



# EL COLEGIO DE MÉXICO

## CENTRO DE ESTUDIOS ECONÓMICOS

### MAESTRÍA EN ECONOMÍA

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN ECONOMÍA

**CAMBIO TÉCNICO Y PREFERENCIAS  
HETEROGÉNEAS: INDICIOS PARA  
EL CRECIMIENTO ECONÓMICO**

**JAIME LARA LARA**

PROMOCIÓN 2004-2006

ASESOR:

DR. GERARDO ESQUIVEL HERNÁNDEZ

ENERO 2007

## **RESUMEN**

El trabajo de investigación construye un modelo de crecimiento económico donde existen dos tipos de tecnología para producir el mismo bien. Una de estas tecnologías utiliza solo el factor trabajo, la otra es una tecnología que utiliza capital y trabajo. Ambas poseen rendimientos constantes a escala. Se supone que los individuos no son indiferentes entre ambas tecnologías; específicamente, la utilidad por trabajar en la tecnología A es distinta a la utilidad por trabajar en la tecnología B. Se muestra que, cuando no existe heterogeneidad de preferencias, la economía posee estados estacionarios en los que se usa solo una de las tecnologías; la condición para que se usen ambas tecnologías en un estado estacionario es demasiado restrictiva si pensamos en una economía real. Existiendo las preferencias heterogéneas propuestas, estados estacionarios en donde se usan tecnologías con distinta productividad son posibles; no hay necesidad de las condiciones restrictivas encontradas en el caso en que las preferencias eran iguales para todos los individuos. Las preferencias pueden convertirse en una barrera para la adopción de tecnologías más productivas, aunque la situación puede ser óptima.

## **INDICE**

<b>INTRODUCCION.....</b>	<b>1</b>
<b>1. LAS PREFERENCIAS HETEROGÉNEAS Y LAS DECISIONES DE EMPLEO.....</b>	<b>3</b>
<b>2. EL MODELO.....</b>	<b>7</b>
<b>2.1. Supuestos .....</b>	<b>7</b>
<b>2.2. Maximización de la utilidad del consumo .....</b>	<b>9</b>
<b>2.3 Maximización de la utilidad ampliada.....</b>	<b>17</b>
<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>21</b>
<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>22</b>

## INTRODUCCIÓN

Dentro de los requisitos de una buena teoría económica esta su simplicidad; es por ello que los modelos económicos tratan de reducir la complejidad del tratamiento matemático y presentar resultados de forma elegante. El modelo básico de Solow plantea la existencia de un solo sector que produce un único bien que es, al mismo tiempo, bien de capital y de consumo; este sector emplea mano de obra homogénea con una tecnología dada y una tasa de ahorro constante. Indudablemente el modelo de Solow reúne el requisito de simplicidad. Otro requisito para que una teoría sea aceptable es que sus implicaciones cuantitativas estén dentro de un rango cercano a la realidad. Sin embargo, las implicaciones cuantitativas del modelo de Solow han estado lejos de hechos estilizados como la coexistencia de amplias disparidades en el ingreso per capita entre los países y retornos relativamente iguales al capital, tasas de convergencia mucho menores entre países que las previstas en el modelo original, entre otros hechos; léase Mankiw (1995). Para resolver estos problemas, la teoría del crecimiento ha relajado algunos de los supuestos del modelo original de Solow, logrando con ello implicaciones cuantitativas mucho más cercanas a los hechos estilizados. Mucho de este trabajo se ha realizado por medio de modificaciones en la especificación de la tecnología, ya sea ampliando el número de sectores y el tipo de bienes, considerando externalidades que reduzcan o eliminen los rendimientos decrecientes de la función de producción neoclásica o permitiendo que la productividad del trabajo sea aumentada a través de la inversión en capital humano.

La función objetivo también ha sufrido algunas modificaciones. Originalmente, para resolver el modelo de Solow no existía ninguna función objetivo propiamente. Solo se suponía una tasa de ahorro constante. En un caso específico, existía una tasa de ahorro “óptima” en la que se maximiza el consumo per capita en el estado estacionario. Posteriormente, la tasa de ahorro se hizo endógena por medio de la optimización intertemporal del consumo de hogares con horizonte de vida infinito. Otra línea importante ha sido considerar que los individuos no viven infinitamente,

sino que viven en generaciones que se traslapan: en un período determinado una proporción de individuos trabaja y otra no, esa otra proporción solo consume.

Independientemente de la evolución de la función objetivo, se ha considerado tradicionalmente que la única medida del bienestar es la senda que sigue el consumo per capita en el período sobre el que se optimiza. Otro supuesto que se ha hecho es que los agentes que optimizan tienen preferencias homogéneas, pudiéndose representar la solución del problema a través de un agente representativo. Estos supuestos evidentemente tienen el propósito de facilitar la resolución matemática del problema, considerando que resumen de manera adecuada lo relevante del comportamiento real y que su relajación no sería contradictoria con los resultados fundamentales del modelo particular en que se usan.

En este trabajo se relaja el supuesto de preferencias homogéneas, introduciendo la heterogeneidad en los bienes diferentes al consumo que un individuo considera al elegir la tecnología productiva en la que participa. Para ello, suponemos que existen dos tecnologías para producir el mismo bien, pero que implican diferentes organizaciones del trabajo. Cada individuo tiene valoraciones diferentes acerca de las características de estos dos tipos de organización del trabajo. Con estos supuestos podemos explicar la existencia de economías donde la remuneración al trabajo homogéneo sea desigual, sin necesidad de introducir racionamiento.

El resultado es relevante porque muestra como las preferencias pueden convertirse en una barrera para la adopción de una tecnología. El trabajo se relaciona con la literatura sobre adopción de tecnología que ha mostrado como algunos países pueden tener problemas para adoptar tecnología apropiada debido a la inexistencia de derecho de patente en sus economías (Diwan y Rodrik, 1989), la falta de tecnologías apropiadas a su capital humano en algunos sectores (Acemoglu y Zilibotti, 1999) o a que la tecnología solo es apropiada para determinadas combinaciones de insumos (Basu y Weil, 1998). Este trabajo se diferencia en que encuentra la falta de adopción como resultado de una elección óptima producto de las preferencias. El modelo, sin

embargo, presenta algunas limitaciones que deben ser superadas en trabajos posteriores con el fin de reforzar o matizar las conclusiones.

En la siguiente sección se argumentará sobre la pertinencia del supuesto de preferencias heterogéneas respecto a bienes distintos al consumo cuando los individuos se enfrentan a la elección de la tecnología productiva donde llevaran su vida laboral. Posteriormente se propone un modelo de crecimiento que incorpore este supuesto y se obtienen los resultados. Finalmente se discuten las implicaciones de estos resultados en las conclusiones.

## **1. LAS PREFERENCIAS HETEROGÉNEAS Y LAS DECISIONES DE EMPLEO.**

Suponer que los individuos son indiferentes entre distintos sectores económicos no parece ser lo más cercano a la realidad, más bien las preferencias sobre las diferentes tecnologías productivas parecen ser heterogéneas. Fromm y Maccoby (1970) realizaron un estudio sobre el campesinado de un pequeño pueblo mexicano. En ese estudio encontraron que los rasgos del carácter social entre los campesinos eran muy diferentes y que cada uno de los tipos de carácter era apropiado para alguna de las estructuras productivas y organizativas existentes en el pueblo. Por ejemplo, algunos campesinos preferían cultivar sus tierras con caña de azúcar y recibir un pago asegurado por el ingenio cercano; en cambio, otros preferían cultivar arroz y hortalizas obteniendo ganancias mayores, aunque con mayor riesgo por la variabilidad de los precios y más horas de trabajo. Estas conductas bien pueden entenderse como una mayor aversión al riesgo por parte de los campesinos que preferían cultivar caña de azúcar con un precio seguro o como preferencias heterogéneas respecto al ocio entre los campesinos. En su estudio, además, Fromm y Maccoby proponen que el comportamiento de los

campesinos puede tener raíces más profundas; encuentran que los campesinos que preferían trabajar con el ingenio tenían más probabilidad de ser descendientes de peones de hacienda; aquéllos que preferían una actividad más independiente, tenían mayor probabilidad de descender de pequeños propietarios. Según Fromm y Maccoby el carácter social más adecuado para cumplir adecuadamente con el rol de peón de hacienda también era el más adecuado para preferir los tratos comerciales con un gran ingenio, con un resultado similar para los campesinos que preferían trabajar de forma independiente. Con ello se puede pensar que las preferencias en esta comunidad de campesinos acerca de los distintos cultivos y formas de organizar el trabajo se habían mantenido heterogéneas en un largo período de tiempo.

El ejemplo de los campesinos de México no es un caso anecdótico solamente. Weisbrod (1983) presenta un artículo en el cual analiza las elecciones de empleo para datos de los años 1973 y 1974 entre dos sectores institucionales del mercado de trabajo de los abogados en Estados Unidos: firmas privadas con objeto de lucro y firmas privadas sin objeto de lucro. Los resultados muestran que abogados con las mismas características ganarían 20% más en las firmas con objeto de lucro, rechazándose la hipótesis de que la diferencia no es significativa. Weisbrod (1983) muestra que la diferencia en ingresos es conocida por los abogados y que la participación en las firmas sin objeto de lucro no es una inversión en capital humano; además, sus estimaciones controlan por el posible efecto de habilidades no observadas mediante la introducción de variables como la calidad de la escuela de donde el abogado egreso, la calificación relativa obtenida en su clase y otras. Los resultados de la estimación permiten argumentar que el diferencial de salarios entre sectores se puede explicar como un pago a las preferencias heterogéneas; en particular, el autor sostiene que está fuertemente relacionado con una mayor posibilidad de defender posturas políticas liberales en las firmas sin objeto de lucro. Un mayor porcentaje de los abogados que se encontraron trabajando en las firmas sin objeto de lucro se consideran simpatizantes de las políticas liberales.

Un estudio más amplio es el de Heckman y Sedlacek (1990). Ellos usan datos para 1976 y 1980 en Estados Unidos de la población blanca masculina que obtiene salarios mayores a una cota mínima por hora. Dentro de las ecuaciones a estimar para describir el comportamiento de los trabajadores los autores proponen una forma lineal de un índice de la función de utilidad indirecta que tiene la forma siguiente:

$$\ln V_i = \gamma_i f + u_i$$

$i$  corresponde a tres grupos distintos de trabajadores: los empleados en el sector manufacturero, los empleados en el sector no manufacturero y los que participan en actividades fuera del mercado; el vector  $f$  representa los atributos específicos de consumo del sector, las características del hogar, las variables que miden la habilidad del trabajador, los precios al esfuerzo e indicadores de las oportunidades fuera del mercado;  $\gamma$  es el vector de parámetros sobre las características del vector  $f$  y  $u$  es el término de error. La variable  $V$  no es observable, así que Heckman y Sedlacek estimaron parámetros relativos normalizando el vector  $\gamma$  a cero en alguno de los sectores. Los resultados de la estimación empírica indican que  $\gamma_i \neq \gamma_j$  para  $i, j = 1, 2, 3$  e  $i \neq j$ ; es decir, cada grupo de individuos asigna distinto peso a cada uno de los bienes que pueden obtenerse al participar en determinado sector. Con estos resultados se puede explicar el hecho de que la educación y la experiencia tengan mayores rendimientos en el sector manufacturero que en el no manufacturero; después de todo, el trabajador que participa en el sector no manufacturero valora más los atributos específicos que en este sector se presentan. Algunos ejemplos de estos atributos específicos pueden ser un menor riesgo de accidentes, un mayor status en la jerarquía laboral o una mayor flexibilidad en los horarios de trabajo. En suma, los resultados de Heckman y Sedlacek apoyan la existencia de preferencias heterogéneas por parte de los trabajadores sobre las características que cada tipo de empleo ofrece.

El hecho de que existan rendimientos diferenciados a la educación y a la experiencia en la economía de Estados Unidos entre diferentes sectores no ha sido explicado únicamente por la presencia de preferencias heterogéneas. Dickens y Lang

(1992) proponen la existencia de segmentos en el mercado laboral, cada uno de ellos con diferentes mecanismos de precios. En su versión más simple esta teoría propone la existencia de al menos dos segmentos en el mercado laboral. El sector primario consiste en trabajos de altos salarios con mejores condiciones de trabajo, oportunidades considerables de avanzar dentro de la firma y remuneraciones sustanciales para la educación y el entrenamiento. Las relaciones de trabajo son generalmente formalizadas dentro de contratos en los que intervienen sindicatos. Debido a los altos salarios, los empleados tienden a permanecer en el empleo durante largo tiempo; debido a los altos costos de búsqueda y entrenamiento, la empresa tiende a establecer relaciones de largo plazo con los empleados. Este grupo de empleados puede ser aislado de las fluctuaciones de la demanda mediante la subcontratación flexible de alguna porción de la demanda. Los empleos secundarios se caracterizarían por una menor remuneración a la educación y a la experiencia, peores condiciones de trabajo y mayor rotación de personal<sup>1</sup>.

La heterogeneidad de preferencias y la segmentación de mercados no son explicaciones excluyentes de la existencia de remuneraciones diferentes a la educación y la experiencia en los diversos sectores de la economía de los Estados Unidos. Tampoco son las únicas. La discusión de que teoría explica mejor el comportamiento de la fuerza laboral estadounidense continúa. Lo único que se ha querido mostrar es la posibilidad de que la existencia de preferencias heterogéneas entre los trabajadores sobre los distintos sectores podría ser relevante para explicar la asignación de la fuerza laboral entre los distintos sectores de la economía.

Ahora bien ¿Qué implicaciones tiene la existencia de preferencias heterogéneas en el proceso de crecimiento económico? Indudablemente el proceso de crecimiento ha traído consigo cambios extraordinarios para la fuerza de trabajo: desde el empleo independiente en el hogar hasta el empleo supervisado en la fábrica, desde el empleo agrícola al empleo en los grandes centros industriales, desde las formas de pago

---

<sup>1</sup> Para una discusión de las implicaciones macroeconómicas de esta teoría véase Saint Paul (1996).

determinadas por el tamaño de la obra hasta el salario de acuerdo a las horas de trabajo. Todas estas nuevas y viejas características pueden tener diferentes valoraciones en la estructura de preferencias de los trabajadores modernos como ya se ha visto. Sería difícil pensar que esto no hubiera podido ocurrir en el pasado, especialmente con aquellas economías que trataban de adoptar tecnologías que implicaban cambios importantes para la organización del trabajo. Podría ser que la tecnología se adoptase solo si era evidente la superioridad de esa tecnología sobre otras tradicionales. Podría ser que algunas economías se tardasen en adoptar nuevas tecnologías si estas no mostraban tal superioridad en un principio. Podría ser también que existiesen grupos dentro de la fuerza de trabajo que la adoptasen fácilmente y otros que esperasen hasta que la compensación en ingreso fuese en algún sentido suficiente. Estas posibilidades pueden ser importantes aún hoy para explicar fenómenos del crecimiento, así como lo son para explicar el comportamiento de los ingresos laborales. Las estructuras de preferencias posibles son muy variadas e incluyen evidentemente la posibilidad de que existan preferencias similares entre toda la fuerza laboral acerca de las diferentes tecnologías y sus organizaciones del trabajo implícitas. Son estas posibilidades y sus efectos en el proceso de crecimiento de lo que nos ocuparemos en la siguiente sección.

## **2. EL MODELO**

### **2.1 Supuestos**

En nuestro modelo existe un único bien que es al mismo tiempo bien de consumo y bien de capital. El bien puede ser producido con dos tecnologías diferentes. La tecnología A será  $Y_A = Rf(K_A, L_A)^2$ ; aquí  $Y_A$  representa el producto total de la tecnología A, R es un parámetro tecnológico, f es una función que depende de los

---

<sup>2</sup> Se omitieron los subíndices temporales pensando que no existirá problema en la comprensión de la notación.

argumentos dentro del paréntesis,  $K_A$  y  $L_A$  representan la cantidad total de capital y la cantidad total de trabajo usadas en la tecnología A respectivamente. El capital se depreciará en esta economía a una tasa constante  $\delta$ . La función de producción  $Y_A = Rf(K_A, L_A)$  cumple con las condiciones de una función de producción neoclásica:

- 1) *Rendimientos constantes a escala en sus dos factores, capital y trabajo.* Esto significa que duplicándose la cantidad de trabajo y capital, y con el parámetro R constante, la producción también se duplicara. Esta condición sigue siendo válida para cualquier constante c; es decir:

$$cY_A = Rf(cK_A, cL_A) \forall c \geq 0$$

- 2) *Rendimientos positivos y decrecientes en ambos factores productivos:*

$$\frac{\partial Y_A}{\partial K_A} > 0 \quad \frac{\partial^2 Y_A}{\partial K_A^2} < 0$$

$$\frac{\partial Y_A}{\partial L_A} > 0 \quad \frac{\partial^2 Y_A}{\partial L_A^2} < 0$$

- 3) *Condiciones de Inada:*

$$\lim_{K_A \rightarrow 0} \frac{\partial Y_A}{\partial K_A} = \lim_{L_A \rightarrow 0} \frac{\partial Y_A}{\partial L_A} = \infty$$

$$\lim_{K_A \rightarrow \infty} \frac{\partial Y_A}{\partial K_A} = \lim_{L_A \rightarrow \infty} \frac{\partial Y_A}{\partial L_A} = 0$$

La tecnología B será  $Y_B = f(L_B)$ ; cumplirá con la condición de rendimientos constantes a escala, es decir  $cY_B = f(cL_B)$ . Con ello no ponemos límite tampoco al tamaño de las empresas que utilizan la tecnología B; en particular, las empresas pueden

ser unidades de producción de autoempleo en donde el máximo de eficiencia productiva se haya alcanzado ya. La función de producción de esta tecnología adoptará la forma  $Y_B = \omega L_B$ , con  $\omega > 0$ . Las empresas participan en un mercado perfectamente competitivo por lo que cada factor de la producción recibe su producto marginal

La población esta fija en  $L$  y cada individuo ofrece inelásticamente una unidad de empleo. Evitamos los problemas asociados con la elección ocio-consumo al suponer que se ofrece una unidad de empleo inelásticamente. También supondremos que esta unidad de empleo es indivisible, por lo que cada individuo estará participando solamente en una tecnología.

Los individuos tienen una función de utilidad instantánea  $U_i = U_i(\alpha, \beta, C) \forall i \in [0, L]$  donde  $\alpha$  representa el hecho de participar en la tecnología A,  $\beta$  el hecho de participar en la tecnología B;  $C$  representa el consumo. Para aquéllos que participan en la tecnología A, la función de utilidad instantánea quedará reducida a  $U_i = U_i(\alpha, C)$ . Para los que participen en la tecnología B, la función de utilidad instantánea se reducirá a  $U_i = U_i(\beta, C)$ . La utilidad tendrá rendimientos decrecientes sobre el consumo:  $U_c > 0$  y  $U_{cc} < 0$ . Cada individuo maximizará su utilidad intertemporal

$$\int_{t_0}^{\infty} U_i(\alpha(t), \beta(t), C(t)) e^{-\rho t} dt$$

En lo sucesivo se supondrá que todos los individuos poseen la misma cantidad de capital inicial  $K_0$ ; el capital per capita será entonces  $k_0$

## 2.2. Maximización de la utilidad del consumo

En primera instancia planteamos una función objetivo que es igual para todos los individuos y que solo tiene como argumento el consumo, quedando reducida a la típica función de utilidad instantánea de los modelos de crecimiento

$$U_i = U_i(C) \forall i \in [0, L]$$

Resolveremos el problema suponiendo que existe un planificador social benevolente<sup>3</sup>. La función objetivo del planeador social puede expresarse entonces de la forma habitual:

$$\int_{t_0}^{\infty} U(c(t))e^{-\rho t} dt$$

donde  $c(t) = (C(t)/L(t))$  representa el consumo per capita.

La producción también puede expresarse en términos per capita del siguiente modo:

$$\frac{Y}{L} = \frac{Y_A + Y_B}{L} = \frac{Rf(K, L_A) + \omega L_B}{L} = Rf(k, (1-\lambda)) + \omega\lambda$$

siendo  $k = K/L$  el capital per capita y  $\lambda$  la proporción de la población que se emplea en la tecnología B con  $\lambda \in [0,1]$ .

El capital crece del siguiente modo:

$$\dot{K} = sRf(K, L_A) + z\omega L_B - \delta K$$

con  $s$  y  $z$  siendo las tasas de ahorro en las tecnologías A y B respectivamente. Con esta dinámica del capital total y recordando que la población es constante, el capital per capita crece así:

$$\dot{k} = \frac{d}{dt}k = \frac{\dot{K}}{L} = sRf(k, 1-\lambda) + z\omega\lambda - \delta k$$

El problema de optimización intertemporal al que se enfrenta el planeador social es el siguiente:

---

<sup>3</sup> Para la discusión de los casos en que esta solución corresponde a la solución que produce una economía descentralizada véase Barro y Sala-i-Martin (1995).

$$\begin{aligned} & \text{Max} \int_{t_0}^{\infty} U \{ (1-s)Rf(k, (1-\lambda)) + (1-z)\omega\lambda \} e^{-\rho t} dt \\ \text{s.a.} \quad & \dot{k} = sRf(k, 1-\lambda) + z\omega\lambda - \delta k \\ & k_0 = k \geq 0 \\ & s, z, \lambda \in [0, 1] \end{aligned}$$

En este problema existen tres variables de estado:  $s$ ,  $z$  y  $\lambda$ ; y una sola de control:  $k$ . El hamiltoniano asociado y las condiciones de primer orden de este problema se presentan a continuación:

$$H = e^{-\rho t} U \{ (1-s)Rf(k, 1-\lambda) + (1-z)\omega\lambda \} + \mu \{ sRf(k, 1-\lambda) + z\omega\lambda - \delta k \}$$

$$H_s = 0 = e^{-\rho t} U_c \{ -Rf(k, 1-\lambda) \} + \mu Rf(k, 1-\lambda) \quad (1)$$

$$H_z = 0 = e^{-\rho t} U_c \{ (-\omega\lambda) \} + \mu \omega \lambda \quad (2)$$

$$H_\lambda = 0 = e^{-\rho t} U_c \{ (1-z)\omega + (1-s)R(-f_{1-\lambda}) \} + \mu \{ R(-sf_{1-\lambda}) + z\omega \} \quad (3)$$

$$H_k = -\dot{\mu} = e^{-\rho t} U_c \{ (1-s)Rf_k \} + \mu (sRf_k - \delta k) \quad (4)$$

$$H_\mu = \dot{k} = sRf(k, 1-\lambda) + z\omega\lambda - \delta k \quad (5)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mu(t)k(t) = 0 \quad (6)$$

De (1) y (2) se puede obtener:

$$\mu = e^{-\rho t} U_c \quad (7)$$

Esta ecuación nos dice simplemente que el valor presente del ingreso recibido en el período  $t$  es igual al valor presente de la utilidad marginal del consumo en el período  $t$ . Esta condición es igual a la solución encontrada para el modelo de Ramsey con un solo sector. La condición también nos indica que solo existirá una tasa de ahorro  $s=z$ .

Derivando y sustituyendo (7) en (4)

$$-\frac{\dot{\mu}}{\mu} = \rho - \frac{U_{cc} c}{U_c} = Rf_k - \delta \quad (8)$$

La condición 8 también es similar a la encontrada en el modelo de Ramsey con un solo sector. Con la función de utilidad del consumo en la que la elasticidad de sustitución intertemporal del consumo es constante

$$u(c) = \frac{c^{(1-\theta)} - 1}{1-\theta}$$

la ecuación (8) se reduce a:

$$\frac{c}{c} = \frac{1}{\theta} (Rf_k - \delta - \rho) \quad (9)$$

que es otra ecuación con implicaciones conocidas para la teoría del crecimiento.

La evolución del capital per capita sigue la condición (5):

$$\dot{k} = sRf(k, 1-\lambda) + z\omega\lambda - \delta k$$

Esta ecuación también puede reducirse a la ecuación que define la evolución del capital en el modelo de Ramsey si  $\lambda = 0$  se cumple.

De acuerdo a la condición (3) y la (7), la proporción de trabajadores  $\lambda$  que participan en la tecnología B debe cumplir lo siguiente:

$$\omega = Rf_{1-\lambda}$$

Esta condición nos dice que el producto marginal del trabajo deber ser igual en ambos sectores. De acuerdo a la función de producción adoptada, esta igualdad nos define implícitamente la proporción que participará en cada sector  $1-\lambda = g(\omega, k)$ , con  $g_\omega < 0$  y  $g_k > 0$ . El signo de la primera derivada se obtiene a partir de los rendimientos decrecientes del trabajo en la función de producción: mientras mayor es  $\omega$ , menor es la cantidad de trabajo que hace que el producto marginal del trabajo en la tecnología A se iguale al producto marginal de la tecnología B. Recordemos también, para el signo de la segunda derivada, que el producto marginal del trabajo es creciente con respecto a  $k$ .  $1-\lambda = g(\omega, k)$  se cumple solo en caso de que  $g(\omega, k) \in [0, 1]$ ; es decir,

cuando la proporción de trabajadores que se desempeñan en la tecnología A tome valores factibles. En caso de que  $g(w,k) > 1$ , la proporción de fuerza de trabajo empleada en la tecnología A tomará su valor máximo de 1. Cuando  $k = 0$ ,  $\lambda = 1$  y  $g(w,k) = 0$ . Para conocer el comportamiento de  $1 - \lambda$  a través del tiempo solamente derivamos  $g(w,k)$ .

$$\frac{d(1-\lambda)}{dt} = g_w \dot{w} + g_k \dot{k} = g_k \dot{k} \quad (10).$$

El crecimiento de la proporción de trabajadores que son empleados en la tecnología A depende de manera directa del crecimiento del capital por trabajador. Mientras mayor sea el capital acumulado, mayor será la proporción de fuerza de trabajo que participará en la tecnología A.

Las condiciones (5), (9), (10) y la condición de transversalidad definen el comportamiento óptimo del modelo.

### **El estado estacionario**

Si suponemos  $\lambda = 0$  las condiciones de comportamiento óptimo del modelo se reducen a:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} (Rf_k - \delta - \rho)$$

$$\dot{k} = sRf(k,1) - \delta k$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mu(t)k(t) = 0$$

Estas son las condiciones del modelo tradicional de Ramsey. La condición (10) no está activa pues suponemos  $\lambda = 0$ . Otro modo de entender esta situación es considerar que los valores alcanzados por  $k$  son lo suficientemente altos y la tecnología A es lo suficientemente productiva que la proporción óptima de fuerza de trabajo en la tecnología B es cero. En este caso, el estado estacionario será el mismo que se encuentra en el modelo tradicional de Ramsey: buscamos  $\dot{c} = 0$  y  $\dot{k} = 0$ . Ello nos conduce a las siguientes ecuaciones:

$$Rf_k = \delta + \rho$$

$$c = Rf(k,1) - \delta k$$

Con una forma funcional específica para la función de producción en la tecnología A se pueden obtener los valores del estado estacionario para el consumo, el capital y el producto per capita. Usaremos  $\hat{c}$  y  $\hat{k}$  respectivamente para identificar el consumo y el capital per capita cuando  $\lambda = 0$  y estemos en el estado estacionario del modelo de Ramsey en la tecnología A. Sin embargo, todavía no hemos enunciado alguna condición bajo la cual  $\lambda = 0$  se cumple, así que la existencia del estado estacionario con  $\lambda = 0$  es solo una posibilidad.

Otro modo de alcanzar un estado estacionario sería con  $k = 0$  y que la tasa de ahorro fuese cero. En el modelo tradicional de Ramsey este caso es trivial, pues implica que el consumo también es cero. Pero en este modelo no lo es; si  $k = 0$  y la tasa de ahorro es cero, toda la población será empleada en la tecnología B; es decir  $\lambda = 1$ . En este caso, el consumo per capita será igual a  $\omega$ . Tenemos hasta ahora dos posibles asignaciones del trabajo entre sectores en las que tiene sentido económico encontrar un estado estacionario; una con  $\lambda = 1$ , que implica que toda la población opta por trabajar en la tecnología B; otra con  $\lambda = 0$ , que implica que toda la población está trabajando en la tecnología A.

Existe también la posibilidad de que  $0 \leq \lambda \leq 1$  y tengamos un posible estado estacionario si: 1)  $\omega = Rf_{1-\lambda}$ ; y, 2)  $k = (1-\lambda)\hat{k}$ ; es decir, la relación capital trabajo es la misma que soporta el posible estado estacionario, ajustada por el hecho de que solamente una proporción  $(1-\lambda)$  participa en la tecnología A. El consumo será el mismo para todos los individuos de esta economía. Para los que participen en la tecnología A, el consumo será igual a  $Rf_{1-\lambda} + \rho(1-\lambda)\hat{k}$ <sup>4</sup>. Para los que participen en la tecnología B el consumo será igual a  $\omega + \rho(1-\lambda)\hat{k}$ .

---

<sup>4</sup> El consumo per capita es igual al producto per capita menos la inversión per capita. En la tecnología A el producto per capita puede expresarse como  $Rf_{1-\lambda} + Rf_k k$ . En el estado estacionario  $\dot{k} = 0$ , por lo que la

Podemos encontrar una infinidad de combinaciones capital-trabajo en la tecnología A en las que se cumpla  $\omega = Rf_{1-\lambda}$ . Sin embargo, también es necesario que se cumpla  $k = (1-\lambda)\hat{k}$ . Con ello la productividad marginal del trabajo en la tecnología A debe ser igual a la de la tecnología B en una única combinación capital-trabajo, que es la que asegura que no sea óptimo incrementar ni reducir la cantidad de capital.

$$\frac{K}{L_A} = \frac{(1-\lambda)L\hat{k}}{(1-\lambda)L} = \hat{k}$$

Esto hace que la posibilidad de encontrar un estado estacionario con  $0 \leq \lambda \leq 1$  sea difícil con las especificaciones de la tecnología y la utilidad propuestas en esta sección.

Si  $\omega > \hat{c}$ , toda la población participará en la tecnología B en el largo plazo. Enseguida mostraremos que necesariamente tiene que cumplirse que  $\hat{c} > \omega + m$  para que el estado estacionario en el que toda la población participa en la tecnología A pueda existir.

Supongamos que inicialmente nos encontramos en el estado estacionario con  $\lambda = 0$ . Permaneciendo en estas condiciones, cada individuo tendrá una utilidad intertemporal:

$$\int_{t_0}^{\infty} U(\hat{c})e^{-\rho t} dt$$

Como los bienes se pueden emplear indistintamente como bienes de consumo y bienes de producción, el capital invertido es reversible; es decir, el capital invertido se puede usar como bien de consumo en periodos posteriores. En este contexto, se pueden seguir algunas sendas alternativas que impliquen participar en la tecnología B a partir de  $\lambda = 0$ . Una de ellas<sup>5</sup> es que los individuos consuman el capital per capita que

---

inversión per capita sera igual a  $\delta k$ . Sabemos también que en estado estacionario se cumple  $Rf_k = \delta + \rho$ , por lo que la parte de los ingresos provenientes del capital que se dedica al consumo es  $\rho k$ . El capital per capita necesario con solo una proporción  $1-\lambda$  participando en esta tecnología es  $k = (1-\lambda)\hat{k}$  si  $\hat{k} = 0$ .

<sup>5</sup> No decimos que es la senda óptima sino solamente una de las posibles en las que se perturba  $\lambda = 0$ .

poseen en el período  $t_0$  y participen en la tecnología B en todo el resto del período de optimización. Con ello obtendría una utilidad de:

$$U(\hat{k} + \omega) + \int_{t_1}^{\infty} U(\omega)e^{-\rho t} dt$$

Para permanecer en el estado estacionario con  $\lambda = 0$ , se tiene que cumplir

$$\int_{t_0}^{\infty} U(\hat{c})e^{-\rho t} dt \geq U(\hat{k} + \omega) + \int_{t_1}^{\infty} U(\omega)e^{-\rho t} dt = \int_{t_0}^{\infty} U(\omega)e^{-\rho t} dt + h > \int_{t_0}^{\infty} U(\omega)e^{-\rho t} dt$$

La última desigualdad se sigue desde que  $\hat{k} > 0$  y  $U_c > 0$  por lo que  $h$  es un número estrictamente mayor que cero. Tenemos que la condición de permanencia en la tecnología A implica

$$\int_{t_0}^{\infty} U(\hat{c})e^{-\rho t} dt \geq \int_{t_0}^{\infty} U(\omega)e^{-\rho t} dt + h$$

con  $h > 0$ . Para que esta desigualdad se satisfaga necesariamente tiene que cumplirse que  $\hat{c} > \omega + m$  con  $m \in (0, h)$ .

El resultado se mantiene si consideramos otras trayectorias en las que la asignación de la fuerza de trabajo entre tecnologías sea tal que exista algún período de tiempo en el que haya una proporción de la fuerza de trabajo empleada en la tecnología B. Si existiese una mejor trayectoria que proporcionase una utilidad mayor que

$$U(\hat{k} + \omega) + \int_{t_1}^{\infty} U(\omega)e^{-\rho t} dt$$

el número  $m$  tendría que ser mayor que el propuesto originalmente con tal de que el estado estacionario en el que toda la población sea asignada a la tecnología A pueda existir.

Los resultados del modelo deben ampliarse en trabajos posteriores; se debe verificar si las posibilidades de estado estacionario son estables, cuáles serían las características de la dinámica de transición, implicaciones para la velocidad de convergencia, entre otras características relevantes de los modelos de crecimiento.

### 2.3 Maximización de la utilidad ampliada

Ahora revisaremos el caso más general en el que la utilidad no solo depende del consumo. Aquí la utilidad de los individuos es función de un conjunto de condiciones laborales y de posibilidades de consumo específicas a cada tecnología. La función de utilidad instantánea propuesta es la siguiente:

$$U_i = \begin{cases} U(c(t)) + \alpha_i & \text{si se participa en la tecnología A} \\ U(c(t)) + \beta_i & \text{si se participa en la tecnología B} \end{cases}$$

Supondremos que  $\alpha_i, \beta_i \geq 0$ . Esta función de utilidad introduce la heterogeneidad de las preferencias entre los individuos al permitir que los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  sean diferentes para cada uno de los individuos  $i \in [0, L]$ . Con esta función de utilidad, la heterogeneidad de las preferencias se encuentra en la utilidad asociada de los atributos distintos al consumo, y no en valoraciones distintas del consumo entre los individuos. Necesitamos suponer que los atributos distintos al consumo son diferentes en las tecnologías A y B, para que la heterogeneidad tenga alguna relevancia en la selección de la tecnología en la que se participa. Un ejemplo de la utilización en modelos teóricos de una función de utilidad similar la encontramos en Lang y Majumdar (2003). La única diferencia es que en ese artículo se suponen dos tipos de trabajador, mientras que aquí cada individuo puede ser un tipo distinto. Se ha mostrado en la sección 2 que funciones de utilidad similares son relevantes para la explicación del comportamiento del mercado de trabajo en la literatura empírica.

Las características restantes de la economía seguirán siendo las mismas.

#### **El estado estacionario.**

Nos interesa mostrar como la utilización de la función de utilidad ampliada puede conducirnos a un estado estacionario en el que existan individuos participando en la tecnología A y en la tecnología B, eliminando la necesidad de restringirnos a  $Rf_{1-\lambda} = \omega$

que fue la restricción encontrada cuando supusimos que el consumo es lo único relevante en la función de utilidad.

El siguiente será un esbozo de cuál es la razón por la que este estado estacionario puede existir en un contexto de heterogeneidad de preferencias y tecnologías con distintos atributos además del consumo. Partiremos de situaciones en las que la economía pueda encontrarse en estado estacionario y el planificador central solo pueda asignar a los individuos en una tecnología durante todo el período de optimización. Esto último puede no ser lo óptimo si la cantidad de capital varía en el horizonte de optimización. Una verificación más formal y completa de la existencia de este estado estacionario y de otras características relevantes de un modelo de crecimiento queda como una posible extensión a este trabajo. Por ahora supondremos que el planificador central enfrenta la restricción de no poder asignar a los individuos en dos tecnologías distintas en el período de optimización.

La condición bajo la cual los individuos que participan en la tecnología A prefieren mantenerse en esta tecnología es:

$$\int_{t_0}^{\infty} [U(Rf_{1-\lambda} + H(k(t))) + \alpha_i] e^{-\rho t} dt \geq \int_{t_0}^{\infty} [U(\omega + H(k(t))) + \beta_i] e^{-\rho t} dt$$

La función  $H(k(t))$  representa el consumo asociado al hecho de que todos los individuos poseen capital y pueden utilizar una parte de su ingreso como poseedores de capital para el consumo; también pueden utilizar el propio capital como bien de consumo. La condición nos dice que el valor presente de la utilidad de participar en la tecnología A para siempre es mayor o igual que el valor presente de aquella que reporta el participar en la tecnología B para siempre. La condición puede reducirse a:

$$\int_{t_0}^{\infty} [U(Rf_{1-\lambda} + H(k(t)))] e^{-\rho t} dt \geq \int_{t_0}^{\infty} [U(\omega + H(k(t)))] e^{-\rho t} dt - \frac{(\alpha_i - \beta_i)}{\rho}$$

Llamáremos  $\gamma_i = \alpha_i - \beta_i$ . También llamáremos  $\gamma$  al mínimo de los  $\gamma_i$  y  $\gamma'$  al máximo con  $-\infty < \gamma \leq \gamma' < \infty$ . Un primer caso sencillo sería que  $\gamma = \gamma' = \psi$ . La condición de permanencia en la tecnología A para siempre se reduce a

$$\int_1^{\infty} [U(Rf_{1-\lambda} + H(k(t)))] e^{-\rho t} dt \geq \int_1^{\infty} [U(\omega + H(k(t)))] e^{-\rho t} dt - \frac{\psi}{\rho}$$

Si  $\psi < 0$ ,  $\beta > \alpha$ ; es decir, la tecnología B reporta mayor utilidad por sus atributos específicos diferentes al consumo para todos los individuos de la economía. Esto implica que  $\hat{c} > \omega + m$  debe seguir siendo cierto para que a partir del estado estacionario en el que  $\lambda = 0$  no haya incentivos para participar en la tecnología B. Además, el número  $m$  encontrado en la sección anterior puede ser mayor cuando  $\psi < 0$ . Pero  $\psi < 0$  no tiene que ser necesariamente cierto; podemos tener  $\psi = 0$  o  $\psi > 0$ . Cuando  $\psi = 0$  lo único que importa para decidir entre ambas tecnologías es el consumo y volvemos al caso de la maximización de la utilidad del consumo. Si  $\psi > 0$ , la tecnología A reportará mayor utilidad por sus atributos específicos diferentes al consumo para todos los individuos de la economía. En este último caso, ya no se tiene que cumplir necesariamente  $\hat{c} > \omega + m$  para que el estado estacionario con  $\lambda = 0$  sea sostenible; tampoco que  $\omega > \hat{c}$  asegure que los individuos participen en la tecnología B.

Veremos a continuación como el hecho de que cada individuo posee valoraciones distintas acerca del diferencial de utilidad que proporciona la participación en las tecnologías A y B ( $\gamma_i \neq \gamma_j$  para  $i \neq j$ ) puede conducirnos a un estado estacionario en el que  $0 < \lambda < 1$  sin la restricción de igualdad en el ingreso marginal de ambos sectores. Partimos aquí del capital inicial que nos permite evitar la caracterización de la transición de la economía hacia un posible estado estacionario; es decir,  $K_0 = (1-\lambda)L\hat{k}$  Supongamos que para un subconjunto de individuos  $i \in [0, D]$  con  $D < L$  y  $\lambda = D/L$  no se cumple la desigualdad:

$$\int_1^{\infty} [U(Rf_{1-\lambda} + \rho(1-\lambda)\hat{k}) + \alpha_i] e^{-\rho t} dt \geq \int_1^{\infty} [U(\omega + \rho(1-\lambda)\hat{k}) + \beta_i] e^{-\rho t} dt$$

sino más bien:

$$\int_1^{\infty} [U(\omega + \rho(1-\lambda)\hat{k}) + \beta_i] e^{-\rho t} dt \geq \int_1^{\infty} [U(Rf_{1-\lambda} + \rho(1-\lambda)\hat{k}) + \alpha_i] e^{-\rho t} dt$$

Lo que nos dicen ambas desigualdades es que existe un  $\lambda = D/L$  que preferirá participar en la tecnología B si la proporción de la población empleada en la tecnología A es  $1-\lambda$  y el capital per capita es  $(1-\lambda)\hat{k}$ . La función  $H(k(t))$  será igual a  $\rho(1-\lambda)\hat{k}$ . El resto de los individuos preferirá participar en la tecnología A bajo estas mismas condiciones.

El hecho de que se pueda llegar a esta asignación de los individuos integrantes de la fuerza laboral depende de los  $\gamma_i$  de cada individuo. Si observamos las expresiones  $U(Rf_{1-\lambda} + \rho(1-\lambda)\hat{k}) + \alpha_i$  y  $U(\omega + \rho(1-\lambda)\hat{k}) + \beta_i$  son constantes cuando  $\dot{k} = 0$  y  $\dot{\lambda} = 0$ . Si integramos en ambos lados de la desigualdad, concluimos que para satisfacer la primera desigualdad solo necesitamos que:

$$U(Rf_{1-\lambda} + \rho(1-\lambda)\hat{k}) + \alpha_i \geq U(\omega + \rho(1-\lambda)\hat{k}) + \beta_i$$

$$\alpha_i - \beta_i = \gamma_i \geq M = U(\omega + \rho(1-\lambda)\hat{k}) - U(Rf_{1-\lambda} + \rho(1-\lambda)\hat{k})$$

y para la segunda:

$$U(\omega + \rho(1-\lambda)\hat{k}) + \beta_i \geq U(Rf_{1-\lambda} + \rho(1-\lambda)\hat{k}) + \alpha_i$$

$$\alpha_i - \beta_i = \gamma_i \leq M = U(\omega + \rho(1-\lambda)\hat{k}) - U(Rf_{1-\lambda} + \rho(1-\lambda)\hat{k})$$

Participarán en la tecnología B los individuos cuyo  $\gamma_i \leq M$ ; participarán en la tecnología A aquéllos con  $\gamma_i \geq M$ , siendo M la diferencia en utilidad de los bienes de consumo que se produce porque los individuos reciben distintos ingresos al participar en distintas tecnologías. Es claro que, para que algunos individuos puedan participar en distintas tecnologías, no es necesario que  $Rf_{1-\lambda} = \omega$ . La diferencia que existe en el consumo puede ser compensada por bienes distintos al consumo como la posibilidad de elegir horarios, los riesgos inherentes a cada tecnología, el status obtenido en la jerarquía laboral u otros.

Si no existen incentivos para abandonar ninguna de las tecnologías y estamos en el punto donde la tecnología A alcanza una relación capital trabajo  $\hat{k}$  con el subconjunto de individuos que desean participar en ella, tenemos que  $\dot{k} = 0$ ,  $\dot{c} = 0$  y

$y = 0$ . Estamos en un estado estacionario de esta economía, aún y cuando la remuneración al trabajo no sea igual para el trabajo homogéneo.

Podemos imaginar economías similares, solo definidas por distintos  $\gamma_i$  para cada uno de sus individuos. Estas economías podrían encontrarse en un estado estacionario como el propuesto en esta sección, pero con una proporción  $1 - \lambda$  distinta a causa de las preferencias; es decir, las preferencias se convertirían en una barrera para la adopción de alguna de las tecnologías.

## **CONCLUSIONES**

Asumimos que la cesta de bienes sobre los que los individuos eligen a la hora de realizar sus decisiones de participación laboral entre distintas tecnologías es más amplia que la cesta de bienes de consumo y que estas tecnologías existen, mostrando que este tipo de preferencias no son un supuesto alejado de la realidad en la economía moderna. Los resultados indican que las economías donde se presenta esta heterogeneidad de preferencias pueden presentar una remuneración al factor trabajo diferente para trabajo homogéneo sin necesidad de acudir a la teoría de un mercado de trabajo dual. Este resultado puede suceder incluso en una economía con estado estacionario.

Los resultados son relevantes a la hora de evaluar las implicaciones de bienestar; no siempre una desigualdad en el ingreso se traduce en una desigualdad en bienestar tal cual si consideramos preferencias heterogéneas del tipo que hemos presentado en este modelo. Los individuos pueden estar recibiendo un ingreso inferior si están empleados en la economía B en comparación con el que recibirían si estuviesen empleados en la economía A. Sin embargo, no eligen participar en la tecnología A, aún y cuando no existen restricciones para que lo hagan. Esto también puede ayudar a comprender la dificultad a la que se ha enfrentado la adopción de nuevas tecnologías en las regiones

relativamente rezagadas en PIB per capita, ya sea entre países o al interior de los mismos. Sería interesante investigar la posible distribución del parámetro  $\gamma$  para saber si las preferencias hacia distintas tecnologías tienen relevancia en la explicación de los patrones de crecimiento. Evidentemente no se trata de refutar otros enfoques, sino solo de resaltar otro factor que podría ser relevante.

Aun sin preferencias heterogéneas, mostramos como la sola coexistencia de tecnologías puede evitar que el estado estacionario de una tecnología más avanzada sea alcanzado cuando esa tecnología requiere un stock de capital mayor.

Queda también la necesidad de ampliar el trabajo para explicar con mayor profundidad la dinámica de la economía del modelo cuando no se encuentra en alguno de los posibles estados estacionarios presentados aquí.

## **BIBLIOGRAFÍA.**

1. Acemoglu y Zilibotti. "Productivity Differences". NBER Working Paper No. 6879. (Enero de 1999).
2. Acemoglu, Johnson y Robinson. "Reversal of Fortune: Geography and Institutions in the Making of the Modern World Income Distribution". En *The Quarterly Journal of Economics*. Vol 97, pp 1231-1291. (Noviembre de 2002)
3. Barro y Sala-i-Martin. *Economic Growth*. Mc Graw Hill. E.U.A. 1995.
4. Basu y Weil. "Appropriate Technology and Growth" En *The Quarterly Journal of Economics* Vol. 113, pp 1025-154. (Noviembre de 1998).

5. Dickens, William T. y Lang, Kevin. "Labor Market Segmentation Theory: Reconsidering The Evidence". NBER Working Paper No. 4087 (Junio de 1992).
6. Fromm, Erich y Maccoby, Michael,. Sociopsicoanálisis del campesino mexicano. 1ª. ed. en español, FCE. D.F. México, 1973.
7. Heckman, James J. y Sedlacek, Guilherme L. "Self Selection and the Distribution of Hourly Wages". Journal of Labor Economics. Vol. 8, No. 1, Part 2: Essays in Honor of Albert Rees, pp s329-s363 (Enero de 1990)
8. Lang y Majumdar. "The Pricing of Job Characteristics When Markets Do Not Clear: Theory and Policy Implications". NBER Working Paper 9911. (Agosto de 2003).
9. López, Ramon E. "Estimating labor Supply and Production Decisions of Self-Employed Farm Producers". European Economic Review. Vol. 24 pp 61-82 (1984)
10. Mankiw, Gregory N. "The Growth of Nations," Brookings Papers on Economic Activity, I, 275-326. (1995)
11. Saint Paul, Gilles. Dual Labor Markets: A Macroeconomic Perspective. MIT. Cambridge, Mass. 1996.
12. Weisbrod, Burton A. "Nonprofit and Proprietary Sector Behavior: Wage Differentials among Lawyers" Journal of Labor Economics Vol. 1 No. 3 pp 246-263 (Julio de 1983)