

Notas y comentarios

Ley de mortalidad mexicana. Funciones de supervivencia

Alejandro Mina Valdés*

Las probabilidades de supervivencia $S(x)$ permiten estimar funciones matemáticas que se resumen en modelos de comportamiento de las principales funciones biométricas que se expresan con base en la función de supervivencia y la tasa instantánea de mortalidad. En la práctica actuarial se utilizan combinaciones de estas leyes aceptando diferentes modelos para distintos tramos de edades.

Las leyes de mortalidad son expresiones analíticas de la función de supervivencia que pretenden estimar el comportamiento de la mortalidad en función de la edad; resulta fundamental elegir la función que mejor se adapte y represente adecuadamente la mortalidad, y esto se hace según los datos observados o estableciendo ciertas hipótesis correspondientes a las características propias de la función de supervivencia.

A lo largo de la historia ha sido constante la búsqueda de una ley de mortalidad válida para cualquier población humana; se ha tratado de encontrar la “ley universal de mortalidad”, que probablemente no exista. Sin embargo es posible encontrar el ajuste a alguna ley teórica para determinadas poblaciones y ciertos tramos de edad.

La ley de Gompertz asume que cada individuo presenta una resistencia a las enfermedades (y a fallecer por causas naturales) decreciente en función de la edad, por lo que la fuerza de mortalidad aumenta con la edad y su incremento relativo es constante. Por tanto, se deduce que dicha fuerza de mortalidad crece exponencialmente.

$$\mu_x = BC^x \quad x \geq 0, B > 0, C > 1$$

Posteriormente Makeham enunció dos leyes de supervivencia. La primera ley considera la tasa instantánea de mortalidad: añade una constante arbitraria que representa la mortalidad accidental (azar) y es independiente de la edad, a la fuerza de mortalidad de Gompertz. Por tanto, la muerte de un individuo es consecuencia de dos causas

* Profesor investigador del Centro de Estudios Demográficos, Urbanos y Ambientales de El Colegio de México. Correo electrónico: amina@colmex.mx.

coexistentes: el azar, y una resistencia (cada vez más débil) a la muerte conforme aumenta la edad, es decir, que además de considerar la mortalidad por causas naturales (igual que Gompertz) introduce la mortalidad accidental del individuo, independiente de la edad.

$$\mu_x = A + BC^x \quad x \geq 0, B > 0, C > 1, A > -B$$

Esta ley ofrece buenos ajustes en edades intermedias (adultas), pero presenta problemas en las edades extremas de la tabla, principalmente en más jóvenes, puesto que en las edades infantiles la mortalidad es decreciente. Es considerada la ley más conocida y más ampliamente utilizada para ajustar diversas tablas de supervivencia.

La primera ley de Makeham tiene problemas de ajuste para las edades más jóvenes, de ahí que se formulara la segunda ley, más elástica y fundamentada que la anterior, que añade a la fuerza de mortalidad otro sumando proporcional a la edad:

Para determinar los cinco parámetros K , a , b , d y w de la función Makeham se utilizará el método de los grupos no superpuestos, obteniendo los valores de los parámetros con las siguientes ecuaciones:¹

$$d = \left(\frac{\Delta^2 S_1}{\Delta^2 S_0} \right)^{\frac{1}{m}} \quad [1]$$

$$b = \exp \left[\Delta^2 S_0 \frac{d-1}{(d^m-1)^3} \right] \quad [2]$$

$$a = \exp \left[\frac{1}{m^2} \left(\Delta S_0 - \frac{\Delta^2 S_0}{d^m-1} \right) \right] \quad [3]$$

$$w = \exp \left[\frac{1}{2m^3} \left(\Delta^2 S_0 - \left[\frac{d-d^{m-1}}{1-d} \right] (d^m-1)^2 \ln b \right) \right] \quad [4]$$

$$K = \frac{\sum_{x=0}^{4m-1} yv(x)}{\sum_{x=0}^{4m-1} v(x)^2} \quad [5]$$

¹ El método es similar para el caso de cuatro parámetros, expuesto en Mina (2001).

donde: $v(x) = a^x w^{x^2} b^{d^x}$

Una vez obtenidos los valores de los parámetros k , a , b , d y w de la función Gompertz-Makeham ampliada, es posible realizar variaciones en ellos con el objetivo de calcular una mejor aproximación a sus valores observados.

Dado que $y_x = ka^x w^{x^2} b^{d^x}$ para toda $x = 0, 1, 2, \dots, 4m-1$

Se obtiene el logaritmo natural de la función y_x :

$$\begin{aligned} \text{Ln } y_x &= \text{Ln} \left(ka^x w^{x^2} b^{d^x} \right) \\ &= \text{Ln} k + \text{Ln} a + d^x \text{Ln} b + x^2 \text{Ln} w \end{aligned} \quad [6]$$

Hay que calcular la derivada de la expresión [11]:

$$\frac{\partial}{\partial y_x} \text{Ln } y_x = \frac{\partial}{\partial u} (\text{Ln} k + x \text{Ln} a + d^x \text{Ln} b + x^2 \text{Ln} w) \quad [7]$$

Al calcular la derivada se puede considerar que :

$$\frac{\partial}{\partial y_x} \text{Ln } y_x = \frac{1}{y_x} d y_x \quad [8]$$

mientras que la derivada del miembro derecho se puede expresar como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y_x} \text{Ln } y_x &= \frac{\partial}{\partial k} \text{Ln} k + \frac{\partial}{\partial a} x \text{Ln} a + \frac{\partial}{\partial b} d^x \text{Ln} b + \frac{\partial}{\partial d} d^x \text{Ln} b + \frac{\partial}{\partial w} x^2 \text{Ln} w \\ &= \frac{1}{k} dk + \frac{x}{a} da + \frac{d^x}{b} db + \text{Ln} b \frac{\partial}{\partial d} d^x + x^2 \frac{\partial}{\partial d} dw \end{aligned} \quad [9]$$

El último término de la expresión [18] se puede presentar de acuerdo con el razonamiento siguiente: de acuerdo a las propiedades de los logaritmos se puede expresar:

$$\text{Ln } d^x = x \text{Ln} d$$

Al obtener la derivada de la expresión anterior se observa que:

$$\frac{\partial}{\partial d} \ln d^x = \frac{\partial}{\partial d} x \ln d$$

$$\frac{1}{d^x} dd^x = \frac{x}{d} dd$$

Por lo tanto la derivada de dx respecto a d es:

$$d(d^x) = x d^x \frac{\partial d}{\partial} \quad [10]$$

Dado lo anterior, la expresión [18] se puede escribir como:

$$\frac{1}{y_x} d y_x = \frac{1}{k} dk + \frac{x}{a} da + \frac{d^x}{b} db + x d^x \ln b \frac{\partial d}{\partial} + x^2 \frac{\partial w}{w} \quad [11]$$

En consecuencia, la derivada de dy_x es:

$$d y_x = \frac{y_x}{k} dk + \frac{x y_x}{a} da + \frac{d^x y_x}{b} db + x d^x y_x \ln b \frac{\partial d}{\partial} + x^2 y \frac{\partial w}{w} \quad [12]$$

Para calcular los valores de los parámetros a partir de la expresión [12] se procede a linealizar dicha expresión; para ello se denota como:

$$x_1 = d y_x \quad x_2 = y_x \quad x_3 = x (x_2) \quad x_4 = x_2 d^x \quad x_5 = x_3 d^x \quad x_6 = x^2$$

$$c_2 = \frac{\partial k}{k} \quad c_3 = \frac{\partial a}{a} \quad c_4 = \frac{\partial b}{b} \quad c_5 = \ln b \frac{\partial d}{d} \quad c_6 = \frac{\partial w}{w}$$

Una vez hecho lo anterior, se sustituyen en [12] estas variables, por lo que puede expresarse en forma de regresión múltiple lineal como se presenta a continuación:

$$x_1 = c_2 x_2 + c_3 x_3 + c_4 x_4 + c_5 x_5 + c_6 x_6$$

Empleando las ecuaciones normales, que se expresan matricialmente como:

$$A = \begin{bmatrix} \sum x_2 x_2 & \sum x_2 x_3 & \sum x_2 x_4 & \sum x_2 x_5 & \sum x_2 x_6 \\ \sum x_2 x_3 & \sum x_3 x_3 & \sum x_3 x_4 & \sum x_3 x_5 & \sum x_3 x_6 \\ \sum x_2 x_4 & \sum x_3 x_4 & \sum x_4 x_4 & \sum x_4 x_5 & \sum x_4 x_6 \\ \sum x_3 x_5 & \sum x_3 x_5 & \sum x_4 x_5 & \sum x_5 x_5 & \sum x_5 x_6 \\ \sum x_3 x_6 & \sum x_3 x_6 & \sum x_4 x_6 & \sum x_5 x_6 & \sum x_6 x_6 \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \sum x_1 x_2 \\ \sum x_1 x_3 \\ \sum x_1 x_4 \\ \sum x_1 x_5 \\ \sum x_1 x_6 \end{bmatrix}$$

Se calculan los coeficientes de la matriz V con la inversa de la matriz A y multiplicándola por la matriz G , así: $V = A^{-1} G$.

De esta manera se calculan los valores de las c_j y por consiguiente las primeras correcciones a los parámetros k , a , b , d y w de la función Gompertz-Makeham ampliada. Estas correcciones permiten obtener nuevas aproximaciones para los parámetros. Por lo tanto los nuevos valores para éstos son:

$$k_1 = k(1+c_2), \quad a_1 = a(1+c_3), \quad b_1 = b(1+c_4), \quad d_1 = d(1+c_5/\text{Lnb})$$

$$\text{y } w_1 = w(1+c_6)$$

A partir de estos valores se obtienen nuevos valores teóricos y por lo tanto nuevas diferencias dy_x . Lo anterior lleva un proceso iterativo que permitirá ir obteniendo aproximaciones cada vez más satisfactorias. Es decir, el proceso deberá repetirse hasta que la magnitud de las correcciones alcance un valor reducido tal que no logren cambiar sensiblemente los valores teóricos obtenidos usando los valores de los parámetros hasta esa iteración.

En general se observa que si k_i , a_i , b_i , d_i y w_i son valores de la iteración (i), los valores de esos parámetros a la iteración (i+1) serán:

$$k_{i+1} = k_i(1+c_{2i+1}), \quad a_{i+1} = a_i(1+c_{3i+1}), \quad b_{i+1} =$$

$$b_i(1+c_{4i+1}), \quad d_{i+1} = d_i(1+c_{5i+1}/\text{Lnb}), \quad w_{i+1} = w_i(1+c_{6i+1}).$$

Las funciones Gompertz-Makeham estimadas para México

Los valores obtenidos de los parámetros K , a , w , b , d por sexo y para los años 2003 a 2010 se presentan en el cuadro 1.

Las tablas abreviadas de mortalidad que se obtuvieron con las funciones de supervivencia para la República Mexicana, tanto para hombres como para mujeres, del año 2003 al 2010 se presentan en el anexo.

Finalmente, en la gráfica 1 aparece el tipo de función Makeham ampliado que se obtuvo para el caso mexicano señalando el procedimiento.

Para los valores de la serie l_x de tabla de vida, presentados en el cuadro 1, se estimó la función de Makeham ampliada:

$$l(i) = 899360 * 0.9967^i * 0.9364^{1.601i} * 1.003^{i^2}$$

Con el propósito de obtener la concavidad de las tendencias de los valores de las edades 0, 1, 2, 3 y 4 años, se desplazó el origen al valor -10.4, el cual se asocia a 1 año de edad; así, -10.4 se asocia a la edad 2 años, por lo que cada dos decimales representan un año de edad. Tomado un radix de 1 000 000 personas.

Así: $i = -10.4, -10.2, -10.0, -9.9, \dots, 6.4, 7.4, 8.4$ asociados a los valores de la edad real $x = 1, 2, 3, 4, \dots, 85, 90, 95$.

Conclusiones

Con base en las tablas abreviadas de mortalidad que se obtuvieron para la República Mexicana empleando la función de Gompertz-Makeham ampliada, se tiene que en el año 2003 la esperanza de vida al nacimiento de los hombres fue de 73.34 años y para las mujeres de 77.25 años, es decir, una diferencia de cuatro años a favor de las mujeres mexicanas.

La ganancia en la esperanza de vida al nacimiento para el año 2010 respecto al 2003, es de 2.67 años para los hombres y de 1.61 para las mujeres, con una esperanza de vida de 75.01 años para ellos y 78.86 para las mujeres.

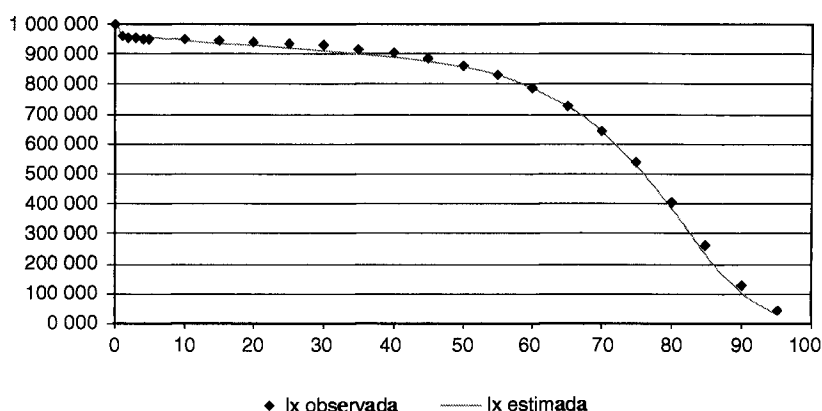
Dada la importancia de la población en edad avanzada en México, destaca en la estimación del impacto de la mortalidad el hecho de que la esperanza de vida a los 65 años sea para el año 2003 de 15.65 años

CUADRO 1
México: valores de parámetros de funciones de sobrevivencia Gompertz-Makeham por sexo, 2003 a 2010

	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Hombres								
K	97089.02	97187.76	97291.19	97386.01	97478.58	97561.37	97642.46	97716
A	1.001019	1.001095	1.001171	1.001241	1.001309	1.001364	1.00142	1.001469
W	0.99964	0.99964	0.99964	0.99964	0.99964	0.99964	0.99964	0.99964
B	0.999905	0.999911	0.999916	0.99992	0.999925	0.999928	0.999932	0.999935
D	1.69275	1.697127	1.701466	1.705664	1.709921	1.713869	1.717662	1.721354
Mujeres								
K	97525.82	97616.79	97291.19	97799.01	97878.79	97958.31	98030.01	98101.69
A	1.001469	1.001531	1.001171	1.001653	1.001705	1.001753	1.001793	1.001834
W	0.99964	0.99964	0.99964	0.99964	0.99964	0.99964	0.99964	0.99964
B	0.999925	0.999928	0.999916	0.999935	0.999939	0.999941	0.999943	0.999946
D	1.649023	1.651672	1.701466	1.657095	1.660254	1.662190	1.664219	1.666364

FUENTE: Cálculos propios.

GRÁFICA 1

México: función de supervivencia $l(x)$ Makeham ampliada

para los hombres y de 17.74 años para las mujeres y aumente 0.56 años para los hombres y 0.56 años para las mujeres en el año 2010, cuando la esperanza de vida a los 65 años será de 16.21 años para los hombres y de 18.38 años para las mujeres.

La ley de mortalidad de México, resumida por la función de supervivencia Gompertz-Makeham ampliada, describe con precisión el impacto de la mortalidad por edad y sexo, pues se estiman las ganancias en las esperanzas de vida de acuerdo con las tendencias históricas registradas, es decir, serán mayores las esperanzas de vida de las mujeres sobre los hombres en los próximos años y se reducirá la brecha por sexo, de ahí que sea cada vez menor el diferencial en las ganancias de vida.

El estudio del proceso de envejecimiento de la estructura por edad y género de la población mexicana requiere el conocimiento de las leyes de mortalidad imperantes y de sus modificaciones en el tiempo (futuro inmediato), esto con el fin de proyectar adecuadamente la estructura de la población, lo que se logra con la función de supervivencia Gompertz-Makeham que da la pauta en la elaboración de tablas de mortalidad por sexo. En los próximos años deberán validarse con la estimación que directamente se haga de ellas, vía estadísticas vitales y censos de población, y con ello habrá que ajustar la ley de mortalidad mexicana para los años futuros.

CUADRO 2
Valores lx observados y estimados con la función Makeham ampliada

<i>i</i>	<i>x</i>	<i>lx observada</i>	<i>lx estimada</i>	<i>i</i>	<i>x</i>	<i>lx observada</i>	<i>lx estimada</i>
	0	1000000	1000000	-2.6	40	903486	891562
-10.4	1	961895	061035	-1.6	45	885294	877251
-10.2	2	957394	959168	-0.6	50	861370	857677
-10.0	3	953928	057322	0.4	55	829374	829717
-9.8	4	951358	955497	1.4	60	785921	788905
-9.6	5	949546	953694	2.4	65	726452	729351
-8.6	10	949546	944964	3.4	70	645618	644446
-7.6	15	947033	936634	4.4	75	538968	529423
-6.6	20	942779	928549	5.4	80	408996	386915
-5.6	25	936628	920475	6.4	85	261555	234388
-4.6	30	928334	912049	7.4	90	129603	105107
-3.6	35	917499	902706	8.4	95	42209	29110

FUENTE: Cálculos propios.

ANEXO
México: tablas de mortalidad

Hombres 2003

<i>Edad</i>	<i>q(x)</i>	<i>d(x)</i>	<i>m(x)</i>	<i>l(x)</i>	<i>L(x)</i>	<i>S(x)</i>	<i>T(x)</i>	<i>e(x)</i>
0	0.03744	3744	0.03834	100000	97146	0.96169	7334000	73.34
1	0.00516	497	0.00130	96256	383701	0.99516	7236854	75.18
5	0.00115	110	0.00023	95759	478521	0.99881	6853153	71.57
10	0.001230	118	0.00025	95649	477951	0.99852	6374632	66.65
15	0.06173	166	0.00035	95531	477242	0.99798	5896681	61.73
20	0.00230	220	0.00046	95366	476279	0.99752	5419440	56.83
25	0.00265	252	0.00053	95146	475099	0.99675	4943161	51.95
30	0.00386	366	0.00077	94894	473554	0.99563	4468062	47.08
35	0.00489	462	0.00098	94528	471483	0.99359	3994508	42.26
40	0.00794	747	0.00159	94066	468460	0.98942	3523025	37.45
45	0.01325	1236	0.00267	93319	463502	0.98180	3054565	32.73
50	0.02322	2138	0.00470	92082	455066	0.96959	2591062	28.14
55	0.03777	3397	0.00770	89944	441228	0.95195	2135997	23.75
60	0.05875	5084	0.01210	86547	420025	0.92434	1694769	19.58
65	0.09362	7626	0.01964	81463	388248	0.87334	1274744	15.65
70	0.16312	12044	0.03552	73836	339071	0.77878	886496	12.01
75	0.29064	17959	0.06801	61792	264063	0.51763	547425	8.86
80	1	43833	0.15469	43833	283362	0	283362	6.46

Mujeres 2003

<i>Edad</i>	<i>q(x)</i>	<i>d(x)</i>	<i>m(x)</i>	<i>l(x)</i>	<i>L(x)</i>	<i>S(x)</i>	<i>T(x)</i>	<i>e(x)</i>
0	0.03313	3313	0.03398	100000	97474	0.96591	7724999	77.25
1	0.00492	476	0.00123	96687	385482	0.99568	7627525	78.89
5	0.00078	75	0.00016	96211	480870	0.99929	7242043	75.27
10	0.00065	62	0.00013	96137	480528	0.99920	6761173	70.33
15	0.00095	91	0.00019	96074	480143	0.99880	6280645	65.37
20	0.00145	139	0.00029	95983	479567	0.99836	5800502	60.43
25	0.00182	175	0.00036	95844	478782	0.99792	5320936	55.52
30	0.00235	224	0.00047	95669	477784	0.99730	4842154	50.61
35	0.00306	292	0.00061	95445	476494	0.99603	4364370	45.73
40	0.00488	465	0.00098	95153	474603	0.99384	3887876	40.86
45	0.00745	705	0.00149	94688	471678	0.99011	3413273	36.05
50	0.01235	1160	0.00248	93983	467014	0.98462	2941595	31.30
55	0.01844	1712	0.00372	92823	459834	0.97529	2474581	26.66
60	0.03110	2834	0.00632	91111	448469	0.95605	2014747	22.11
65	0.05720	5049	0.01178	88277	428761	0.91502	1566278	17.74
70	0.11444	9524	0.02428	83228	392927	0.83432	1197517	13.67
75	0.22351	16476	0.05033	79703	327328	0.56075	745190	10.11
80	1	57228	0.13695	57228	417862	0	417862	7.30

Hombres 2004

<i>Edad</i>	<i>q(x)</i>	<i>d(x)</i>	<i>m(x)</i>	<i>l(x)</i>	<i>L(x)</i>	<i>S(x)</i>	<i>T(x)</i>	<i>e(x)</i>
0	0.03648	3648	0.03752	100000	97219	0.96275	7359998	73.60
1	0.00488	470	0.00122	96352	384157	0.99338	7262779	75.38
5	0.00109	104	0.00022	95882	479151	0.99887	6878622	71.74
10	0.00118	113	0.00024	95778	478608	0.99858	6399471	66.82
15	0.00166	159	0.00033	95665	477928	0.99807	5920864	61.89
20	0.00219	210	0.00044	95506	477008	0.99764	5442036	56.99
25	0.00253	242	0.00051	95297	475880	0.99688	4965928	52.11
30	0.00371	352	0.00074	95055	474395	0.99579	4490049	47.24
35	0.00471	446	0.00094	94703	472399	0.99381	4015654	42.40
40	0.00769	725	0.00154	94257	469473	0.98972	3543254	37.59
45	0.01289	1206	0.00259	93532	464648	0.98223	3073781	32.86
50	0.02271	2097	0.00459	92327	456391	0.97020	2609133	28.26
55	0.03705	3343	0.00755	90230	442792	0.95282	2152742	23.86
60	0.05770	5013	0.01188	86887	421902	0.92561	1709950	19.68
65	0.09211	7541	0.01931	81874	390516	0.87515	1288048	15.73
70	0.16092	11962	0.03500	74333	341759	0.78119	897531	12.07
75	0.28780	17950	0.06723	62371	266979	0.51962	555772	8.91
80	1	44421	0.15382	44421	288793	0	288793	6.50

Mujeres 2004

Edad	$q(x)$	$d(x)$	$m(x)$	$l(x)$	$L(x)$	$S(x)$	$T(x)$	$e(x)$
0	0.03227	3227	0.03308	10000	97540	0.96687	7750001	77.50
1	0.00465	450	0.00117	96773	385894	0.99987	7652461	79.08
5	0.00073	70	0.00015	96323	481439	0.99933	7266568	75.44
10	0.00061	59	0.00012	96253	481116	0.99924	6785129	70.49
15	0.00090	87	0.00018	96194	480752	0.99886	6304013	65.53
20	0.00138	132	0.00028	96107	480205	0.99845	5823260	60.59
25	0.00173	166	0.00035	95975	479459	0.99801	5343055	55.67
30	0.00224	214	0.00045	95809	478507	0.99742	4863595	50.76
35	0.00292	280	0.00059	95594	477272	0.99619	4385089	45.87
40	0.00471	449	0.00094	95315	475452	0.99404	3907817	41.00
45	0.00721	684	0.00145	94866	472619	0.99040	3432365	30.18
50	0.01201	1131	0.00242	94182	468080	0.98503	2959746	31.43
55	0.01796	1671	0.00362	93051	461075	0.97592	2491666	26.78
60	0.03032	2771	0.00616	91379	449970	0.95707	2030591	22.22
65	0.05593	4956	0.01151	88609	430652	0.91666	1580621	17.84
70	0.11238	9401	0.02381	83652	394761	0.83673	1149969	13.75
75	0.22060	16380	0.04959	74252	330310	0.56262	755208	10.17
80	1	57872	0.13620	57872	424898	0	424898	7.34

Hombres 2005

<i>Edad</i>	<i>q(x)</i>	<i>d(x)</i>	<i>m(x)</i>	<i>l(x)</i>	<i>L(x)</i>	<i>S(x)</i>	<i>T(x)</i>	<i>e(x)</i>
0	0.03548	3548	0.03647	100000	97295	0.96384	7386991	73.87
1	0.00460	444	0.00115	96452	384626	0.99559	7289696	75.58
5	0.00102	98	0.00020	96008	479796	0.99892	6905070	71.92
10	0.00113	108	0.00023	95910	479280	0.99865	6425275	66.99
15	0.00158	151	0.00032	95802	478631	0.99817	5945995	62.07
20	0.00209	200	0.00042	95650	477753	0.99775	5467365	57.16
25	0.00242	231	0.00048	95451	476678	0.99702	4989612	52.27
30	0.00355	338	0.00071	95220	475255	0.99596	4512934	47.39
35	0.00452	429	0.00091	94882	473336	0.99403	4037679	42.55
40	0.00742	701	0.00149	94452	470509	0.99003	3564343	37.74
45	0.01252	1174	0.00252	93751	465821	0.98268	3093834	33.00
50	0.02218	2054	0.00449	92577	457751	0.97084	2628013	28.39
55	0.03630	3286	0.00739	90523	444402	0.95373	2170262	23.97
60	0.05660	4938	0.01165	87237	423841	0.92693	1725860	10.78
65	0.09053	7451	0.01896	82299	392869	0.87704	1302020	15.82
70	0.15863	11873	0.03446	74849	344561	0.78371	909150	12.15
75	0.28482	17937	0.06642	62976	270037	0.52171	564590	8.97
80	1	45039	0.15291	45039	294553	0	294553	0.54

Mujeres 2005

<i>Edad</i>	<i>q(x)</i>	<i>d(x)</i>	<i>m(x)</i>	<i>l(x)</i>	<i>L(x)</i>	<i>S(x)</i>	<i>T(x)</i>	<i>e(x)</i>
0	0.03138	3138	0.03215	100000	97608	0.96785	7776001	77.76
1	0.00438	424	0.00110	96862	386318	0.99607	7678394	79.27
5	0.00068	66	0.00014	96438	482024	0.99937	7292076	75.61
10	0.00058	56	0.00012	96372	481721	0.99929	6810052	70.66
15	0.00085	82	0.00017	96316	481378	0.99893	6328331	65.70
20	0.00130	125	0.00026	96235	480861	0.99853	5846953	60.76
25	0.00164	158	0.00033	96110	480153	0.99811	5366092	55.83
30	0.00213	204	0.00043	95952	479248	0.99754	4885938	50.92
35	0.00279	267	0.00056	95747	478069	0.99634	4406690	40.02
40	0.00453	432	0.00091	95480	476321	0.99425	3928621	41.15
45	0.00698	663	0.00140	95048	473583	0.99069	3452300	30.32
50	0.01166	1100	0.00235	94385	469174	0.98546	2978717	31.56
55	0.01746	1629	0.00352	93285	462351	0.97657	2509543	26.90
60	0.02951	2705	0.00599	91656	451517	0.95812	2047192	22.34
65	0.05462	4858	0.01123	88951	432609	0.91836	1595676	17.94
70	0.11023	9269	0.02333	84093	397291	0.83926	1163066	13.83
75	0.21751	16275	0.04881	74824	333431	0.56458	765775	10.23
80	1	58549	0.13542	58549	432344	0	432344	7.38

Hombres 2006

<i>Edad</i>	<i>q(x)</i>	<i>d(x)</i>	<i>m(x)</i>	<i>l(x)</i>	<i>L(x)</i>	<i>S(x)</i>	<i>T(x)</i>	<i>e(x)</i>
0	0.03457	3457	0.03550	10000	97364	0.96484	7412001	74.12
1	0.00435	420	0.00109	96543	385055	0.09578	7314636	75.77
5	0.00097	93	0.00019	96124	480385	0.99898	6929581	72.09
10	0.00108	104	0.00022	96031	479894	0.99871	6449106	67.16
15	0.00151	145	0.00030	95927	479272	0.99825	5969302	62.23
20	0.00199	191	0.00040	95782	478434	0.99785	5490030	57.32
25	0.00231	221	0.00046	95592	477406	0.99714	5011596	52.43
30	0.00342	326	0.00068	95371	476039	0.99611	4534190	47.54
35	0.00436	414	0.00087	95045	474190	0.99423	4058151	42.70
40	0.00719	680	0.00144	94631	471454	0.99032	3583961	37.87
45	0.01219	1145	0.00245	99951	466892	0.98309	3112507	33.13
50	0.02169	2013	0.00439	92806	458996	0.97142	2645616	28.51
55	0.03561	3233	0.00725	90793	445880	0.95458	2186619	24.08
60	0.05559	4868	0.01144	87559	425628	0.92815	1740740	19.88
65	0.08906	7365	0.01864	82692	395047	0.87880	1315112	15.90
70	0.15648	11787	0.03305	75327	347166	0.78607	920066	12.21
75	0.28203	17920	0.06567	63530	272897	0.52366	572900	9.02
80	1	45619	0.15206	45610	300003	0	300003	6.58

Mujeres 2006

<i>Edad</i>	<i>q(x)</i>	<i>d(x)</i>	<i>m(x)</i>	<i>l(x)</i>	<i>L(x)</i>	<i>S(x)</i>	<i>T(x)</i>	<i>a(x)</i>
0	0.03053	3053	0.03126	10000	97672	0.96879	7801000	78.01
1	0.00413	400	0.00104	96947	386723	0.99625	7703327	70.46
5	0.00064	62	0.00013	96547	482580	0.99941	7316605	75.78
10	0.00054	52	0.00011	96485	482295	0.99933	6834024	70.83
15	0.00080	77	0.00016	96433	481971	0.99899	6351729	65.87
20	0.00123	119	0.00025	96356	481482	0.99861	5869758	60.92
25	0.00156	150	0.00031	96237	480811	0.99821	5388275	55.99
30	0.00203	195	0.00041	96087	479950	0.99765	4907464	51.07
35	0.00267	256	0.00053	95893	478824	0.99649	4427515	46.17
40	0.00435	416	0.00087	95637	477144	0.99445	3948691	41.29
45	0.00675	643	0.00135	95221	474496	0.99097	3471548	36.46
50	0.01132	1071	0.00228	94578	470212	0.98586	2997052	31.69
55	0.01698	1588	0.00343	93507	463564	0.97719	2526840	27.02
60	0.02873	2641	0.00583	91919	452991	0.95914	2063276	22.45
65	0.05335	4763	0.01096	89278	434481	0.92000	1610285	18.04
70	0.10815	9140	0.02287	84515	399723	0.84171	1175804	13.91
75	0.21451	16168	0.04806	75374	336452	0.56647	776080	10.30
80	1	59206	0.13467	59206	439629	0	439629	7.43

Hombres 2007

<i>Edad</i>	<i>q(x)</i>	<i>d(x)</i>	<i>m(x)</i>	<i>l(x)</i>	<i>L(x)</i>	<i>S(x)</i>	<i>T(x)</i>	<i>e(x)</i>
0	0.03366	3366	0.03455	100000	97434	0.96583	7437000	74.37
1	0.00410	397	0.00103	96634	385480	0.99597	7339566	75.95
5	0.00091	88	0.00018	96237	480967	0.99903	6954086	72.26
10	0.00103	99	0.00021	96149	480499	0.99876	6473119	67.32
15	0.00144	139	0.00029	96050	479905	0.99833	5992620	62.39
20	0.00189	182	0.00038	95912	479104	0.99795	5512715	57.48
25	0.00221	211	0.00044	95730	478122	0.99726	5033611	52.58
30	0.00328	313	0.00066	95519	476811	0.99626	4555489	47.69
35	0.00419	399	0.00084	95206	475030	0.99443	4078678	42.84
40	0.00695	659	0.00139	94806	472384	0.99061	3603648	38.01
45	0.01185	1116	0.00238	94147	467947	0.98350	3131264	33.26
50	0.02120	1973	0.00429	93032	460226	0.97201	2663317	28.63
55	0.03492	3180	0.00711	91059	447344	0.95543	2203091	24.19
60	0.05458	4796	0.01122	87879	427404	0.92938	1755747	19.98
65	0.08760	7278	0.01832	83083	397220	0.88057	1328342	15.99
70	0.15433	11699	0.03345	75805	349778	0.78845	931122	12.28
75	0.27922	17899	0.06490	64106	275782	0.52561	581344	9.07
80	1	46207	0.15122	46207	305562	0	305562	6.61

Mujeres 2007

<i>Edad</i>	<i>q(x)</i>	<i>d(x)</i>	<i>m(x)</i>	<i>l(x)</i>	<i>L(x)</i>	<i>S(x)</i>	<i>T(x)</i>	<i>e(x)</i>
0	0.02975	2975	0.03044	100000	97732	0.96965	7823998	78.24
1	0.00390	379	0.00098	97025	387092	0.99642	7726266	79.63
5	0.00060	58	0.00012	96646	483086	0.99944	7339175	75.94
10	0.00051	50	0.00010	96588	482817	0.99937	6856088	70.98
15	0.00076	73	0.00015	96539	482511	0.99904	6373271	66.02
20	0.00117	113	0.00023	96466	482047	0.99868	5890760	61.07
25	0.00148	143	0.00030	96353	481408	0.99829	5408714	56.13
30	0.00194	186	0.00039	96210	480586	0.99776	4927306	51.21
35	0.00255	245	0.00051	96024	479507	0.99663	4446720	46.31
40	0.00420	402	0.00084	95779	477889	0.99463	3967213	41.42
45	0.00654	624	0.00131	95377	475324	0.99123	3489324	36.58
50	0.01102	1044	0.00222	94753	471154	0.98623	3014000	31.81
55	0.01655	1551	0.00334	93709	464668	0.97776	2542846	27.14
60	0.02802	2582	0.00568	92158	454336	0.96007	2078178	22.55
65	0.05218	4674	0.01072	89576	436194	0.92152	1623842	18.13
70	0.10623	9019	0.02244	84902	401960	0.84398	1187648	13.99
75	0.21172	16066	0.04736	75882	339247	0.56822	785689	10.35
80	1	59816	0.13398	59816	446442	0	446442	7.46

Hombres 2008

<i>Edad</i>	<i>q(x)</i>	<i>d(x)</i>	<i>m(x)</i>	<i>l(x)</i>	<i>L(x)</i>	<i>S(x)</i>	<i>T(x)</i>	<i>e(x)</i>
0	0.03287	3287	0.03371	100000	97494	0.96669	7458998	74.59
1	0.00390	377	0.00098	96713	385850	0.99013	7361504	76.12
5	0.00087	84	0.00017	96336	481473	0.99907	6975655	72.41
10	0.00099	95	0.00020	96253	481025	0.99881	6494182	67.47
15	0.00138	133	0.00028	96157	480454	0.99840	6013157	62.53
20	0.00181	174	0.00036	96024	479686	0.99804	5532703	57.62
25	0.00212	203	0.00042	95850	478743	0.99736	5053017	52.72
30	0.00316	302	0.00063	95647	477480	0.99639	4574273	47.82
35	0.00405	386	0.00081	95345	475758	0.99460	4096793	42.97
40	0.00674	640	0.00135	94968	473191	0.99086	3621035	38.13
45	0.01156	1090	0.00233	94318	468864	0.98386	3147844	33.37
50	0.02078	1937	0.00420	93228	461296	0.97253	2678980	28.74
55	0.03431	3133	0.00698	91291	448622	0.95617	2217685	24.29
60	0.05368	4733	0.01103	88158	428959	0.93046	1769063	20.07
65	0.08630	7199	0.01804	83426	399130	0.88213	1340104	10.06
70	0.15242	11619	0.03300	76226	352084	0.79056	940974	12.34
75	0.27672	17878	0.06423	64608	278343	0.52734	588890	9.11
80	1	46730	0.15048	46730	310547	0	310547	6.65

Mujeres 2008

<i>Edad</i>	<i>q(x)</i>	<i>d(x)</i>	<i>m(x)</i>	<i>l(x)</i>	<i>L(x)</i>	<i>S(x)</i>	<i>T(x)</i>	<i>e(x)</i>
0	0.02901	2901	0.02966	100000	97789	0.97046	7845999	78.46
1	0.00370	339	0.00093	97099	387442	0.99657	7748210	79.80
5	0.00057	55	0.00011	96740	483566	0.99947	7360769	76.09
10	0.00049	47	0.00010	96686	483311	0.99940	6877203	71.13
15	0.00072	69	0.00014	96639	483021	0.99909	6393892	66.16
20	0.00111	107	0.00022	96570	482580	0.99874	5910872	61.21
25	0.00141	136	0.00028	96462	481971	0.99837	5428292	56.27
30	0.00185	178	0.00037	96326	481185	0.99785	4946321	51.35
35	0.00245	235	0.00049	96148	480152	0.99675	4465136	46.44
40	0.00405	389	0.00081	95913	478592	0.99480	3984984	41.55
45	0.00634	606	0.00127	95524	476105	0.99147	3506392	36.71
50	0.01073	1018	0.00216	94918	472045	0.98659	3030287	31.93
55	0.01613	1515	0.00325	93900	465713	0.97831	2558212	27.24
60	0.02734	2526	0.00554	92385	455611	0.96096	2092530	22.65
65	0.05107	4589	0.01048	89859	437821	0.92297	1036918	18.22
70	0.10439	8901	0.02203	85270	404098	0.84617	1199094	14.06
75	0.20903	15964	0.04669	76369	341936	0.56989	794996	10.41
80	1	60405	0.13333	60405	453060	0	453060	7.50

Hombres 2009

<i>Edad</i>	<i>q(x)</i>	<i>d(x)</i>	<i>m(x)</i>	<i>l(x)</i>	<i>L(x)</i>	<i>S(x)</i>	<i>T(x)</i>	<i>e(x)</i>
0	0.03208	3208	0.03288	100900	97554	0.96754	7480999	74.81
1	0.00370	358	0.00093	96792	386216	0.99628	7383445	76.28
5	0.00082	79	0.00016	96434	481973	0.99911	6997229	72.56
10	0.00095	92	0.00019	96355	481545	0.99886	6515257	67.62
15	0.00138	128	0.00027	96263	480996	0.99847	6033712	62.68
20	0.00173	167	0.00035	96135	480260	0.99812	5552716	57.76
25	0.00203	195	0.00041	95909	479356	0.99746	5072456	52.86
30	0.00305	292	0.00061	95774	478140	0.99652	4593100	47.96
35	0.00391	374	0.00078	95482	476476	0.99477	4114961	43.10
40	0.00054	622	0.00131	95108	473987	0.99110	3638485	38.26
45	0.01127	1065	0.00227	94486	469769	0.98422	3164498	33.49
50	0.02035	1901	0.00411	93421	462354	0.97304	2694729	28.84
55	0.03371	3085	0.00686	91520	449889	0.95692	2282376	24.99
60	0.05279	4668	0.01084	88435	430507	0.93154	1782486	20.16
65	0.08500	7120	0.01775	83767	401037	0.88370	1351979	16.14
70	0.15051	11536	0.03255	76647	354397	0.79268	950943	12.41
75	0.27419	17853	0.06355	65111	280924	0.52908	596546	9.16
80	1	47258	0.14973	47258	315622	0	315622	6.68

Mujeres 2009

<i>Edad</i>	<i>q(x)</i>	<i>d(x)</i>	<i>m(x)</i>	<i>l(x)</i>	<i>L(x)</i>	<i>S(x)</i>	<i>T(x)</i>	<i>e(x)</i>
0	0.028335	2834	0.02896	100000	97840	0.97119	7865999	78.66
1	0.003520	342	0.00089	97167	387757	0.99671	7768159	79.95
5	0.000535	52	0.00011	96825	483995	0.99950	7380404	76.23
10	0.000465	45	0.00010	96773	488753	0.99943	6896409	71.27
15	0.000685	66	0.00014	96729	488177	0.99913	6412656	66.30
20	0.001060	103	0.00021	96663	483056	0.99880	5929180	61.34
25	0.001350	131	0.00027	96560	482474	0.99844	5446124	56.40
30	0.001775	171	0.00036	96430	481720	0.99794	4963651	51.48
35	0.002355	227	0.00047	96259	480726	0.99687	4481981	46.56
40	0.003920	377	0.00079	96032	479218	0.99496	4001205	41.67
45	0.006165	590	0.00124	95656	476802	0.99169	3521987	36.82
50	0.010465	995	0.00211	95066	472840	0.98691	3045185	32.04
55	0.015755	1482	0.00318	94071	466649	0.97881	2572345	27.34
60	0.026725	2475	0.00542	92589	456758	0.96177	2105697	22.74
65	0.050055	4511	0.01027	90114	439295	0.92430	1648940	18.30
70	0.102705	8791	0.02166	85604	406040	0.84818	1209644	14.13
75	0.206560	15866	0.04608	76813	344399	0.57142	803604	10.46
80	1	60947	0.13273	60947	459206	0	459206	7.54

Hombres 2010

<i>Edad</i>	<i>q(x)</i>	<i>d(x)</i>	<i>m(x)</i>	<i>l(x)</i>	<i>L(x)</i>	<i>S(x)</i>	<i>T(x)</i>	<i>e(x)</i>
0	0.03136	3136	0.03213	100000	97609	0.96831	7500999	75.01
1	0.00352	341	0.00088	96864	386545	0.99642	7403391	76.43
5	0.00079	76	0.00016	96522	482422	0.99915	7016845	72.70
10	0.00092	88	0.00018	96446	482011	0.99890	6534423	67.75
15	0.00128	123	0.00026	96358	481483	0.99853	6052412	62.81
20	0.00166	160	0.00033	96235	480775	0.99819	5570929	57.89
25	0.00195	188	0.00039	96075	479906	0.99755	5090154	52.98
30	0.00294	282	0.00059	95887	478731	0.99663	4610249	48.08
35	0.00379	362	0.00076	95605	477120	0.99493	4131518	43.21
40	0.00636	606	0.00128	95243	474700	0.99132	3654398	38.37
45	0.01101	1042	0.00221	94637	470581	0.98454	3179698	33.60
50	0.01996	1868	0.00403	93595	463305	0.97351	2709118	28.95
55	0.03315	3041	0.00674	91727	451032	0.95760	2245812	24.48
60	0.05197	4609	0.01067	88686	431907	0.93253	1794780	20.24
65	0.08381	7047	0.01750	84077	402767	0.88514	1362874	16.21
70	0.14875	11459	0.03214	77030	356504	0.79463	960107	12.46
75	0.27188	17828	0.06293	65572	283289	0.53067	603602	9.21
80	1	47744	0.14905	47744	320314	0	320314	6.71

Mujeres 2010

Edad	$q(x)$	$d(x)$	$m(x)$	$l(x)$	$L(x)$	$S(x)$	$T(x)$	$e(x)$
0	0.02766	2766	0.02826	100000	97891	0.97192	7885999	78.86
1	0.00334	325	0.00084	97234	388071	0.99684	7788108	80.10
5	0.00050	49	0.00010	96909	484424	0.99953	7400038	76.36
10	0.00044	43	0.00009	96860	484195	0.99946	6915614	71.40
15	0.00065	63	0.00013	96818	483932	0.99917	6431419	66.43
20	0.00101	98	0.00020	96755	483531	0.99885	5947487	61.47
25	0.00129	125	0.00026	96657	482976	0.99851	5463956	56.53
30	0.00170	164	0.00034	96533	482255	0.99802	4980980	51.60
35	0.00226	218	0.00045	96369	481300	0.99698	4498725	46.68
40	0.00379	364	0.00076	96151	479844	0.99511	4017425	41.78
45	0.00599	574	0.00120	95787	477498	0.99191	3537581	36.93
50	0.01020	971	0.00205	95213	473635	0.98722	3060082	32.14
55	0.01538	1449	0.00310	94241	467584	0.97930	2586448	27.44
60	0.02611	2423	0.00529	92792	457904	0.96257	2118864	22.83
65	0.04904	4432	0.01006	90369	440766	0.92562	1660961	18.38
70	0.10102	8681	0.02128	85937	407982	0.85019	1220194	14.20
75	0.20409	15767	0.04546	77256	346861	0.57294	812212	10.51
80	1	61489	0.13213	61489	465351	0	465351	7.57

Bibliografía

- Apostol, Tom (1987), *Calculus*, vol. 2, *Cálculo en varias variables con aplicaciones a las probabilidades y al análisis vectorial*, México, Reverté.
- Artís, M., M. Ayuso y M. Carrillo (1996), *Estadística actuarial vida*, parte I, Barcelona, Departamento de Econometría, Estadística y Economía Española, Universidad de Barcelona.
- Beaver, B. J. (1994), "Study Guide with Student Solutions. Introduction to Probability and Statistics", California, Duxbury Press.
- Bowers, N. L., H. U. Gerber, J. C. Hickman, D. A. Jones y C. J. Nesbitt (1986), *Actuarial Mathematics*, Illinois, The Society of Actuaries.
- Conapo (2000), *Proyecciones de la población de México, de las entidades federativas, de los municipios y de las localidades, 1995-2050*, México, Consejo Nacional de Población, septiembre.
- Corona V. Rodolfo y Alberto Minunjin Z. (1982), *Técnicas de evaluación y ajuste de información estadística*, México, FCE.
- Curtis F. Gerard (1997), *Análisis numérico*, México, Alfaomega.
- Davis, H. C. (1996), *Demographic Projection Techniques for Regions and Small Areas*, Vancouver, UBC Press.
- Daykin, C. D., T. Pentikäinen y M. Pesonen (1994), *Practical Risk Theory for Actuaries*, Londres, Chapman and Hall.
- Gil, J. A., A. Heras y J. L. Vilar (1999), *Matemática actuarial vida*, Madrid, MAPFRE.
- Haberman, S. y T. A. Sibbett (1995), *The History of Actuarial Science*, vol. I y II, Londres, Pickering y Chatto.
- Jordan, C. W. (1991), *Society of Actuaries' Textbook on Life Contingences*, Chicago, The Society of Actuaries.
- Keyfitz (1977), *Applied Mathematical Demographic*, Nueva York, John Wiley and Sons.
- Nieto de Alba, U. y J. Vegas Asensio (1993), *Matemática actuarial*, Madrid, MAPFRE.
- Mina Valdés, Alejandro (2001), "Funciones de supervivencia empleadas en el análisis demográfico", *Papeles de Población*, año 7, vol. 28.
- (1999), "Simulación de los cambios demográficos de una población entre dos fechas", *Estudios Demográficos y Urbanos*, vol. 14, núm. 3 (42), pp. 755-762.
- (1990), "Las funciones de Gompertz y Makeham en el análisis actuarial y demográfico en México", *La actuaria en México. Antología de algunos trabajos relevantes*, México, Colegio Nacional de Actuarios.
- Rogers, A. (1995), *Multiregional Demographic. Principles, Methods and Extensions*, Nueva York, John Wiley.
- y L. Castro (1983), *Model Migration Schedule*, Laxenburg, Austria, International Institute for Applied Systems Analysis (IIASA).
- U.S. Department of Commerce (1994), *Word Population Profile: 1994*, Washington, Bureau of the Census.