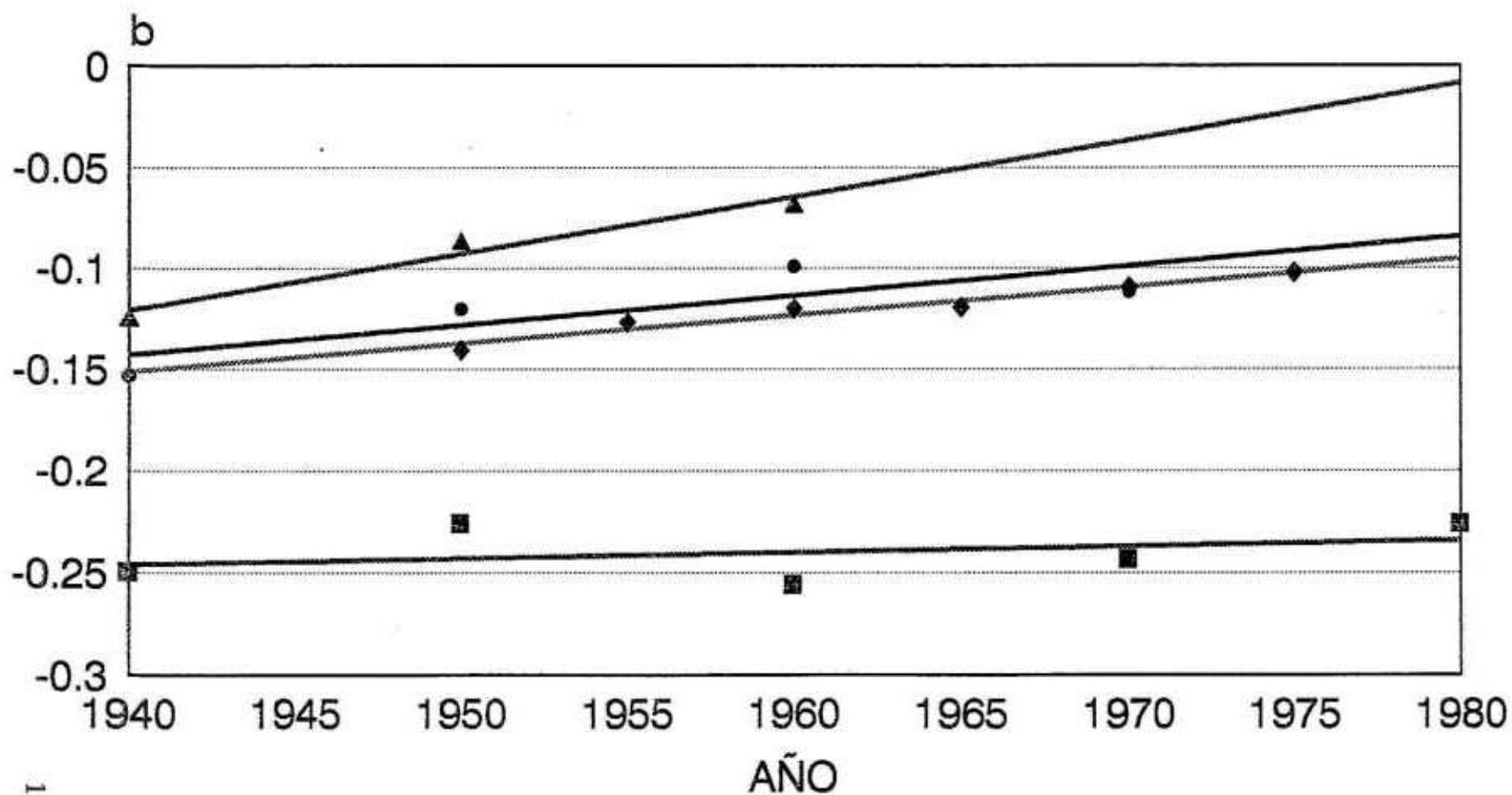
# TENDENCIA DEL COMPORTAMIENTO DEL PARAMETRO a

## AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL. Hombres.



# TENDENCIA DEL COMPORTAMIENTO DEL PARAMETRO b

## AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL. Hombres.



UNAMV BYCV COV SPPV

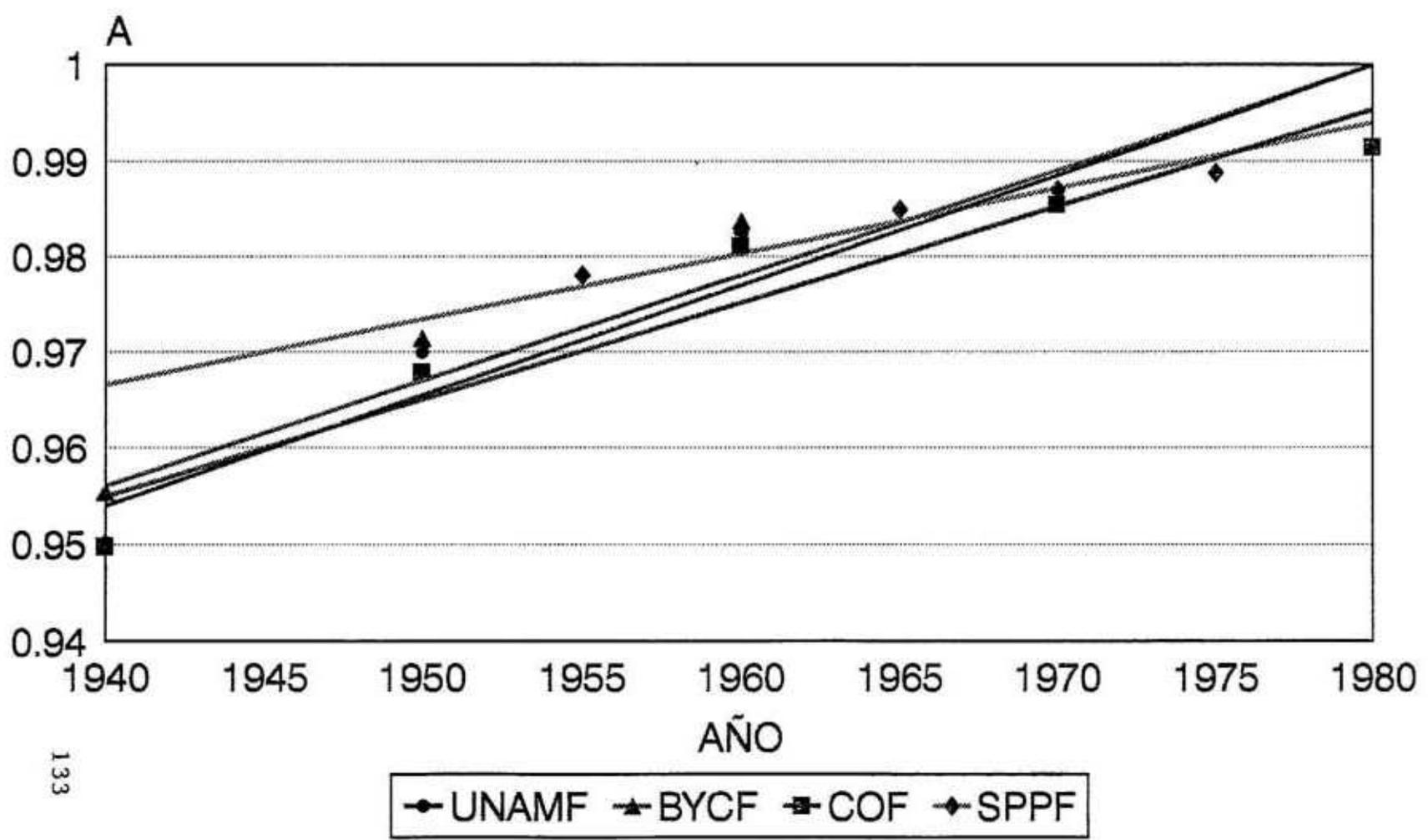
	PARAMETRO		Ajuste MAKEHAM		Mujeres
	UNAMF	BYCF	COF	SPPF	
1940	0.95015	0.95536	0.94978		
1950	0.96994	0.97143	0.96786	0.97065 0.97800	
1960	0.98216	0.98365	0.98112	0.98257 0.98487	
1970	0.98672		0.98548	0.98701 0.98876	0.98527
1980			0.99147		

	PARAMETRO		Ajuste MAKEHAM		Mujeres
	UNAMF	BYCF	COF	SPPF	
1940	0.99991	0.99911	0.99985		
1950	0.99984	0.99951	0.99991	0.99992 0.99978	
1960	0.99967	0.99940	0.99989	0.99966 0.99967	
1970	0.99961		0.99990	0.99969 0.99972	0.99977
1980			0.99994		

FUENTE: Cuadros 15,16,17,18,22,23,24, 30,31,32,33,34,41,42, 43,44,45,46,48.

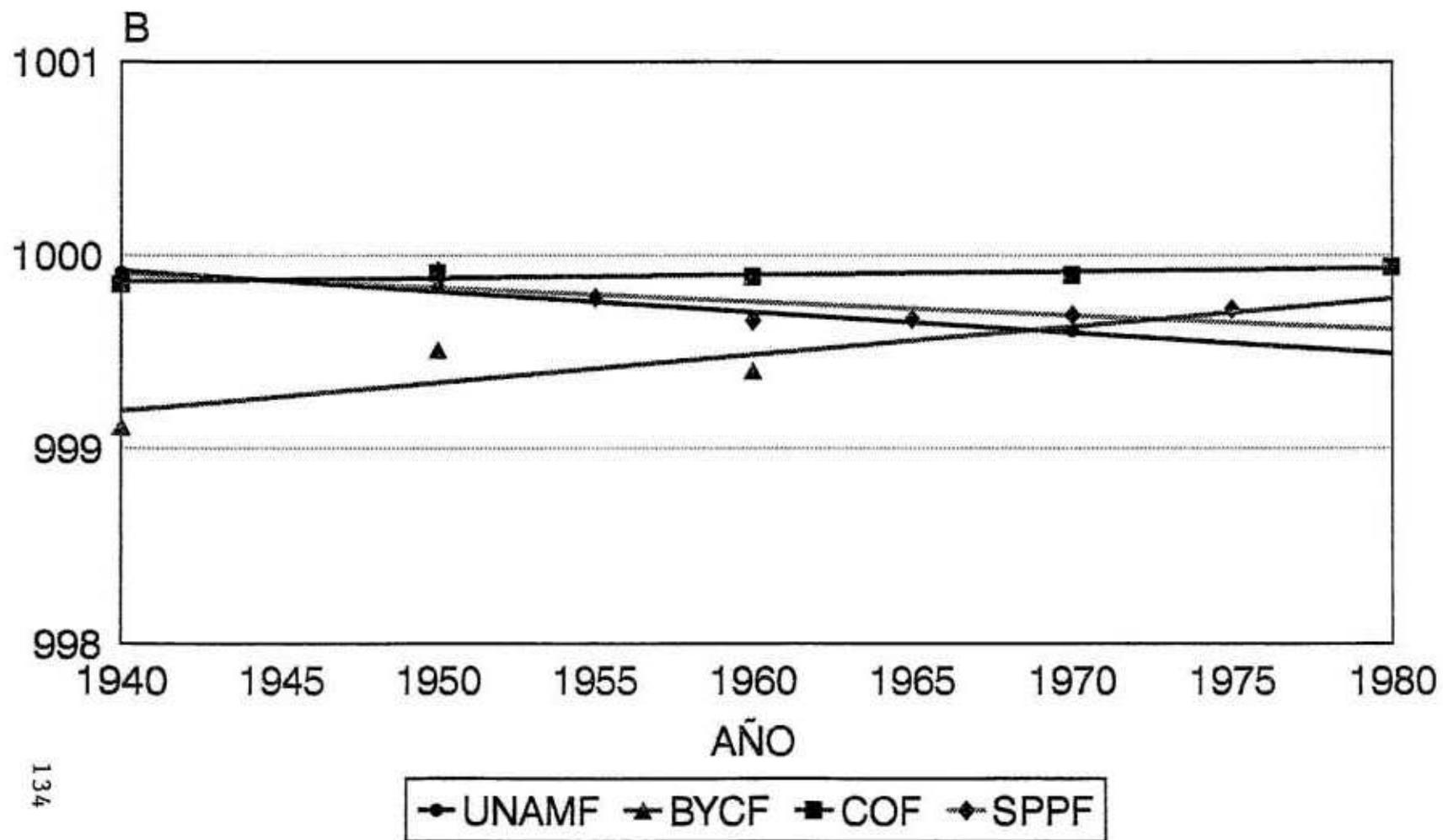
# TENDENCIA DEL COMPORTAMIENTO DEL PARAMETRO A

## AJUSTE MAKEHAM. Mujeres.



# TENDENCIA DEL COMPORTAMIENTO DEL PARAMETRO B

AJUSTE MAKEHAM. Mujeres.



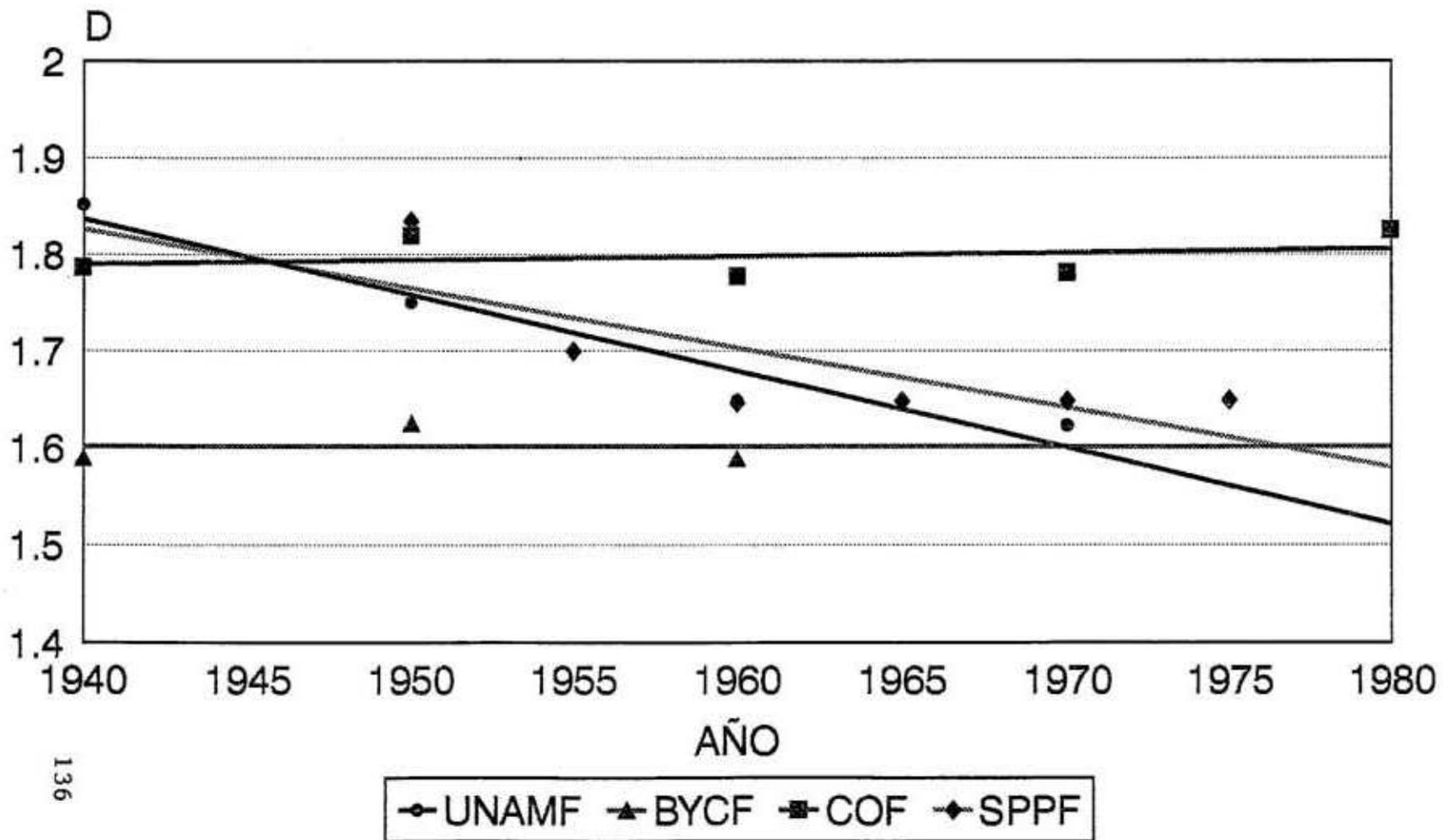
	PARAMETRO		Ajuste MAKEHAM		Mujeres
	UNAMF	BYCF	COF	SPPF	
1940	1.85183	1.58967	1.78686		
1950	1.75012	1.62491	1.81959	1.83443 1.69947	
1960	1.64848	1.58909	1.77732	1.64643 1.64764	
1970	1.62295		1.78109	1.64824 1.64897	1.68494
1980			1.82545		

	PARAMETRO		Ajuste MAKEHAM		Mujeres
	UNAMF	BYCF	COF	SPPF	
1940	0.84344	0.84715	0.83853		
1950	0.89585	0.87674	0.88027	0.88259 0.90683	
1960	0.93081	0.92880	0.92361	0.92530 0.93449	
1970	0.94373		0.93703	0.94330 0.95081	0.93151
1980			0.95714		

FUENTE: Cuadros 15,16,17,18,22,23,24, 30,31,32,33,34,41,42, 43,44,45,46,48.

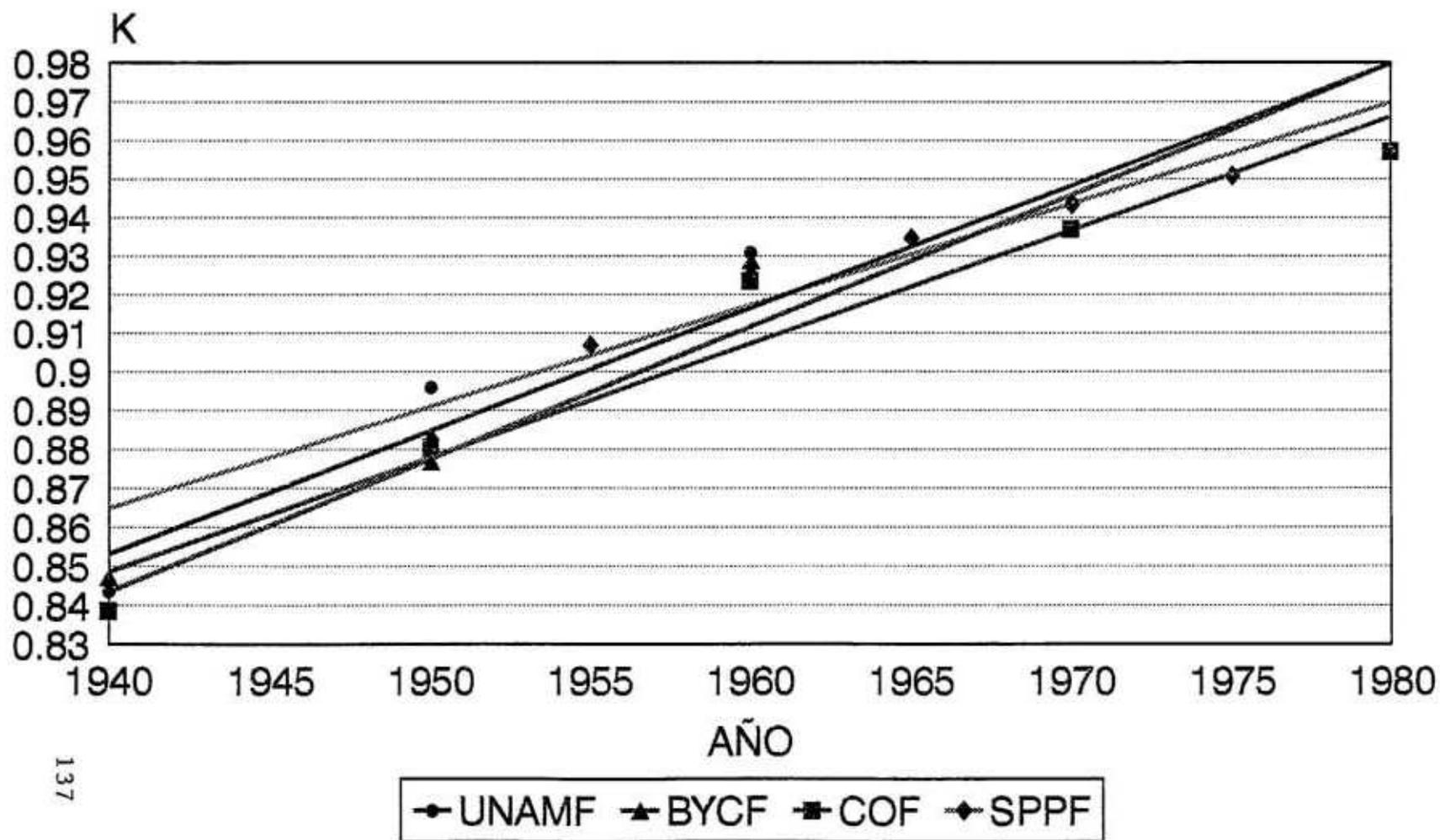
# TENDENCIA DEL COMPORTAMIENTO DEL PARAMETRO D

AJUSTE MAKEHAM. Mujeres.



# TENDENCIA DEL COMPORTAMIENTO DEL PARAMETRO K

## AJUSTE MAKEHAM. Mujeres.

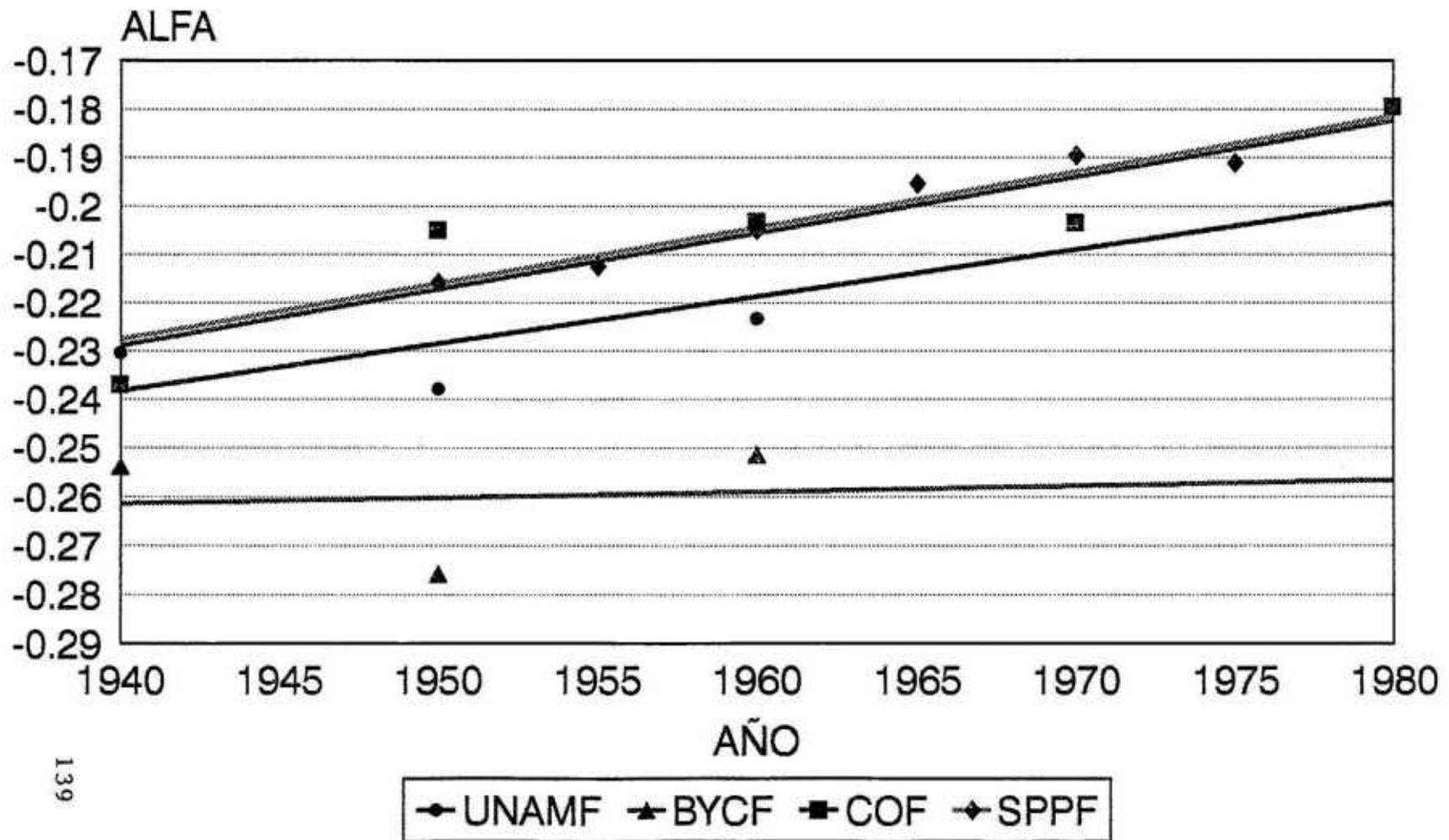


	PARAMETRO		ALFA	Ajuste	DOBLE	EXPONENCIAL	Mujeres
	UNAMF	BYCF		COF		SPPF	NUF
1940	-0.23046	-0.25379		-0.23694			
1950	-0.23780	-0.27572		-0.20498		-0.21591	
1960	-0.22330	-0.25137		-0.20326		-0.21249	
1970	-0.20290			-0.20343		-0.20500	-0.18257
1980				-0.17939		-0.19541	
						-0.18953	
						-0.19107	
	PARAMETRO		a				Mujeres
	UNAMF	BYCF		COF		SPPF	NUF
1940	-0.63087	-0.44497		-0.51911			
1950	-0.55549	-0.29575		-0.74434		-0.62896	
1960	-0.63422	-0.41522		-0.74442		-0.65551	
1970	-0.74873			-0.69867		-0.71401	-0.87599
1980				-0.86128		-0.80344	
						-0.86483	
						-0.85159	
	PARAMETRO		b				Mujeres
	UNAMF	BYCF		COF		SPPF	NUF
1940	-0.14332	-0.10285		-0.12353			
1950	-0.08675	-0.06408		-0.12063		-0.10082	
1960	-0.06411	-0.04700		-0.07811		-0.08321	
1970	-0.05933			-0.06018		-0.07428	-0.08047
1980				-0.04831		-0.07280	
						-0.06806	
						-0.05848	

FUENTE: Cuadros 15,16,17,18,22,23,24,30,31,32,33,34,41,42,43,44,45,46,48.

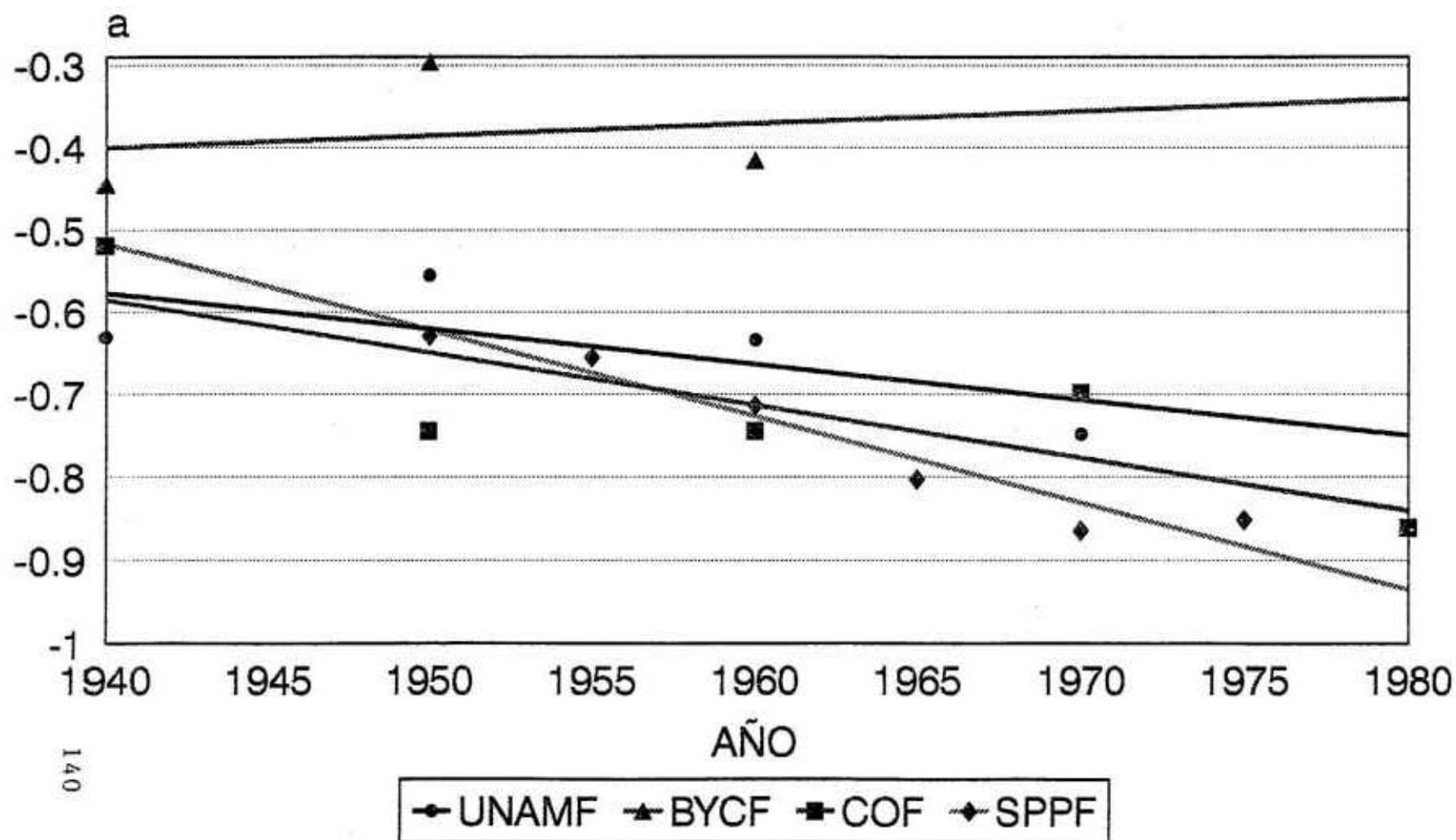
# TENDENCIA DEL COMPORTAMIENTO DEL PARAMETRO ALFA

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL. Mujeres.



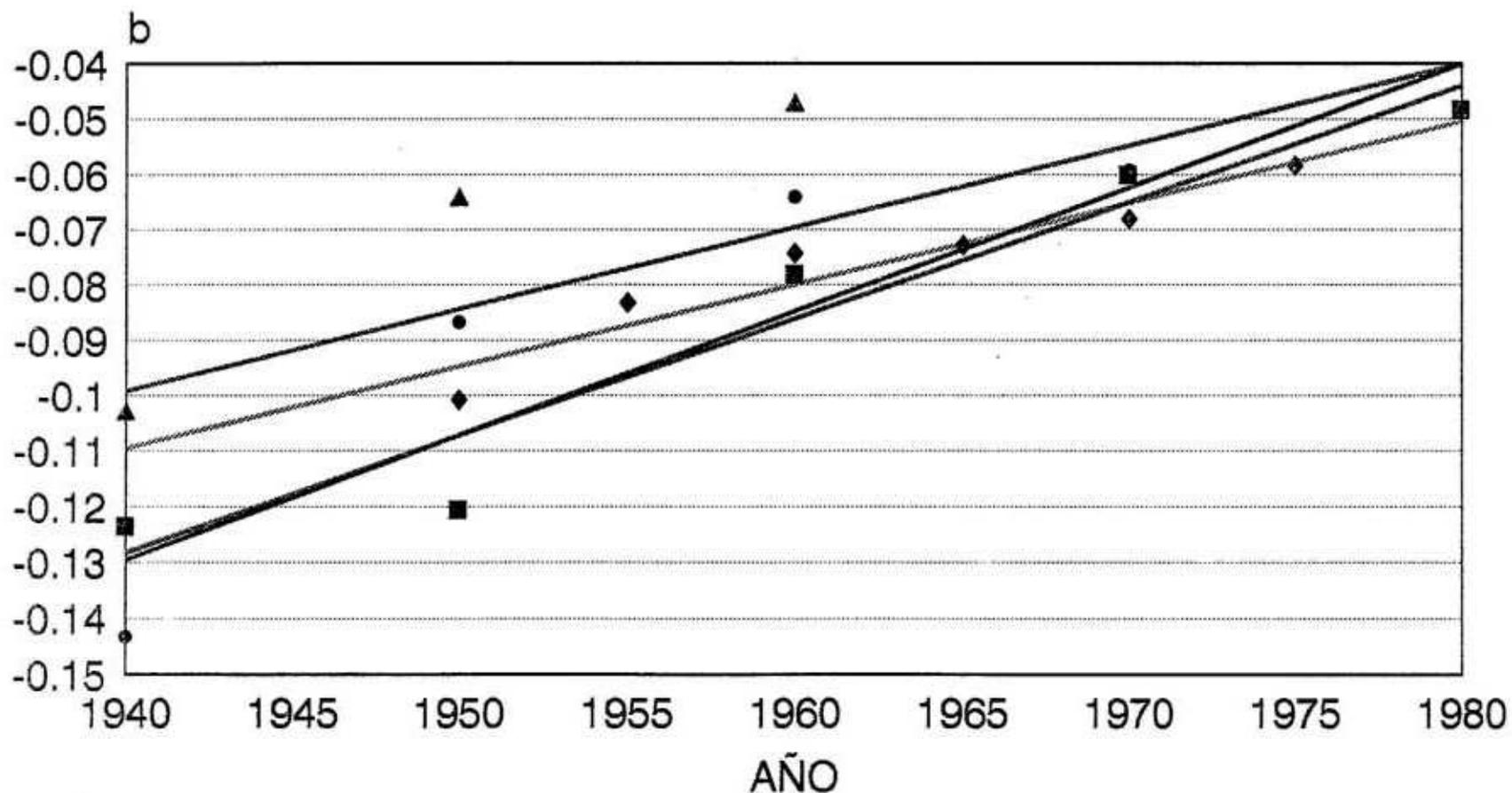
# TENDENCIA DEL COMPORTAMIENTO DEL PARAMETRO a

AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL. Mujeres.



# TENDENCIA DEL COMPORTAMIENTO DEL PARAMETRO b

## AJUSTE DOBLE EXPONENCIAL. Mujeres.



V. - PROYECCION DE LOS  
PARAMETROS DE LA  
FUNCION COMPUESTA Y  
DE LA SERIE  $L(X)$

## V. PROYECCION DE LOS PARAMETROS DE LA FUNCION COMPUESTA Y DE LA SERIE L(X)

Finalmente, con base en todos los resultados encontrados se procede a realizar una proyección de la mortalidad mexicana por sexos para los años de 1990, 1995 y 2000.

La primera parte de la proyección consiste en proyectar el valor de cada uno de los parámetros de la función compuesta encontrada que describe a la serie  $l(x)$ . Para hallar que función resultaba ser la mejor para realizar la proyección de cada parámetro, se empleó el paquete STATPLAN el cual realiza un análisis bastante completo de los diferentes tipos de ajuste proporcionando entre otros datos el grado de la bondad de ajuste así como el de la confiabilidad.

Para poder correr el paquete STATPLAN era necesario contar con un solo valor por año de cada parámetro por lo que, en los cuadros 55 y 56 que aparecen a continuación, se presentan los valores promedio de cada parámetro para hombres y mujeres, desde 1940 hasta 1980.<sup>6</sup>

Estos "valores promedio" son los que alimentaron al paquete STATPLAN y fungieron como la variable dependiente, siendo el "tiempo" la variable independiente.

---

<sup>6</sup> Se promediaron, por año, los valores de cada parámetro según las diferentes fuentes que aparecen en los cuadros 49, 50, 51, 52, 53 y 54 del capítulo IV.

CUADRO No. 55.- Valores por año para cada parámetro (promedio).

Hombres

Ajuste Makeham. Parámetro K		Ajuste Makeham. Parámetro A	
Año	Valor	Año	Valor
1940	0.8381	1940	0.9502
1950	0.8809725	1950	0.967955
1960	0.9237125	1960	0.98074
1970	0.93432	1970	0.98363
1980	0.96541	1980	0.98782

---

Ajuste Makeham. Parámetro B		Ajuste Makeham. Parámetro D	
Año	Valor	Año	Valor
1940	0.9979233	1940	1.5301767
1950	0.9984225	1950	1.5417525
1960	0.99842	1960	1.517555
1970	0.9986975	1970	1.52807
1980	0.99759	1980	1.45152

---

Ajuste Doble Exponencial. Parámetro b		Ajuste Doble Exponencial. Parámetro a	
Año	Valor	Año	Valor
1940	-0.17567	1940	-0.7492433
1950	-0.1431875	1950	-0.83024
1960	-0.1356975	1960	-1.0754
1970	-0.15967	1970	-1.3815875
1980	-0.22601	1980	-1.94831

---

Ajuste Doble Exponencial. Parámetro alfa	
Año	Valor
1940	-0.2123866
1950	-0.2031675
1960	-0.1854575
1970	-0.1648225
1980	-0.19689

CUADRO No. 56.- Valores por año para cada parámetro (promedio).

Mujeres

Ajuste Makeham. Parámetro K		Ajuste Makeham. Parámetro A	
Año	Valor	Año	Valor
1940	0.84304	1940	0.9517633
1950	0.8838625	1950	0.96997
1960	0.92713	1960	0.982375
1970	0.9388925	1970	0.98612
1980	0.95714	1980	0.99147

---

Ajuste Makeham. Parámetro B		Ajuste Makeham. Parámetro D	
Año	Valor	Año	Valor
1940	0.9996233	1940	1.7427867
1950	0.999795	1950	1.7572625
1960	0.999655	1960	1.66533
1970	0.9997425	1970	1.684305
1980	0.99994	1980	1.82545

---

Ajuste Doble Exponencial. Parámetro b		Ajuste Doble Exponencial. Parámetro a	
Año	Valor	Año	Valor
1940	-0.1232333	1940	-0.53165
1950	-0.09307	1950	-0.556135
1960	-0.065875	1960	-0.6269675
1970	-0.06701	1970	-0.797055
1980	-0.04831	1980	-0.86128

---

Ajuste Doble Exponencial. Parámetro alfa	
Año	Valor
1940	-0.2403966
1950	-0.2336025
1960	-0.2207325
1970	-0.1946075
1980	-0.17939

En los cuadros 57 a 63 se muestran el análisis y las proyecciones de los siete parámetros correspondientes a la función que describe la serie  $l(x)$  de hombres.

Como se podrá observar el ajuste seleccionado para realizar la proyección se eligió básicamente en función del grado de confiabilidad combinado con el nivel de la bondad de ajuste.

En los casos en que no fue posible seleccionar ninguno de los tipos de ajuste analizados por STATPLAN se procedió a aplicar el método de los puntos medios agrupando los dos primeros puntos y después los tres restantes correspondientes a los valores promedio.

Resultó más complicado proyectar los parámetros correspondientes a hombres que los correspondientes a mujeres. El análisis y las proyecciones de los parámetros de la función que describe la serie  $l(x)$  de mujeres se presentan en los cuadros 64 a 70.

Por último, la segunda parte de la proyección consiste en proyectar la serie  $l(x)$  una vez que se tienen los valores proyectados de los parámetros. Las proyecciones para los años 1990, 1995 y 2000 aparecen en los cuadros 71 para hombres y 72 para mujeres.

V.1.- ANALISIS Y PROYECCION  
DE LOS PARAMETROS DE LA  
FUNCION COMPUESTA  
HOMBRES

CUADRO No.57 .- Proyección del parámetro K de Makeham.

Hombres

"Análisis Bivariado con Statplan"  
 Variable dependiente: PARMAKKH  
 Variable independiente: TIEMPO

Tipo de ajuste		Bondad de ajuste	Confiabilidad
1 Lineal	$y = m * x + b$	0.963	0.997
2 Exponencial	$\ln(y) = m * x + b$	0.957	0.996
3 Potencial	$\ln(y) = m * \ln(x) + b$	0.985	0.999
4 Logarítmico	$y = m * \ln(x) + b$	0.982	0.999
5 Inverso en "y"	$1/y = m * x + b$	0.950	0.995
6 Inverso en "x" y en "y"	$1/y = m/x + b$	0.927	0.991
7 Inverso en "x"	$y = m/x + b$	0.905	0.987

"Estadísticas descriptivas"  
 PARMAKKH

No. de datos = 5  
 Valor más pequeño = 0.838  
 Valor más grande = 0.965  
 Rango = 0.127  
 Media = 0.909  
 Desviación estándar = 0.050  
 Aplanamiento = -0.270  
 Mediana = 0.881

"Ajuste seleccionado": Potencial

$$\ln(y) = m * \ln(x) + b$$

donde:

y = valor de la variable dependiente.  
 x = valor de la variable independiente.  
 m = 0.086249  
 b = -0.179751

"PROYECCION DEL VALOR DEL PARAMETRO PARMAKKH"

Para el año 1990	Para el año 1995	Para el año 2000
PARMAKKH = 0.9751	PARMAKKH = 0.9819	PARMAKKH = 0.9882

CUADRO No.58 .- Proyección del parámetro A de Makeham.

Hombres

"Análisis Bivariado con Statplan"

Variable dependiente: PARMAKAH

Variable independiente: TIEMPO

Tipo de ajuste		Bondad de ajuste	Confiabilidad
1 Lineal	$y = m * x + b$	0.887	0.983
2 Exponencial	$\ln(y) = m * x + b$	0.884	0.983
3 Potencial	$\ln(y) = m * \ln(x) + b$	0.982	0.999
4 Logarítmico	$y = m * \ln(x) + b$	0.983	0.999
5 Inverso en "y"	$1/y = m * x + b$	0.881	0.982
6 Inverso en "x" y en "y"	$1/y = m/x + b$	0.978	0.999
7 Inverso en "x"	$y = m/x + b$	0.975	0.998

"Estadísticas descriptivas"  
PARMAKAH

No. de datos = 5

Valor más pequeño = 0.950

Valor más grande = 0.988

Rango = 0.038

Media = 0.974

Desviación estándar = 0.015

Aplanamiento = -0.565

Mediana = 0.968

"Ajuste seleccionado": Logarítmico

$$y = m * \ln(x) + b$$

donde:

y = valor de la variable dependiente.

x = valor de la variable independiente.

m = 0.023817

b = 0.951264

"PROYECCION DEL VALOR DEL PARAMETRO PARMAKAH"

Para el año 1990

PARMAKAH = 0.9939

Para el año 1995

PARMAKAH = 0.9958

Para el año 2000

PARMAKAH = 0.9976

CUADRO No.59 .- Proyección del parámetro B de Makeham.

Hombres

"Análisis Bivariado con Statplan"  
 Variable dependiente: PARMKPBH  
 Variable independiente: TIEMPO

Tipo de ajuste		Bondad de ajuste	Confiabilidad
1 Lineal	$y = m * x + b$	0.019	0.176
2 Exponencial	$\ln(y) = m * x + b$	0.019	0.177
3 Potencial	$\ln(y) = m * \ln(x) + b$	0.002	0.059
4 Logarítmico	$y = m * \ln(x) + b$	0.002	0.059
5 Inverso en "y" "	$1/y = m * x + b$	0.019	0.177
6 Inverso en "x" y en "y"	$1/y = m/x + b$	0.039	0.249
7 Inverso en "x"	$y = m/x + b$	0.039	0.250

"Estadísticas descriptivas"  
 PARMKPBH

No. de datos = 5  
 Valor más pequeño = 0.998  
 Valor más grande = 0.999  
 Rango = 0.001  
 Media = 0.998  
 Desviación estándar = 0.000  
 Aplanamiento = -0.329  
 Mediana = 0.998

"Ajuste seleccionado": Ninguno, debido a los resultados obtenidos tanto en la bondad de ajuste como en la confiabilidad. Se aplicará el método de los puntos medios para poder proyectar este parámetro.

$$P_1 = (0.9979233 + 0.9984225)/2 = 0.9981729$$

$$P_2 = (0.99842 + 0.9986975 + 0.99759)/3 = 0.9982358$$

Encontrando la ecuación de la recta que pasa por estos dos puntos se tiene:

$$y = 0.0000025 (x) + 0.9932792$$

"PROYECCION DEL VALOR DEL PARAMETRO PARMKPBH"

Para el año 1990

PARMKPBH = 0.9982542

Para el año 1995

PARMKPBH = 0.9982667

Para el año 2000

PARMKPBH = 0.9982792

CUADRO No.60 .- Proyección del parámetro D de Makeham.

Hombres

"Análisis Bivariado con Statplan"  
Variable dependiente: PARMAKDH  
Variable independiente: TIEMPO

Tipo de ajuste		Bondad de ajuste	Confiabilidad
1 Lineal	$y = m * x + b$	0.568	0.859
2 Exponencial	$\ln(y) = m * x + b$	0.567	0.858
3 Potencial	$\ln(y) = m * \ln(x) + b$	0.390	0.740
4 Logarítmico	$y = m * \ln(x) + b$	0.391	0.741
5 Inverso en "y"	$1/y = m * x + b$	0.566	0.858
6 Inverso en "x" y en "y"	$1/y = m/x + b$	0.236	0.594
7 Inverso en "x"	$y = m/x + b$	0.238	0.595

"Estadísticas descriptivas"  
PARMAKDH

No. de datos = 5  
Valor más pequeño = 1.452  
Valor más grande = 1.542  
Rango = 0.090  
Media = 1.514  
Desviación estándar = 0.036  
Aplanamiento = -0.921  
Mediana = 1.518

"Ajuste seleccionado": Ninguno, debido a los resultados obtenidos tanto en la bondad de ajuste como en la confiabilidad. Se aplicará el método de los puntos medios para poder proyectar este parámetro.

$$P_1 = (1.5301767 + 1.5417525)/2 = 1.5359646$$

$$P_2 = (1.517555 + 1.52807 + 1.45152)/3 = 1.4990483$$

Encontrando la ecuación de la recta que pasa por estos dos puntos se tiene:

$$y = -0.0014766 (x) + 4.4080527$$

"PROYECCION DEL VALOR DEL PARAMETRO PARMKDH"

Para el año 1990  
PARMAKDH = 1.4696187

Para el año 1995  
PARMAKDH = 1.4622357

Para el año 2000  
PARMAKDH = 1.4548527

CUADRO No.61 .- Proyección del parámetro b de ajuste doble exponencial.

Hombres

"Análisis Bivariado con Statplan" \*

Variable dependiente: BHEXP

Variable independiente: TIEMPO

"Ajuste seleccionado": Ninguno del paquete Statplan ya que tanto la bondad de ajuste como la confiabilidad de los ajustes que se pudieron correr, resultaron muy bajas. Se aplicará el método de los puntos medios para poder proyectar este parámetro.

$$P_1 = [(-0.17567)+(-0.1431875)]/2 = -0.1594287$$

$$P_2 = [(-0.1356975)+(-0.15967)+(-0.22601)]/3 = -0.1737925$$

Encontrando la ecuación de la recta que pasa por estos dos puntos se tiene:

$$y = -0.0005745 (x) + 0.9580749$$

"Estadísticas Descriptivas"

BHEXP

No. de datos = 5

Media = -0.168

Valor más pequeño = -0.226

Desviación estándar = 0.036

Valor más grande = -0.136

Aplanamiento = -0.629

Rango = 0.090

Mediana = -0.176

"PROYECCION DEL VALOR DEL PARAMETRO BHEXP"

Para el año 1990

Para el año 1995

Para el año 2000

BHEXP = -0.1851801

BHEXP = -0.1880526

BHEXP = -0.1909251

---

\* No se exponen todos los tipos de ajuste como en el caso de los parámetros de Makeham ya que al manejar números negativos el paquete bota en algunos tipos de ajuste.

CUADRO No.62 .- Proyección del parámetro a de ajuste doble exponencial.

Hombres

"Análisis Bivariado con Statplan"

Variable dependiente: AHEXP

Variable independiente: TIEMPO

"Ajuste seleccionado": Lineal

$$y = m * x + b$$

Bondad de ajuste = 0.917

donde

Confiabilidad = 0.990

y = valor de la variable dependiente

x = valor de la variable independiente

m = -0.294948

b = -0.312112

"Estadísticas Descriptivas"

AHEXP

No. de datos = 5

Media = -1.197

Valor más pequeño = -1.948

Desviación estándar = 0.487

Valor más grande = -0.749

Aplanamiento = -0.502

Rango = 1.199

Mediana = -1.382

"PROYECCION DEL VALOR DEL PARAMETRO AHEXP"

Para el año 1990

Para el año 1995

Para el año 2000

AHEXP = -2.0818

AHEXP = -2.2293

AHEXP = -2.3767

---

\* No se exponen todos los tipos de ajuste como en el caso de los parámetros de Makeham ya que al manejar números negativos el paquete bota en algunos tipos de ajuste.

CUADRO No.63 .- Proyección del parámetro alfa de ajuste doble exponencial.

Hombres

"Análisis Bivariado con Statplan"

Variable dependiente: ALFAHEXP

Variable independiente: TIEMPO

"Ajuste seleccionado": Ninguno del paquete Statplan ya que tanto la bondad de ajuste como la confiabilidad de los ajustes que se pudieron correr, resultaron muy bajas. Se aplicará el método de los puntos medios para poder proyectar este parámetro.

$$P_1 = [(-0.2123866)+(-0.2031675)]/2 = -0.207777$$

$$P_2 = [(-0.1854575)+(-0.1648225)+(-0.19689)]/3 = -0.18239$$

Encontrando la ecuación de la recta que pasa por estos dos puntos se tiene:

$$y = 0.0010154 (x) - 2.1828856$$

"Estadísticas Descriptivas"

ALFAHEXP

No. de datos = 5	Media = -0.193
Valor más pequeño = -0.212	Desviación estándar = 0.018
Valor más grande = -0.165	Aplanamiento = 0.408
Rango = 0.048	Mediana = -0.203

"PROYECCION DEL VALOR DEL PARAMETRO ALFAHEXP"

Para el año 1990	Para el año 1995	Para el año 2000
ALFAHEXP = -0.1622396	ALFAHEXP = -0.1571626	ALFAHEXP = -0.1520856

---

\* No se exponen todos los tipos de ajuste como en el caso de los parámetros de Makeham ya que al manejar números negativos el paquete bota en algunos tipos de ajuste.

V.2.- ANALISIS Y PROYECCION  
DE LOS PARAMETROS DE LA  
FUNCION COMPUESTA  
MUJERES

CUADRO No.64 .- Proyección del parámetro K de Makeham.

Mujeres

"Análisis Bivariado con Statplan"

Variable dependiente: PARMAKKM

Variable independiente: TIEMPO

Tipo de ajuste		Bondad de ajuste	Confiabilidad
1 Lineal	$y = m * x + b$	0.942	0.994
2 Exponencial	$\ln(y) = m * x + b$	0.935	0.993
3 Potencial	$\ln(y) = m * \ln(x) + b$	0.988	0.999
4 Logarítmico	$y = m * \ln(x) + b$	0.987	0.999
5 Inverso en "y"	$1/y = m * x + b$	0.928	0.992
6 Inverso en "x" y en "y"	$1/y = m/x + b$	0.944	0.994
7 Inverso en "x"	$y = m/x + b$	0.929	0.992

"Estadísticas descriptivas"  
PARMAKKM

No. de datos = 5

Valor más pequeño = 0.843

Valor más grande = 0.957

Rango = 0.114

Media = 0.910

Desviación estándar = 0.046

Aplanamiento = -0.376

Mediana = 0.884

"Ajuste seleccionado": Potencial

$$\ln(y) = m * \ln(x) + b$$

donde:

y = valor de la variable dependiente.

x = valor de la variable independiente.

m = 0.080376

b = -0.172303

"PROYECCION DEL VALOR DEL PARAMETRO PARMAKKM"

Para el año 1990

PARMAKKM = 0.9721

Para el año 1995

PARMAKKM = 0.9784

Para el año 2000

PARMAKKM = 0.9842

CUADRO No.65 .- Proyección del parámetro A de Makeham.

Mujeres

"Análisis Bivariado con Statplan"  
 Variable dependiente: PARMAKAM  
 Variable independiente: TIEMPO

Tipo de ajuste		Bondad de ajuste	Confiabilidad
1	Lineal $y = m * x + b$	0.908	0.988
2	Exponencial $\ln(y) = m * x + b$	0.905	0.987
3	Potencial $\ln(y) = m * \ln(x) + b$	0.990	1.000
4	Logarítmico $y = m * \ln(x) + b$	0.991	1.000
5	Inverso en "y" $1/y = m * x + b$	0.902	0.987
6	Inverso en "x" y en "y" $1/y = m/x + b$	0.975	0.998
7	Inverso en "x" $y = m/x + b$	0.972	0.998

"Estadísticas descriptivas"  
 PARMAKAM

No. de datos = 5  
 Valor más pequeño = 0.952  
 Valor más grande = 0.991  
 Rango = 0.040  
 Media = 0.976  
 Desviación estándar = 0.016  
 Aplanamiento = -0.526  
 Mediana = 0.970

"Ajuste seleccionado": Logarítmico

$$y = m * \ln(x) + b$$

donde:

y = valor de la variable dependiente.  
 x = valor de la variable independiente.  
 m = 0.024838  
 b = 0.952558

"PROYECCION DEL VALOR DEL PARAMETRO PARMAKAM"

Para el año 1990	Para el año 1995	Para el año 2000
PARMAKAM = 0.9971	PARMAKAM = 0.9990	PARMAKAM = 1.0009

CUADRO No.66 .- Proyección del parámetro B de Makeham.

Mujeres

"Análisis Bivariado con Statplan"  
 Variable dependiente: PARMABM  
 Variable independiente: TIEMPO

Tipo de ajuste		Bondad de ajuste	Confiabilidad
1 Lineal	$y = m * x + b$	0.534	0.839
2 Exponencial	$\ln(y) = m * x + b$	0.533	0.839
3 Potencial	$\ln(y) = m * \ln(x) + b$	0.459	0.791
4 Logarítmico	$y = m * \ln(x) + b$	0.459	0.791
5 Inverso en "y"	$1/y = m * x + b$	0.533	0.839
6 Inverso en "x" y en "y"	$1/y = m/x + b$	0.394	0.743
7 Inverso en "x"	$y = m/x + b$	0.394	0.743

"Estadísticas descriptivas"  
 PARMABM

No. de datos = 5  
 Valor más pequeño = 1.000  
 Valor más grande = 1.000  
 Rango = 0.000  
 Media = 1.000  
 Desviación estándar = 0.000  
 Aplanamiento = 0.914  
 Mediana = 1.000

"Ajuste seleccionado": Ninguno, debido a los resultados obtenidos tanto en la bondad de ajuste como en la confiabilidad. Se aplicará el método de los puntos medios para poder proyectar este parámetro.

$$P_1 = (0.9996233 + 0.999795)/2 = 0.9997091$$

$$P_2 = (0.999655 + 0.9997425 + 0.999994)/3 = 0.9997791$$

Encontrando la ecuación de la recta que pasa por estos dos puntos se tiene:

$$y = 0.0000028 (x) + 0.9942631$$

"PROYECCION DEL VALOR DEL PARAMETRO PARMABM"

Para el año 1990	Para el año 1995	Para el año 2000
PARMABM = 0.9998351	PARMABM = 0.9998491	PARMABM = 0.9998631

CUADRO No.67 .- Proyección del parámetro D de Makeham.

Mujeres

"Análisis Bivariado con Statplan"

Variable dependiente: PARMADKM

Variable independiente: TIEMPO

Tipo de ajuste		Bondad de ajuste	Confiabilidad
1 Lineal	$y = m * x + b$	0.053	0.290
2 Exponencial	$\ln(y) = m * x + b$	0.047	0.275
3 Potencial	$\ln(y) = m * \ln(x) + b$	0.006	0.096
4 Logarítmico	$y = m * \ln(x) + b$	0.008	0.111
5 Inverso en "y"	$1/y = m * x + b$	0.042	0.261
6 Inverso en "x" y en "y"	$1/y = m/x + b$	0.001	0.044
7 Inverso en "x"	$y = m/x + b$	0.000	0.016

"Estadísticas descriptivas"  
PARMAKDM "

No. de datos = 5

Valor más pequeño = 1.665

Valor más grande = 1.825

Rango = 0.160

Media = 1.735

Desviación estándar = 0.064

Aplanamiento = 0.219

Mediana = 1.684

"Ajuste seleccionado": Ninguno, debido a los resultados obtenidos tanto en la bondad de ajuste como en la confiabilidad. Se aplicará el método de los puntos medios para poder proyectar este parámetro.

$$P_1 = (1.7427867 + 1.7572625)/2 = 1.7500246$$

$$P_2 = (1.66533 + 1.684305 + 1.82545)/3 = 1.7250283$$

Encontrando la ecuación de la recta que pasa por estos dos puntos se tiene:

$$y = -0.0009998 (x) + 3.6946356$$

"PROYECCION DEL VALOR DEL PARAMETRO PARMADKM"

Para el año 1990

PARMAKDM = 1.7050336

Para el año 1995

PARMAKDM = 1.7000346

Para el año 2000

PARMAKDM = 1.6950356

CUADRO No.68 .- Proyección del parámetro b de ajuste doble exponencial.

Mujeres

"Análisis Bivariado con Statplan" \*

Variable dependiente: BMEXP

Variable independiente: TIEMPO

"Ajuste seleccionado": Lineal

$$y = m * x + b$$

Bondad de ajuste = 0.907

donde

Confiabilidad = 0.988

y = valor de la variable dependiente

x = valor de la variable independiente

m = 0.017591

b = -0.132272

"Estadísticas Descriptivas"

BMEXP

No. de datos = 5

Media = -0.079

Valor más pequeño = -0.123

Desviación estándar = 0.029

Valor más grande = -0.048

Aplanamiento = -0.412

Rango = 0.075

Mediana = -0.093

"PROYECCION DEL VALOR DEL PARAMETRO BMEXP"

Para el año 1990

Para el año 1995

Para el año 2000

BMEXP = -0.0267

BMEXP = -0.0179

BMEXP = -0.0091

---

\* No se exponen todos los tipos de ajuste como en el caso de los parámetros de Makeham ya que al manejar números negativos el paquete bota en algunos tipos de ajuste.

CUADRO No.69 .- Proyección del parámetro a de ajuste doble exponencial.

Mujeres

"Análisis Bivariado con Statplan" \*  
Variable dependiente: AMEXP  
Variable independiente: TIEMPO

"Ajuste seleccionado": Lineal

$$y = m * x + b$$

Bondad de ajuste = 0.936

donde

Confiabilidad = 0.993

y = valor de la variable dependiente

x = valor de la variable independiente

m = -0.090018

b = -0.404564

"Estadísticas Descriptivas"

AMEXP

No. de datos = 5

Media = -0.675

Valor más pequeño = -0.861

Desviación estándar = 0.147

Valor más grande = -0.532

Aplanamiento = -0.229

Rango = 0.330

Mediana = -0.797

"PROYECCION DEL VALOR DEL PARAMETRO AMEXP"

Para el año 1990

Para el año 1995

Para el año 2000

AMEXP = -0.9447

AMEXP = -0.9897

AMEXP = -1.0347

---

\* No se exponen todos los tipos de ajuste como en el caso de los parámetros de Makeham ya que al manejar números negativos el paquete bota en algunos tipos de ajuste.

CUADRO No.70 .- Proyección del parámetro alfa de ajuste doble exponencial.

Mujeres

"Análisis Bivariado con Statplan"  
Variable dependiente: ALFAMEXP  
Variable independiente: TIEMPO

"Ajuste seleccionado": Lineal

$$y = m * x + b$$

Bondad de ajuste = 0.960

donde

Confiabilidad = 0.997

y = valor de la variable dependiente

x = valor de la variable independiente

m = 0.016101

b = -0.262048

"Estadísticas Descriptivas"

ALFAMEXP

No. de datos = 5

Media = -0.214

Valor más pequeño = -0.240

Desviación estándar = 0.026

Valor más grande = -0.179

Aplanamiento = 0.233

Rango = 0.061

Mediana = -0.234

"PROYECCION DEL VALOR DEL PARAMETRO ALFAMEXP"

Para el año 1990

Para el año 1995

Para el año 2000

ALFAMEXP = -0.1654

ALFAMEXP = -0.1574

ALFAMEXP = -0.1493

---

\* No se exponen todos los tipos de ajuste como en el caso de los parámetros de Makeham ya que al manejar números negativos el paquete bota en algunos tipos de ajuste.

V.3.- PROYECCION DE LA

SERIE L(X)

1990, 1995 y 2000

HOMBRES. MUJERES.

CUADRO No. 71 .- Proyección de la serie "lx" para los años  
1990, 1995 y 2000. Hombres

"Valores de los parámetros proyectados de la función que describe a la serie lx".\*

Año	K	A	B	D	b	a	Alfa
1990	0.975	0.993	0.998	1.469	-0.185	-2.081	-0.162
1995	0.981	0.995	0.998	1.462	-0.188	-2.229	-0.157
2000	0.988	0.997	0.998	1.454	-0.190	-2.376	-0.152

"Proyección de la serie lx hombres"

X(I)	1990	1995	2000
1	0.93064	0.94242	0.94406
2	0.92028	0.93115	0.93266
3	0.90596	0.91608	0.91758
4	0.88670	0.89621	0.89795
5	0.86121	0.87022	0.87257
6	0.82774	0.83631	0.83981
7	0.78402	0.79210	0.79750
8	0.72724	0.73473	0.74297
9	0.65449	0.66123	0.67337
10	0.56368	0.56949	0.58647
11	0.45532	0.46001	0.48216
12	0.33492	0.33838	0.36460
13	0.21490	0.21711	0.24422
14	0.11295	0.11411	0.13722
15	0.04437	0.04482	0.05974

\* Para realizar la proyección sólo se manejaron dos decimales.

CUADRO No. 72 .- Proyección de la serie "lx" para los años 1990, 1995 y 2000. Mujeres

"Valores de los parámetros proyectados de la función que describe a la serie lx".\*

Año	K	A	B	D	b	a	Alfa
1990	0.972	0.997	0.999	1.705	-0.026	-0.944	-0.165
1995	0.978	0.999	0.999	1.700	-0.017	-0.989	-0.157
2000	0.984	1.000	0.999	1.695	-0.009	-1.034	-0.149

"Proyección de la serie lx mujeres"

X(I)	1990	1995	2000
1	0.95889	0.97002	0.97962
2	0.95638	0.96884	0.97894
3	0.95299	0.96680	0.97743
4	0.94812	0.96332	0.97453
5	0.94079	0.95745	0.96930
6	0.92941	0.94761	0.96021
7	0.91141	0.93124	0.94473
8	0.88272	0.90427	0.91886
9	0.83716	0.86050	0.87646
10	0.76613	0.79125	0.80889
11	0.65987	0.68644	0.70599
12	0.51256	0.53945	0.56055
13	0.33387	0.35836	0.37913
14	0.16109	0.17891	0.19540
15	0.04659	0.05496	0.06353

---

\* Para realizar la proyección sólo se manejaron tres decimales.

## CONCLUSIONES

## C O N C L U S I O N E S

Se ha verificado a lo largo del presente trabajo la importancia y utilidad del manejo de las Funciones de Sobrevivencia.

Para México, se encontró una única función de distribución de sobrevivencia que caracteriza el comportamiento de la mortalidad a nivel nacional, tanto para hombres como para mujeres. Se trata de una función compuesta, (suma de dos funciones) formada por la función Makeham y una función doble exponencial con un parámetro más.

Pese a que se trabajó con un número considerable de tablas correspondientes a los años de 1940, 1950, 1960, 1970 y 1980 y que fueron creadas por diferentes autores que emplearon diversas técnicas y supuestos para su construcción, siempre se encontró la misma función que caracteriza a la serie  $l(x)$  de sobrevivientes pero con diferentes parámetros.

Para encontrar a esta única función se realizaron varios intentos probando diferentes funciones. Estos acercamientos fueron señalados en el capítulo II y resultaron más fácilmente posibles gracias al apoyo de la computación.

Al aplicar la función compuesta encontrada a toda la información base que se manejó, siempre los resultados de las diferencias entre los datos observados y estimados fueron insignificantes como lo mostraron los cuadros y gráficas del capítulo III.

Posteriormente se presentaron y analizaron los valores de los siete parámetros que componen la función de sobrevivencia encontrada (A, B, D y K de la función de Makeham, así como a, b y alfa de la función doble exponencial) según las diversas fuentes de información empleadas y para los años de estudio utilizados (Cap. IV).

Al observar las gráficas que muestran la tendencia del comportamiento de cada uno de los parámetros es fácilmente palpable, para ambos sexos, que los parámetros "A" y "K" de Makeham tienen una tendencia bien clara y definida; que aunque "B" y "D" de Makeham no presentan una tendencia tan bien definida como los anteriores, su variabilidad se encuentra en un rango muy pequeño; que tanto "a" como "alfa" tienen un comportamiento bastante irregular por lo que la tendencia es más difícil de señalar con exactitud; y que "b" en mujeres presenta una tendencia bien definida mientras que en hombres no.

Finalmente, utilizando el paquete STATPLAN se procedió al análisis de los valores de cada uno de los parámetros para encontrar la proyección "más confiable posible" de cada uno.

Resultó más fácil proyectar los valores de los parámetros de la función de sobrevivencia correspondiente a mujeres (Ver análisis en el capítulo V). Se proyectaron los valores de los parámetros para los años de 1990, 1995 y 2000.

Una vez que se tuvieron los valores de los parámetros proyectados se procedió a proyectar la función de sobrevivencia completa para encontrar las series  $l(x)$  correspondientes. Para que la proyección resultara lógica no fue posible manejar todos los decimales de los valores de los parámetros proyectados. Para hombres se manejan dos decimales y para mujeres tres decimales.

Pese a que se encontraron ciertas dificultades para realizar la proyección, los objetivos planteados al inicio de este trabajo fueron totalmente cubiertos.

Este es un primer acercamiento a la aplicación práctica de las funciones de sobrevivencia describiendo y proyectando la mortalidad de México, a nivel nacional, tanto para hombres como para mujeres. Hay muchos caminos más por explorar, como por ejemplo: encontrar la forma de proyectar la serie  $l(x)$  manejando todos los decimales de los parámetros encontrados en la función de sobrevivencia; revisar que esta misma función sirva para caracterizar la mortalidad en México a nivel regional y estatal; encontrar la función de sobrevivencia para fecundidad (sobrevivir a tener hijos) o la de nupcialidad (sobrevivir al evento de casarse) o la de migración (sobrevivir a migrar); teniendo las funciones de sobrevivencia de los diferentes fenómenos demográficos medir la interferencia entre fenómenos, etc.

Hay mucho más por hacer no sólo con las funciones de sobrevivencia sino en el ilimitado y espléndido campo de la Demografía Matemática aplicada a la información de México. ¡Hay que continuar!

## BIBLIOGRAFIA

## B I B L I O G R A F I A

- 1) BENITEZ, R. y CABRERA, G.  
"Tablas Abreviadas de Mortalidad de la Población de México 1930, 1940, 1950 y 1960".  
El Colegio de México, 1967.
- 2) BOCAZ, ALBINO  
"El Uso de la Ley de Makeham como Función Demográfica"  
en Notas de Población, CELADE, año II, Vol. 6, Diciembre 1974.
- 3) BOWERS, N.; GERBER, H.; HICKMAN, J.; JONES, D. Y NESBITT, C.  
"Actuarial Mathematics".  
Society of Actuaries.
- 4) CAMPOSORTEGA, SERGIO  
"Nuevas Tablas de Mortalidad 1940-1980"  
en El Nivel y la Estructura de la Mortalidad en México, 1940-1980" (versión preliminar). Ponencia presentada en el Seminario 'La mortalidad en México: Niveles, tendencias y determinantes'.  
El Colegio de México, 1984.
- 5) CORONA, R.; JIMENEZ, R. y MINUNJIN, A.  
"La Mortalidad en México. Tablas Abreviadas de Mortalidad para las Entidades Federativas y el Total de la República. 1940, 1950, 1960 y 1970".  
Instituto de Investigaciones Sociales, UNAM. 1982.
- 6) INEGI, SPP; CONAPO; CELADE  
"México. Estimaciones y Proyecciones de Población 1950-2000". SPP, 1983.
- 7) JOHNSON, R. Y JOHNSON, N.  
"Survival Models and Data Analysis"  
John Wiley and Sons, 1980.
- 8) MINA, ALEJANDRO  
"Desagregación de la Estructura de la Fecundidad por Edades Empleando la Función de Gompertz"  
en Demografía y Economía, El Colegio de México  
Vol. XVI, núm. 1 (49). 1982.

- 9) MINA, ALEJANDRO  
"Las Funciones de Gompertz y Makeham en el Análisis Actuarial y Demográfico en México"  
Ponencia presentada en la Séptima Reunión Nacional de Actuarios, México, D.F., Noviembre 1987.  
Mesa de Demografía.
- 10) MINA, ALEJANDRO  
"Uso y Abuso de los Modelos de Ajuste en la Demografía".  
en Revista de Estadística y Geografía, SPP.  
Volumen 3, núm. 9. México, 1982.
- 11) NACIONES UNIDAS  
"Tablas Modelo de Mortalidad para Países en Desarrollo".  
Departamento de Asuntos Económicos y Sociales Internacionales. Estudios Demográficos, No. 77.  
Nueva York, 1983.
- 12) NEWELL, COLIN  
"Methods and Models in Demography"  
The Guilford Press.  
New York, 1988.
- 13) ROBINSON, JAMES  
"Introduction to Moment Generating Functions"  
Society of Actuaries.
- 14) SHRYOCK, H. Y SIEGEL, J.  
"The Methods and Materials of Demography"  
Academic Press, 1976.
- 15) VALLIN, J.; D'SOUZA, S. Y PALLONI, A.  
"Measurement and Analysis of Mortality. New Approaches".  
Clarendon Press-Oxford.  
Oxford, 1990.

## ANEXO I

**DEMOSTRACION 1**

Para justificar  $\frac{(m-1)(m)}{2}$  en  $S_0$

P.D.  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$  Por inducción matemática

Con  $n = 1$

$$1 = \frac{1(1+1)}{2} = \frac{1(2)}{2} = 1$$

Para  $n = K$  se supone válido, entonces

$$1 + 2 + 3 + \dots + K = \frac{K(K+1)}{2}$$

Se demuestra para  $n = K + 1$

P.D.  $1 + 2 + 3 + \dots + K + (K + 1) = \frac{(K+1)(K+2)}{2}$

Por la hipótesis de inducción

$$\frac{K(K+1)}{2} + (K+1) = \frac{(K+1)(K+2)}{2}$$

$$\frac{K^2 + K}{2} + K+1 = \frac{(K+1)(K+2)}{2}$$

$$\frac{K^2 + K + 2K + 2}{2} = \frac{(K+1)(K+2)}{2}$$

$$\frac{1}{2} (K^2 + 3K + 2) = \frac{(K+1)(K+2)}{2}$$

$$\frac{1}{2} (K + 1)(K + 2) = \frac{(K+1)(K+2)}{2}$$

$$\therefore 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

### DEMOSTRACION 2

Para justificar  $\frac{d^n - 1}{d - 1}$  en  $S_0$

$$\text{P.D. } a^0 + a^1 + a^2 + \dots + a^n = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$$

Por inducción matemática

Con  $n = 0$

$$a^0 = \frac{a^1 - 1}{a - 1} = \frac{a - 1}{a - 1} = 1$$

$$1 = 1$$

Para  $n = K - 1$  se supone válido, entonces

$$a^0 + a^1 + \dots + a^{k-1} = \frac{a^k - 1}{a - 1}$$

Se demuestra para  $n = K$

$$\text{P.D. } a^0 + a^1 + \dots + a^{k-1} + a^k = \frac{a^{k+1} - 1}{a - 1}$$

Por hipótesis de inducción

$$\frac{a^k - 1}{a - 1} + a^k = \frac{a^{k+1} - 1}{a - 1}$$

$$\frac{a^k - 1 + a^{k+1} - a^k}{a - 1} = \frac{a^{k+1} - 1}{a - 1}$$

$$\frac{a^{k+1} - 1}{a - 1} = \frac{a^{k+1} - 1}{a - 1}$$

$$\therefore a^0 + a^1 + a^2 + \dots + a^n = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$$

### DEMOSTRACION 3

Para justificar  $m^2 + \frac{m(m-1)}{2}$  en  $S_1$

$$\begin{aligned}
 m+(m+1)+(m+2)+\dots+(2m-1) &= \left\{ \begin{array}{l} m \\ m+1 \\ m+2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ m+m-1 \end{array} \right. \\
 &= m \cdot m + \frac{(m-1)(m)}{2} \rightarrow \text{por demostración No. 1} \\
 &= m^2 + \frac{m(m-1)}{2}
 \end{aligned}$$



**DEMOSTRACION 6**

Para justificar  $d^{2m} \left[ \frac{d^m - 1}{d - 1} \right]$  en  $S_2$

$$d^{2m} + d^{2m+1} + \dots + d^{2m+m-1} = d^{2m} [d^0 + d^1 + d^2 + \dots + d^{m-1}]$$

$$= d^{2m} \left[ \frac{d^m - 1}{d - 1} \right]$$

> por demostración  
No. 2

**DEMOSTRACION 7**

Para justificar  $3m^2 + \frac{m(m-1)}{2}$  en  $S_3$

$$3m + (3m+1) + \dots + 3m + (m-1) = 3m^2 + \frac{m(m-1)}{2}$$

> por demostración  
No. 1

**DEMOSTRACION 8**

Para justificar  $d^{3m} \left[ \frac{d^m - 1}{d - 1} \right]$  en  $S_3$

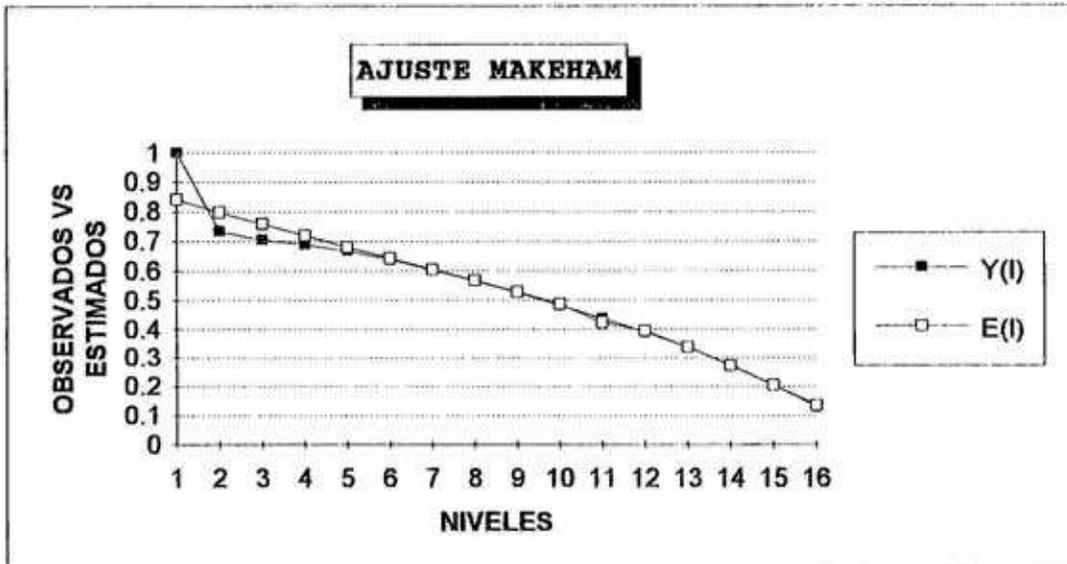
$$d^{3m} + d^{3m+1} + \dots + d^{3m+m-1} = d^{3m} [d^0 + d^1 + \dots + d^{m-1}]$$

$$= d^{3m} \left[ \frac{d^m - 1}{d - 1} \right]$$

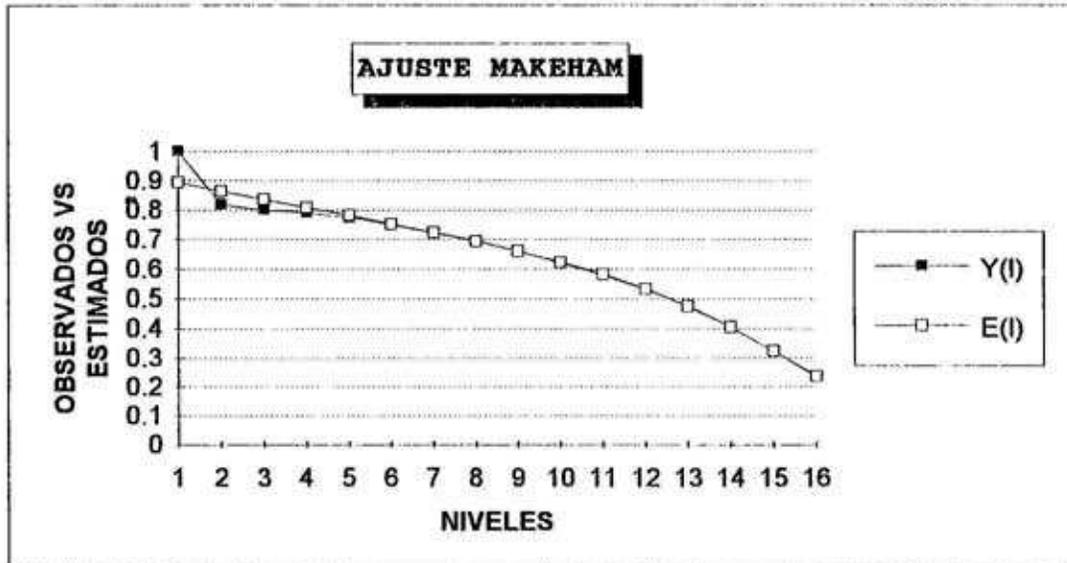
> por demostración  
No. 2

## ANEXO II

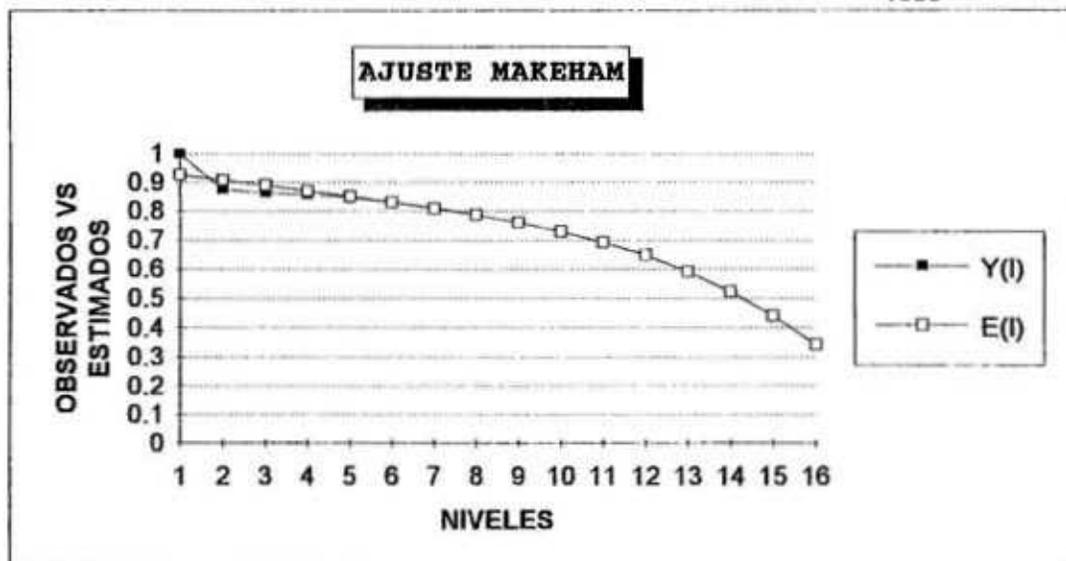
1940



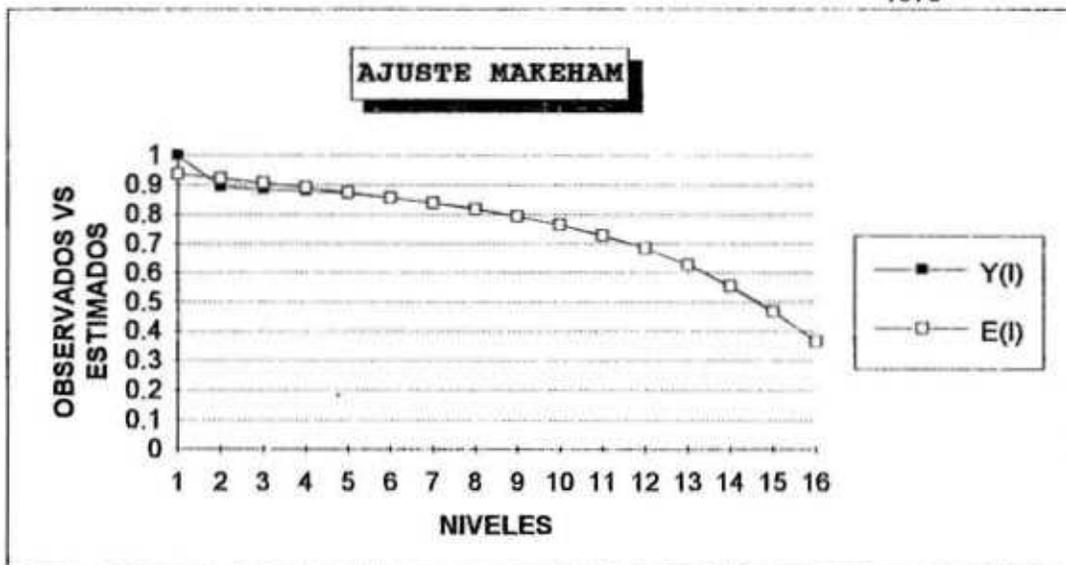
1950



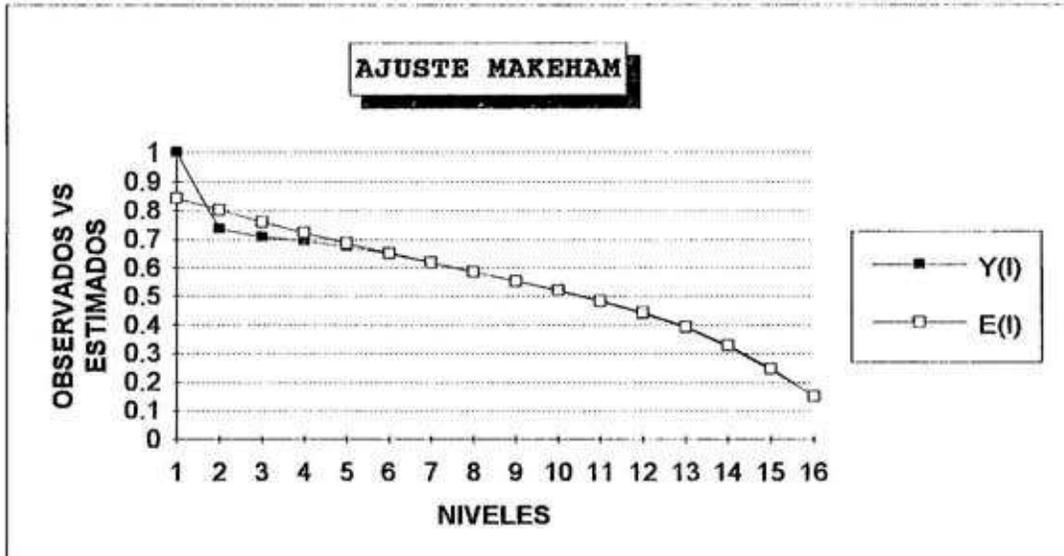
1960



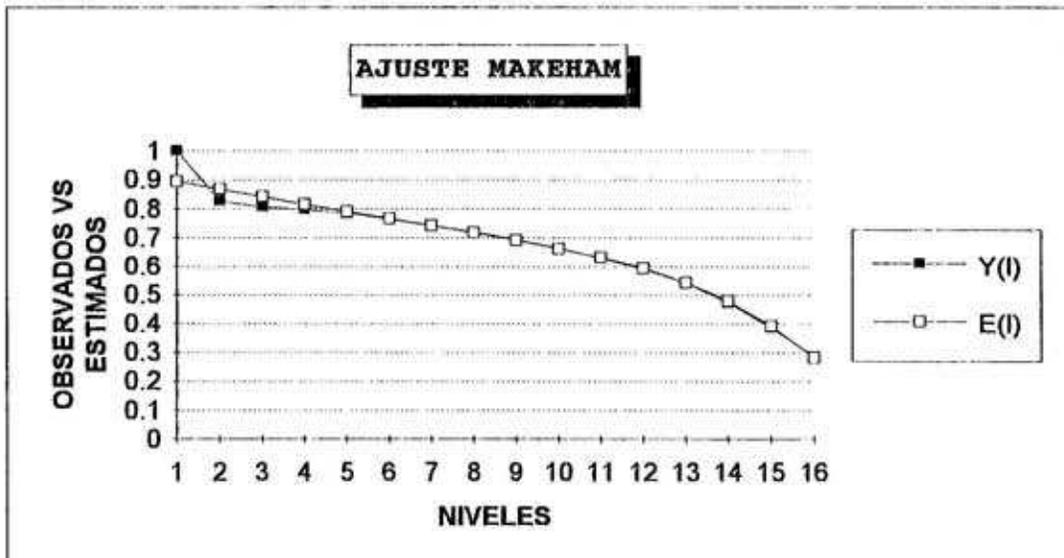
1970



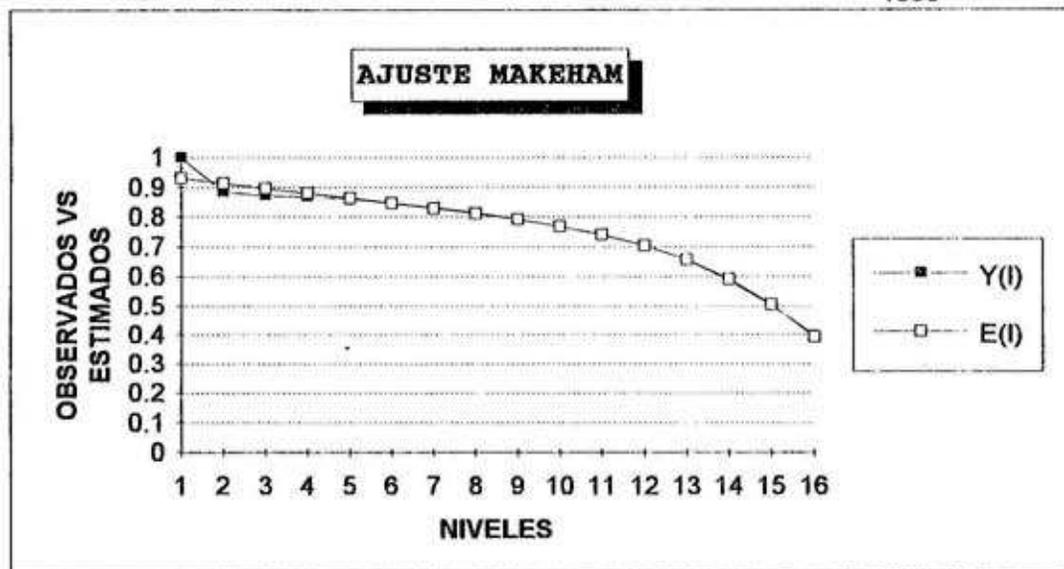
1940



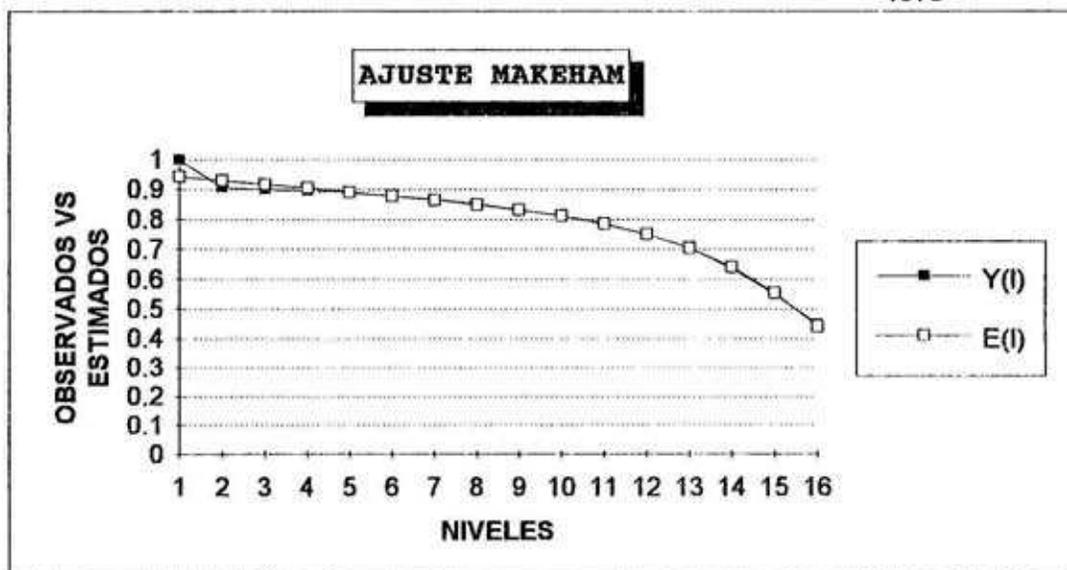
1950



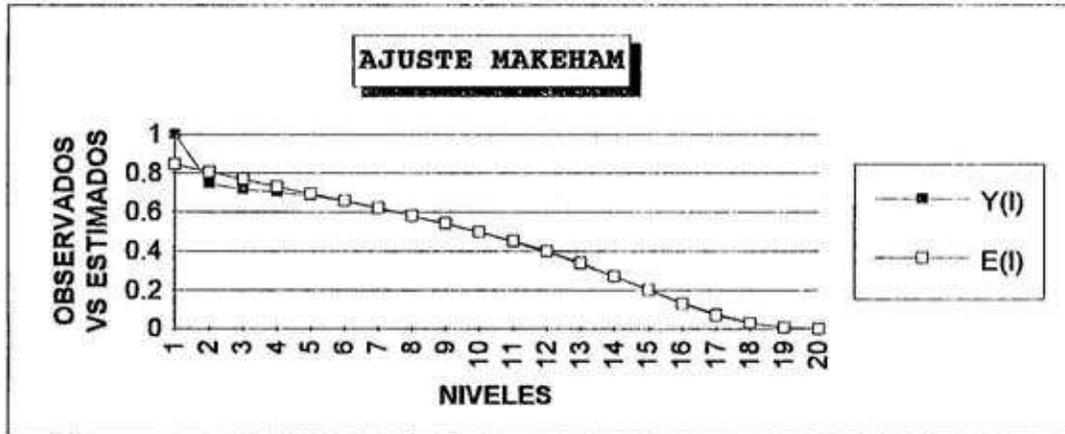
1960



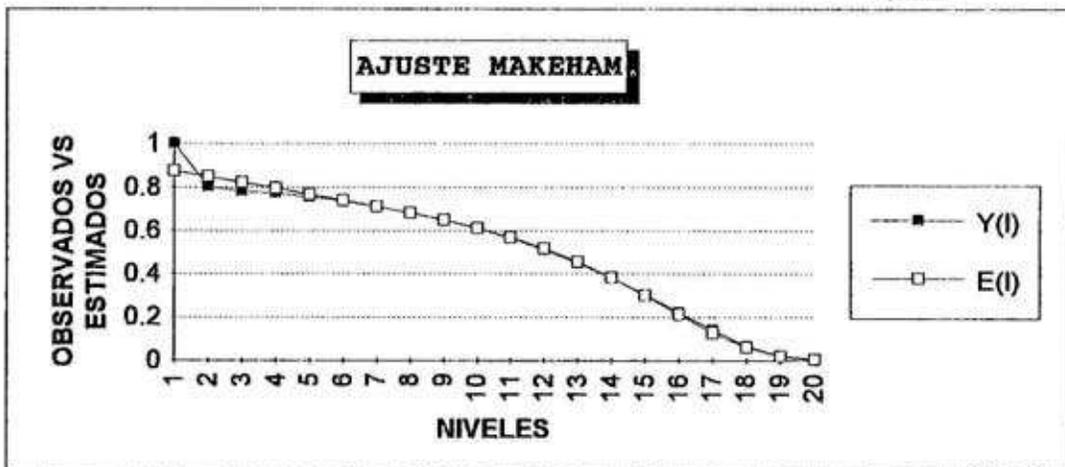
1970



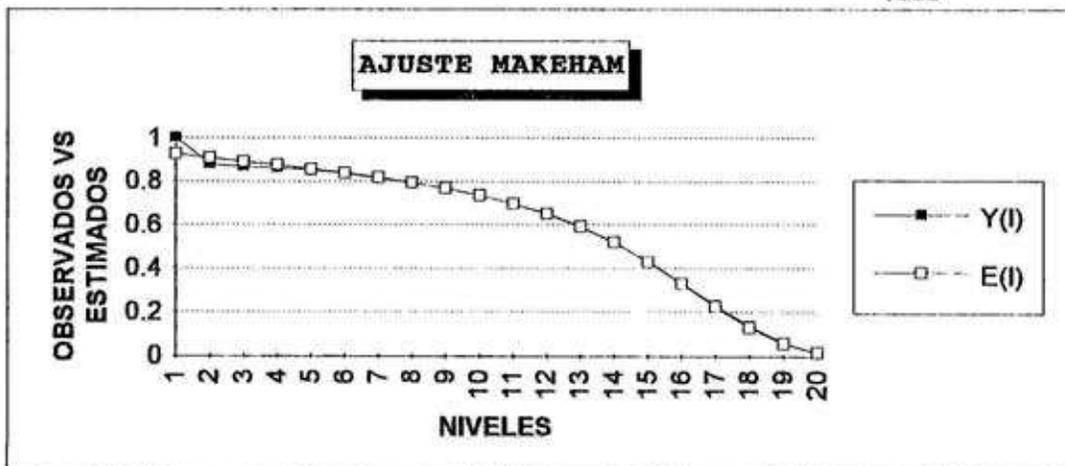
1940



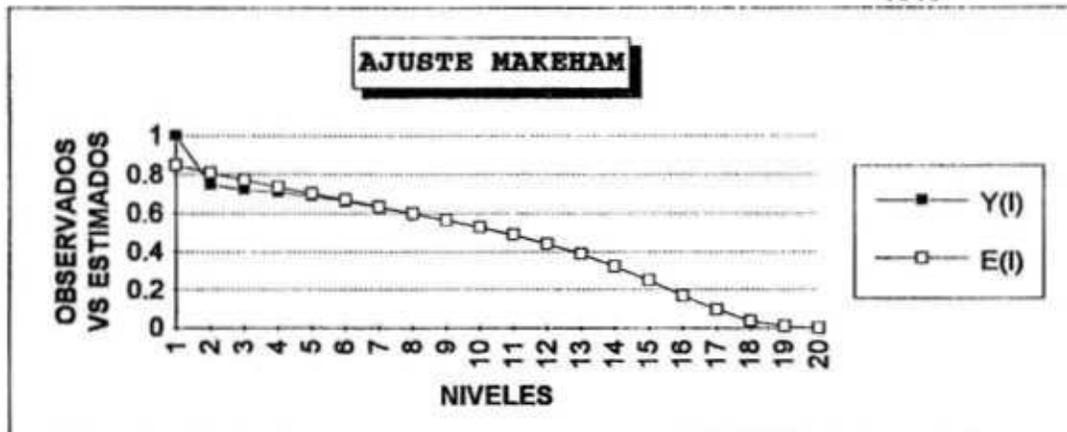
1950



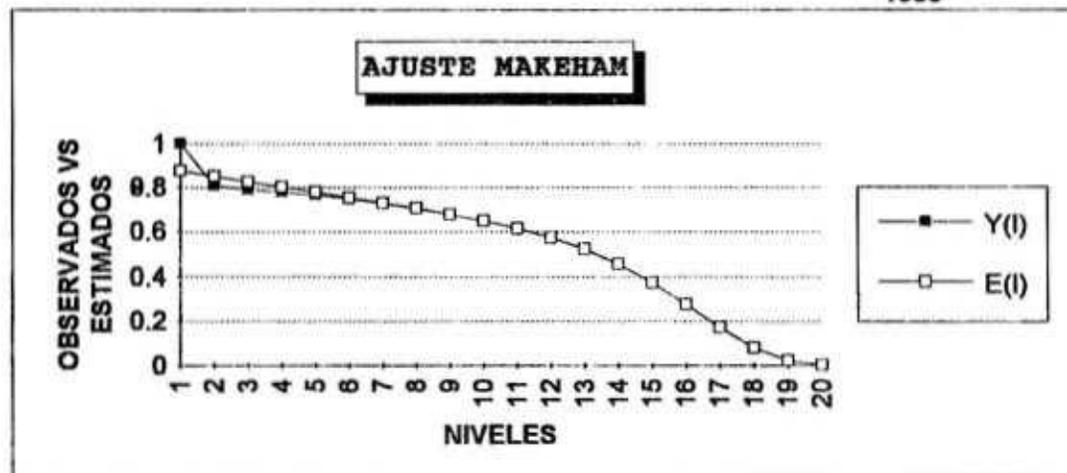
1960



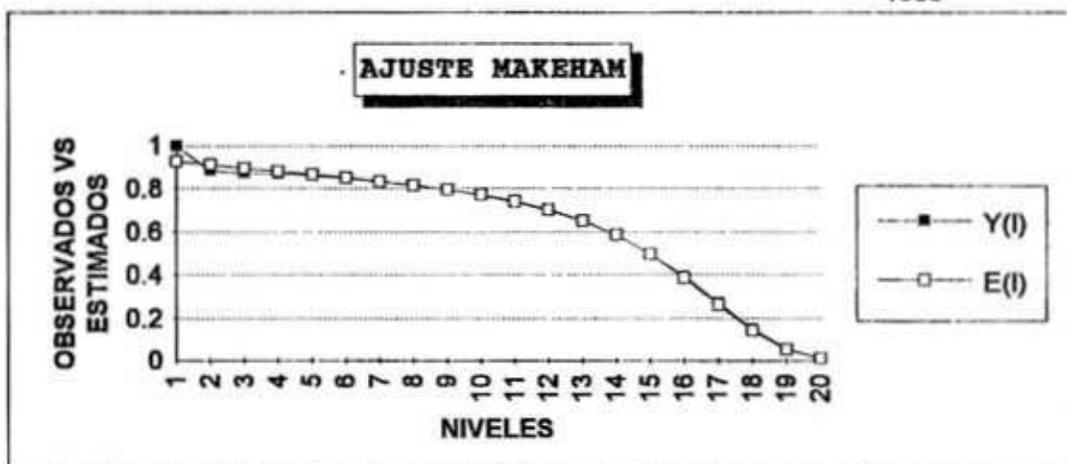
1940



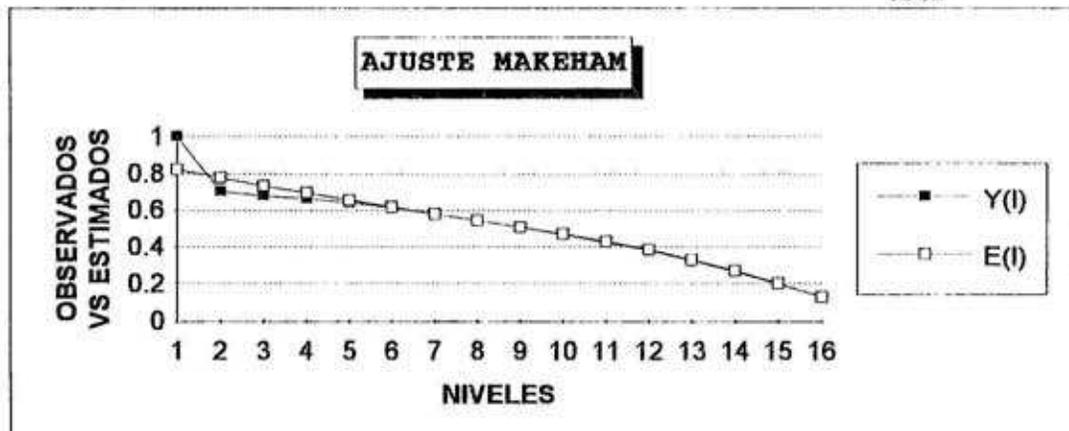
1950



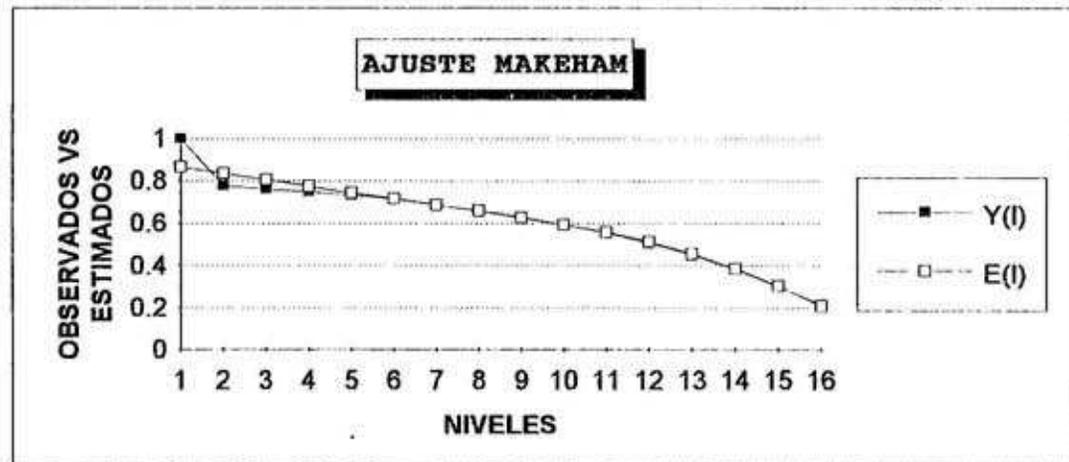
1960



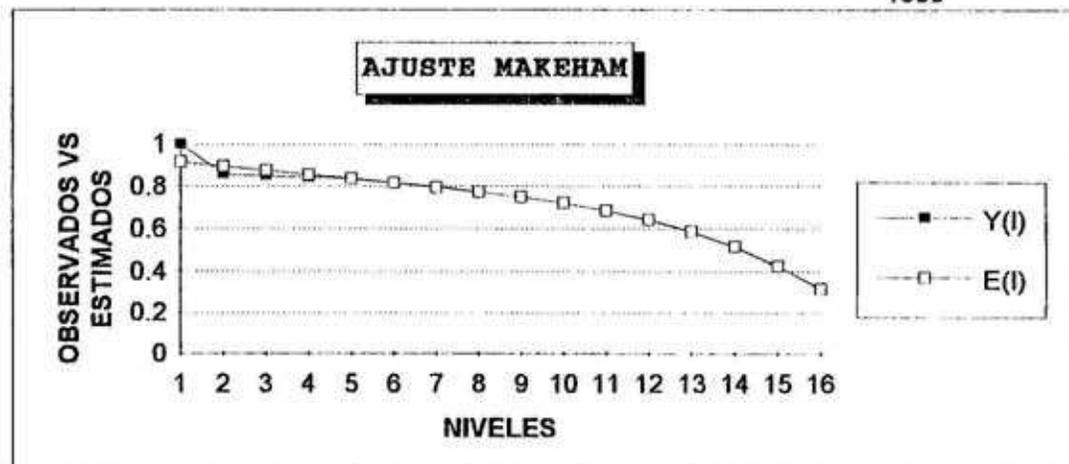
1940



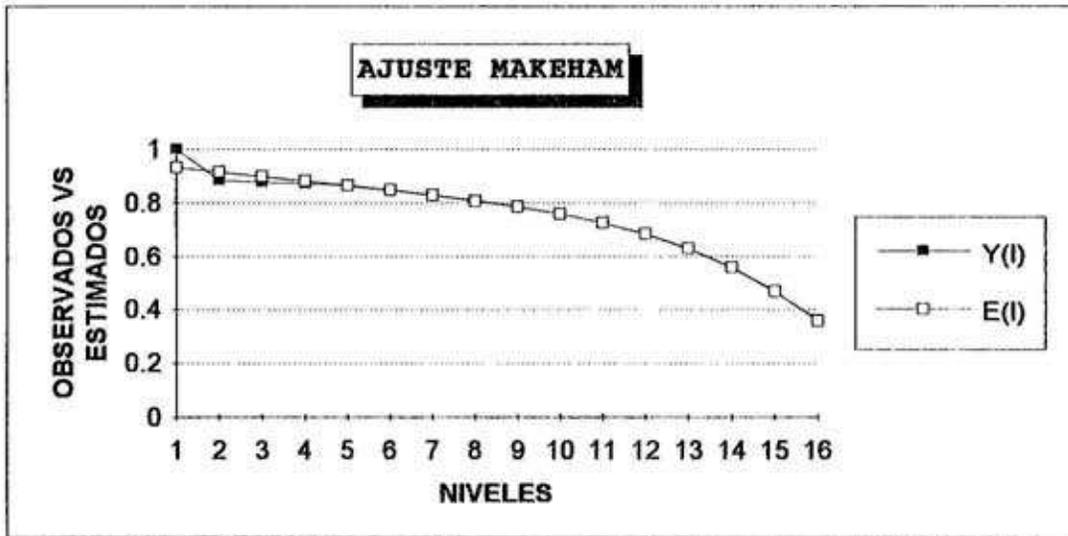
1950



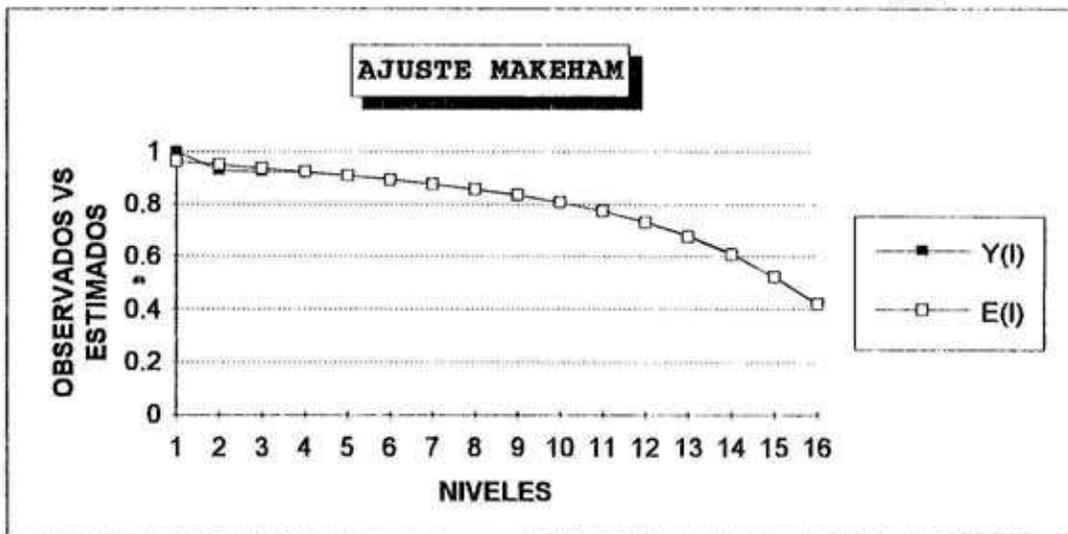
1960



1970



1980



1940



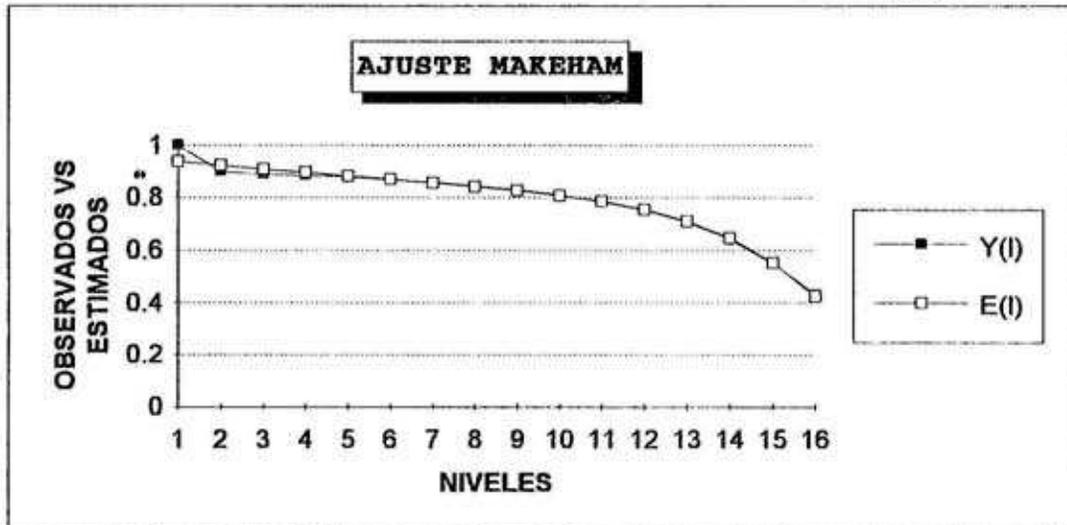
1950



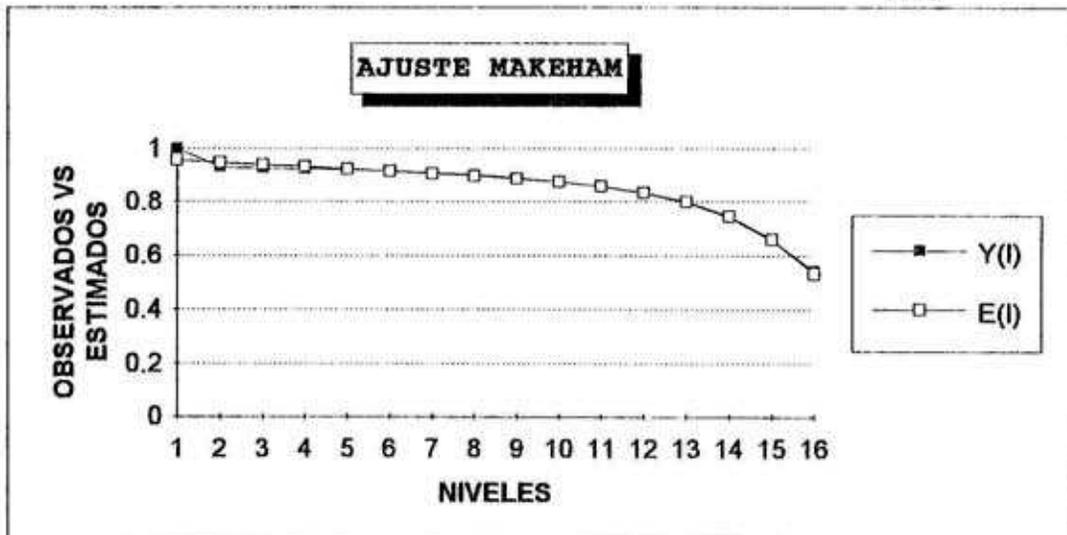
1960



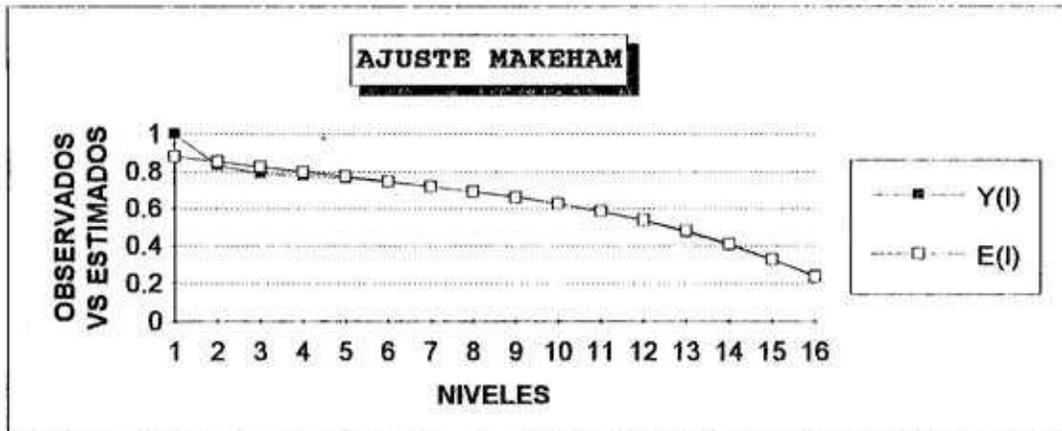
1970



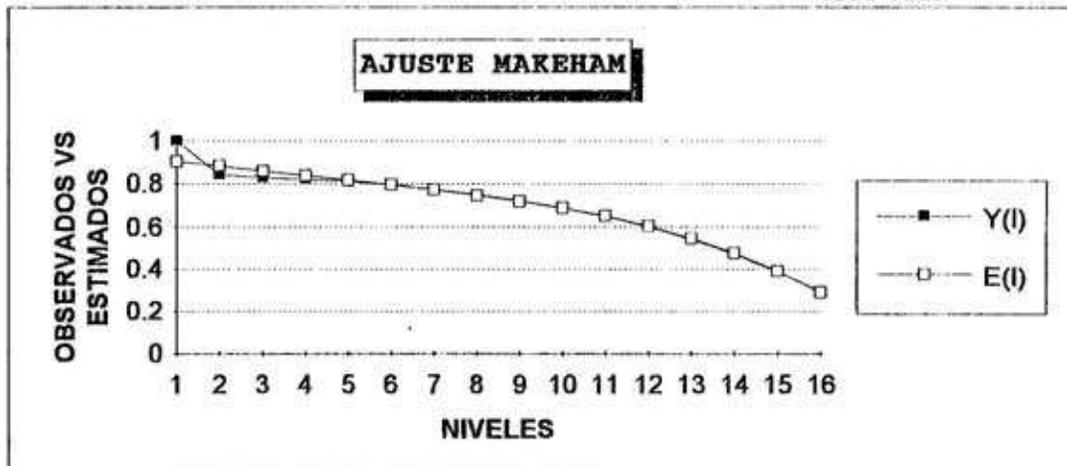
1980



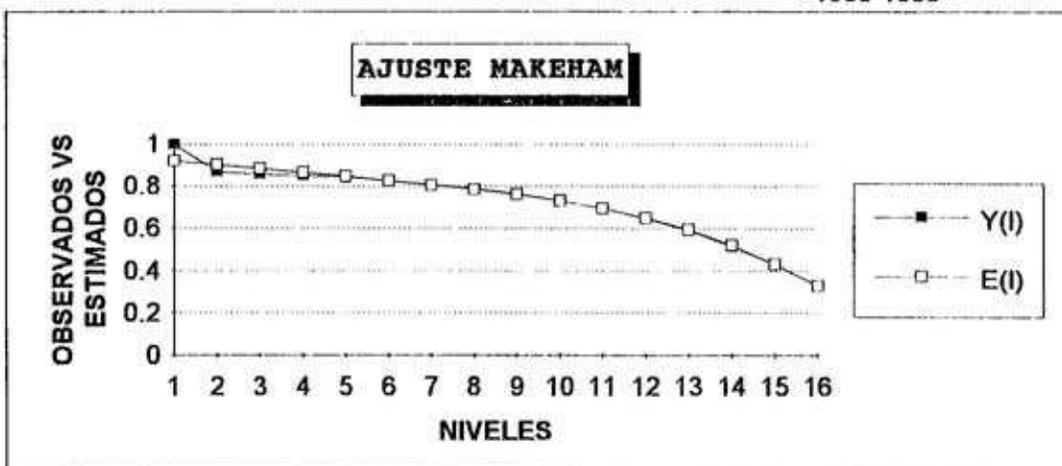
1950-1955



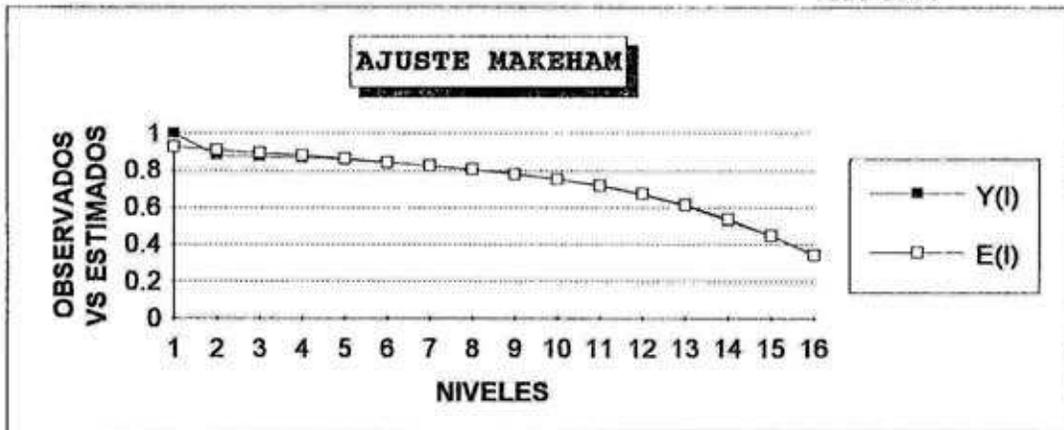
1955-1960



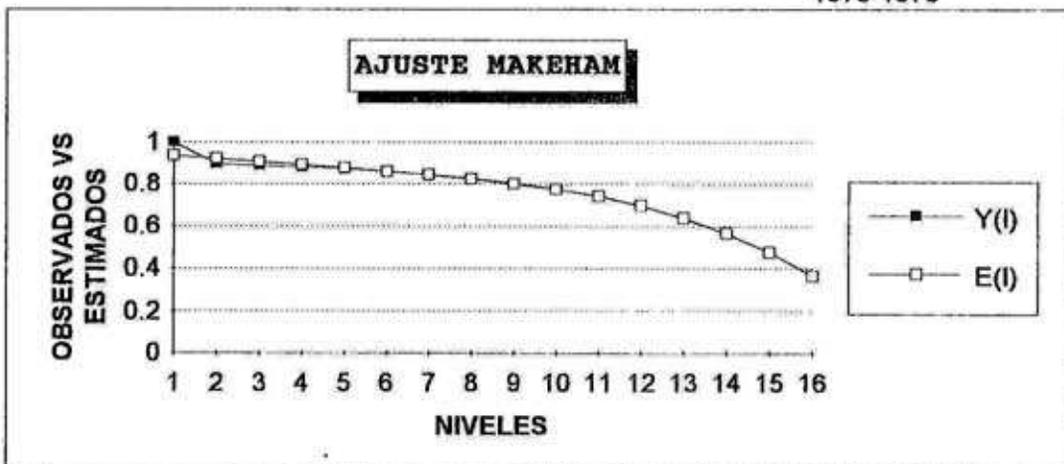
1960-1965



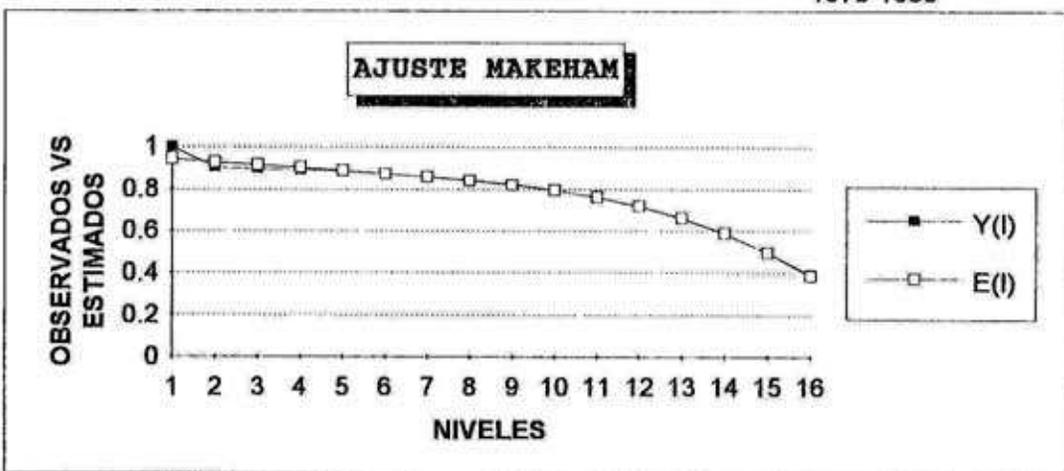
1965-1970



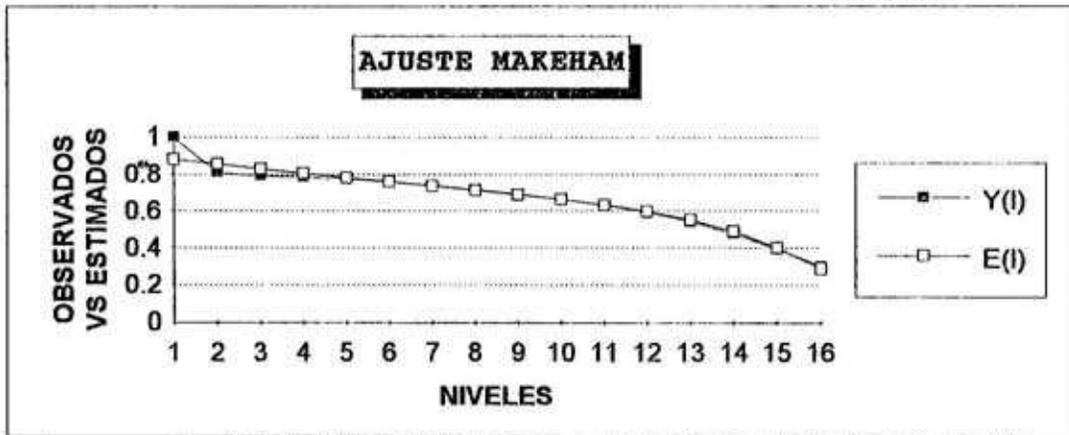
1970-1975



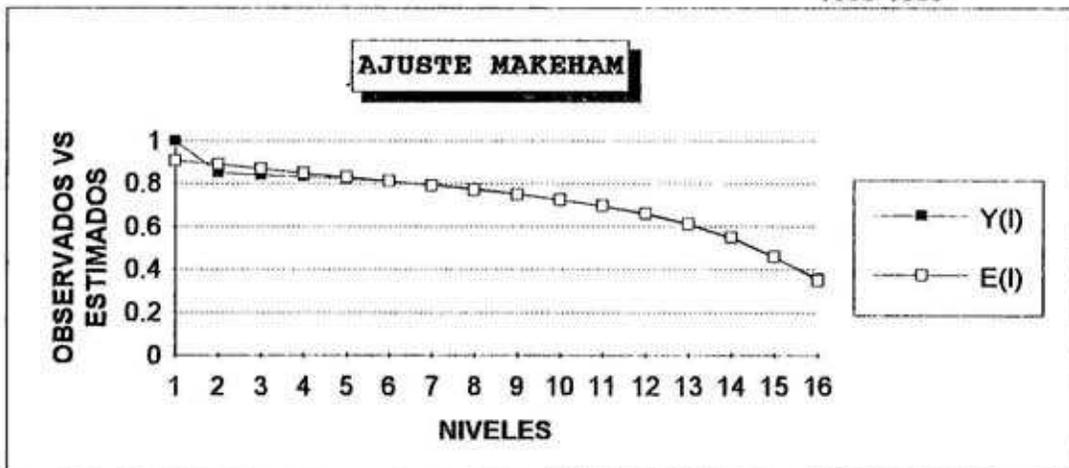
1975-1980



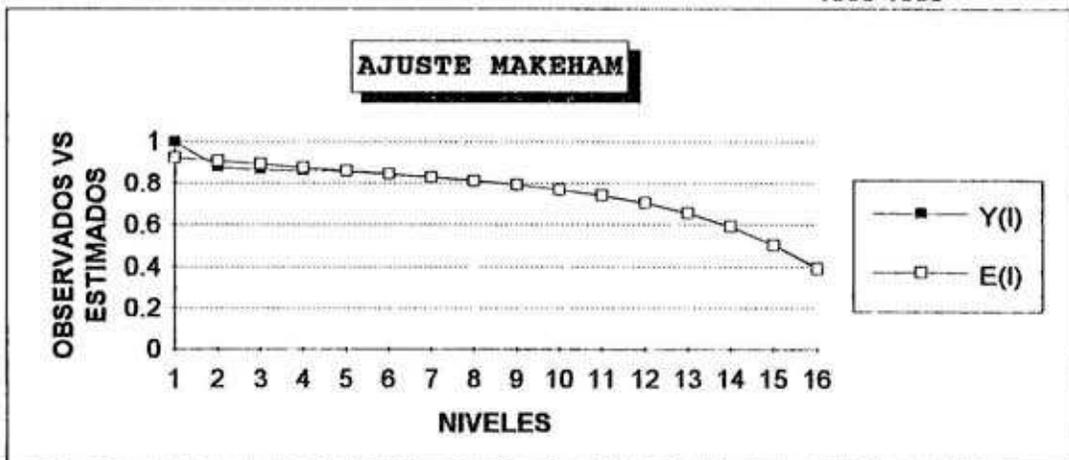
1950-1955



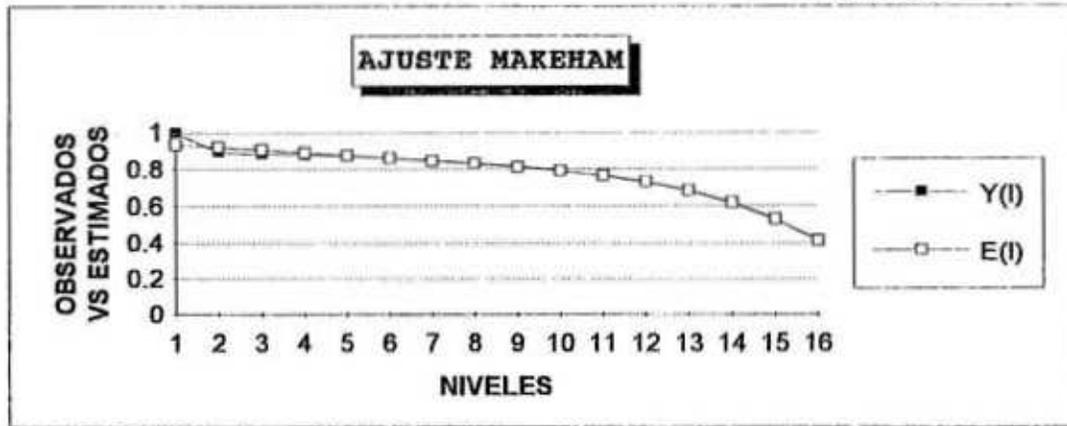
1955-1960



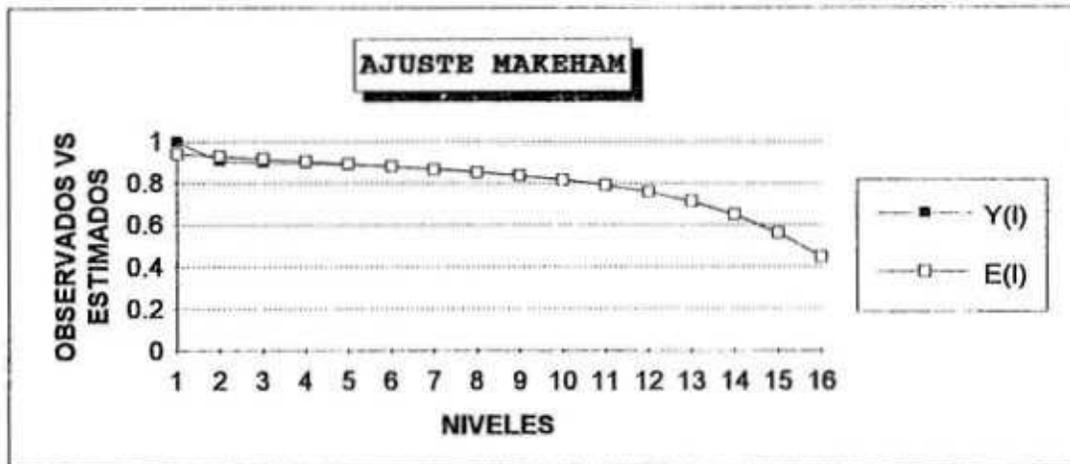
1960-1965



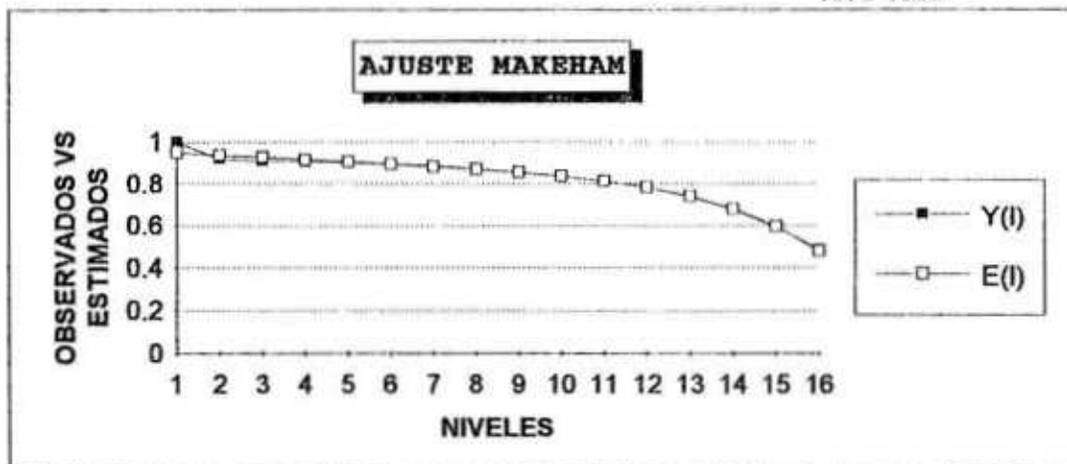
1965-1970



1970-1975

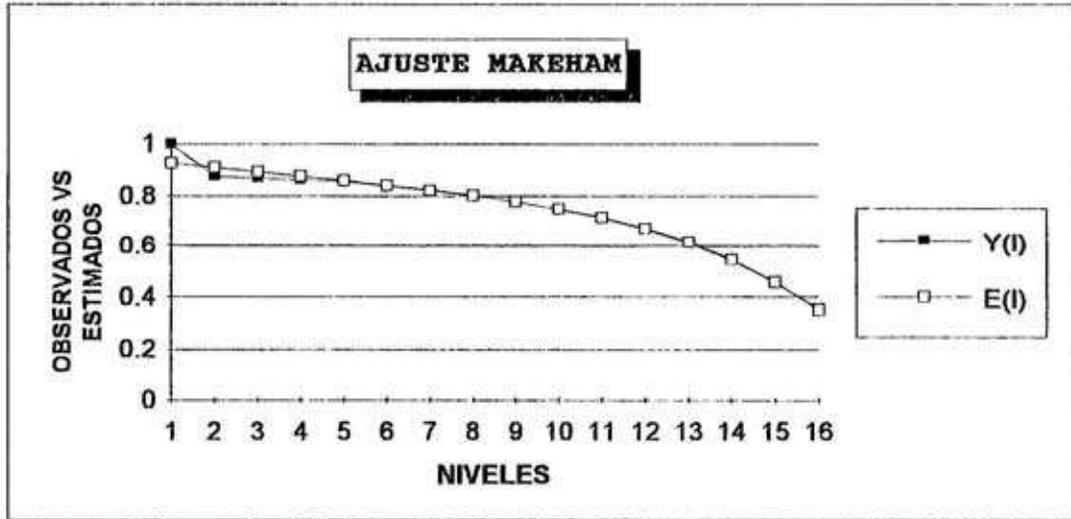


1975-1980



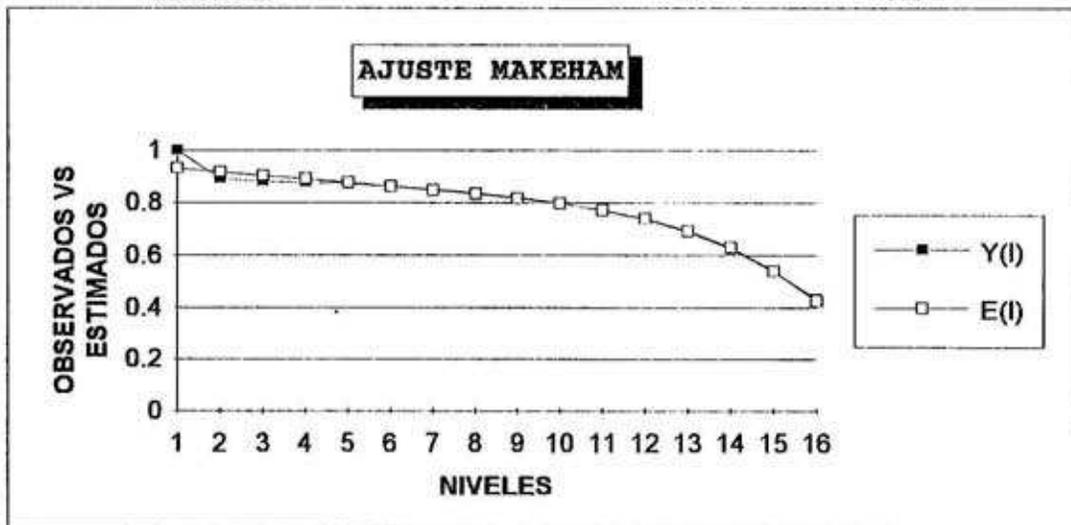
HOMBRES

1970

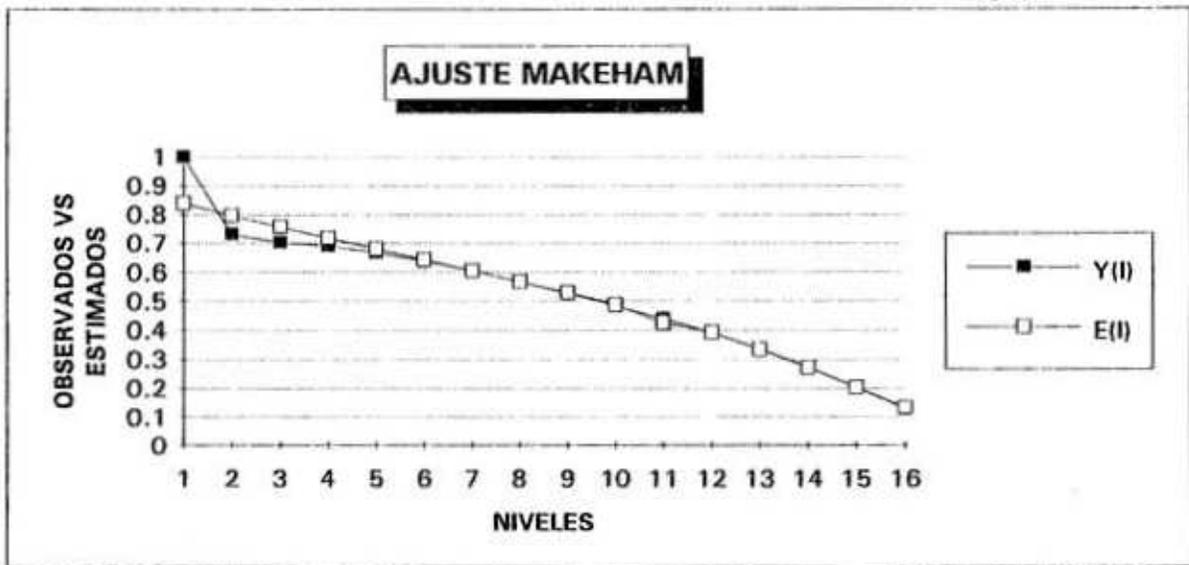


MUJERES

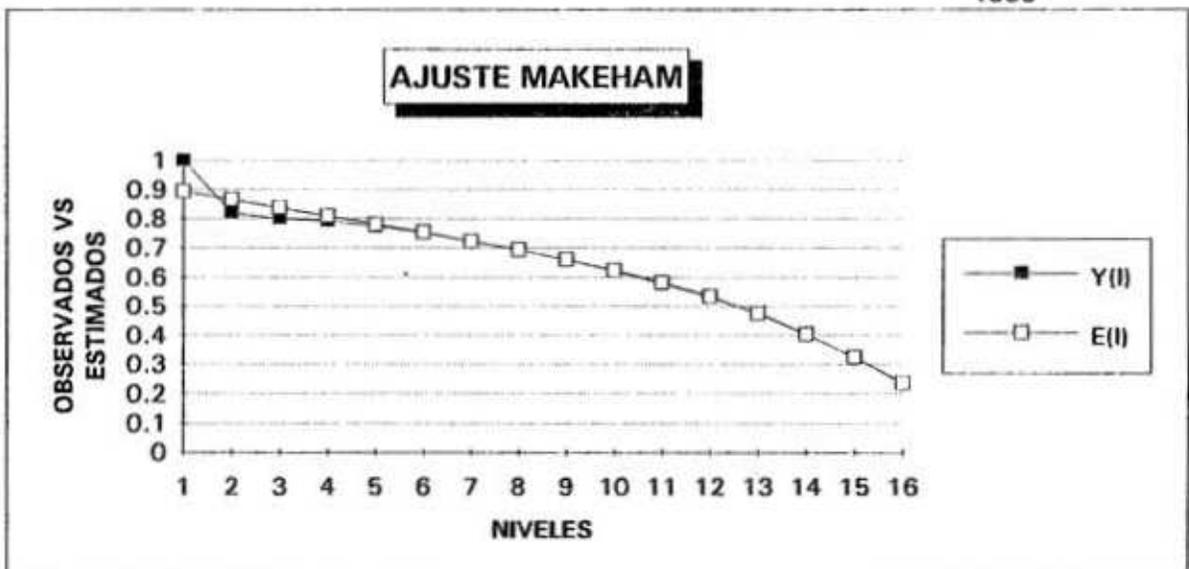
1970



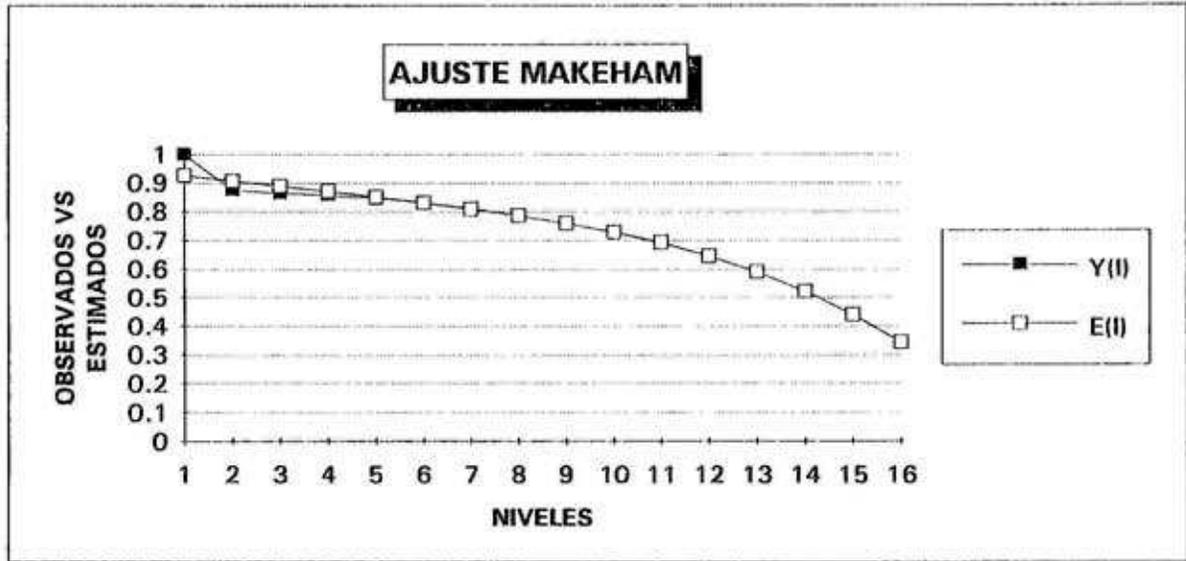
1940



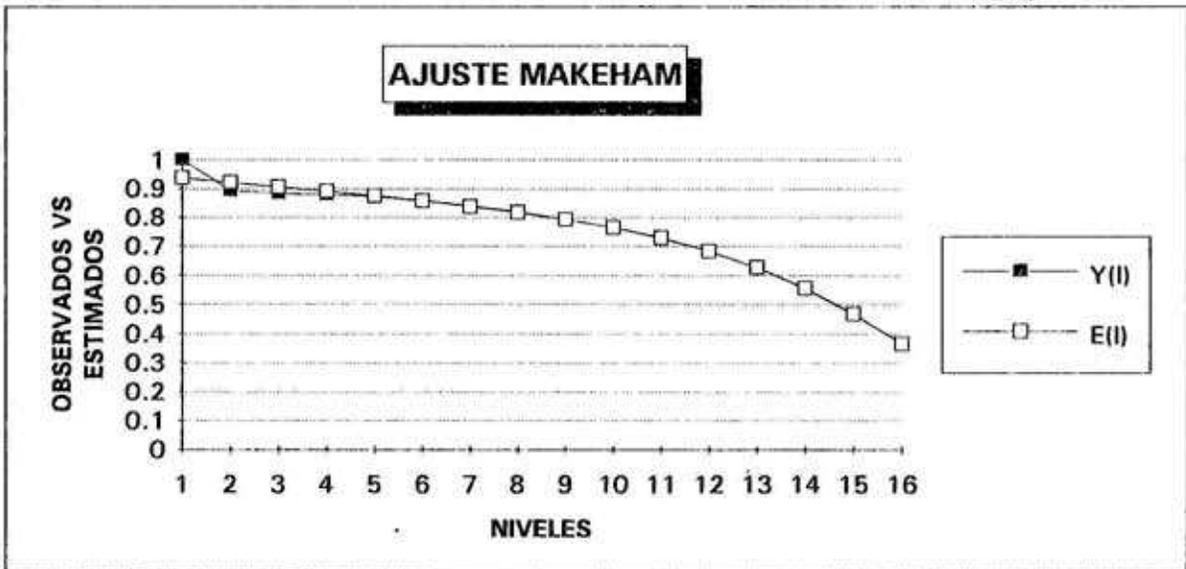
1950



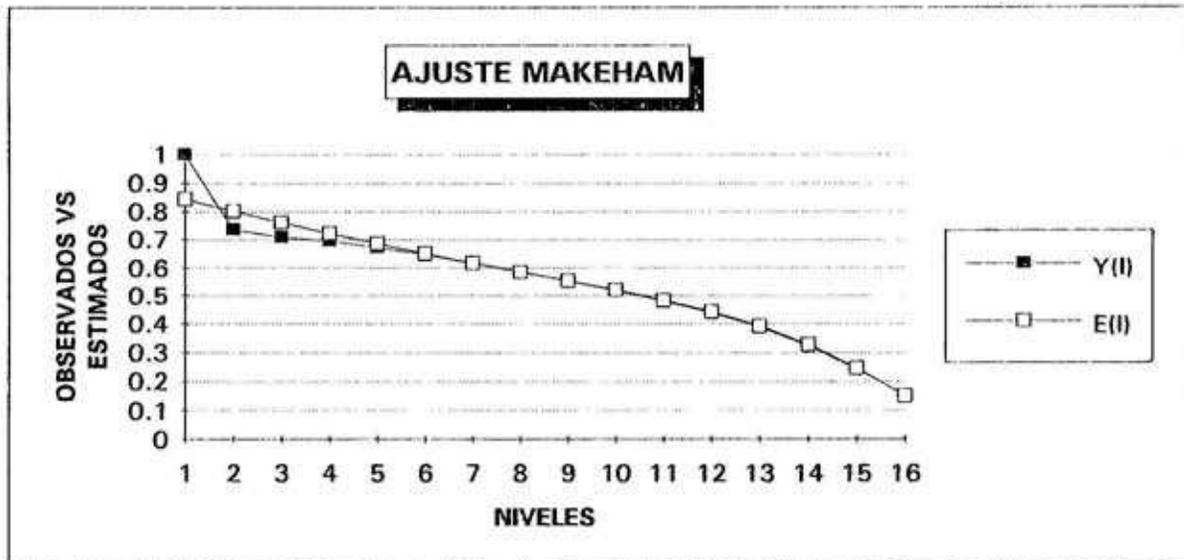
1960



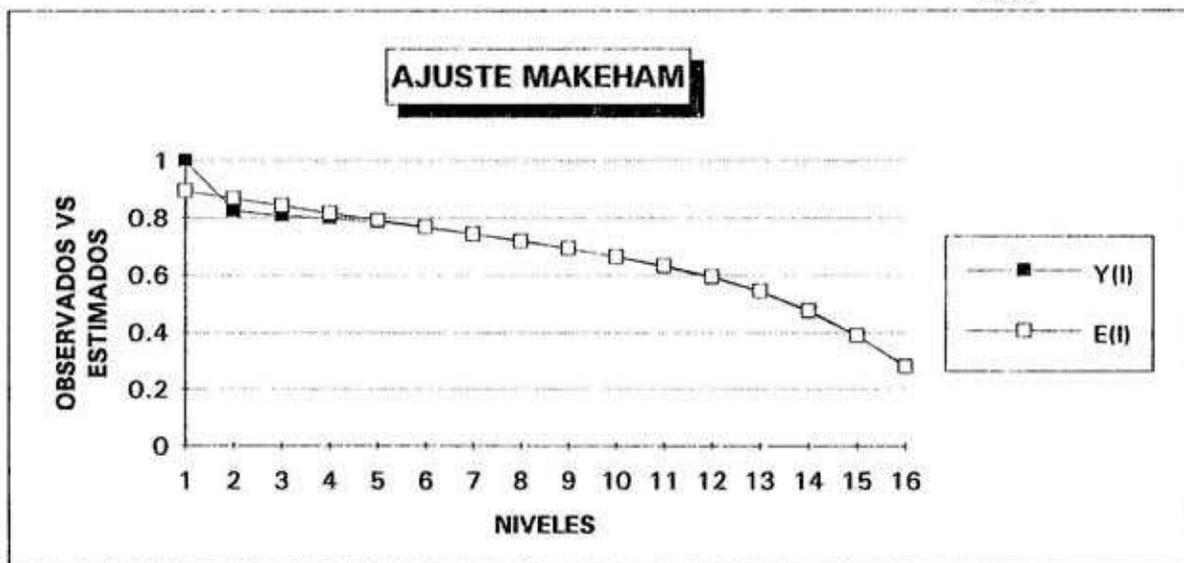
1970



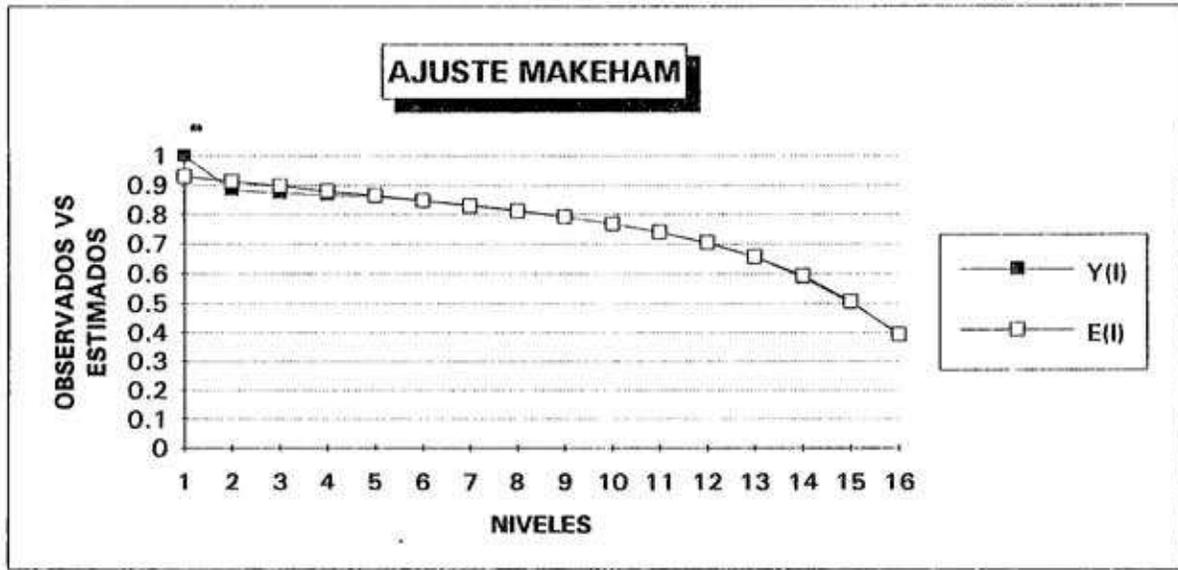
1940



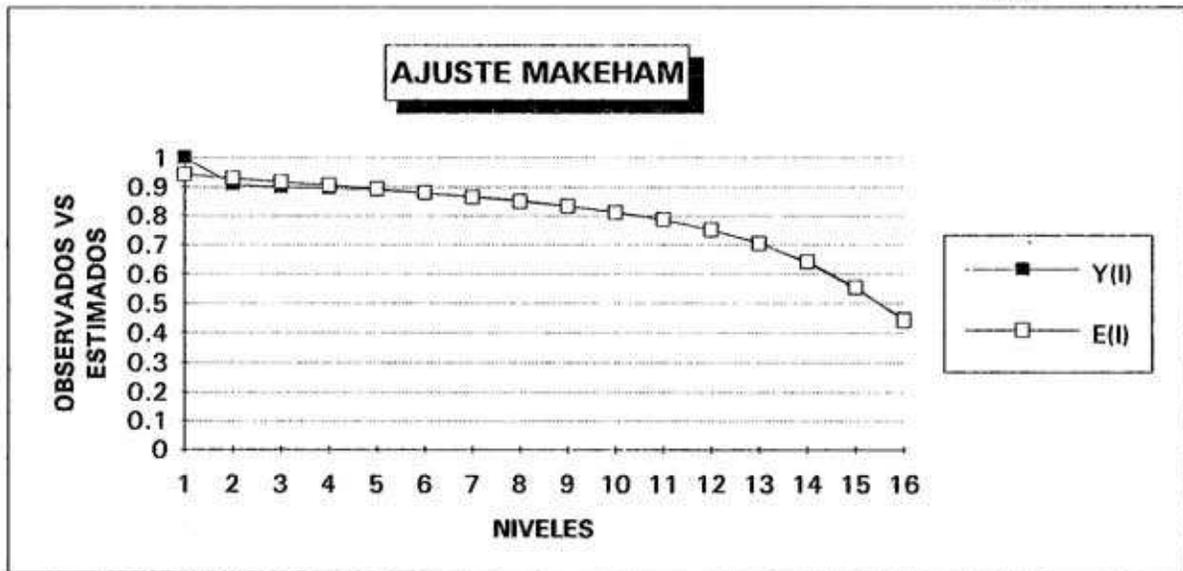
1950



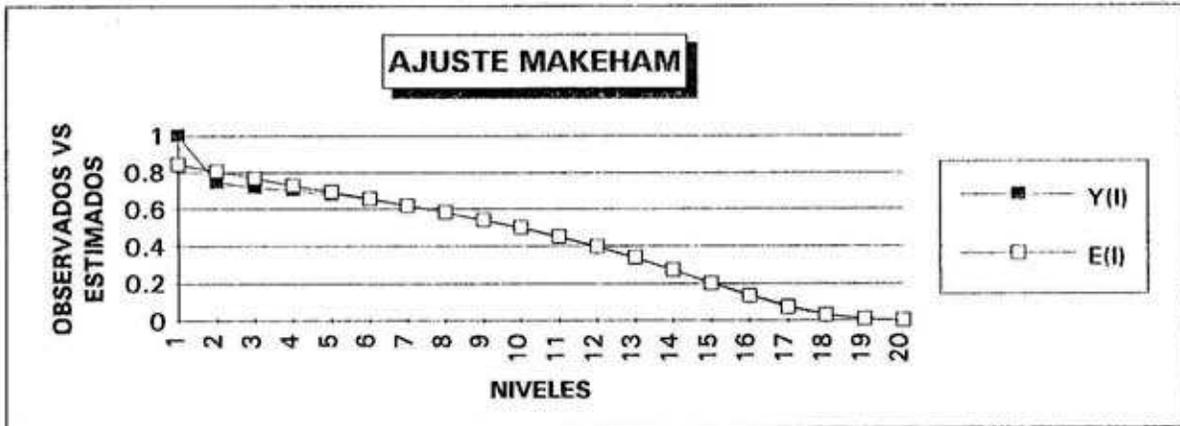
1960



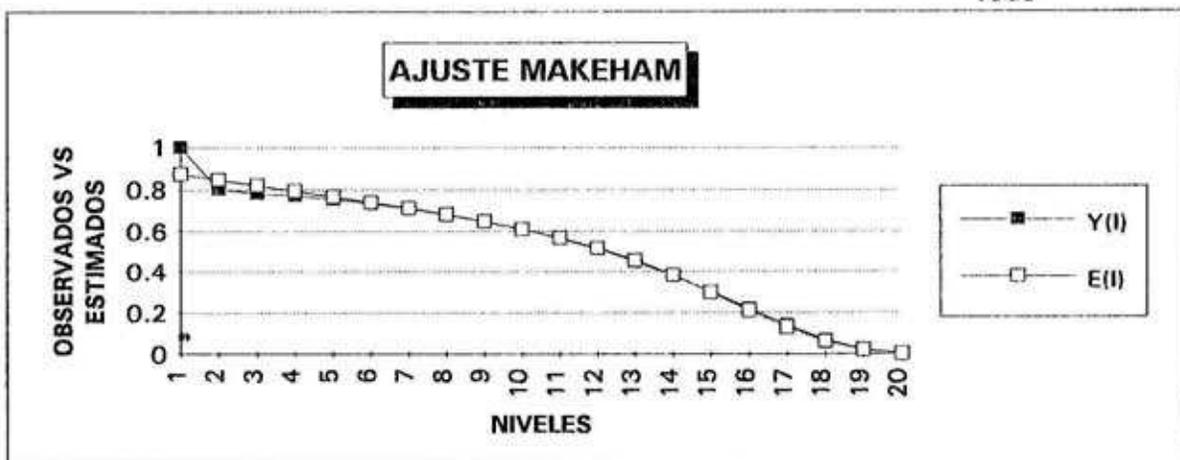
1970



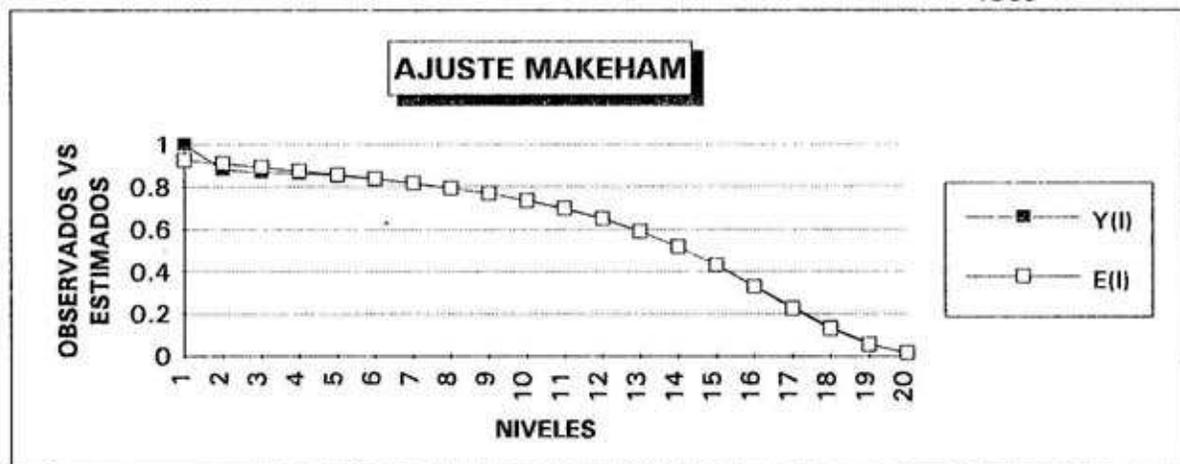
1940



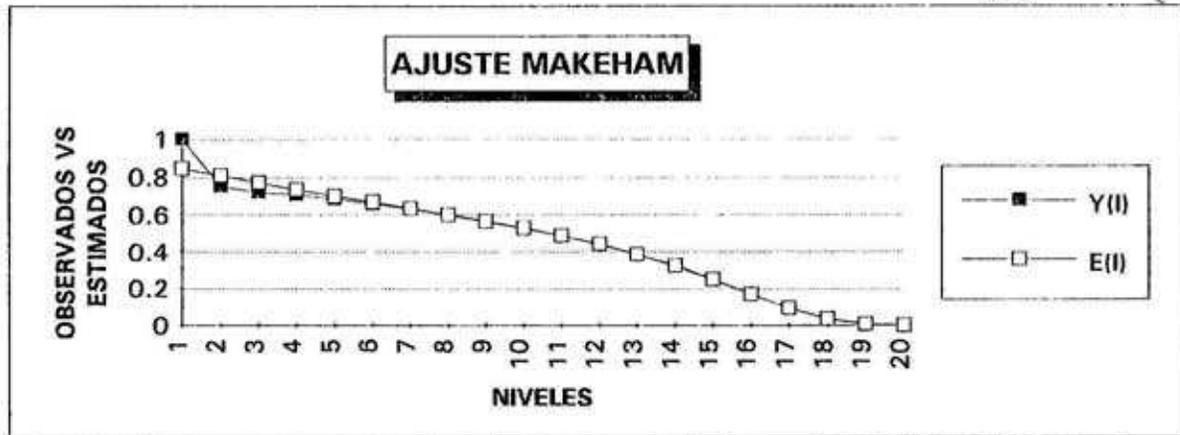
1950



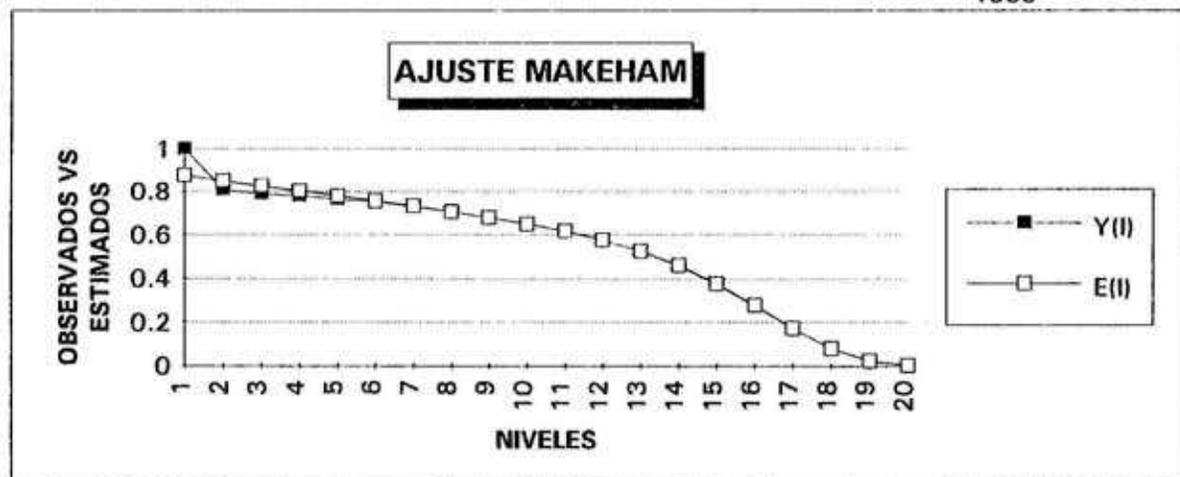
1960



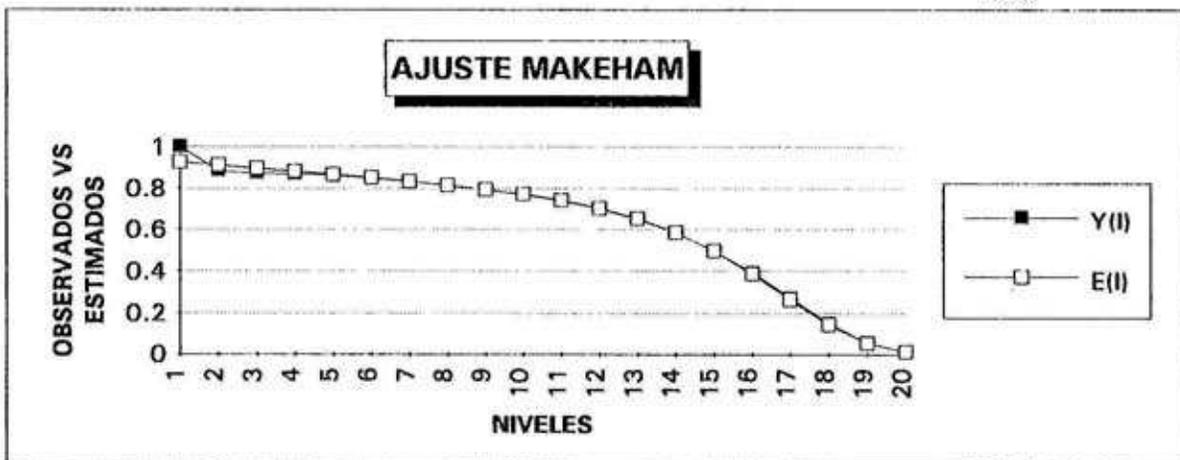
1940



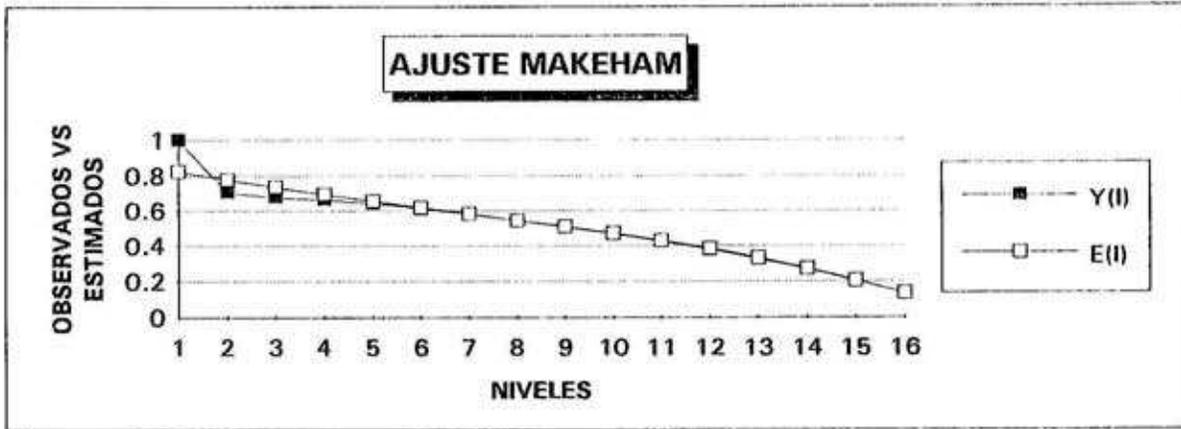
1950



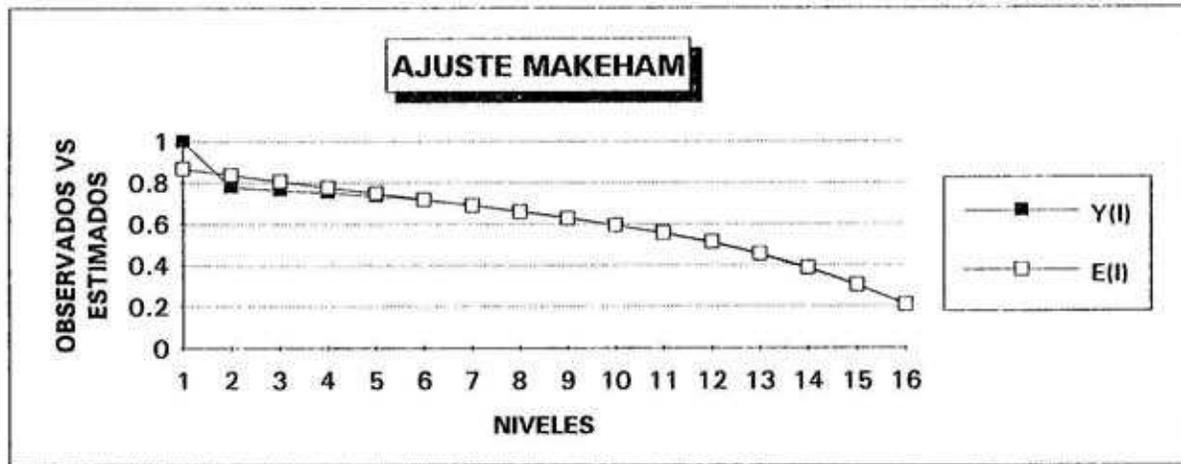
1960



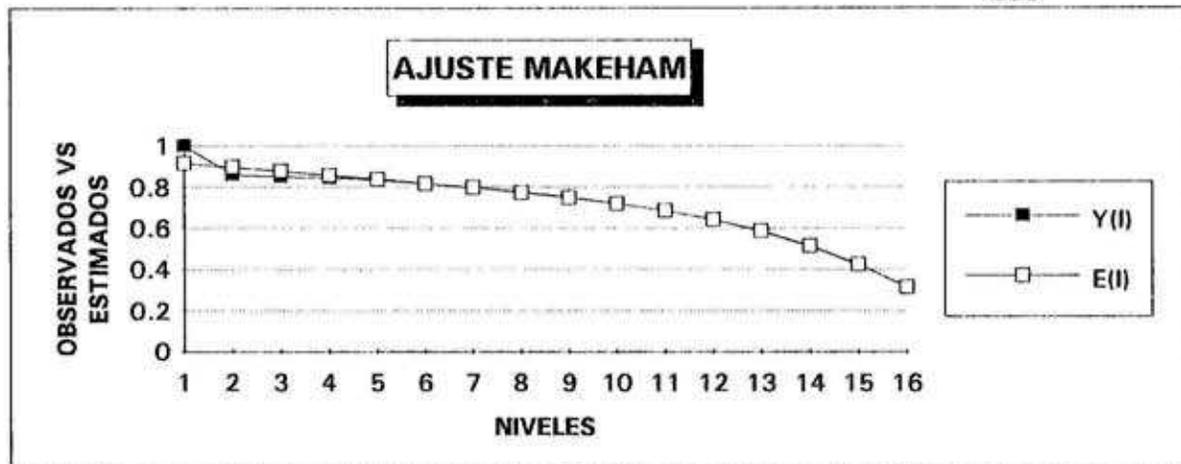
1940



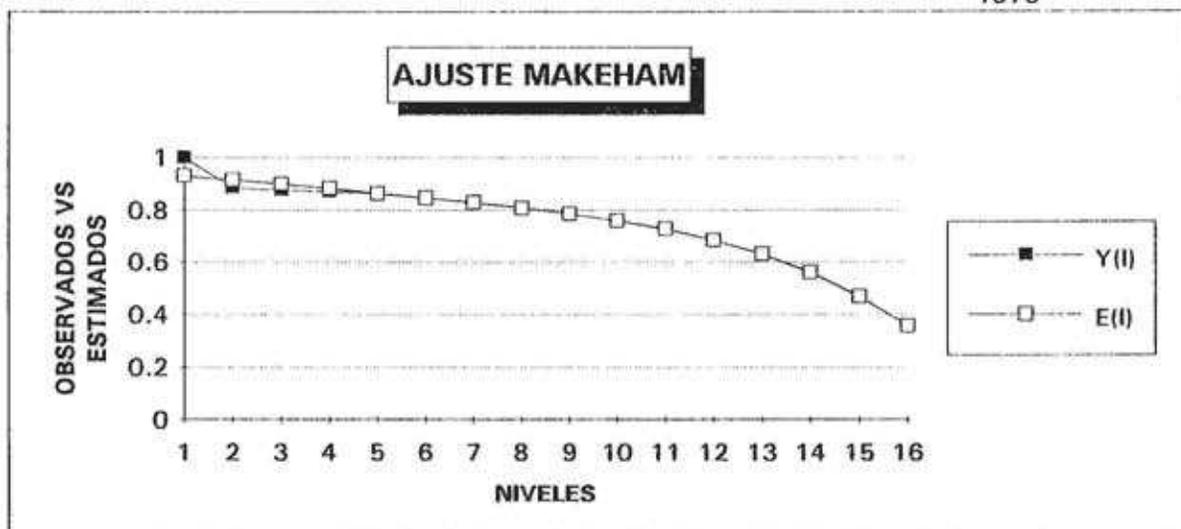
1950



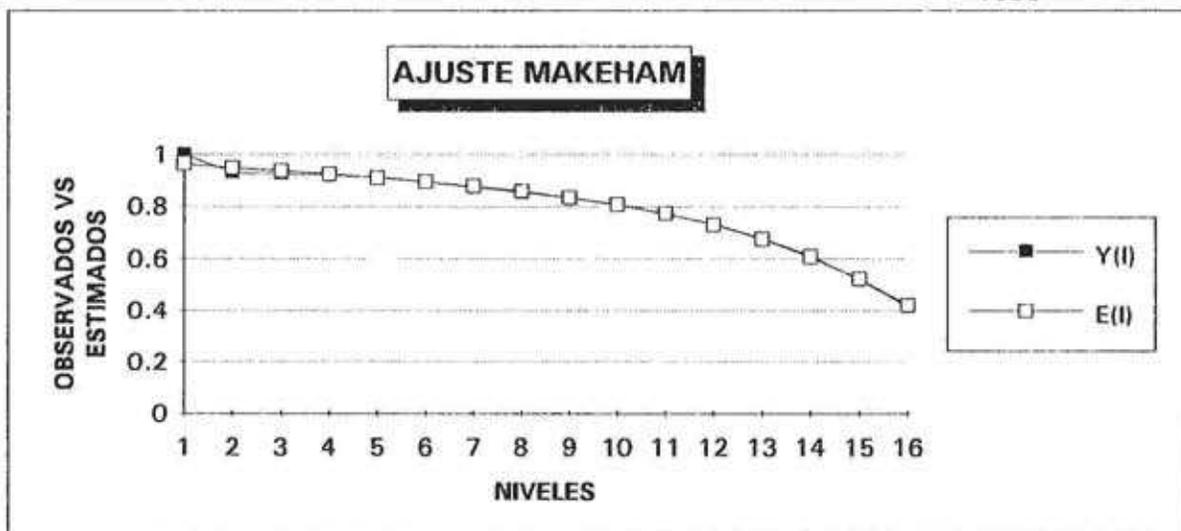
1960



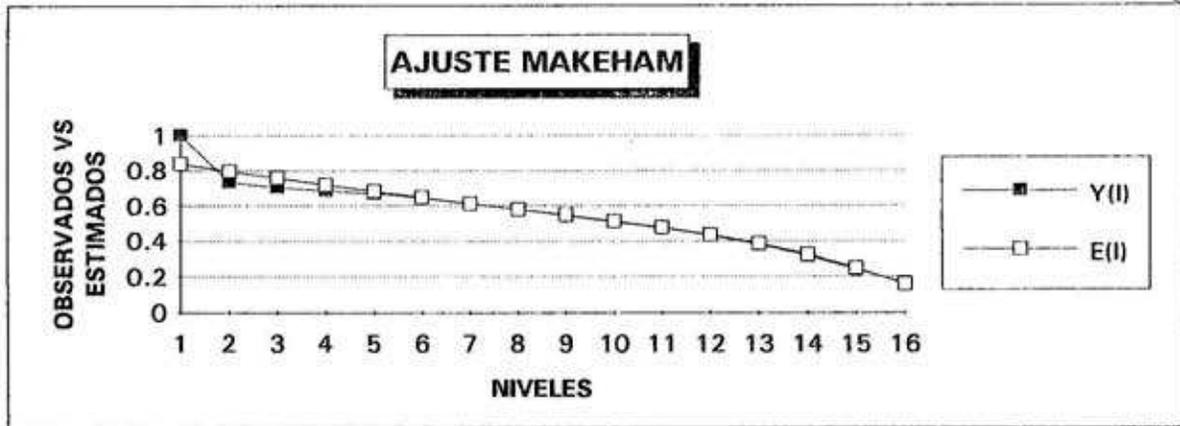
1970



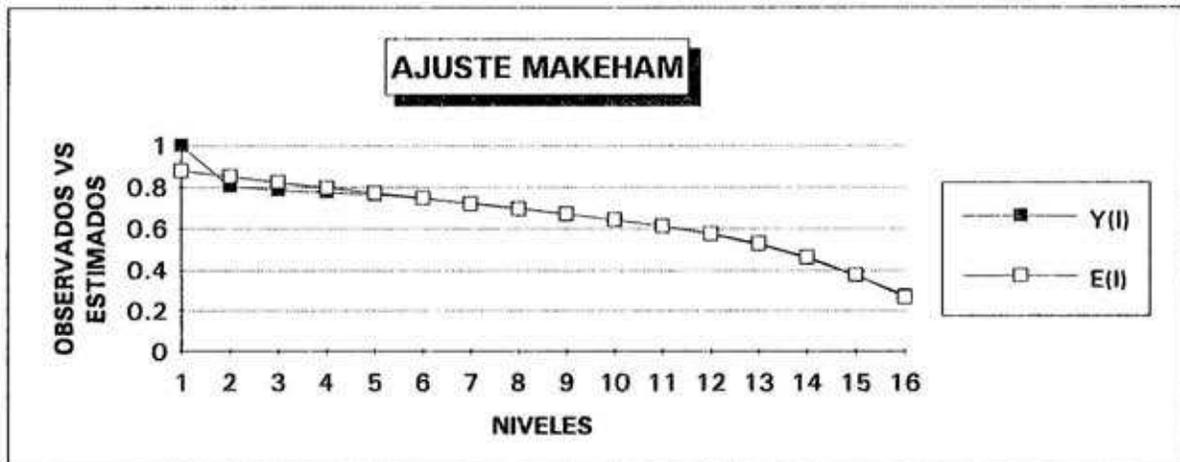
1980



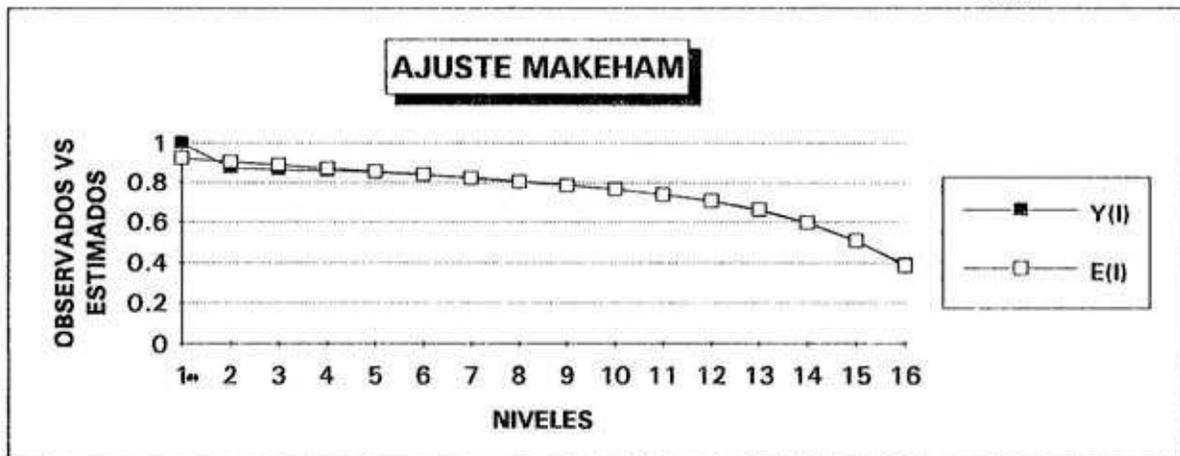
1940



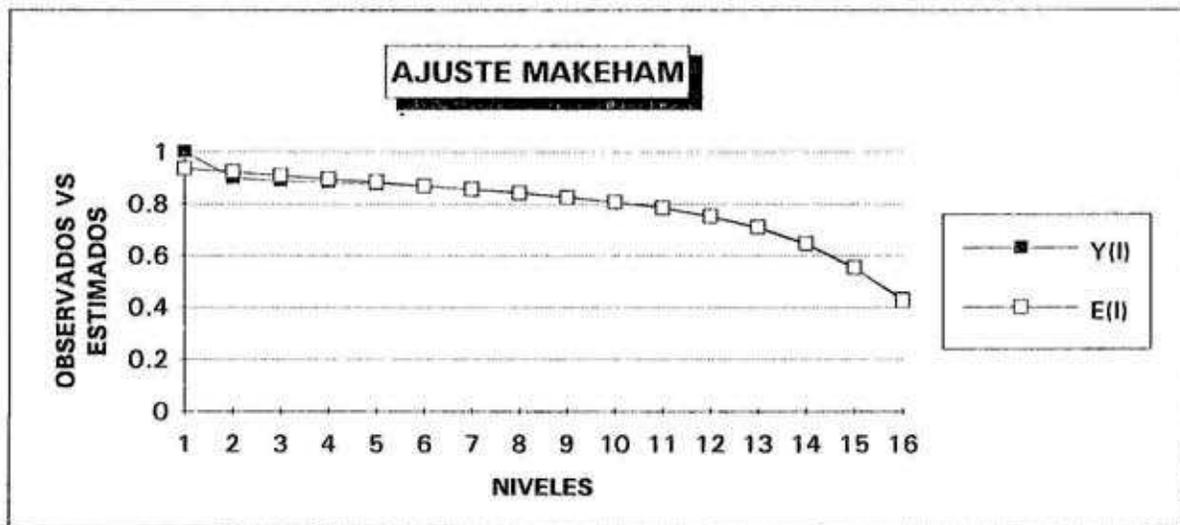
1950



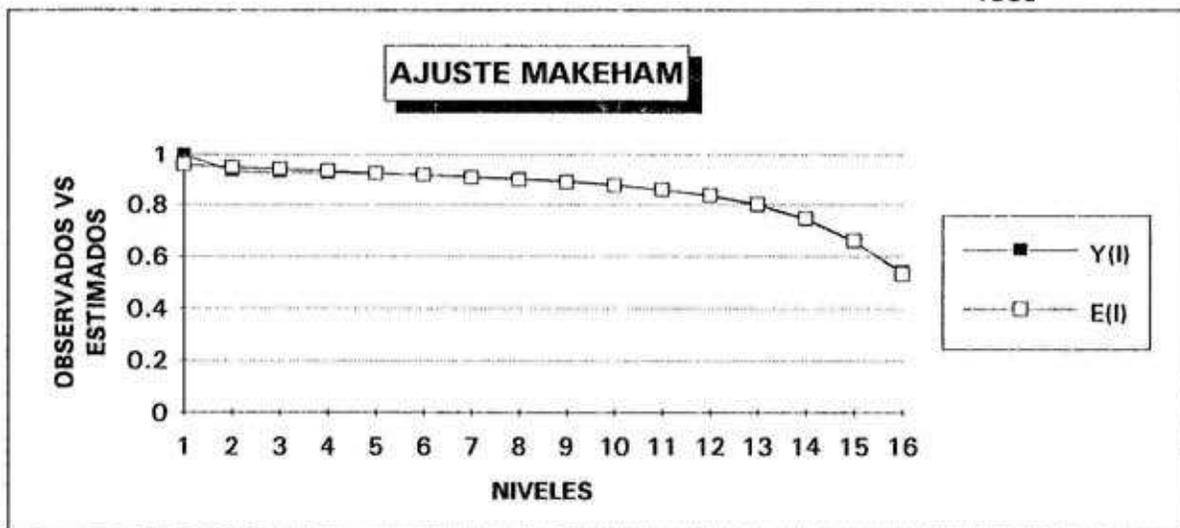
1960



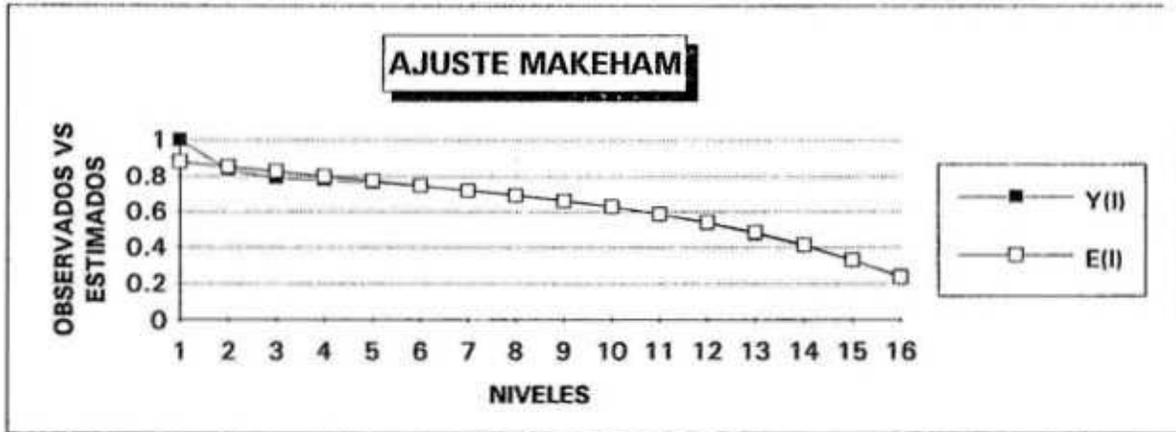
1970



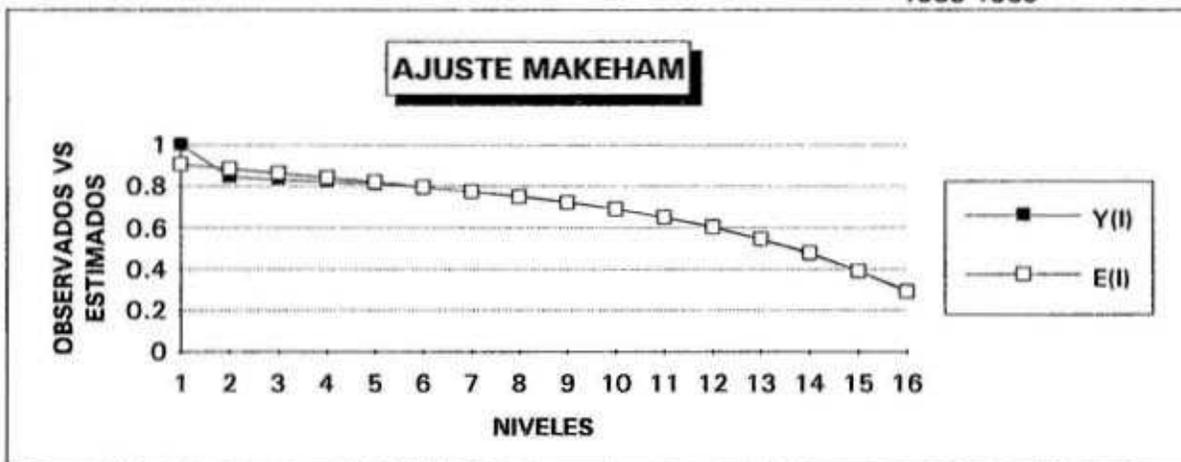
1980



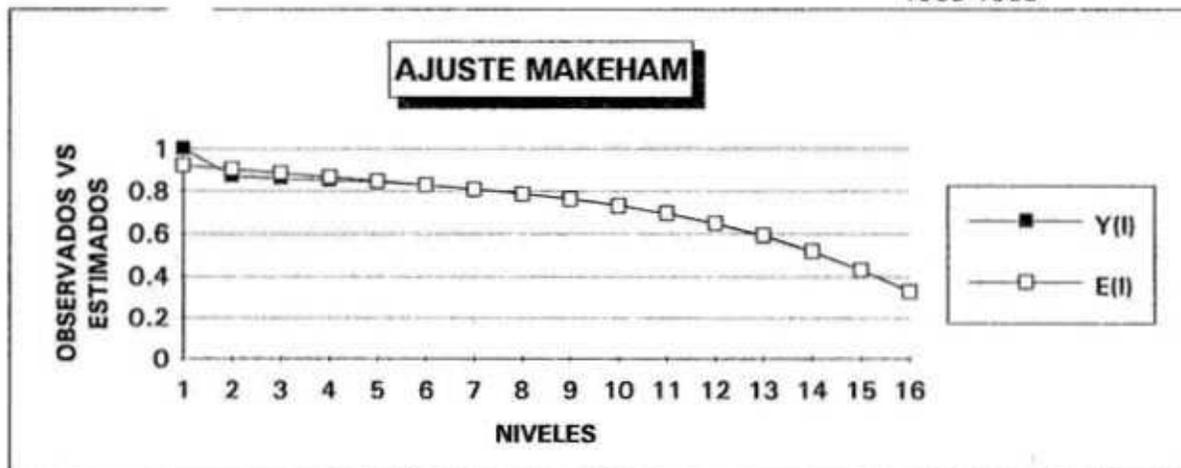
1950-1955



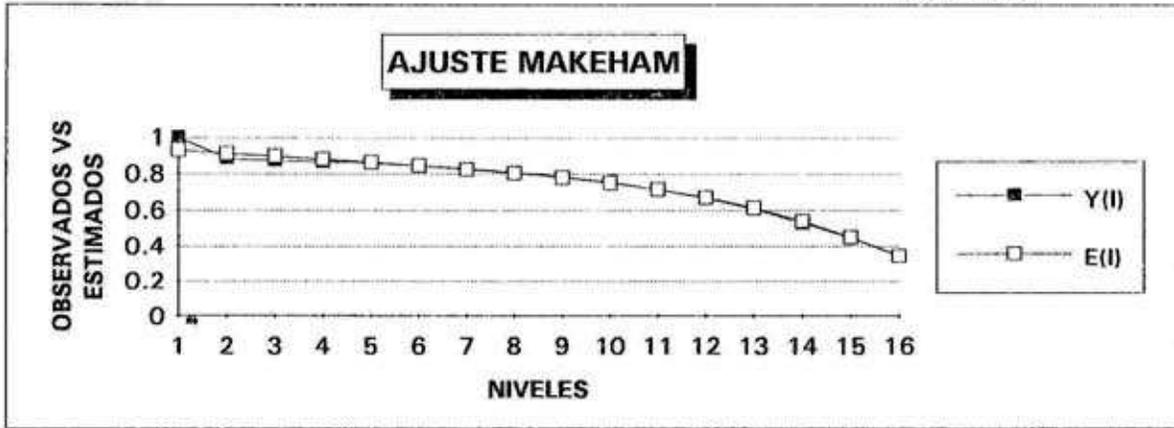
1955-1960



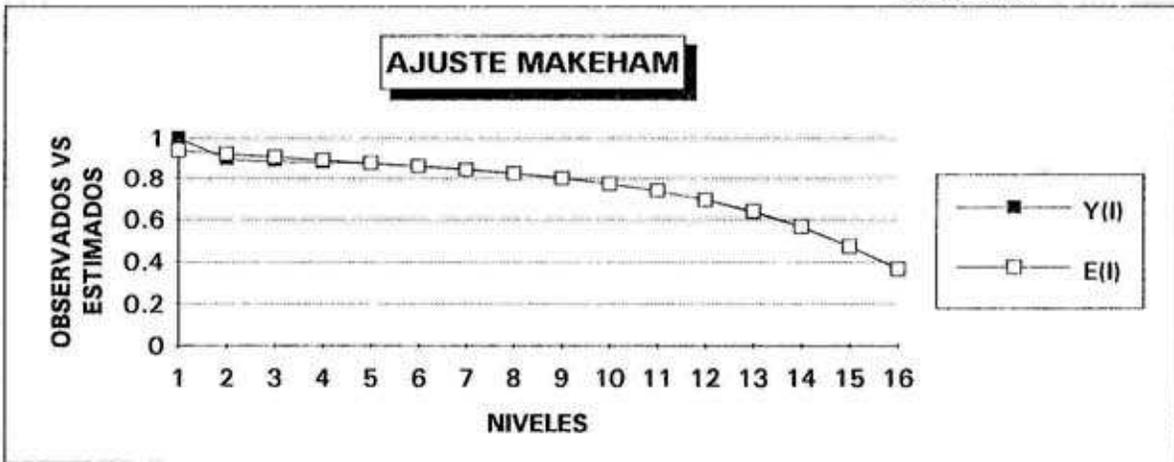
1960-1965



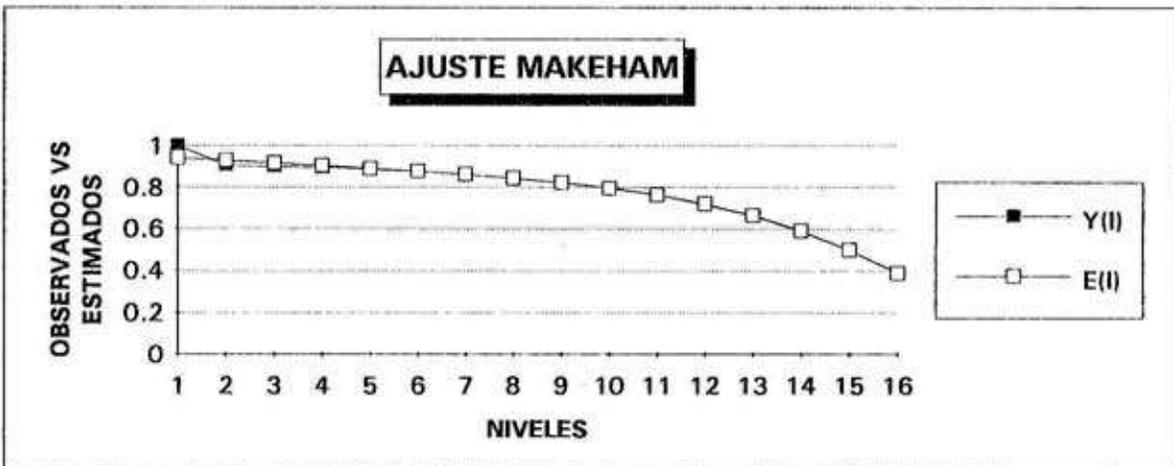
1965-1970



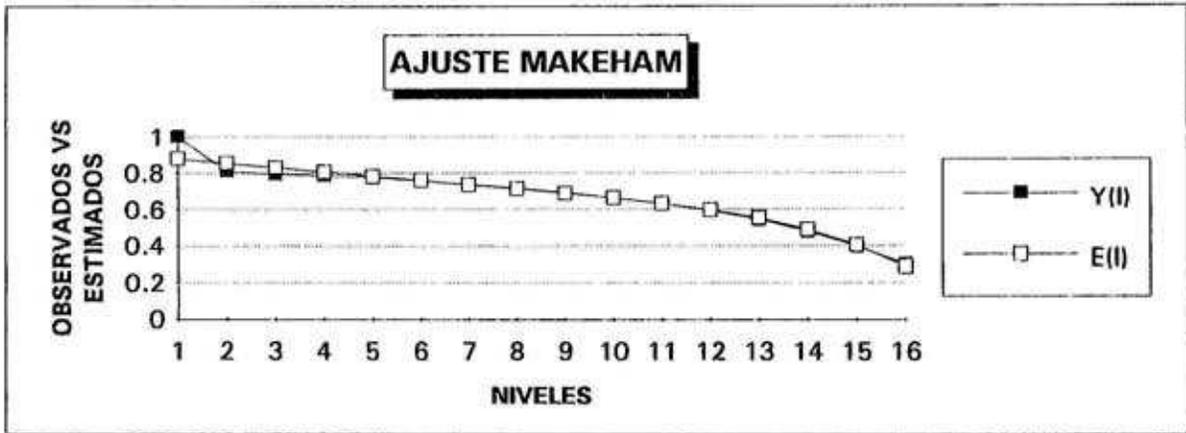
1970-1975



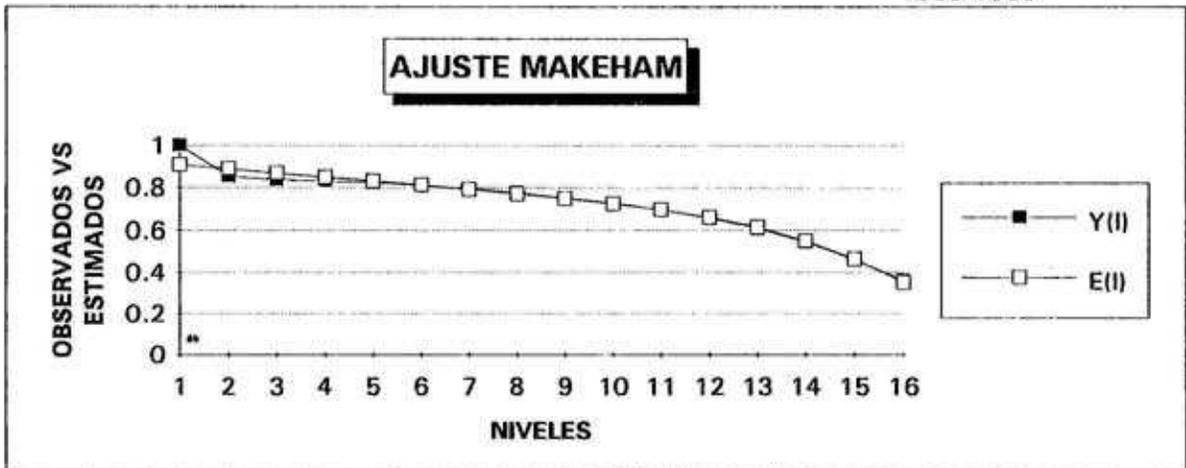
1975-1980



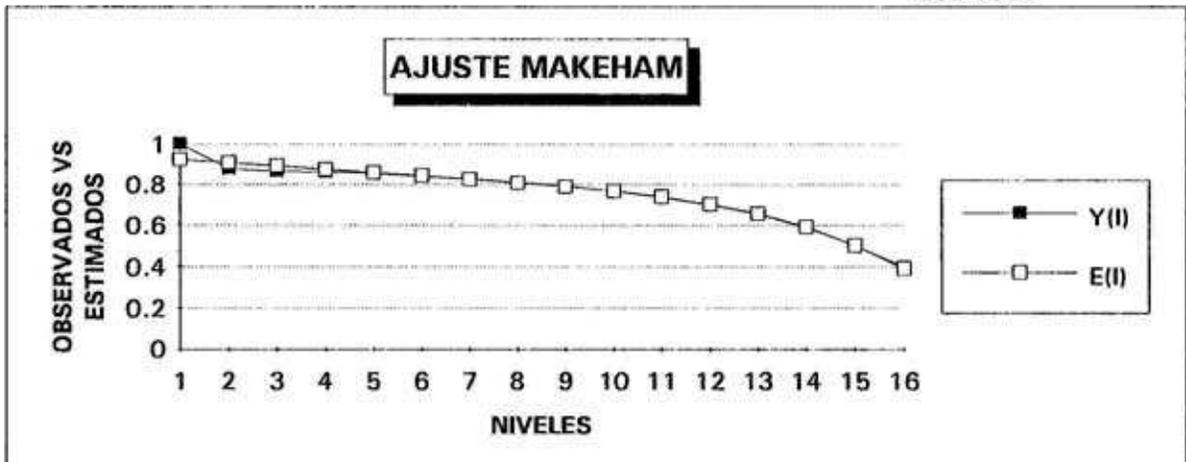
1950-1955



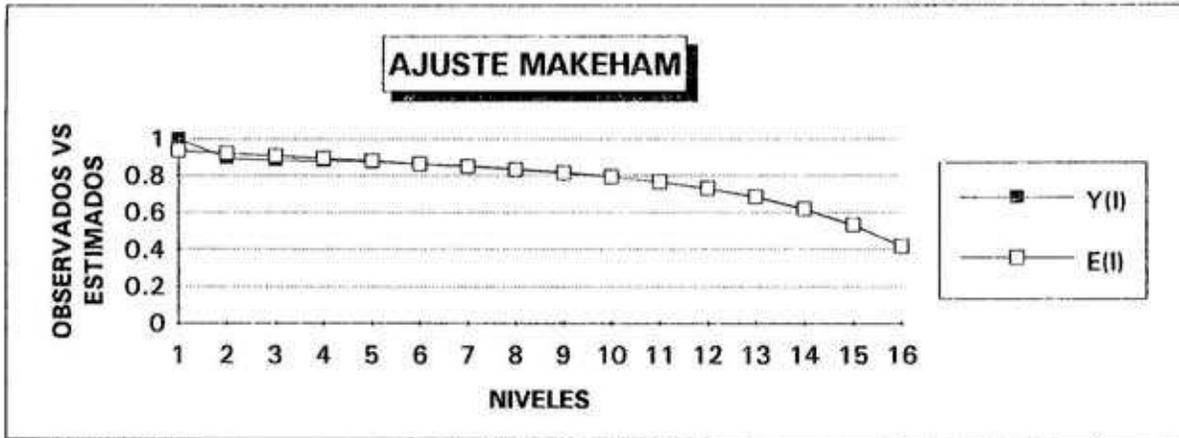
1955-1960



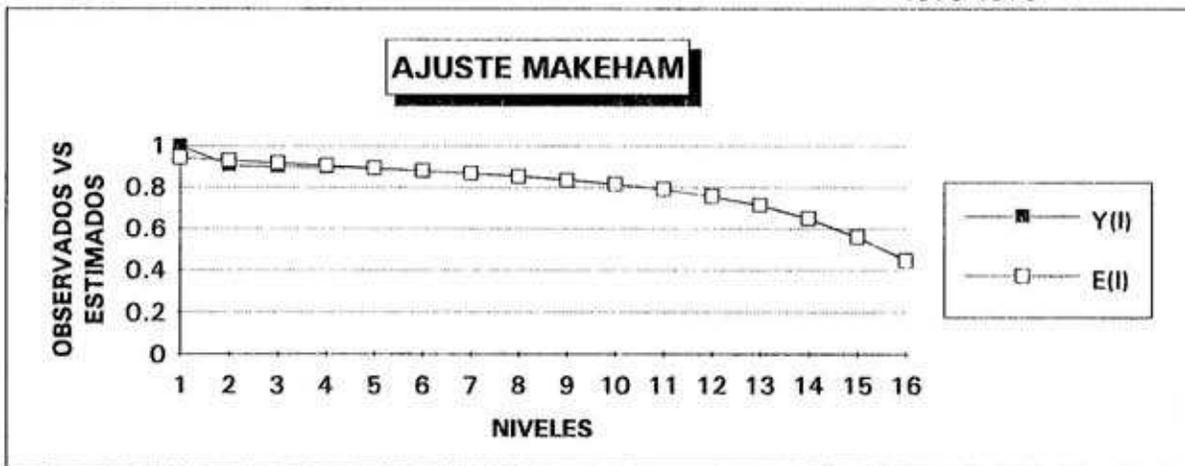
1960-1965



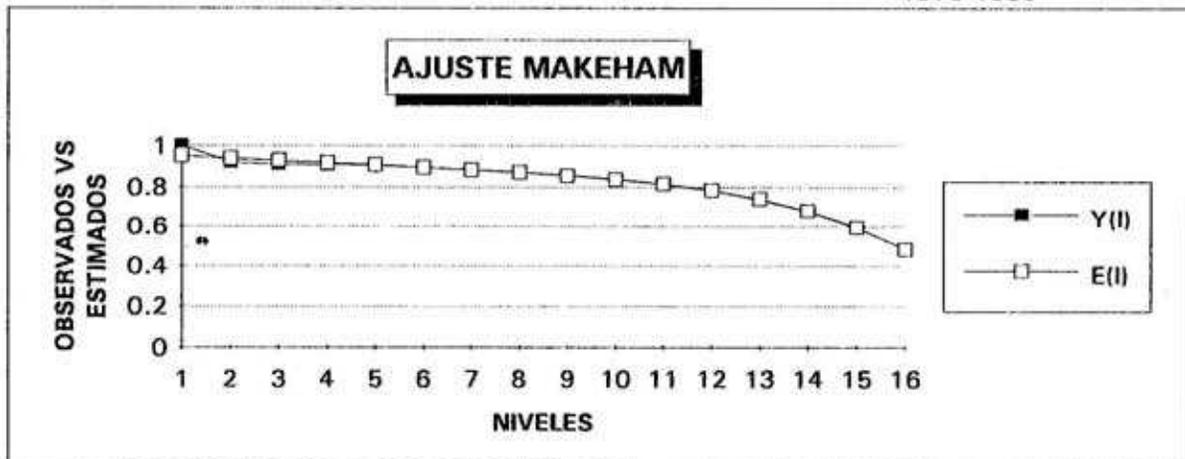
1965-1970



1970-1975

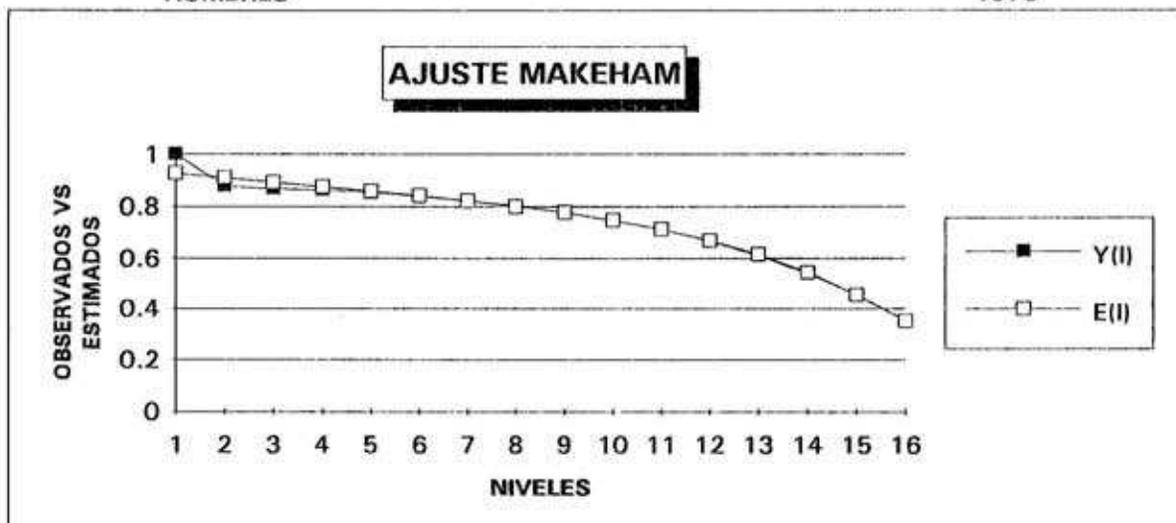


1975-1980



HOMBRES

1970



MUJERES

1970

