EL COLEGIO DE MEXICO

CENTRO DE ESTUDIOS ECONOMICOS

TRABAJO DE INVESTIGACION PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRIA EN ECONOMIA

Aplicación de la Programación Lineal a un Problema Microeconómico Específico: El Caso de Industrial La Fama S.A. de C.V.

Jorge A. Acha Daza

Promoción 1983-85

1986

Asesor: Profr. Alvaro Baillet

INDICE.

PREFACIO.

Medida fundamental de la vida económica de un país, es su actividad industrial, la cual refleja también el grado de desarrollo de la nación en cuestión.

En nuestro país, la industria es una de las principales fuentes de empleo y por tanto se considera primordial para el bienestar de la población.

Uno de los agentes que participa en la economía son las empresas, que se ocupan de diferentes actividades tanto en el comercio como en la industria y en la prestación de servicios.

Toda empresa que se desenvuelve en la industria enfrenta problemas con respecto al uso eficiente de los bienes de que dispone, estando, en la mayoría de los casos, este uso alejado del mejor debido a la complejidad de las operaciones que se realizan en una fábrica y a que, por el costo que representa, las empresas, prefieren no contar con departamentos especializados en actividades que no estén directamente relacionadas con la producción.

Este trabajo se enfoca a resolver los problemas que una fábrica en particular tiene que resolver a diario, tales como la compra de materias primas al mínimo costo, la minimización del costo de la producción, la venta del producto elaborado con la mejor ganancia, etc.

La empresa objeto de este trabajo está ubicada en la ciudad industrial de Morelia, Mich., su razón social es Industrial La Fama S.A. de C.V., produce principalmente jabón de lavandería y además, botella de PVC para aceite de cocina.

El trabajo se enmarca en la tradición neoclásica de la maximización del beneficio, considerando que Industrial La Fama dispone de un número limitado de formas de producción y que sus funciones de producción tienen rendimientos constantes a escala.

La herramienta de optimización utilizada es la programación lineal, técnica que nos lleva al óptimo de problemas de maximización o minimización de funciones lineales con restricciones también lineales.

El trabajo determina las soluciones óptimas para los diferentes problemas planteados orientando a la empresa hacia una mejor utilización de sus recursos.

1.- INTRODUCCION.

En un primer contacto con la Economía se aprende, que el problema fundamental a resolver por ésta, es el de asignar los recursos escasos de manera tal que se maximice algún objetivo determinado.

Existen en esta disciplina dos caminos para solucionar los problemas de optimización. Por un lado se encuentra el análisis marginal, que supone la existencia de un número infinito de formas de producción para un bien, y por el otro la programación lineal en la que se asume que el número de formas de producción es limitado.

Se describirán enseguida ambos métodos y en un tercer apartado se contrastarán.

1.1.- Análisis marginal o programación lineal.

1.1.1.- Análisis marginal.

Analizando un problema clásico en la Economía se verá como cada uno de los métodos de optimización son utilizados en diferentes casos.

El problema es el de la utilización óptima de dos factores, convencionalmente llamados trabajo y capital. En el análisis marginal se formula concibiendo que cada uno de los factores coopera con el otro de acuerdo a una función de producción que determina la cantidad máxima de producto que se puede obtener con todas y cada una de las combinaciones de factores productivos específicos. Se define para un estado dado de conocimientos técnicos.

El problema señalado se puede representar gráficamente en un diagrama como el de la fig. 1.

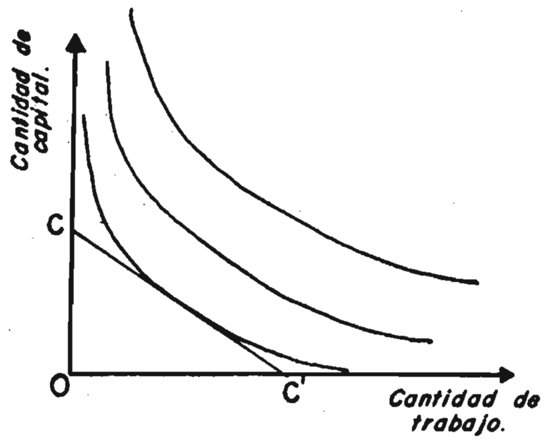

Fig. 1.- Maximización en el análisis marginal.

Si los precios por unidad de trabajo y capital son conocidos, - la combinación total que de éstos puede ser comprada con una cantidad fija, puede ser mostrada por una línea recta como CC' cuya pendiente depende sólo de los precios relativos. Del diagrama pueden obtenerse de inmediato dos conclusiones: primera, el costo mínimo de la producción, representada por cualquier isocuanta puede alcanzarse usando la combinación de trabajo y capital que corresponde al punto en que esa isocuanta es tangente a la línea de precios; segunda, la más grande - producción alcanzable con cualquier gasto dado está representada por la isocuanta que es tangente a la línea de precios correspondiente a ese gasto.

El diagrama descansa sobre el supuesto de que ambos factores -- son perfectamente sustituibles el uno por el otro, pero la mayor parte de los procesos no incluyen esta posibilidad.

Se verá ahora como trata la programación lineal a este tipo de problemas.

1.1.2.- Programación lineal.*

La idea motivadora de la programación lineal es la de "proceso" o "actividad". Un proceso es un método específico de desarrollar una

* Para una descripción más detallada de los métodos de solución en programación lineal puede revisarse el apéndice de este trabajo o consultar las referencias bibliográficas.

tarea productiva.

Para algunas tareas puede existir un número infinito de procesos, para otras este número será finito. Una empresa optará por uno de ellos.

Al desear cambiar un proceso por otro, la fábrica podrá hacerlo si la tarea desarrollada por el segundo es igual a la del primero y lo hará cuando el uso del nuevo proceso le signifique un ahorro de insumos. El logro de este objetivo implica un desarrollo tecnológico.

Ante la gama de posibilidades que un empresario encuentre tendrá que decidir por la que considere más adecuada tomando en cuenta las restricciones que de capital, fuerza de trabajo o de materia prima enfrente.

La programación lineal persigue como objetivo, determinar los niveles óptimos de los procesos productivos cuando se considera que dichos procesos se comportan en forma lineal y que las restricciones a las que se enfrentan los mismos procesos son también de forma lineal.

Los métodos de solución en programación lineal son relativamente recientes, ya que han sido desarrollados durante los últimos treinta años, se considera a George Dantzig como el descubridor del método Simplex de solución. La programación lineal ha tenido mucha aceptación debido a la aparición de las computadoras electrónicas, ya que si bien las operaciones a realizar en el método Simplex no son de gran complejidad, se requiere un gran número de ellas, lo que hace prácticamente imposible aplicar el método en forma manual para problemas relativamente complicados.

Analizando ahora un proceso en el que solo se cuenta con una tecnología dada, en el que se considera que se produce con trabajo y capital únicamente y representándolo gráficamente, se tendrá:

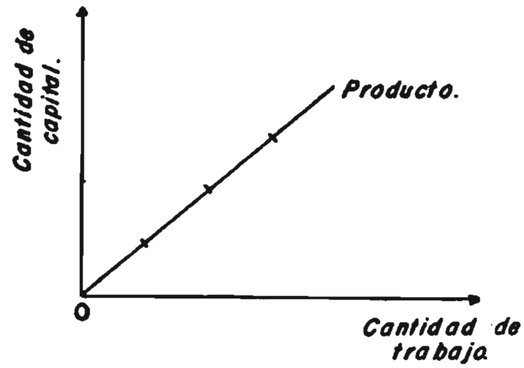

Fig. 2.- Un proceso.

Si se desea aumentar la cantidad producida habrá que aumentar la - cantidad de capital utilizado y al mismo tiempo, en una proporción fija, la cantidad de trabajo. Al hacer lo anterior se está suponiendo que no existen economías o deseconomías de escala y que habrá una razón cons-- tante entre el producto y cualquiera de los insumos. Aquí aparece el supuesto fundamental de la programación lineal, el de rendimientos cons-- tantes a escala; es decir, se puede aumentar la producción por ejemplo al doble con solo aumentar la cantidad de insumos utilizada al doble.

Sin embargo, frecuentemente habrá varios procesos disponibles; la figura 3 representa una situa   en la que se cuenta con dos procesos. El proceso (A) estará representado por la línea OA y el proceso (B), -- por la línea OB. El producto se mide en cada uno de los rayos y la escala para cada rayo no es necesariamente la misma, ya que ésta refleja la productividad en cada uno de los procesos y no tendrá conexión con ningún otro proceso. Si los puntos L y M representan la misma producción - para ambos procesos, entonces LM, la línea recta que los une representará una combinación de los procesos A y B con la que se obtiene el mismo producto.

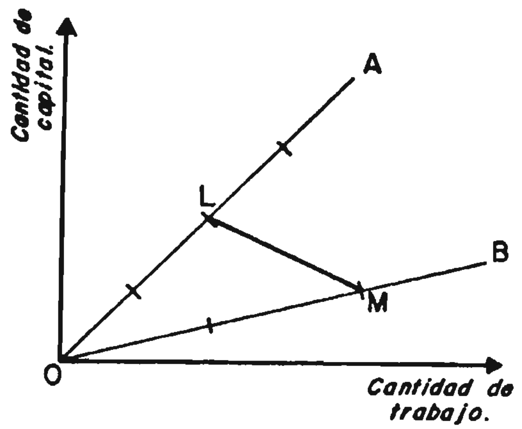

Fig. 3.- Dos procesos.

Se considera ahora una situación en la que hay disponibles para - producir cuatro procesos; se tendrá una situación análoga a la de un -- programa lineal; la figura 4 muestra tal situación.

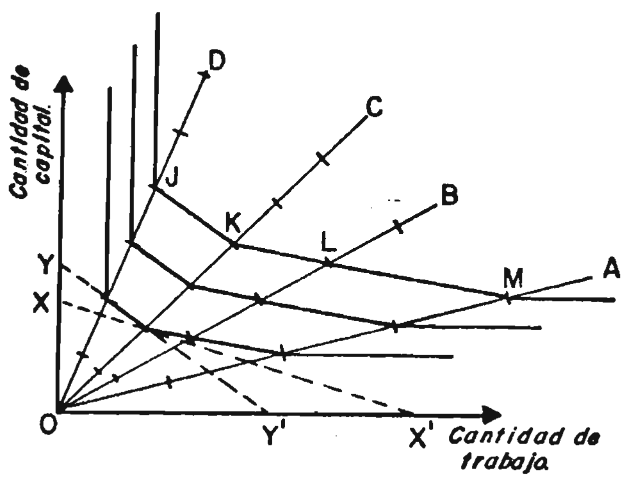

Fig. 4.- Cuatro procesos.

Cada uno de los rayos muestra un proceso diferente. Si se supone que los puntos J, K, L y M corresponden a una misma cantidad de producto, se podrán unir y de esta forma determinar una isocuanta. Cualquier sucesión de segmentos de recta paralelos a JKLM representan también una isocuanta; se muestran algunas. Se pueden dibujar líneas de precios en la misma figura, XX' y YY' representan dos casos posibles. De la forma en que está dibujada XX', el máximo producto alcanzable se obtiene utili zando únicamente el proceso C, así que este proceso es óptimo para la lí nea de precios relativos XX'. Por lo que respecta a YY' es paralela al - segmento de recta JK. En este caso el producto máximo alcanzable se puede obtener mediante el uso de los procesos C o D o una combinación de ambos.

Resulta evidente al aplicar la programación lineal a un problema - de este tipo, que el óptimo puede ser alcanzado utilizando únicamente un proceso que dependera siempre de la pendiente de la línea de precios.

1.1.3.- Análisis marginal Vs. Programación lineal.

La diferencia fundamental entre el análisis marginal y la programación lineal es que áquel considera que a partir de cierto punto el costo promedio de lo producido se incrementará, mientras que la segunda lo asume constante.

El suponer que el costo promedio se incrementa dá lugar a considerar rendimientos decrecientes a escala, y el considerarlo constante supone que los rendimientos son constantes a escala.

Siendo Industrial La Fama S.A. (INFASA) una fábrica de tamaño relativamente pequeño, no tendrá oportunidad de influir, tanto en los pre--- cios del mercado de insumos, como en el del producto elaborado; sus costos por unidad producida pueden asumirse entonces constantes.

En el análisis marginal se asume que existen disponibles un número infinito de formas de producción, mientras que en la programación lineal ese número es limitado.

Para el caso de INFASA se cuenta con un número limitado de formas de producción, debido a que resultaría muy complicado, costoso y poco menos que imposible contar con un número infinito de procesos productivos.

Es importante hacer notar que no es posible aplicar el criterio -- convencional de tangencia a una situación en la que se cuenta con un número finito de formas de producción, ya que la derivada no existe en los puntos de quiebre de las isocuantas, los cuales corresponderán siempre a un óptimo.

Se ve pues, que para resolver los problemas que se plantearán para INFASA, será adecuado hacer uso de la programación lineal dejando de lado el análisis marginal.

Se pasa ahora a señalar algunos aspectos importantes de la industria jabonera y de INFASA.

1.2.- Industria jabonera.

1.2.1.- Industria jabonera en México.

La industria jabonera en nuestro país aparece concentrada en los estados de México y Jalisco y en el Distrito Federal. Existen además en otras partes de la República, fábricas de diferente tamaño. En el cuadro 1 se señalan algunos aspectos importantes de esta industria.

Cuadro 1.- Aspectos importantes de la industria jabonera.

Año	Número de empleados	Número de obreros	Capital Social (miles de pesos)
1981	3,347	6,841	4,731,307
1982	3,684	6,586	5,409,482
1983	3,388	7,272	6,269,037

Fuente. Cámara Nacional de Grasas, Aceites y Jabones.

Los totales anteriores corresponden a las empresas dedicadas a la producción de jabones, detergentes y otros productos para lavado y aseo.

Las ventas de jabón de lavanderia, que es el producto que interesa por ser el que fábrica la empresa de la que este trabajo se ocupa, - fueron para el año de 1981 de 152,000 toneladas; en 1982 de 156,000 toneladas y en 1983 de 165,000 toneladas. Se tiene un estimado para el año de 1984 de 173,000 toneladas. (Misma fuente del cuadro 1).

1.2.2.- Tipología del mercado.*

Para clasificar el mercado de esta industria se hará uso de los - datos disponibles del Censo Industrial de 1975 (último censo efectuado), el cual desafortunadamente sólo presenta sus cifras a nivel de grupo de productos y el jabón de lavandería queda incluido en el grupo de "Fábricas de jabones, detergentes y otros productos para lavado y aseo".

Podría utilizarse el número de empresas censadas para determinar las características del mercado, pero éste es sólo un indicador vago de la influencia particular de cada una de las empresas, por lo que se seguirá el procedimiento de la Curva de Lorenz y el Coeficiente de Gini.

Este procedimiento refleja la desigualdad o concentración relativa mejor que ningún otro, ya que toma en cuenta la participación de cada una de las diferentes empresas en el mercado.

Para aplicarlo es necesario contar con los siguientes datos: em-- presas divididas en estratos de acuerdo al valor de su producción bruta, inversión fija bruta o personal ocupado y el número de empresas contenido en cada estrato.

Para este caso se utilizará el valor de la producción bruta por -- considerarse como el reflejo más fiel de la posición de las empresas en el mercado.

Una vez que se cuenta con la información requerida, se procede de la siguiente manera:

* Para una descripción detallada del método aquí utilizado, consultar Greer.

a) Se ordenan las empresas de acuerdo al valor de su producción, de menor a mayor.

b) Se representa en un plano coordenado los puntos que nos indican en el eje horizontal el número de firmas en porciento, acumuladas desde la menor hasta la mayor, y por el otro eje su producción bruta acumulada en la misma forma. La línea diagonal al cuadrado es la línea de igualdad absoluta.

c) Se unen los puntos obtenidos en el paso anterior, encontrándose así la Curva de Lorenz.

d) Una vez que se ha encontrado la Curva de Lorenz se procede a calcular el área contenida entre la línea de igualdad absoluta y la Curva de Lorenz. El cociente de esta área entre 5,000, el área de la mitad del cuadrado, dará el valor del Coeficiente de Gini.

El valor del Coeficiente de Gini es un indicador del grado de concentración en la industria. Si su valor está cercano a cero se dice que cada uno de los oferentes participa con una proporción semejante de las ventas del mercado. Si por otro lado, el valor se acerca a uno, se estará en una situación cercana al monopolio. Cuando el valor del Coeficiente de Gini se encuentra entre cero y uno, se dice que hay diferentes grados de oligopolio. Se entiende por oligopolio al mercado en el que un número reducido de empresas controla una gran parte, o la totalidad, de las ventas.

Aplicando el procedimiento descrito a la Industria Jabonera, se tendrá:

En el cuadro 2 se encuentran anotados los datos necesarios para el desarrollo del problema.

Cuadro 2.- Principales características por estrato de valor de la producción bruta para las fábricas de jabones, deter-- gentes y otros productos para lavado y aseo.

	Número de establecimientos censados	Personal ocupado total	Inversión bruta	Producción bruta
			Miles de pesos	
Hasta 100	10	21	104	508
101 a 500	30	120	392	7,618
501 a 1,500	19	128	406	18,973
1,501 a 3,000	13	163	548	28,916
3,001 a 5,000	11	203	750	42,276
5,001 a 10000	18	408	1,620	135,661
10001 a 20000	8	564	3,280	103,549
20001 a 35000	9	607	3,920	223,107
35001 a 50000	5	673	231	207,572
50001 a 100000	5	1,412	7,665	407,376
100001 y más	7	4,811	102,654	5,553,454
TOTAL	135	9,110	121,570	6,729,010

Fuente. Censo Industrial 1975. Resúmen general, Tomo I. Cuadro 10.

En el cuadro 3 se anotan los datos necesarios para construir la -- Curva de Lorenz.

Cuadro 3.- Datos para la Curva de Lorenz.

Valor de la producción bruta (miles de pesos)	% del total	% acumulado (eje Y)	Número de establecimientos.	% del total	% acumulado (eje X)
508	0	0	10	7	7

Cuadro 3.- Continuación.

Valor de la producción bruta (miles de pesos)	% del total	% acumulado (eje Y)	Número de establecimientos.	% del total	% acumulado (eje X)
7,618	0	0	30	22	29
18,973	0	0	19	14	43
28,916	0	0	13	10	53
42,276	1	1	11	8	61
103,549	2	3	8	6	67
135,661	2	5	18	13	80
207,572	3	8	5	4	84
223,107	3	11	9	7	91
407,376	6	17	5	4	95
5,553,454	83	100	7	5	100

En la figura 5 se presenta el dibujo de la Curva de Lorenz correspondiente a estos datos.

Determinación del Coeficiente de Gini.

$$A_1 = \frac{(8)(1)}{2} = 4\ u^2.$$

$$A_2 = \frac{(1+3)6}{2} = 12\ u^2.$$

$$A_3 = \frac{(3+5)13}{2} = 52\ u^2.$$

$$A_4 = \frac{(5+8)4}{2} = 26\ u^2.$$

$$A_5 = \frac{(8+11)7}{2} = 67\ u^2.$$

$$A_6 = \frac{(11+17)4}{2} = 56 \ u^2.$$

$$A_7 = \frac{(17+100)5}{2} = 292 \ u^2.$$

$$A_t = 513 \ u^2.$$

Por tanto el área entre la diagonal y la Curva de Lorenz es:

$A = 4487 \ u^2.$

Coeficiente de Gini $= \frac{4,487}{5,000} = \underline{0.8974}$

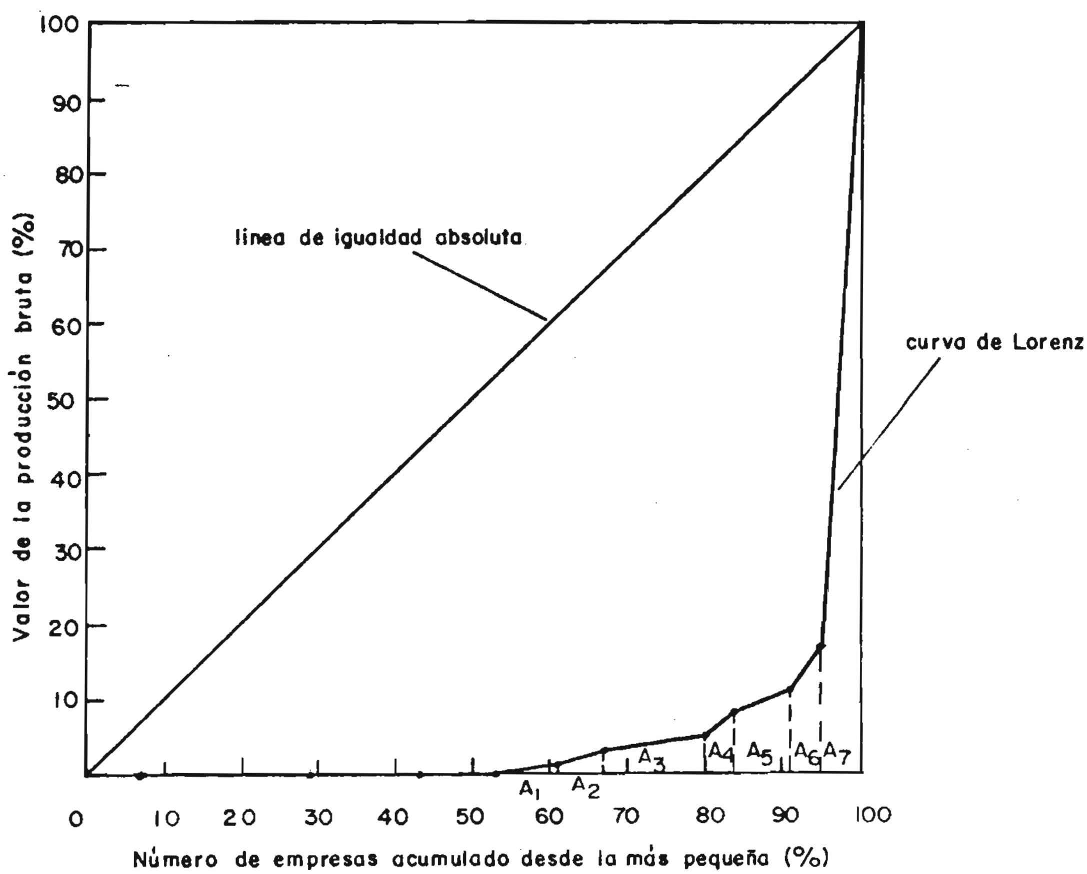

Fig. 5.- Curva de Lorenz para la Industria fabricante de jabones, detergentes y otros productos para lavado y aseo.

Observando que el valor del Coeficiente de Gini es muy alto y que el número de empresas de esta industria no es pequeño se afirma que esta industria tiene un caracter oligopolico, en donde las empresas más grandes, que son un número reducido, controlan la casi totalidad del mercado nacional.

No hay que olvidar que el cálculo del Coeficiente de Gini se hizo con datos a nivel nacional; este valor variará cuando se consideren mercados regionales, pero no fue posible encontrar los datos necesarios a nivel regional.

El resultado obtenido concuerda con lo afirmado por la Cámara Nacional de Aceites, Grasas y Jabones en donde se informá que las cinco empresas productoras de jabón de lavandería más grandes, La Corona de México, D.F., Mariano Salgado de Toluca, Méx., Sánchez y Martín de Guadalajara, Jal., La Esperanza de Gómez Palacio, Dgo., y la Unión de Torreón, Coah., venden alrededor del 90% de la producción nacional.

De acuerdo con la encuesta de Ingresos y Gastos Familiares de 1977 las familias gastaron el 6% de su presupuesto en detergentes y blanqueadores. De esta cantidad sólo una parte corresponde al jabón de lavandería, ya que si bien es un artículo de uso indispensable, se ve desplazado por productos substitutos tales como los detergentes.

El consumo de jabón de lavandería se considera de origen tradicional, muestra clara de este hecho es que, las exportaciones del sector a los Estados Unidos de América se concentran en lugares en donde el número de mexicanos o de descendientes de éstos forma una gran parte de la población.

1.2.3.- Industrial La Fama S.A. de C.V.

INFASA es una empresa de reciente creación, constituída como sociedad en julio de 1979, empezó a funcionar en enero de 1980. Forma parte de un grupo industrial integrado por ésta y otras tres empresas: Tron --hermanos, productora de aceite y manteca vegetal; Molinos Morelia, pro--ductora de harina de trigo y Oleomich, productora de aceite de coco. Algunos de los subproductos de estas empresas sirven a otra del mismo grupo, ésto explica el porqué alguna de las empresas del grupo debe ser el proveedor de cierto insumo.

Dentro de la industria jabonera nacional, INFASA se enmarca en el grupo de pequeñas empresas que comparten mercados regionales con las --- grandes productoras de jabón de lavandería.

La región en la que INFASA vende su producto comprende los estados de Michoacán, Jalisco, Guanajuato, San Luis Potosí, México y el Distrito Federal.

La participación de INFASA en el mercado nacional es de apenas un 1%, lo que la coloca en una posición precio aceptante, seguidora de las empresas líderes del mercado.

El capital social de la empresa es de 45 millones de pesos y ocupa alrededor de treinta obreros, cifra que no se dá en forma exacta debido a que varíos de ellos prestan servicios como trabajadores eventuales. -- Por lo que respecta a empleados, la fábrica cuenta con nueve.

Al arrancar la fábrica, el producto elaborado era únicamente el jabón de lavandería, pero ahora produce también botella de PVC para aceite de cocina.

Actualmente se encuentra en una etapa de expansión, hecho que se - refleja en la compra de nueva maquinaria que hará aumentar la producción y aparejado a ella, una mayor compra de materias primas y más problemas inherentes a la actividad productiva.

Los problemas que serán planteados y resueltos en este trabajo ayu darán a un mejor desempeño de INFASA, logrando un más buen aprovechamiento de los recursos tanto materiales como humanos de que dispone.

Una vez descrito el marco económico y de programación lineal del trabajo, en el segundo apartado se formulan los problemas y se determina su solución. En el tercer apartado se hará un análisis de sensibilidad. En el apartado 4 se presentan las conclusiones. Se anexan además, para aquellos interesados en la programación lineal, el apéndice respectivo, acompañado de los listados de computadora de cada una de las soluciones específicas.

2.- PLANTEAMIENTO Y SOLUCION DE LOS PROBLEMAS.

Para producir la botella se utiliza como única materia prima el -- PVC, del cual la empresa cuenta con un solo proveedor. Tron hermanos, empresa del mismo grupo, consume la totalidad de la botella producida por INFASA, por lo que esta última cuenta con un mercado cautivo en lo que a este producto se refiere y por tanto no hay ningún problema a resolver - en este caso. A partir de este momento, se prestará atención únicamente a los problemas relacionados con el jabón de lavandería.

Por lo que respecta al jabón de lavandería, INFASA adquiere sus materias primas de diferentes proveedores, las procesa para obtener el jabón y finalmente vende su producto a los distribuidores, los que se en-- cargan de su venta al público. En el diagrama de flujo de la figura 6, - se representa esquematicamente la actividad de INFASA.

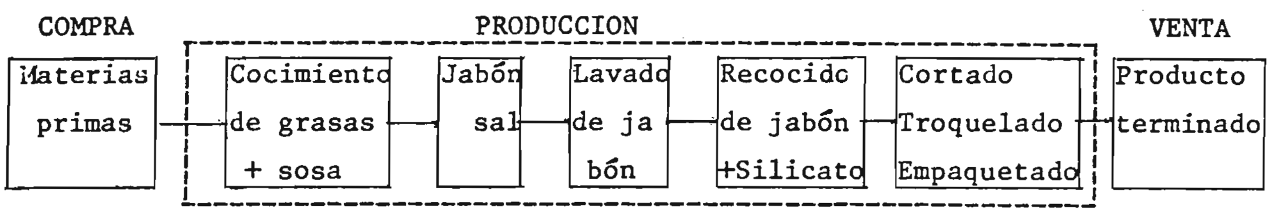

Fig. 6.- Diagrama de flujo para la producción de jabón de lavandería.

Se vé entonces que los problemas que INFASA enfrenta respecto a la producción son de tres tipos:

a) Problemas relacionados con la compra de materias primas.

b) Problemas relacionados con la producción.

c) Problemas relacionados con la venta del producto elaborado.

Formulando los problemas a resolver se tendrá:

2.1.- Compra de materias primas.

Se ha observado que las materias primas necesarias para el jabón se adquieren en cantidades mensuales, de acuerdo con el cuadro 4.

El problema de INFASA es en este caso el de determinar que combinación de proveedores le resultará en un más bajo costo en la adquisición de las materias primas, tomando en cuenta que debe satisfacer adecuadamente sus necesidades y que debe comprar a las empresas del mismo grupo los productos que éstas ofrezcan y que le sean útiles.

Cuadro 4.- Datos necesarios para la adquisición de las materias primas.

Materia prima.	Requerimientos promedio por mes.	Proveedores	Costo L.A.B. Morelia.*	Restricciones.
Aceite de coco	12 toneladas.	Oleomich, Morelia Mich.	$235.00/ kg.	Venta ilimitada.
		Oleaginosas del - sur, Morelia, Mich.	$235.00/ kg.	Venta máxima 8 toneladas.
Sebo de res	12 toneladas.	CONASUPO, México, D.F.	$140.00/ kg.	Se debe comprar carro tanque de 70 toneladas.
Soapstock	60 toneladas.	Tron hermanos, Morelia, Mich.	$ 80.00/	Venta máxima 45 toneladas.

Cuadro 4.- Continuación.

Materia prima.	Requerimientos promedio por mes.	Proveedores	Costo L.A.B. Morelia*	Restricciones.
		Agydsa, Guadalajara, Jal.	$ 80.00/kg.	Venta ilimitada.
		Ipesa, Guadalajara Jal.	$ 80.00/kg.	Venta ilimitada.
Sosa Caústica	10 toneladas.	Cloro Tehuantepec, Pajaritos, Ver.	$ 75.50/kg.	Venta ilimitada.
		Sosa Texcoco, Ecatepec, Méx.	$ 95.00/kg.	Venta ilimitada.
Acidos Grasos	6 toneladas.	Tron hermanos, Morelia, Mich.	$100.00/kg.	Venta máxima 7 toneladas.
Silicato de Sodio	15 toneladas.	Silicatos del Bajío, Irapuato, Gto.	$ 61.90/kg.	Venta ilimitada.
Cloruro de Sodio	10 toneladas.	Sosa Texcoco, Ecatepec, Méx.	$8385.00/ton.	Venta ilimitada.
Perfume	300 kilogramos.	Productos Aromaticos, México, D.F.	$434.00/kg.	Venta ilimitada.

Cuadro 4.- Continuación.

Materia prima.	Requerimientos promedio por mes.	Proveedores	Costo L.A.B. Morelia*	Restricciones.
Caja de cartón para empaque	15 millares.	United, México, D.F.	$32819.00/ millar.	Venta ilimitada.
		Industrial Papelera San Luis, San Luis Potosí.	$30222.00/ millar.	Venta ilimitada.

* El costo está dado libre a bordo en Morelia, Mich., es decir incluye costos de transporte y es por entrega directa en el domicilio de la planta.

Con los datos anteriores se puede formular el programa lineal a resolver, haciendo:

X_1= Cantidad de aceite de coco comprado a Oleomich, en toneladas.

X_2= Cantidad de aceite de coco comprado a Oleaginosas del sur en toneladas.

X_3= Cantidad de sebo de res comprado a CONASUPO en toneladas.

X_4= Cantidad de Soapstock comprado a Tron hermanos, en toneladas.

X_5= Cantidad de Soapstock comprado a Agydsa, en toneladas.

X_6= Cantidad de Soapstock comprado a Ipesa, en toneladas.

X_7= Cantidad de Sosa Caústica comprada a Cloro Tehuantepec, en toneladas.

X_8= Cantidad de Sosa Caústica comprada a Sosa Texcoco, en toneladas.

X_9= Cantidad de Acidos Grasos comprados a Tron hermanos, en toneladas.

X_{10}= Cantidad de silicato de sodio comprado a Silicatos del Bajío, en toneladas.

X_{11}= Cantidad de Cloruro de Sodio comprado a Sosa Texcoco, en toneladas.

X_{12}= Cantidad de perfume comprado a Productos Aromáticos, en toneladas.

X_{13}= Cantidad de cajas de cartón compradas a United, en millares.

X_{14}= Cantidad de cajas de cartón compradas a Industrial Papelera - San Luis, en millares.

El programa matemático será entonces:

$$\begin{aligned}\text{Minimizar } C = {} & 235\,X_1 + 235\,X_2 + 140\,X_3 + 80\,X_4 + 80\,X_5 + 80\,X_6 \\ & + 75.5\,X_7 + 95\,X_8 + 100\,X_9 + 61.9\,X_{10} + 8.385\,X_{11} \\ & + 434\,X_{12} + 32.819\,X_{13} + 30.222\,X_{14}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{sujeto a } & X_1 && = 12. \\ & X_2 && = 0. \\ & X_3 && \geq 70. \\ & X_4 && = 45. \\ & X_4+X_5+X_6 && \geq 60. \\ & X_7+X_8 && \geq 10 \\ & X_9 && \geq 6. \\ & X_9 && \leq 7. \\ & X_{10} && \geq 15. \\ & X_{11} && \geq 10. \\ & X_{12} && \geq 0.3. \\ & X_{13}+X_{14} && \geq 15.\end{aligned}$$

Con $X_i \geq 0$ para $i = 1,2,\ldots,14$.

Nota.- Los costos se dan en miles de pesos por tonelada o por mi-- llar, y las cantidades en toneladas o en millares para facilidad de cómputo.

Se verá ahora como se explica cada una de las restricciones.

La restricción $X_1 = 12$ nos indica que la totalidad del aceite de coco debe de ser comprada a Oleomich, ya que esta empresa es del grupo de INFASA, consecuencia de lo anterior es la restricción $X_2 = 0$, que -- nos dice que no se comprará aceite de coco a Oleaginosas del sur.

La restricción $X_3 \geq 70$ nos indica que deberá comprarse por lo menos un carro-tanque de sebo de res a CONASUPO y debido a que no se utilizará totalmente en un mes, se almacenará para su consumo en los meses subsiguientes al de compra, meses en los que no será necesario volver a adquirir sebo hasta que se agoten las existencias almacenadas.

La restricción $X_4 = 45$ nos dice que INFASA deberá consumir totalmente el Soapstock producido por Tron hermanos y como sus necesidades - son de por lo menos 60 toneladas, tendrá que adquirir el resto a Agydsa e Ipesa; ésto explica la restricción $X_4 + X_5 + X_6 \geq 60$.

La restricción $X_8 + X_7 \geq 10$ nos indica que las compras de Sosa --- Caústica a Cloro Tehuantepec y Sosa Texcoco deberán ser de por lo menos 10 toneladas mensuales.

La restricción $X_9 \geq 6$ nos dice que se deberá comprar por lo menos 6 toneladas de ácidos grasos mensuales.

La restricción $X_9 \leq 7$ nos indica que la producción máxima de ácidos grasos en Tron hermanos es de 7 toneladas y por tanto no se podrá - comprar más de esta cantidad.

Las restricciones restantes nos indican que deberán cubrirse en - todos los casos por lo menos los requerimientos mínimos de Silicato de Sodio, Cloruro de sodio, perfume y cajas de cartón.

2.1.1.- <u>Solución.</u> Una vez planteado el problema se procede a aplicar el método Simplex de solución descrito en el apéndice. En este trabajo se hizo uso del programa elaborado por la Unidad de Computo de El

Colegio de México, el que resulta de una muy sencilla aplicación y rapidez.

Una vez corrido el programa, se determinaron los siguientes valores para la solución óptima.*

X_1 = 12 toneladas.
X_2 = 0 toneladas.
X_3 = 70 toneladas.
X_4 = 45 toneladas.
X_5 = 15 toneladas.
X_6 = 0 toneladas.
X_7 = 10 toneladas.
X_8 = 0 toneladas.
X_9 = 6 toneladas.
X_{10}= 15 toneladas.
X_{11}= 10 toneladas.
X_{12}= 0.3 toneladas.
X_{13}= 0 millares.
X_{14}= 15 millares.

Este problema tiene soluciones múltiples, ya que en el caso de algunas materias primas, como lo es el del Soapstock, más de algún proveedor ofrece el precio más bajo del mercado al que se puede comprar dichas materias primas y por tanto es posible comprar a uno o a otro o bien efectuar una combinación entre proveedores. El hacer ésto no implica dejar de tener una solución óptima.

El costo mínimo de las materias primas necesarias para la producción de un mes es:

$$C^* = \$\ 20{,}370{,}880.00$$

El costo mínimo total aparece incrementado por tener que comprar las 70 toneladas de sebo de res, pero se verá reducido en los meses en que no haya necesidad de adquirir dicha materia prima.

* El listado de la solución se presenta en el apéndice respectivo.

Una vez resuelto el problema de la compra de las materias primas, se puede pasar a la segunda fase de la actividad de INFASA.

2.2.- Producción.

Se ha descrito ya en el diagrama de flujo como se desarrolla la producción y el problema se enfocará únicamente a reducir el costo de las materias primas empleadas en el proceso, manteniendo un nivel de calidad.

La calidad del jabón se determina por una característica especial conocida como "Títer", que está relacionada con el punto de fusión del mismo y que depende de la combinación que de las diferentes grasas (-- Soapstock, sebo, aceite de coco, ácidos grasos) se haga. Se considera lineal el comportamiento de esta propiedad.

Analizando la producción de una tonelada de jabón en el cuadro 5 se tiene que:

Cuadro 5.- Producción de una tonelada de jabón.

Materia prima.	Cantidad necesaria.
Sosa Caústica.	67 kilogramos.
Silicato de sodio.	100 kilogramos.
Cloruro de sodio.	67 kilogramos.
Perfume.	2 kilogramos.
Agua.	164 kilogramos.
Grasas.	600 kilogramos.

Las grasas deberán combinarse de manera tal que cumplan con la siguiente especificación:

Títer deseado 34.

Títer del aceite de coco	18.
Títer del sebo	38.4.
Títer del Soapstock	20.
Títer de los ácidos grasos	36.6

Con los datos anteriores se puede formular el programa matemático a resolver. Haciendo:

X_1 = Cantidad de Sosa Caústica usada, en kilogramos.
X_2 = Cantidad de Silicato de sodio usado, en kilogramos.
X_3 = Cantidad de Cloruro de sodio usado, en kilogramos.
X_4 = Cantidad de perfume usado, en kilogramos.
X_5 = Cantidad de agua, en kilogramos.
X_6 = Cantidad de aceite de coco usado en kilogramos.
X_7 = Cantidad de sebo usado, en kilogramos.
X_8 = Cantidad de Soapstock usado, en kilogramos.
X_9 = Cantidad de ácidos grasos usados, en kilogramos.

El programa matemático sera:

$$\text{Minimizar } C = 75.50\ X_1 + 61.90\ X_2 + 8.385\ X_3 + 434\ X_4 + 0\ X_5 + \\ + 235\ X_6 + 140\ X_7 + 80\ X_8 + 100\ X_9.$$

$$\begin{array}{lrl} \text{Sujeto a} & X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 & = 1000. \\ & X_1 & = 67. \\ & X_2 & = 100. \\ & X_3 & = 67. \\ & X_4 & = 2. \\ & X_5 & = 164. \\ & 0.18\ X_6 + 0.384\ X_7 + 0.20\ X_8 + 0.366\ X_9 & \geqq 204. \end{array}$$

Con $X_i \geqq 0$ para $i=1,2,\ldots,9$.

Los costos están dados en pesos/kg. y se obtienen de la solución óptima del problema anterior.

Explicación de las restricciones:

La primera restricción nos indica que el total de las materias -- primas debe sumar una tonelada de jabón.

Las restricciones de igualdad nos dicen que las materias primas - que no son grasas no sufren ninguna modificación durante el proceso, en lo que a su cantidad se refiere.

La última restricción nos indica la forma en que deben combinarse las grasas a fín de obtener la calidad deseada, el valor de 204 se ob-- tiene como el 34%, que es la calidad deseada, de 600 que es el total de grasas en el jabón.

Se considera que el costo del agua es nulo.

2.2.1.- Solución.* Una vez planteado el problema se procede a-- plicar el método Simplex de solución, determinandose la solución óptima siguiente:

X_1 = 67 kilogramos.
X_2 = 100 kilogramos.
X_3 = 67 kilogramos.
X_4 = 2 kilogramos.
X_5 = 164 kilogramos.
X_6 = 0 kilogramos.
X_7 = 0 kilogramos.
X_8 = 93.976 kilogramos.
X_9 = 506.024 kilogramos.

La solución a este problema es única, teniéndose que el costo mínimo de las materias primas para elaborar una tonelada de jabón es de:

* El listado de la solución se presenta en el apéndice respectivo.

C* = $ 70,798.78.

Una vez que se ha resuelto el problema de la producción se pasará al de la venta del producto elaborado.

2.3.- Venta del producto elaborado.

Se desea maximizar el beneficio obtenido por la venta del jabón, para lo que se cuenta con los datos siguientes:

Precio por caja de 10 kg. $ 1,300.00, por tanto, el precio de venta por tonelada es de $ 130,000.00.

Las ventas promedio de la empresa son de 150 toneladas por mes.

El margen neto de utilidad en ventas realizadas en Morelia, Mich., es del 6%, lo que dá como resultado $ 7,800.00 por tonelada. En ventas a otras localidades se debe descontar el costo del flete ya que se ofrece al mismo precio para ventas en Morelia o fuera.

En el cuadro 6 se anotan los lugares en donde se vende el producto, el costo del flete y sus restricciones de venta.

Cuadro 6.- Datos sobre la venta del producto.

Lugar de venta	Flete por tonelada.	Precio de venta por tonelada.	Ganancia por tonelada.	Restricciones.
Morelia, Mich.	$ 0.00	$ 130,000.00	$ 7,800.00	Venta máxima 50 Ton/mes.
México, D.F.	$ 3,990.00	$ 130,000.00	$ 3,810.00	Venta máxima 200 Ton/mes.

Cuadro 6.- Continuación.

Lugar de venta	Flete por tonelada.	Precio de venta por tonelada.	Ganancia por tonelada.	Restricciones.
Guadalajara, Jal.	\$ 3,990.00	\$ 130,000.00	\$ 3,810.00	Venta máxima 150 Ton/mes.
Irapuato, Gto.	\$ 2,800.00	\$ 130,000.00	\$ 5,000.00	Venta máxima 150 Ton/mes.
Lázaro Cárdenas, Mich.	\$ 3,990.00	\$ 130,000.00	\$ 3,810.00	Venta máxima 50 Ton/mes.
San Luis Potosí, S.L.P.	\$ 4,720.00	\$ 130,000.00	\$ 3,080.00	Venta máxima 100 Ton/mes.

Se puede entonces formular el problema matemático a resolver. Haciendo:

X_1 = Ventas en la ciudad de Morelia, Mich., en Ton/mes.
X_2 = Ventas en México, D.F. en Ton/mes.
X_3 = Ventas en la ciudad de Guadalajara, Jal., en Ton/mes.
X_4 = Ventas en la ciudad de Irapuato, Gto., en Ton/mes.
X_5 = Ventas en la ciudad de Lázaro Cárdenas, Mich., en Ton/mes.
X_6 = Ventas en la ciudad de San Luis Potosí, S.L.P., en Ton/mes.

El programa matemático será entonces:

$$\text{Maximizar } P = 7800\ X_1 + 3810\ X_2 + 3810\ X_3 + 5000\ X_4 + 3810\ X_5 + 3080\ X_6.$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeto a}\quad & X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 \leqq 150 \\ & X_1 \leqq 50 \\ & X_2 \leqq 200 \\ & X_3 \leqq 150 \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
X_4 \quad\quad\quad\quad & \leq 150 \\
X_5 \quad\quad & \leq 50 \\
X_6 & \leq 100
\end{aligned}
$$

Con $X_i \geq 0$ para $i = 1,2,\ldots,6$.

La primera restricción indica que el total de ventas no deberá exceder a la producción.

Las restricciones restantes nos dicen que las ventas en cada lugar no deberán exceder el máximo permisible.

2.3.1.- Solución.* Al igual que en los problemas anteriores, la solución se determina mediante la aplicación del método Simplex en una computadora digital, obteniéndose los siguientes resultados:

$X_1 = 50$ toneladas.
$X_2 = 0$ toneladas.
$X_3 = 0$ toneladas.
$X_4 = 100$ toneladas.
$X_5 = 0$ toneladas.
$X_6 = 0$ toneladas.

La solución es única, con ganancias máximas de:

$P^* = \$\ 890{,}000.00$ mensuales.

La solución indica que INFASA debe vender su producción en Morelia e Irapuato, sin embargo se mantienen los otros puntos de venta debido a que no siendo el de INFASA el único jabón de lavandería que se vende en estos lugares no es posible adueñarse del mercado y por tanto éste tiene que compartirse con otras empresas, las que ofrecen un jabón de diferente calidad o presentación.

* El listado de la solución se presenta en el apéndice respectivo.

2.4.- Comentario a las soluciones.

Puede verse que los problemas de compra de materias primas y de producción están íntimamente relacionados ya que las cantidades de materia prima deberán determinarse de acuerdo con los resultados que se encuentren en el problema de producción. Así por ejemplo en el problema aquí resuelto no será necesario adquirir aceite de coco y sebo debido a que la calidad deseada se obtiene mezclando únicamente Soapstock y ácidos grasos.

Por lo que respecta a la compra de materias primas, ésta siempre se deberá hacer al proveedor que ofrezca el mejor precio. Cuando la producción de la empresa que ofrece el mejor precio no sea suficiente para satisfacer las necesidades de la planta, se deberá comprar al proveedor cuyo precio sea el segundo mejor y así sucesivamente hasta completar las cantidades requeridas. Si más de algún proveedor ofrece el mejor precio, las compras deberán hacerse tomando en cuenta otros factores como pueden ser el tiempo de entrega o condiciones de pago.

En el caso de que alguna de las empresas del grupo de INFASA no ofreciera el mejor precio, no se deberá dejar de comprar la materia prima a esta empresa, ya que si bien una compra a un precio que no es el mejor resulta en pérdidas para INFASA, el ingreso producto de la venta beneficiará al mismo grupo. Esto se propone suponiendo que no existe otro comprador de dicha materia prima.

En lo que a la producción se refiere, la solución determinada hace ver que habrá forma de tener un costo mínimo manteniendo el nivel de calidad. La combinación de las diferentes grasas se deberá hacer encontrando la solución del problema y en el caso de existir limitaciones en las cantidades de materia prima disponibles, éstas deberán aparecer como restricciones en la formulación matemática del problema. Así por ejemplo, si la producción deseada es de 150 toneladas y sólo se cuenta con 30 toneladas de ácidos grasos, no se podrá usar más de 200 kilogramos por tonelada de jabón.

La venta del producto elaborado responderá directamente a la calidad del producto. El mercado regional que abastece INFASA deberá tratar de reducirse lo más posible en lo que a extensión geográfica respecta, manteniendo el nivel de ventas, ésto implicará un aumento en las utilidades por la reducción en los costos de transporte.

3.- ANALISIS DE SENSIBILIDAD.

El análisis de sensibilidad consiste en hacer cambios en los diferentes programas a fín de observar como se comporta la solución óptima; dichos cambios se efectúan ya sea en los costos de la función objetivo o en las restricciones, agregando algunas, quitando otras, modificando el valor de los parámetros, etc.

Los cambios que se harán en este trabajo corresponderán a cada uno de los programas planteados en el capítulo anterior.

3.1.- Compra de materias primas.

INFASA tiene proyectado en breve aumentar su producción que pasará de 150 toneladas mensuales a 600 toneladas mensuales. hecho que significa que las compras de materias primas se deberán incrementar en la misma proporción, así pues, se harán las modificaciones pertinentes al programa de compra de materias primas, aumentando los requerimientos en tres veces más.

Las compras de materias primas serán entonces:

Aceite de coco	48 toneladas.
Sebo de res	48 toneladas.
Soapstock	240 toneladas.
Sosa Caústica	40 toneladas.
Acidos grasos	24 toneladas.
Silicato de sodio	60 toneladas.
Cloruro de sodio	40 toneladas.
Perfume	1.2 toneladas.
Caja de cartón	60 millares.

Estableciendo la misma convención para las incognitas, se tendrá que el nuevo programa matemático será:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } C = {} & 235\ X_1 + 235\ X_2 + 140\ X_3 + 80\ X_4 + 80\ X_5 + 80\ X_6 + \\ & + 75.5\ X_7 + 95\ X_8 + 100\ X_9 + 61.9\ X_{10} + 8.385\ X_{11} + \\ & + 434\ X_{12} + 32.819\ X_{13} + 30.222\ X_{14}. \end{aligned}$$

$$\begin{array}{llcr} \text{Sujeto a} & X_1 & = & 48. \\ & X_2 & = & 0. \\ & X_3 & \geqq & 70. \\ & X_4 & = & 45. \\ & X_4 + X_5 + X_6 & \geqq & 240. \\ & X_7 + X_8 & \geqq & 40. \\ & X_9 & \geqq & 24. \\ & X_9 & \leqq & 7. \\ & X_{10} & \geqq & 60 \\ & X_{11} & \geqq & 40 \\ & X_{12} & \geqq & 1.2. \\ & X_{13} + X_{14} & \geqq & 60. \end{array}$$

Con $X_i \geqq 0$ para $i=1,2,\ldots,14$.

Cantidades en toneladas o en millares y costos en miles de pesos por tonelada o por millar.

Explicación de las restricciones: es la misma que para el programa ya resuelto.

El programa matemático así descrito no tiene solución, ya que aparecen dos restricciones contradictorias. Por un lado se pide que $X_9 \geqq 24$, es decir que se necesitan por lo menos 24 toneladas de ácidos grasos, y por el otro se pide que $X_9 \leqq 7$, es decir que el único proveedor de ácidos grasos produce cuando más 7 toneladas, lo que resulta en un conjunto vacío. Para resolver este programa se establece el supuesto de que se podrá contar con un nuevo proveedor de ácidos grasos, que surtirá al mismo precio y que cubrirá la diferencia existente.

Haciendo:

X_{15} = Cantidad de ácidos grasos comprada al nuevo proveedor.

El programa matemático resultante es:

$$\begin{aligned}\text{Minimizar } C = {} & 235\ X_1 + 235\ X_2 + 140\ X_3 + 80\ X_4 + 80\ X_5 + 80\ X_6 + \\ & + 75.5\ X_7 + 95\ X_8 + 100\ X_9 + 61.9\ X_{10} + 8.385\ X_{11} + \\ & + 434\ X_{12} + 32.819\ X_{13} + 30.222\ X_{14} + 100\ X_{15}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Sujeto a: } & X_1 = 48. \\ & X_2 = 0. \\ & X_3 \geq 70. \\ & X_4 = 45. \\ & X_4 + X_5 + X_6 \geq 240. \\ & X_7 + X_8 \geq 40. \\ & X_9 + X_{15} \geq 24. \\ & X_9 \leq 7. \\ & X_{10} \geq 60. \\ & X_{11} \geq 40. \\ & X_{12} \geq 1.2. \\ & X_{13} + X_{14} \geq 60.\end{aligned}$$

Con $X_i \geq 0$ para i=1,2,...,15.

3.1.1. <u>Solución.</u>* Se determina aplicando el método Simplex, obteniendose los siguientes valores:

X_1 = 48 toneladas.
X_2 = 0 toneladas.
X_3 = 70 toneladas.
X_4 = 45 toneladas.
X_5 = 195 toneladas.
X_6 = 0 toneladas.

* El listado de la solución se presenta en el apéndice respectivo.

X_7 = 40 toneladas.

X_8 = 0 toneladas.

X_9 = 7 toneladas.

X_{10}= 60 toneladas.

X_{11}= 40 toneladas.

X_{12}= 1.2 toneladas.

X_{13}= 0 millares.

X_{14}= 60 millares.

X_{15}= 17 toneladas.

Con soluciones múltiples, por la misma causa del programa original.

El costo mínimo de las materias primas por mes es de:

$$C^* = \$\ 52,083,520.00.$$

Cabe hacer notar que en este valor se está incluyendo el costo de 22 toneladas de sebo que se almacenarán para el mes siguiente. Esto hará variar el costo mínimo, mes con mes, ya que no siempre será necesario adquirir un carro-tanque de sebo.

Puede verse que las compras de materia prima han aumentado por cuatro, a excepción del Soapstock comprado a Tron hermanos y de los ácidos grasos comprados a este mismo proveedor.

El costo total de las materias primas se incrementa por mucho menos de cuatro veces debido a que se está comprando una menor cantidad excedente de la necesaria de sebo de res.

3.2.- Producción.

Por lo que respecta a la producción, se tiene la posibilidad de aumentar o reducir la calidad del jabón, lo cual se refleja en el costo de la producción. Se resolverá para dos casos específicos:

3.2.1.- Aumento del 3% en la calidad.

Para variar la calidad del jabón se cambia el valor deseado del "Títer", en este caso pasa del 34% al 37%.

Conservando las mismas restricciones del problema original y haciendo únicamente el cambio en el parámetro que mide la calidad, se tendrá que el nuevo programa a resolver es:

$$\text{Minimizar } C = 75.5\ X_1 + 61.9\ X_2 + 8.385\ X_3 + 434\ X_4 + 0\ X_5 + 235\ X_6 + 140\ X_7 + 80\ X_8 + 100\ X_9.$$

$$\text{Sujeto a } \begin{array}{l} X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 = 1000. \\ X_1 = 67. \\ X_2 = 100. \\ X_3 = 67. \\ X_4 = 2. \\ X_5 = 164. \\ 0.18\ X_6 + 0.384\ X_7 + 0.20\ X_8 + 0.366\ X_9 \geqq 222. \end{array}$$

Con $X_i \geqq 0$ para $i=1,2,\ldots,9$.

El valor de 222 en la última restricción se obtiene como el 37% de 600, siendo ésta la calidad mínima requerida.

3.2.1.1.- Solución.* Aplicando el método Simplex, se obtienen los siguientes valores:

$X_1 = 67$ kilogramos.
$X_2 = 100$ kilogramos.
$X_3 = 67$ kilogramos.
$X_4 = 2$ kilogramos.
$X_5 = 164$ kilogramos.
$X_6 = 0$ kilogramos.

* El listado de la solución se presenta en el apéndice respectivo.

X_7 = 133.33 kilogramos.

X_8 = 0 kilogramos.

X_9 = 466.67 kilogramos.

La solución es única y el costo mínimo de la producción de una tonelada de jabón es:

$$C^* = \$\ 78{,}011.63.$$

Como puede verse, un aumento de un 3% en la calidad aumentó el costo de producción en poco menos de 8 mil pesos. En este caso se dejó de utilizar el Soapstock, cambiándolo por el sebo.

3.2.2.- Disminución del 3% en la calidad.

Para este caso se varia el "Titer" del 34% al 31%, lo que nos dará como resultado que el nuevo valor para el parámetro en la restricción de la calidad será de 186.

Conservando las convenciones del problema original, se tendrá que el nuevo programa a resolver es:

$$\text{Minimizar } C = 75.5\,X_1 + 61.9\,X_2 + 8.385\,X_3 + 434\,X_4 + 0\,X_5 + 235\,X_6 + 140\,X_7 + 80\,X_8 + 100\,X_9.$$

$$\begin{aligned}
\text{Sujeto a}\quad & X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 = 1000.\\
& X_1 = 67.\\
& X_2 = 100.\\
& X_3 = 67.\\
& X_4 = 2.\\
& X_5 = 164.\\
& 0.18\,X_6 + 0.384\,X_7 + 0.20\,X_8 + 0.366\,X_9 \geq 186.
\end{aligned}$$

Con $X_i \geq 0$ para $i=1,2,\ldots,9$.

Las restricciones se explican igual que en el problema original.

3.2.2.1.- Solución.* Aplicando el método Simplex, se obtienen los siguientes valores:

X_1 = 67 kilogramos.
X_2 = 100 kilogramos.
X_3 = 67 kilogramos.
X_4 = 2 kilogramos.
X_5 = 164 kilogramos.
X_6 = 0 kilogramos.
X_7 = 0 kilogramos.
X_8 = 202.41 kilogramos.
X_9 = 397.59 kilogramos.

Con solución única y un costo mínimo por tonelada de jabón de:

$$C^* = \$\ 68,630.10.$$

Como puede verse una reducción del 3% en la calidad del jabón le significa a la empresa un ahorro de poco más de 2 mil pesos y se siguen usando las mismas grasas del problema original, sólo que ahora mezcladas en diferentes proporciones.

3.3.- Venta del producto elaborado.

Se tiene proyectado aumentar las ventas de jabón, que pasarán de 150 a 600 toneladas por mes. Haciendo los cambios en el programa original y conservando la misma convención, se tendrá que el nuevo programa matemático es:

$$\text{Maximizar } P = 7800\ X_1 + 3810\ X_2 + 3810\ X_3 + 5000\ X_4 + 3810\ X_5 + 3080\ X_6 .$$

$$\text{Sujeto a} \quad X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 \leq 600$$

* El listado de la solución se presenta en el apéndice respectivo.

$$
\begin{array}{lllllll}
X_1 & & & & & & \leq 50 \\
& X_2 & & & & & \leq 200 \\
& & X_3 & & & & \leq 150 \\
& & & X_4 & & & \leq 150 \\
& & & & X_5 & & \leq 50 \\
& & & & & X_6 & \leq 100
\end{array}
$$

Con $X_i \geq 0$ para $i = 1,2,\ldots,6$.

Las restricciones se explican igual que en el problema original.

3.3.1.- Solución.* Aplicando el método Simplex de la misma forma que en los problemas anteriores, se obtienen los siguientes resultados:

X_1 = 50 toneladas.
X_2 = 200 toneladas.
X_3 = 150 toneladas.
X_4 = 150 toneladas.
X_5 = 50 toneladas.
X_6 = 0 toneladas.

Con solución única, siendo las ganancias máximas:

$P^* = \$\ 2,664,000.00$ mensuales.

Al comparar con el problema original, se ve que ahora se venderá en todos los puntos posibles de venta, a excepción de San Luis Potosí, en donde la ganancia resulta menos atractiva para la empresa y únicamente se venderá en este lugar cuando la producción exceda las 600 toneladas por mes.

3.4.- Comparación de resultados.

Al comparar las soluciones de los apartados 2 y 3 se puede observar lo siguiente:

Por lo que respecta a las compras de materias primas, éstas se han visto incrementadas en la misma proporción en que se aumentó la producción. A excepción del nuevo proveedor incluído para satisfacer la demanda de ácidos grasos, siguen siendo los mismos, ya que su capacidad de producción les permite satisfacer adecuadamente las demandas de INFASA.

El costo de las materias primas sigue incrementado por el excedente adquirido de sebo de res, pero este excedente se ha visto reducido lográndose que el almacenamiento sea por un menor tiempo.

En lo que a la producción se refiere, la variación en la calidad del jabón redunda en una variación en la composición de las mezclas de grasas. El costo resulta una función creciente de la calidad y a la empresa le resulta más benéfico reducir la calidad, sin embargo el hacer ésto le hará perder ventas y por tanto se deberá buscar el equilibrio entre reducir el costo de las materias primas utilizadas y reducir las ventas.

La venta del producto elaborado cuando éste se aumenta a 600 toneladas por mes no agota los posibles compradores en el mercado regional al que concurre INFASA, sin embargo se debe buscar un aumento en las ventas de los puntos más cercanos a la fábrica, ya que ésto hará aumentar las ganancias y no agotará el mercado potencial del jabón de lavandería que produce INFASA.

4.- CONCLUSIONES.

Industrial La Fama aparece ubicada en el grupo de pequeñas empresas que en nuestro país, preocupadas por la rápida recuperación de su inversión y por obtener altos beneficios, dejan de lado la planeación a largo plazo de sus objetivos.

Muestra clara de lo anterior es el hecho de contar con el menor número posible de empleados, lo que redunda, es cierto, en menores costos de operación para la empresa, pero también en una multiplicación de las actividades que las personas que ahí trabajan desempeñan.

El uso de la programación lineal, aún cuando no se limita a problemas de planeación, resulta de mucha mayor utilidad cuando se desean elaborar proyectos de inversión para una empresa, ya que una vez que una fábrica está produciendo un bien, será muy complicado el cambiar a la elaboración de otro cuya línea de producción sea completamente diferente.

Ahora bien, la programación lineal asume que los costos promedio por unidad producida son constantes. Este supuesto está muy cercano a la realidad en el caso de INFASA, ya que los costos fijos de la empresa no representan un cargo muy alto por cada unidad, mientras que los costos variables no cambian con el número de unidades producidas puesto que INFASA por estar inmersa en un mercado con estructura de tipo oligopólico, en donde sólo participa con el 1% aproximadamente de la producción nacional de jabón de lavandería, estará en una posición precio aceptante, tanto en el mercado de insumos como en el del producto elaborado.

Resulta pues adecuado hacer uso de la programación lineal ya que se considera que INFASA tiene rendimientos constantes a escala, lo que dá origen a funciones de tipo lineal.

El método Simplex de solución de los problemas lineales aplicado resulta el más adecuado, ya que de no utilizarse tomaría un buen tiempo efectuar los tanteos necesarios para obtener la solución óptima.

Todos los resultados cumplen con lo esperado ya que no se presentan soluciones disparadas o irreales. Esto hace confiable al método para trabajos futuros en la fábrica mencionada.

La mayor parte de los resultados aquí obtenidos concuerda con lo que actualmente se está haciendo en INFASA; ésto tiene un sentido lógico por el hecho de que en muchos de los casos la opción es única y no da lugar a ningún cambio.

Revisando las soluciones encontradas se pueden hacer los siguientes comentarios:

Por lo que respecta a la compra de materias primas, ésta se efectúa actualmente en forma adecuada y se debe seguir comprando las materias primas que las empresas del grupo de INFASA ofrecen. En el caso de otros proveedores se deberá vigilar que éstos ofrezcan siempre el mejor precio y en caso contrario recurrir a algún otro.

En cuanto a la producción, se debe buscar que se aplique en todo momento un programa de optimización, ya que los cambios ocurren aquí con mucha frecuencia, como puede verse en los diferentes problemas resueltos, en donde cada uno de ellos determina una combinación diferente de las distintas grasas.

Se debe tratar de utilizar siempre al máximo las materias primas disponibles, reduciendo de esta forma los volúmenes almacenados.

En lo que a la venta del producto elaborado se refiere, se debe buscar que ésta se efectúe en un alto porcentaje en los lugares situados cerca de la fábrica ya que esto reducirá costos de transporte y ---

tiempos de entrega.

Por otro lado no se debe olvidar que las ventas responden directamente a la calidad y presentación del producto, si existe forma de mejorar ambas sin un gran incremento en el costo, es conveniente que se haga.

Es importante que día a día se revisen las actividades de la empresa y se analicen las nuevas opciones que se presenten, para tratar de desarrollar de una mejor forma esas actividades. Tal es el caso de considerar nuevos proveedores de materias primas, el aumentar la calidad del producto, para así contar con nuevos compradores que consuman un mayor volúmen, o incluso llegar a dominar mercados aprovechando las ventajas que de bajo costo de transporte se tengan en determinada región.

La solución a los diferentes problemas proporciona una guía exacta de lo que se debe hacer en INFASA respecto a la compra de materias primas, a la producción y a la venta del producto elaborado, observando cada uno de los resultados se podrá decidir correctamente que hacer en cada uno de los casos sin temor de cometer ningún error.

Debe hacerse notar que por los datos obtenidos, al parecer, se desliga actualmente en la fábrica los problemas de producción y compra de materias primas. Estas dos partes del proceso productivo permanecen estrechamente unidas y por tanto se debe buscar la forma de resolver ambos problemas de manera simultanea.

Los problemas planteados y resueltos pudieran no ser la totalidad de los que posiblemente se resolverían con el auxilio de la programación lineal en esta empresa, como sería el caso de formular un programa para comparar el método actual de producción y el que pronto se implementará, el que, debido a la carencia de datos no fue posible resolver, pero se debe tomar en cuenta que ocurrirá una retroalimentación para la empresa al enterarse de los resultados aquí contenidos, lo que llevará a la aplicación de algunos de los mismos y a la necesidad de solución - de problemas diferentes.

El trabajo de campo resultó indispensable, ya que la obtención de datos se debe hacer en forma directa y de primera mano por tratarse de un estudio de caso específico.

Para finalizar es conveniente mencionar la utilidad del análisis de sensibilidad, cuya aplicación resulta inmediata y puede considerar - los cambios que en los programas aquí resueltos ocurran en el futuro en esta fábrica.

BIBLIOGRAFIA.

Bronson, Richard. Investigación de operaciones, México: Mc Graw-Hill. 1983.

Dorfman, R. Mathematical or linear programming, American Economic Re--- view, Vol. 43, diciembre 1953.

Dorfman, Samuelson y Solow. Programación lineal y análisis económico, - México: Aguilar. 1962.

Gass, Saul I. Programación lineal, México: C.E.C.S.A. 1962.

Greer, Douglas F. Industrial organization and public policy, New York: Macmillan. 1984. Cap. 6.

México, Secretaría de Programación y Presupuesto. Censo Industrial 1975. México, D.F.: 1976.

Swanson, L.W. Linear programming. Basic theory and aplications, Tokyo: Mc Graw-Hill. 1980.

Apéndice A.- PROGRAMACION LINEAL.

En este apéndice se presentan los elementos de la programación lineal usados en el trabajo.

El problema básico de la programación lineal es el de maximizar o minimizar una función, llamada objetivo, que contiene una o más variables, sujetas a diferentes restricciones, siendo estas últimas junto con la función objetivo, lineales.

Cuando los problemas a resolver tienen únicamente en su planteamiento dos variables, es posible resolverlos en forma gráfica, sin necesidad de efectuar ningún procedimiento algebráico.

Ejemplos de este tipo se presentan enseguida.

Ejemplo 1.- Maximización.

Maximizar $Z = 25\ X_1 + 30\ X_2$.

Sujeto a $3.5\ X_1 + 4.0\ X_2 \leq 50$

$1.5\ X_1 + 3.0\ X_2 \leq 30$

con X_1 y X_2 no negativas.

Solución.- Se presenta en la Fig. A-1 y es:

$Z = 366.67$ para $X_1 = 20/3$ y $X_2 = 20/3$

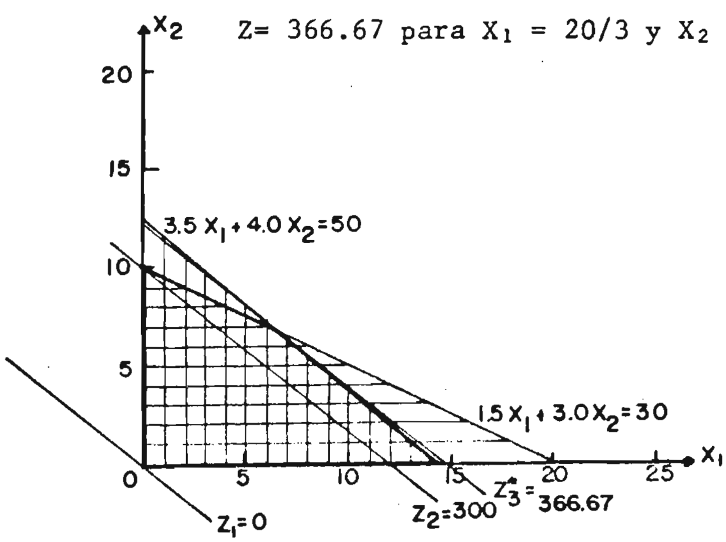

Fig. A-1. Maximización.

Ejemplo 2.- Minimización.

Minimizar $Z = 30\ X_1 + 20\ X_2$.

Sujeto a

$$
\begin{aligned}
X_1 \qquad\quad &\leq 10 \\
X_2 &\leq 8 \\
2\ X_1 + \quad X_2 &\leq 25 \\
X_1 + 2\ X_2 &\leq 20 \\
X_1 \qquad\quad &\geq 5 \\
X_2 &\geq 5
\end{aligned}
$$

Con X_1 y $X_2 \geq 0$.

Solución.- Se presenta en la Fig. A-2 y es:

$Z^* = 250$ para $X_1 = 5$ y $X_2 = 5$.

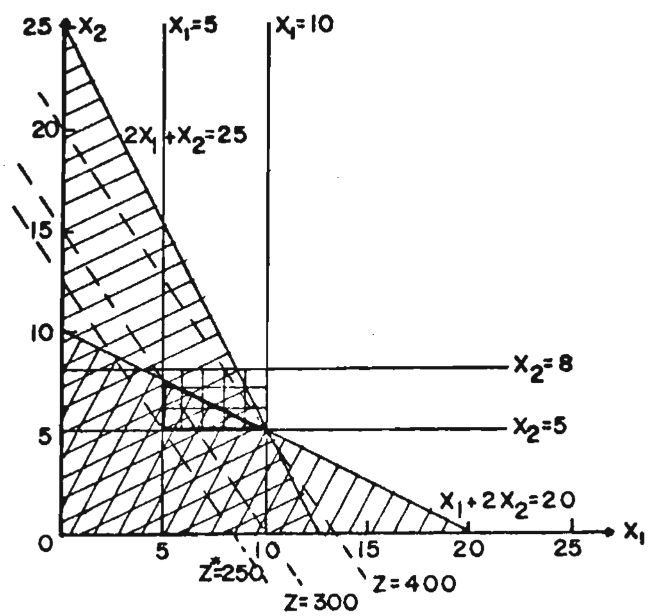

Fig. A-2. Minimización.

Se dá por descontado que los ejemplos gráficos aquí presentados - no cubren todas las posibilidades para este tipo de problemas, pero el lector interesado puede consultar por ejemplo a Swanson, en donde encontrará una descripción detallada de la solución gráfica y ejemplos complementarios.

A.1.- Teoría de solución de programas lineales.

Ya que el número de problemas que puede resolverse en forma gráfica es muy limitado por la restricción en el número de variables, se describirá a continuación como se resuelven los problemas que involucran más de dos variables.

En forma general, los problemas para más de dos variables se pueden expresar como sigue:

Problema de Maximización.

Forma estándar

Maximizar $Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$

sujeta a:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j = b_i$$

para $i = 1,2,\ldots,m$

$j = 1,2,\ldots,n$

con $X_j \geqq 0$

Forma canónica

Maximizar $Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$

sujeta a:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \leqq b_i$$

para $i = 1,2,\ldots,m$

$j = 1,2,\ldots,n$

con $X_j \geqq 0$

Problema de minimización.

Forma estándar

Minimizar $Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$

sujeta a:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j = b_i$$

para $i = 1,2,\ldots,m$

$j = 1,2,\ldots,n$

con $X_j \geqq 0$

Forma canónica

Minimizar $Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$

sujeta a:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \geqq b_i$$

para $i = 1,2,\ldots,m$

$j = 1,2,\ldots,n$

con $X_j \geqq 0$

Plantamiento de los problemas en programación lineal.

Paso 1.- Determinar la función matemática lineal que se desea optimizar y al mismo tiempo definir las variables de decisión del problema.

Paso 2.- Identificar todos los requerimientos y limitaciones estipuladas y expresarlos matemáticamente. Estos requerimientos constituyen las restricciones.

Paso 3.- Expresar todas aquellas condiciones ocultas. Tales condiciones no están estipuladas explícitamente en el problema, pero se hacen evidentes de la situación física del problema. Generalmente involucran requerimientos de no negatividad o de ser enteras para las variables de decisión.

Un programa lineal de la forma:

$$\begin{aligned}
&\text{Max } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \\
&\text{Sujeto a: } a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leqq b_1 \\
&\qquad\qquad a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leqq b_2 \\
&\qquad\qquad \vdots \\
&\qquad\qquad a_{m_1}x_1 + a_{m_2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leqq b_m \\
&\text{con } x_i \geqq 0
\end{aligned}$$

puede expresarse en forma matricial como:

Max $Z = C\cdot X$

Sujeto a $AX \leqq b$

con $X \geqq 0$

en su forma canónica.

O Max $Z = C\cdot X$

Sujeto a $AX = b$

con $X \geqq 0$

en su forma estándar.

en donde:

$C = |c_1, c_2, \dots, c_n|$

$$X = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{vmatrix} \qquad b = \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_m \end{vmatrix}$$

y

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ \vdots & & \\ a_{m1} & a_{m2} \dots & a_{mn} \end{vmatrix}$$

Definiciones básicas.
La función $Z : R^n \to R$
con $Z(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1x_1 \quad c_2x_2 + \dots + c_nx_n$
se conoce como <u>función objetivo.</u>

$C = |c_1, c_2, \dots, c_n|$ es el vector de costos.

$$X = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{vmatrix}$$ es el vector de variables de decisión.

$$b = \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{vmatrix}$$ es el vector de requerimientos.

Los sistemas:

$AX \leqq b$, $AX \geqq b$ o $AX = b$, se conocen como restricciones.

Un ejemplo de región factible es:

$$S = \{ x \varepsilon R^n \mid AX \leqq b \}$$

si $x \varepsilon S$, x se llama solución factible.

si $x \varepsilon S$ es una solución factible del programa:

Max $Z = C \cdot X$

S.a $AX \leqq b$

con $X \geqq 0$

Tal que para todo $x \varepsilon S$, $CX^* \geqq CX$ entonces

X^* es llamada solución óptima y

$Z^* = C \cdot X^*$ es el valor objetivo óptimo.

Manejo de restricciones de igualdad o de desigualdad.

a) Una desigualdad se puede reescribir como una igualdad usando - variables de holgura.

Ejemplo.- $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \leqq b$ se reescribe

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + x_4 = b$ con $X_4 \geqq 0$.

(X_4 variable de holgura).

Ejemplo.- $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \geqq b$ se reescribe

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + x_4 = b$ con $X_4 \geqq 0$.

(X_4 variable superflua).

b) Una desigualdad del tipo $\geqq$ se puede reescribir como del tipo $\leqq$ al multiplicar ambos miembros por (-1).

Ejemplo.- $a_1x_1 + a_2x_2 \geqq b$ se reescribe

$-a_1x_1 - a_2x_2 \leqq -b$.

c) Una ecuación se puede reescribir como dos desigualdades.

Ejemplo. $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = b$ se reescribe

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 \geq b$$
$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 \leq b$$

o

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 \geq b$$
$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 \geq -b$$

d) Si en un programa lineal la variable X_i no está restringida, - se puede reescribir como:

$x_i = u_i - v_i$ con $u_i \geq 0$ y $v_i \geq 0$.

Ejemplo.- Max $Z = 3\,x_1 + 10\,x_2 + 11\,x_3$

Sujeta a $x_1 + x_2 + x_3 \geq 8$

$2\,x_1 - x_2 - x_3 \geq 1$

con $x_1 \geq 0$, X_2 no restringida y $x_3 \geq 0$.

Si $x_2 = u - v$ con $u,v \geq 0$, el programa se reescribe:

Max $Z = 3\,x_1 + 10\,u - 10\,v + 11\,x_3$

S. a $x_1 + u - v + x_3 \geq 8$

$2\,x_1 - u + v - x_3 \geq 1$

con x_1, x_2, u, v, ≥ 0.

e) El mínimo de $Z = C \cdot X$ coincide con el negativo del mínimo de $W = (-C)\,X$, es decir si $Z = C \cdot X$; $W = (-C)\,X$

$\min Z = \min (C \cdot X) = -\min (W) = -\min (-C)X$

ya que si X^* es tal que:

$Z^* = C \cdot X^* \geq C \cdot X$ entonces $-C \cdot X^* \leq (-C)X$ o sea $W^* = (-C)X^* \leq (-C)X$ para todo X y además $Z^* = -W^*$.

Las posibilidades de solución son:

a) Unica.
b) Multiple.
c) No acotada.
d) No existe.

La región factible para todos los problemas es un conjunto convexo.

Pero ¿ que significa lo anterior?

Si $S \subset R^n$ se dice que S es un convexo si dados dos elementos del conjunto $x, y \in S$ el segmento de recta que los une pertenece al conjunto.

Es decir, si dados $x, y \in S$, implica que para todo $\alpha \in \{0,1\}$ $\alpha x + (1 - \alpha) y \in S$.

Ejemplos de conjuntos convexos.

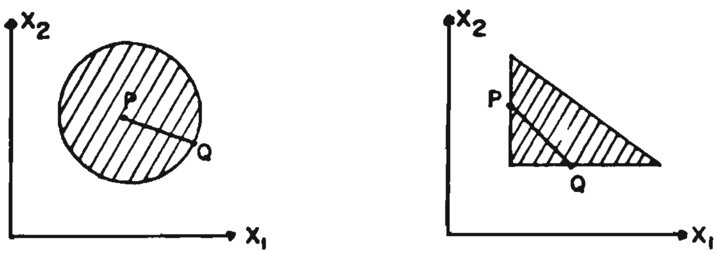

Fig. A-3.

Ejemplos de conjuntos no convexos.

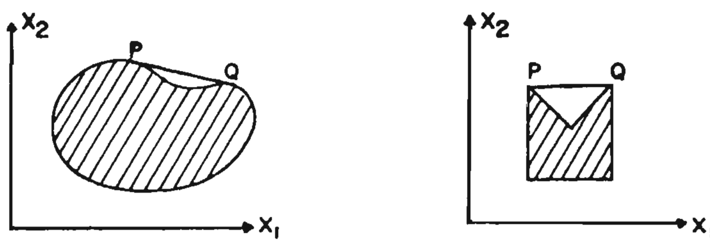

Fig. A-4.

Si $x, y \in R^n$ α número real y $\alpha \in \{0,1\}$ la combinación lineal $\alpha x + (1 - \alpha) y$ se conoce como combinación convexa de x,y.

En general, si $x_1, x_2, \ldots, x_r \varepsilon R^n$

$$\sum_{i=1}^{r} \alpha\, x_i \quad \text{con} \sum_{i=1}^{r} \alpha_i = 1$$

se llama combinación convexa de los vectores $x_1, x_2, \ldots, x_r$.

Definición.- Si S es un convexo, un punto extremo es un punto de S que no puede representarse como una combinación convexa de elementos de S distintos a él

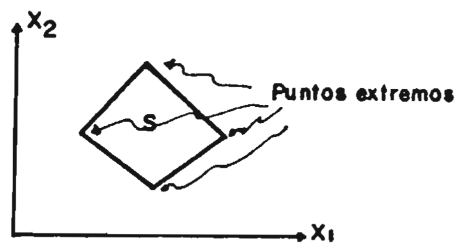

Fig. A-5.

Definición.- Cualquier vector en un conjunto convexo cerrado y acotado que tenga un número finito de puntos extremos, puede expresarse como una combinación convexa de los puntos extremos.

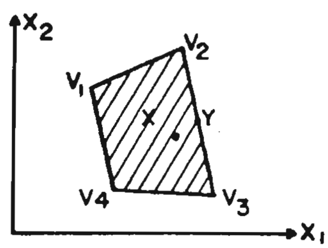

Fig. A-6.

X es una combinación convexa de V_4 y Y.

$X = \alpha V_4 + (1 - \alpha)\ Y$ con $\alpha \varepsilon \{0,1\}$

a su vez Y es una combinación convexa de V_2 y V_3.

por tanto $Y = \beta V_2 + (1 - \beta)\ V_3$ con $\beta \varepsilon \{0,1\}$

así que $X = \alpha V_4 + (1 - \alpha)\ \{\beta V_2 + (1 - \beta)\ V_3\}$

pero $\alpha + (1 - \alpha)\beta + (1 - \alpha)(1 - \beta) = \alpha + \beta - \alpha\beta + 1 - \alpha - \beta + \alpha\beta$

$= 1$

por tanto X es una combinación convexa de V_2, V_3 y V_4.

Definición.- El espacio solució de un conjunto de ecuaciones li-- neales simultaneas es un conjunto convexo con un número finito de pun-- tos extremos, o sea:

$\{X \varepsilon R^n \mid AX = b, A_{mxn}, b_{mx1}\}$ es un convexo con un número finito de puntos extremos.

Viendo ahora la utilidad de los puntos extremos en la busqueda de una solución (caso de región factible acotada).

Sea el problema Max $Z = C \cdot X$

$$\text{S. a } AX = b \quad \text{Convexo con un número finito de}$$
$$X \geqq 0 \quad \text{puntos extremos } V_1, V_2, \ldots, V_r$$

Si X está en la región factible, puede espresarse como

$$X = \lambda_1 V_1 + \lambda_2 V_2 + \ldots + \lambda_r V_r$$

con $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \ldots + \lambda_r = 1$, el problema original se reescribe:

$$\text{Max } Z = C(\lambda_1 V_1) + C(\lambda_2 V_2) + \ldots + C(\lambda_r V_r)$$
$$\text{con } \lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_r = 1$$
$$\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_r \varepsilon \{0,1\}$$

o lo que es lo mismo

$$\text{Max } Z = \lambda_1(CV_1) + \lambda_2(CV_2) + \ldots + \lambda_r(CV_r)$$
$$\text{S. a } \lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_r = 1$$
$$\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_r \varepsilon \{0,1\}$$

Si $C \cdot V_f$ es el valor máximo de los productos $CV_1, CV_2, \ldots, CV_r$ la solución óptima se logra con $\lambda_k = 1$ y las otras $\lambda_i = 0$ con

$$Z^* = C \cdot V_k$$

Por tanto si existe solución óptima al problema, ésta ocurre en - un punto extremo.

A.2.- Método Simplex.

Considerando el sistema: $AX = b$, $X \geqq 0$, A_{mxn}, X_{nx1}, b_{mx1} y suponiendo que Rango de A = m.

$A \rightarrow : R^n \rightarrow R^m$. Si Ran A = m A es sobreyectiva.

Si n>m existen (n-m) "variables libres" en la solución de AX = b.

La matriz A se puede particionar como:

$A = |B|\ N|$

donde B_{mxm} es invertible, $N_{mx(n-m)}$. El sistema original queda

$AX = b \quad |B \ | \ N|\ X = b$. Si partimos X como

$$X = \begin{vmatrix} X_b \\ X_n \end{vmatrix} \begin{matrix} \} \text{ m componentes,} \\ \} \text{ (m-n) componentes.} \end{matrix}$$

$AX = b$ equivale a $|B \ | \ N| \begin{vmatrix} X_b \\ X_n \end{vmatrix} = b$, es decir

$B\ X_b + N\ X_n = b$, si hacemos $X_n = 0$ entonces

$B\ X_b = b$ y por tanto $X_b = B^{-1}b$

Definición.- La solución

$$X = \begin{vmatrix} X_b \\ X_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_b \\ 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} \}\text{m componentes} \\ \}\text{n - m componentes} \end{matrix}$$

es llamada solución básica del sistema AX = b

$A: R^n \rightarrow R^m$ Rango A = m

Si además $X_b \geqq 0$, entonces $X = \begin{vmatrix} X_b \\ 0 \end{vmatrix}$ es una solución básica factible del sistema $AX = b$; $X \geqq 0$.

B es llamada matriz básica.

N matriz no-básica.

X_b vector de variables básicas y

X_n vector de variables no-básicas.

Si $X_b > 0$; $X = \begin{vmatrix} X_b \\ 0 \end{vmatrix}$ es una solución básica factible no degenerada.

Si X_b tiene al menos una componente cero

$X = \begin{vmatrix} X_b \\ 0 \end{vmatrix}$ es solución básica factible degenerada.

Ejemplo.- Sea K el conjunto definido por los $(X_1, X_2) \varepsilon R^2$ tal que

$X_1 + X_2 \leqq 6$

$X_2 \leqq 3$

$X_1, X_2 \geqq 0$

Agregando variables de holgura.

$X_1 + X_2 + X_3 \quad = 6$

$X_2 \quad + X_4 = 3$

con $X_1, X_2, X_3, X_4 \geqq 0$.

Las ecuaciones pueden reescribirse como:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 \\ 3 \end{vmatrix} \qquad X_1, X_2, X_3, X_4 \geqq 0$$

Soluciones básicas.- Su número está dado por

$$L = \frac{n!}{m!\ (n - m)!}$$

que es el número de combinaciones que pueden lograrse con los n vecto-- res columna de A tomándolos de m en m.

Para este ejemplo:

$$L = \frac{4!}{2!\ (4-2)!} = \frac{24}{2(2)} = 6.$$

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = |a_1, a_2, a_3, a_4|$$

1a. Solución básica.

$$B = |a_1, a_2| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \qquad b = \begin{vmatrix} 6 \\ 3 \end{vmatrix}$$

$$X_b = \begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \end{vmatrix} \quad X_n = \begin{vmatrix} X_3 \\ X_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$X_b = B^{-1}b = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 6 \\ 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 \\ 3 \end{vmatrix}$$

Solución básica: $\begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$

esta solución es básica factible no degenerada.

2a. Solución básica.

$$B = |a_1, a_3| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \qquad b = \begin{vmatrix} 6 \\ 3 \end{vmatrix}$$

$$X_b = \begin{vmatrix} X_1 \\ X_3 \end{vmatrix} \quad X_n = \begin{vmatrix} X_2 \\ X_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$X_b = B^{-1}b$; como B es singular, no existe su inversa y por tanto ésta no es una solución básica.

3a. Solución básica.

$$B = |a_1, a_4| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \qquad b = \begin{vmatrix} 6 \\ 3 \end{vmatrix}$$

$$X_b = \begin{vmatrix} X_1 \\ X_4 \end{vmatrix} \quad X_n = \begin{vmatrix} X_2 \\ X_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$X_b = B^{-1}b = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 6 \\ 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 \\ 3 \end{vmatrix}$$

Solución básica: $\begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{vmatrix}$

Esta solución es básica factible no degenerada.

4a. Solución básica.

$$B = |a_2,\ a_3| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \qquad b = \begin{vmatrix} 6 \\ 3 \end{vmatrix}$$

$$X_b = \begin{vmatrix} X_2 \\ X_3 \end{vmatrix} \quad X_n = \begin{vmatrix} X_1 \\ X_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$X_b = B^{-1}b = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 6 \\ 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 \\ 3 \end{vmatrix}$$

Solución básica: $\begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \\ 0 \end{vmatrix}$

Esta solución es básica factible no degenerada.

5a. Solución básica.

$$B = |a_2,\ a_4| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \qquad b = \begin{vmatrix} 6 \\ 3 \end{vmatrix}$$

$$X_b = \begin{vmatrix} X_2 \\ X_4 \end{vmatrix} \quad X_n = \begin{vmatrix} X_1 \\ X_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$X_b = B^{-1}b = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 6 \\ 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 \\ -3 \end{vmatrix}$$

Solución básica: $\begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \\ -3 \end{vmatrix}$

Esta solución es básica no factible. ($X_4 = -3 < 0$).

6a. Solución básica.

$$B = |a_3,\ a_4| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \qquad b = \begin{vmatrix} 6 \\ 3 \end{vmatrix}$$

$$X_b = \begin{vmatrix} X_3 \\ X_4 \end{vmatrix} \qquad X_n = \begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$X_b = B^{-1}b = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 6 \\ 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 \\ 3 \end{vmatrix}$$

Solución básica: $\begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \end{vmatrix}$

Esta solución es básica factible no degenerada.

Puede observarse que los puntos (X_1, X_2) de las soluciones básicas factibles corresponden con los puntos extremos de la región factible.

Para cualquier problema de programación lineal del tipo

Max o Min $Z = C \cdot X$

Sujeto a $AX = b$

$X \geqq 0$

Un punto x es un punto extremo de la región factible si y solo si x es solución factible básica del sistema $AX = b$.

La función objetivo logra su óptimo en un punto extremo de la región factible siempre que dicho óptimo exista.

Método Simplex. Resúmen.

Suponiendo que se tiene:

Máximizar $Z = C \cdot X$

S. a $AX = b$

$X \geqq 0$

A_{mxn} X_{nx1} b_{mx1}

con Ran A = m si A = $|B|N|$ con B_{mxm} invertible $N_{m\ x\ (n-m)}$

el sistema original es:

$$B\ X_b + N\ X_n = b$$

si se particiona el vector C como $C = C_b + C_n$

si $X = \begin{vmatrix} X_b \\ 0 \end{vmatrix}$ es solución básica factible, la función objetivo vale

$$Z_0 = C \cdot X = \begin{vmatrix} C_b & C_n \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_b \\ 0 \end{vmatrix} = C_b\ X_b$$

$$Z_0 = C_b\ X_b \text{ pero } X_b = B^{-1}b$$

$$\text{por tanto } Z = C_b\ B^{-1}b \qquad (\ 1\ )$$

si X fuera una solución factible cualquiera.

$$X = \begin{vmatrix} X_b \\ X_n \end{vmatrix} \text{ con } X_b \geqq 0,\ X_n \geqq 0$$

entonces la relación $B\ X_b + N\ X_n = b$ se podría reescribir como:

$$X_b = B^{-1}b - B^{-1}NX_n \qquad (\ 2\ )$$

con $N_{m\ x\ (n-m)}$; $N = |a_j|$

con "j" índice asociado a variables no básicas. Si $j\varepsilon S$ (S es el con-- junto de índices no básicos), entonces la ecuación (2) queda

$$X_b = B^{-1}b - \sum_{j\varepsilon S}(B^{-1}a_j)\ X_j \qquad (\ 3\ )$$

entonces el valor de la función objetivo asociado con la solución generica $X = \begin{vmatrix} X_b \\ X_n \end{vmatrix}$, $X_b \geqq 0$, $X_n \geqq 0$ es:

$$Z = C \cdot X$$

$$Z = C_b\ X_b + C_n\ X_n \text{ , sustituyendo en (3)}$$

se tiene $Z = C_b\ |\ B^{-1}b - \sum_{j\varepsilon S}(B^{-1}a_j)\ X_j| + C_n\ X_n$

$$Z = C_b\ |\ B^{-1}b - \sum_{j\varepsilon S}(B^{-1}a_j)\ X_j| + \sum_{j\varepsilon S} C_j\ X_j$$

$$Z = C_b B^{-1}b - \sum_{j\varepsilon S}|C_b B^{-1}a_j - C_j|X_j$$

pero $C_b B^{-1}b = Z_0$ de (1), entonces:

$$Z = Z_0 - \sum_{j\varepsilon S}(Z_j - C_j)\ X_j$$

con $\sum_{j\varepsilon S} Z_j = C_b B^{-1}a_j$.

Si $X_j = 0$ estamos en el punto extremo original, si ahora $(Z_j - C_j) < 0$ para algún $j \varepsilon S$ la variable X_j puede hacerse que tome valores positivos (deja de ser no básica) con lo cual la función objetivo mejora.

Si para todo $j \varepsilon S$ índice no básico ocurre $(Z_j - C_j) \geqq 0$ ninguna variable no básica deja de ser cero (la función objetivo empeoraría), en ese caso $X = \begin{vmatrix} X_b \\ 0 \end{vmatrix}$ es la solución óptima.

Resúmen.

1) El método inicia con una solución básica factible.

2) Se calcula B^{-1}, C_b (vector de costos básicos) y el producto $Z_j - C_j = C_b B^{-1} a_j - C_j$ para los índices j no básicos.

3) Si todos los valores $(Z_j - C_j)$ son positivos la solución propuesta es óptima. Si existe $(Z_k - C_k) < 0$ se usa el siguiente criterio:

Entra la variable no básica X_k que tenga el mayor valor absoluto para $(Z_k - C_k)$. Esto es debido a que es la que contribuye más a mejorar el valor de la función objetivo.

Sale la variable básica X_{br} que cumpla con

$$\frac{b_r}{Y_{kr}} = \min \left\{ \frac{b_i}{Y_{ki}} \mid Y_{ki} > 0 \right\}$$

para $r = 1, 2, \ldots, m$.

k el índice de la variable que entra.

para $i = 1, 2, \ldots, m$.

donde $Y_k = B^{-1} a_k$

Se elige éste porque es el que menos contribuye a la función objetivo.

Si X_k variable no básica con $Y_k = B^{-1} a_k \leqq 0$ se tiene una solución no acotada $\text{Max } Z = \infty$.

A.3.- Método Simplex en forma de tableau.

El problema Max $Z = C \cdot X$

Sujeta a $AX = b$ donde $A = |B|N|$

con $X \geq 0$

se puede representar en el tableau siguiente:

	Z	X_b	X_n	Lado derecho	
		0,0,0,0,0	$C_b B^{-1} N - C_n$	$C_b B^{-1} b$	Fila objetivo
X_b		I	$B^{-1} N$	$B^{-1} b$	

o en forma desarrollada:

	Z	X_{b_1}	X_{b_2}	...	X_{bm}	X_{n_1}	X_{n_2}	...	X_{np}	Lado de
	1	0	0	...	0	$Z_{n_1} - C_{n_1}$	$Z_{n_2} - C_{n_2}$		$Z_{np} - C_{np}$	$C_b B^{-1} b$
X_{b_1}		1	0		0	$Y_{n_1} = B^{-1} a_1$	$Y_{n_2} = B^{-1} a_2$	...	$Y_{np} = B^{-1} a_p$	$B^{-1} b$
X_{b_2}		0	1		0					
$\vdots$ X_{bm}		0	0		1					

En general:

$Y_{nj} = B^{-1} a_j$

donde: X_b = Variables básicas.

X_n = Variables no básicas.

$Z_j - C_j$ = Costos reducidos asociados a las variables no básicas.

$A = | B|N | = | B | a_{n_1}, a_{n_2}, \ldots, a_{np}|$

Procedimiento par la solución de un programa lineal por el método Simplex en forma de tableau:

0) Para iniciar la solución del problema habrá que contar con una matriz identidad, en caso de no tenerse habrá que reducir la matriz A.

1) Si $Z_j - C_j > 0$ para todo índice no básico, la solución es óptima.

2) Se elige una variable no básica X_{nk} con $Z_{nk} - C_k < 0$ (la columna correspondiente es la columna de trabajo o columna pivote). Si más de alguna variable no básica tiene $Z_{nk} - C_k < 0$ se elige la de mayor valor absoluto, porque será el que mejore más la función objetivo, ésta será la variable no básica que entra.

3) Si todas las entradas de la columna de trabajo son negativas o cero, se tendrá una solución no acotada.

4) Se divide cada entrada del vector del lado derecho a excepción del elemento de la primera fila (fila objetivo) entre la correspondiente entrada de la columna de trabajo, siempre que la entrada de la columna de trabajo sea positiva. El elemento de la columna de trabajo que dé el cociente mínimo será el elemento pivote y el renglón en el que está colocado es el del índice básico que sale.

5) Se pivotea en el elemento pivote y se regresa al paso 1 hasta que todos los valores del renglón de la función objetivo sean positivos o cero.

Los problemas de minimización se resuelven exactamente en la misma forma, sólo se modifica el criterio de selección de la columna pivote; será aquella donde $Z_j - C_j > 0$ sea el mayor.

Se ha dejado de considerar las llamadas variables artificiales, que se agregan cuando se tienen condiciones de igualdad o de desigualdad mayor que, pero con los elementos que se han visto no habrá necesidad de utilizar tal tipo de variables, ya que siempre se partirá de una solución básica factible.

Apéndice B.- LISTADOS CON LA SOLUCION DE LOS PROBLEMAS.

EL COLEGIO DE MEXICO

UNIDAD DE COMPUTO

2.1.- Compra de materias primas.

PROGRAMACION LINEAL - METODO SIMPLEX

DATOS DEL PROBLEMA

NO. DE RESTRICCIONES	12
NO. DE VARIABLES DECISIONALES	14
NO. DE VARIABLES DE HOLGURA SUMADAS	1
NO. DE VARIABLES ARTIFICIALES (CONDICION =)	3
NO. DE VARS. ARTIFICIALES (CONDICION MAYOR O IGUAL)	8
NO. DE VARIABLES DE HOLGURA RESTADAS	8
NO. TOTAL DE VARIABLES	34

VECTOR C

-235.0000	-235.0000	-110.0000	-80.00000	-60.00000	-80.00000	-75.50000	-95.00000
-100.0000	-61.90000	-8.365000	-434.0000	-32.81900	-30.22200	0.0000000	-99999.00
-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00
-99999.00	-99999.00	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000
0.0000000	0.0000000						

VECTOR B

7.000000	12.00000	0.2000000	45.00000	60.00000	70.00000	6.000000	10.00000
15.00000	10.00000	0.3000000	15.00000				

TABLA 1

			-0.24E+03	-0.24E+03	-0.14E+03	-80.	-80.	-80.	-76.	-95.
0.00	15	7.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	16	12.	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	17	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	18	45.	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	19	60.	0.00	0.00	0.00	1.0	1.0	1.0	0.00	0.00
-0.10E+06	20	70.	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	21	6.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	22	10.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	1.0
-0.10E+06	23	15.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	24	10.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	25	0.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	26	15.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
		-0.2433E+08	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.20E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06

CONT. DE LA TABLA 1

-0.10E+03	-62.	-6.4	-0.43E+03	-33.	-30.	0.00	-0.10E+06
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	1.0	0.00	0.00
-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	0.00	0.00

CONT. DE LA TABLA 1

-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

CONT. DE LA TABLA 1

-0.10E+06	-0.10E+06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06

CONT. DE LA TABLA 1

0.00	0.00	
0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	45.
0.00	0.00	60.
0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	-1.0
-1.0	0.00	-1.0
0.00	-1.0	-1.0
0.10E+06	0.10E+06	

TABLA 12

			-0.24E+03	-0.24E+03	-0.14E+03	-80.	-80.	-80.	-76.	-95.
0.00	15	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.24E+03	1	12.	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.24E+03	2	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-80.	4	45.	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
-80.	5	15.	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	1.0	0.00	0.00
-0.14E+03	3	70.	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
[illegible]	9	6.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-76.	7	10.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	1.0
-62.	10	15.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-6.4	11	10.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.43E+03	[illegible]	0.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
[illegible]	[illegible]	15.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.00	[illegible]	[illegible]	0.00

CONT. DE LA TABLA 12

-0.10E+03	-62.	-8.4	-0.43E+03	-33.	-30.	0.00	-0.10E+06
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	1.0	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	2.0	0.00	0.00	0.10E+06

CONT. DE LA TABLA 12

-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06
0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	-1.0	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06

CONT. DE LA TABLA 12

-0.10E+06	-0.10E+06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.10E+06	0.10E+06	80.	0.14E+03	0.10E+03	76.	62.	8.4

2.1.1.- Solución.

```
0.00        0.00
0.00        0.00
0.00        0.00
0.00        0.00
0.00        0.00
0.00        0.00
0.00        0.00
0.00        0.00
0.00        0.00
0.00        0.00
0.00        0.00
-1.0        0.00
0.00        -1.0
0.43E+03     30.
```

```
*****************************************************************************
*
*   PROBLEMA NUM.
*
*                      S O L U C I O N   O P T I M A
*                      -----------------------------
*
*                    VARIABLE  BASICA             VALOR
*                    ----------------             -----
*
*                        X(15)  =                    1.000
*                        X( 1)  =                   12.000
*                        X( 2)  =                    9.000
*                        X( 4)  =                   45.000
*                        X( 5)  =                   15.000
*                        X( 3)  =                   70.000
*                        X( 9)  =                    6.000
*                        X( 7)  =                   10.000
*                        X(10)  =                   15.000
*                        X(11)  =                   10.000
*                        X(12)  =                    0.300
*                        X(14)  =                   15.000
*
*                   LAS  DEMAS  VARIABLES   X(J)  =  0.0
*                   ------------------------------------
*
*                    CON  FUNCION  OBJETIVO  OPTIMIZADA
*
*                         F(X)  =   -0.2037088E+05
*
*****************************************************************************
```

EXISTEN SOLUCIONES MULTIPLES

2.2.- Producción.

E L   C O L E G I O   D E   M E X I C O

UNIDAD DE COMPUTO

PROGRAMACION LINEAL - METODO SIMPLEX

DATOS DEL PROBLEMA

NO. DE RESTRICCIONES	7
NO. DE VARIABLES DECISIONALES	9
NO. DE VARIABLES DE HOLGURA SUMADAS	0
NO. DE VARIABLES ARTIFICIALES (CONDICION =)	6
NO. DE VARS. ARTIFICIALES (CONDICION MAYOR O IGUAL)	1
NO. DE VARIABLES DE HOLGURA RESTADAS	1
NO. TOTAL DE VARIABLES	17

VECTOR C

-75.50000	-61.90000	-8.385000	-434.0000	0.0000000	-235.0000	-140.0000	-80.00000
-100.0000	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00
0.0000000							

VECTOR B

1000.000	67.00000	100.0000	67.00000	2.000000	164.0000	204.0000

TABLA 1

			-76.	-62.	-6.4	-0.43E+03	0.00	-0.24E+03	-0.14E+03	-80.
-0.10E+06	10	0.10E+04	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-0.10E+06	11	67.	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	12	0.10E+03	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	13	67.	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	14	2.0	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	15	0.10E+03	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	16	0.20E+03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.16	0.36	0.20
		-0.160E+09	-0.26E+05	-0.20E+06	-0.20E+06	-0.20E+06	-0.20E+06	-0.12E+06	-0.14E+06	-0.12E+06

CONT. DE LA TABLA 1

-0.10E+03	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06
1.0	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00
0.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00
0.37	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0
-0.11E+06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

CONT. DE LA TABLA 1

0.00	
0.00	0.10E+04
0.00	-1.0
0.00	-1.0
0.00	-1.0
0.00	-1.0
0.00	0.16E+03
-1.0	-1.0
0.10E+06	

TABLA 10

			-76.	-62.	-8.4	-0.43E+03	0.00	-0.24E+03	-0.14E+03	-80.
-80.	8	94.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.1	-0.11	1.0
-76.	1	67.	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-62.	2	0.10E+03	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-8.4	3	67.	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.43E+03	4	2.0	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	5	0.16E+03	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
-0.10E+03	9	0.51E+03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.12	1.1	0.00
		-0.7080E+05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.16E+03	38.	0.00

CONT. DE LA TABLA 10

-0.10E+03	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06
0.00	2.2	-2.2	-2.2	-2.2	-2.2	-2.2	-6.0
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00
1.0	-1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	6.0
0.00	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06

CONT. DE LA TABLA 10

0.00
6.0
0.00
0.00
0.00
0.00
0.00
-6.0
0.12E+03

2.2.1.- Solución.

```
PROBLEMA NUM.

              S O L U C I O N   O P T I M A
              -----------------------------

            VARIABLE BASICA            VALOR
            ---------------            -----

                X( 8)  =              93.976
                X( 1)  =              67.000
                X( 2)  =             100.000
                X( 3)  =              67.000
                X( 4)  =               2.000
                X( 5)  =             164.000
                X( 9)  =             506.024

           LAS DEMAS VARIABLES   X(J)  =  0.0
           ------------------------------------

            CON FUNCION OBJETIVO OPTIMIZADA

                F(X)  =   -0.7079878E+05
```

2.3.- Venta del producto elaborado.

```
***************************************************************************
*                                                                         *
*              E L   C O L E G I O   D E   M E X I C O                    *
*                                                                         *
*                                                                         *
*                                                                         *
*                                                                         *
*                        UNIDAD  DE  COMPUTO                              *
*                                                                         *
*                                                                         *
*                                                                         *
*                                                                         *
***************************************************************************
```

PROGRAMACION LINEAL - METODO SIMPLEX

DATOS DEL PROBLEMA

NO. DE RESTRICCIONES	7
NO. DE VARIABLES DECISIONALES	6
NO. DE VARIABLES DE HOLGURA SUMADAS	7
NO. DE VARIABLES ARTIFICIALES (CONDICION =)	0
NO. DE VARS. ARTIFICIALES (CONDICION MAYOR O IGUAL)	0
NO. DE VARIABLES DE HOLGURA RESTADAS	0
NO. TOTAL DE VARIABLES	13

VECTOR C

7800.000	3810.000	3810.000	5000.000	3810.000	3080.000	0.0000000	0.0000000
0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000			

VECTOR B

150.0000	50.00000	200.0000	150.0000	150.0000	50.00000	100.0000

TAPLA 1

			0.78E+04	0.38E+04	0.38E+04	0.50E+04	0.38E+04	0.31E+04	0.00	0.00
0.00	7	0.15E+03	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.00
0.00	8	50.	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0
0.00	9	0.20E+03	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	10	0.15E+03	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	11	0.15E+03	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	12	50.	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	13	0.10E+03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00
		0.0000E+00	-0.78E+04	-0.38E+04	-0.38E+04	-0.50E+04	-0.38E+04	-0.31E+04	0.00	0.00

CONT. DE LA TABLA 1

0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.15E+03
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	50.
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	-1.0
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	-1.0
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	

INDICE NO BASICO QUE ENTRA 1

INDICE BASICO QUE SALE 6

TABLA 2

			0.78E+04	0.38E+04	0.38E+04	0.50E+04	0.38E+04	0.31E+04	0.00	0.00
0.00	7	0.10E+03	0.00	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	-1.0
0.78E+04	1	50.	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0
0.00	9	0.20E+03	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	10	0.15E+03	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	11	0.15E+03	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	12	50.	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	13	0.10E+03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00
		0.3900E+06	0.00	-0.38E+04	-0.38E+04	-0.50E+04	-0.38E+04	-0.31E+04	0.00	0.78E+04

CONT. DE LA TABLA 2

0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.00	0.00	0.10E+03

0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.15E+03
0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	-1.0
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	-1.0
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	

INDICE NO BASICO QUE ENTRA 4

INDICE BASICO QUE SALE 7

TABLA 3

			0.78E+04	0.38E+04	0.38E+04	0.50E+04	0.38E+04	0.31E+04	0.00	0.00
0.50E+04	4	0.10E+03	0.00	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	-1.0
0.78E+04	1	50.	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0
0.00	9	0.20E+03	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	10	0.15E+03	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	11	50.	0.00	-1.0	-1.0	0.00	-1.0	-1.0	-1.0	1.0
0.00	12	50.	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	13	0.10E+03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00
		[illegible]	0.00	0.12E+04	0.12E+04	0.00	0.12E+04	0.19E+04	0.50E+04	0.28E+04

CONT. DE LA TABLA 3

0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.0	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

2.3.1.- Solución.

```
PROBLEMA NUM.

                S O L U C I O N   O P T I M A
                -----------------------------

          VARIABLE  BASICA              VALOR
          ----------------              -----

              X( 4)  =                 100.000
              X( 1)  =                  50.000
              X( 9)  =                 200.000
              X(10)  =                 150.000
              X(11)  =                  50.000
              X(12)  =                  50.000
              X(13)  =                 100.000

         LAS  DEMAS  VARIABLES   X(J)  =  0.0
         ------------------------------------

           CON  FUNCION  OBJETIVO  OPTIMIZADA

                F(X)  =     0.8900000E+06
```

E L   C O L E G I O   D E   M E X I C O

UNIDAD DE COMPUTO

PROGRAMACION LINEAL - METODO SIMPLEX

DATOS DEL PROBLEMA

NO. DE RESTRICCIONES	12
NO. DE VARIABLES DECISIONALES	14
NO. DE VARIABLES DE HOLGURA SUMADAS	1
NO. DE VARIABLES ARTIFICIALES (CONDICION =)	3
NO. DE VARS. ARTIFICIALES (CONDICION MAYOR O IGUAL)	8
NO. DE VARIABLES DE HOLGURA RESTADAS	8
NO. TOTAL DE VARIABLES	34

VECTOR C

-235.0000	-235.0000	-140.0000	-60.00000	-80.00000	-80.00000	-75.50000	-95.00000
-100.0000	-61.90000	-8.385000	-434.0000	-32.81900	-30.22200	0.0000000	-99999.00
-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00
-99999.00	-99999.00	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000
0.0000000	0.0000000						

VECTOR B

7.000000	48.00000	0.0000000	45.00000	240.0000	70.00000	24.00000	40.00000
60.00000	40.00000	1.200000	60.00000				

3.1.- Compra de materias primas.

TABLA 1

			-0.24E+03	-0.24E+03	-0.14E+03	-80.	-80.	-80.	-76.	-95.
0.00	15	7.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	16	48.	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	17	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	18	45.	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	19	0.24E+03	0.00	0.00	0.00	1.0	1.0	1.0	0.00	0.00
-0.10E+06	20	70.	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	21	24.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	22	40.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	1.0
-0.10E+06	23	60.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	24	40.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	25	1.2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	26	60.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
		-0.6282E+08	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.20E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06

CONT. DE LA TABLA 1

-0.10E+03	-62.	-[illegible].4	-0.43E+03	-33.	-30.	0.00	-0.10E+06
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	1.0	0.00	0.00
-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	0.00	0.00

CONT. DE LA TABLA 1

-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

CONT. DE LA TABLA 1

-0.10E+06	-0.10E+06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06

CONT. DE LA TABLA 1

0.00	0.00	
0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	45.
0.00	0.00	0.24E+03
0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	-1.0
-1.0	0.00	-1.0
0.00	-1.0	-1.0
0.10E+06	0.10E+06	

TABLA 12

			-0.24E+03	-0.24E+03	-0.14E+03	-80.	-80.	-80.	-76.	-95.
-0.10E+03	9	7.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.24E+03	1	48.	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.24E+03	2	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-80.	4	45.	0.00	0.00	0.00	01.0	0.00	0.00	0.00	0.00
-80.	5	0.20E+03	0.00	0.00	0.00	0'.00	1.0	1.0	0.00	0.00
-0.14E+03	3	70.	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	21	17.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-76.	7	40.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	1.0
-62.	10	60.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-8.4	11	40.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.43E+03	12	1.2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
[illegible]	13	[illegible]	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

CONT. DE LA TABLA 12

-0.10E+03	-62.	-6.4	-0.43E+03	-33.	-30.	0.00	-0.10E+06
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	1.0	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	2.6	0.00	0.10E+06	0.10E+06

CONT. DE LA TABLA 12

-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	-1.0	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.00	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06

CONT. DE LA TABLA 12

-0.10E+06	-0.10E+06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.10E+06	0.10E+06	80.	0.14E+03	0.10E+06	76.	62.	8.4

CONT. DE LA TABLA 12

0.00	0.00
0.00	0.00
0.00	0.00
0.00	0.00
0.00	0.00
0.00	0.00
0.00	0.00
0.00	0.00
0.00	0.00
0.00	0.00
0.00	0.00
-1.0	0.00
0.00	-1.0
0.43E+03	36.

NO EXISTE SOLUCION

E L   C O L E G I O   D E   M E X I C O

UNIDAD DE COMPUTO

3.1.- Compra de materias primas.

PROGRAMACION LINEAL - METODO SIMPLEX

DATOS DEL PROBLEMA

NO. DE RESTRICCIONES	12
NO. DE VARIABLES DECISIONALES	15
NO. DE VARIABLES DE HOLGURA SUMADAS	1
NO. DE VARIABLES ARTIFICIALES (CONDICION =)	3
NO. DE VARS. ARTIFICIALES (CONDICION MAYOR O IGUAL)	8
NO. DE VARIABLES DE HOLGURA RESTADAS	8
NO. TOTAL DE VARIABLES	35

VECTOR C

-235.0000	-235.0000	-140.0000	-80.00000	-80.00000	-80.00000	-75.50000	-95.00000
-100.0000	-61.90000	-8.385000	-434.0000	-32.81900	-30.22200	-100.0000	0.0000000
-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00
-99999.00	-99999.00	-99999.00	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000
0.0000000	0.0000000	0.0000000					

VECTOR B

7.000000	48.00000	0.0000000	45.00000	240.0000	70.00000	24.00000	40.00000
60.00000	40.00000	1.200000	60.00000				

TABLA 1

			-0.24E+03	-0.24E+03	-0.14E+03	-80.	-80.	-80.	-76.	-95.
0.00	16	7.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	17	48.	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	18	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	19	45.	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	20	0.24E+03	0.00	0.00	0.00	1.0	1.0	1.0	0.00	0.00
-0.10E+06	21	70.	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	22	24.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	23	40.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	1.0
-0.10E+06	24	60.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	25	40.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	26	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	27	60.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
		-0.6262E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.20E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06

CONT. DE LA TABLA 1

-0.10E+03	-62.	-6.4	-0.43E+03	-33.	-33.	-0.10E+03	0.00
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	1.0	0.00	0.00
-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	0.00

CONT. DE LA TABLA 1

-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

CONT. DE LA TABLA 1

-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06

CONT. DE LA TABLA 1

0.00	0.00	0.00	
0.00	0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	0.00	45.
0.00	0.00	0.00	0.24E+03
0.00	0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	0.00	-1.0
-1.0	0.00	0.00	-1.0
0.00	-1.0	0.00	-1.0
0.00	0.00	-1.0	-1.0
0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	

TABLA 13

			-0.24E+03	-0.24E+03	-0.14E+03	-80.	-60.	-60.	-76.	-95.
-0.10E+03	9	7.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.24E+03	1	46.	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.24E+03	2	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-50.	4	45.	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
-80.	5	0.20E+03	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	1.0	0.00	0.00
-0.14E+03	3	70.	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.13E+03	15	17.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-76.	7	40.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	1.0
-82.	13	60.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-5.4	11	40.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.43E+03	12	1.2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-30.	14	60.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
		-0.5208E+05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	20.

CONT. DE LA TABLA 13

-0.13E+03	-82.	-5.4	-0.43E+03	-33.	-30.	-0.10E+03	0.00
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	-1.0
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00

0.00	0.00	0.00	0.00	2.0	0.00	0.00	0.00

CONT. DE LA TABLA 13

-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	-1.0	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06

CONT. DE LA TABLA 13

-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	80.	0.14E+03	0.10E+03	76.	62.

CONT. DE LA TABLA 13

0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00
-1.0	0.00	0.00
0.00	-1.0	0.00
[illegible]	[illegible]	-1.0
[illegible]	[illegible]E+03	[illegible]

3.1.1.- Solución.

```
PROBLEMA NUM.

                SOLUCION  OPTIMA
                ----------------------

          VARIABLE  BASICA            VALOR
          ----------------            -----

             X( 9)  =                 97.000
             X( 1)  =                 48.000
             X( 2)  =                  0.000
             X( 4)  =                 15.000
             X( 5)  =                195.000
             X( 3)  =                 70.000
             X(15)  =                 17.000
             X( 7)  =                 40.000
             X(10)  =                 60.000
             X(11)  =                 40.000
             X(12)  =                  1.200
             X(14)  =                 60.000

          LAS  DEMAS  VARIABLES   X(J)  =  0.0
          ------------------------------------

          CON  FUNCION  OBJETIVO  OPTIMIZADA

              F(X)  =   -0.5206352E+05

EXISTEN  SOLUCIONES  MULTIPLES
------------------------------
```

3.2.- Produción.

3.2.1.- Aumento del 3% en la calidad.

EL COLEGIO DE MEXICO

UNIDAD DE COMPUTO

PROGRAMACION LINEAL - METODO SIMPLEX

DATOS DEL PROBLEMA

NO. DE RESTRICCIONES	7
NO. DE VARIABLES DECISIONALES	9
NO. DE VARIABLES DE HOLGURA SUMADAS	6
NO. DE VARIABLES ARTIFICIALES (CONDICION =)	0
NO. DE VARS. ARTIFICIALES (CONDICION MAYOR O IGUAL)	1
NO. DE VARIABLES DE HOLGURA RESTADAS	1
NO. TOTAL DE VARIABLES	17

VECTOR C

-75.50000	-61.90000	-8.385000	-434.0000	0.0000000	-235.0000	-140.0000	-60.00000
-100.0000	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00
0.0000000							

VECTOR B

1000.000	67.00000	100.0000	67.00000	2.000000	164.0000	222.0000

TABLA 1

			-76.	-62.	-8.4	-0.43E+03	0.00	-0.24E+03	-0.14E+03	-80.
-0.10E+06	10	0.10E+04	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-0.10E+06	11	67.	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	12	0.10E+03	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	13	67.	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	14	2.0	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	15	0.16E+03	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	16	0.22E+03	0.00	0.00	0.00	0.07	0.00	0.16	0.38	0.20
		-0.1622E+09	-0.20E+06	-0.20E+06	-0.20E+06	-0.20E+06	-0.20E+06	-0.12E+06	-0.14E+06	-0.12E+06

CONT. DE LA TABLA 1

-0.10E+03	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06
1.0	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00
0.37	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0
-0.14E+06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

CONT. DE LA TABLA 1

0.00	
0.00	0.10E+04
0.00	-1.0
0.00	-1.0
0.00	-1.0
0.00	-1.0
0.00	0.16E+03
-1.0	-1.0
0.10E+06	

TABLA 10

			-76.	-62.	-8.4	-0.43E+03	0.00	-0.24E+03	-0.14E+03	-80.
-0.10E+03	9	0.47E+03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	11.	0.00	10.
-76.	1	67.	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-62.	2	0.10E+03	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-8.4	3	67.	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.43E+03	1	2.0	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	5	0.15E+03	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
-0.14E+03	7	0.13E+03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-10.	1.0	-9.2
		-0.78C1E+05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.55E+03	0.00	0.35E+03

CONT. DE LA TABLA 10

-0.10E+03	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06
1.0	21.	-21.	-21.	-21.	-21.	-21.	-56.
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00
0.00	-20.	20.	20.	20.	20.	20.	56.
0.00	0.10E+06	0.99E+05	0.99E+05	0.99E+05	0.99E+05	0.99E+05	0.98E+05

CONT. DE LA TABLA 10

3.2.1.1.- Solución.

```
PROBLEMA NUM.

S O L U C I O N   O P T I M A
-----------------------------

VARIABLE BASICA              VALOR
---------------              -----

    X( 9)  =                466.667
    X( 1)  =                 67.000
    X( 2)  =                100.000
    X( 3)  =                 67.000
    X( 4)  =                  2.000
    X( 5)  =                163.000
    X( 7)  =                133.333

LAS DEMAS VARIABLES   X(J)  =  0.0
----------------------------------

CON FUNCION OBJETIVO OPTIMIZADA

F(X)  =   -0.7861163E+05
```

3.2.2.- Disminución del 3% en la calidad.

```
*********************************************************************
*                                                                   *
*        E L   C O L E G I O   D E   M E X I C O                    *
*                                                                   *
*                                                                   *
*                                                                   *
*                                                                   *
*                       UNIDAD DE COMPUTO                           *
*                                                                   *
*                                                                   *
*                                                                   *
*                                                                   *
*********************************************************************
```

PROGRAMACION LINEAL - METODO SIMPLEX

DATOS DEL PROBLEMA

NO. DE RESTRICCIONES	7
NO. DE VARIABLES DECISIONALES	9
NO. DE VARIABLES DE HOLGURA SUMADAS	0
NO. DE VARIABLES ARTIFICIALES (CONDICION =)	6
NO. DE VARS. ARTIFICIALES (CONDICION MAYOR O IGUAL)	1
NO. DE VARIABLES DE HOLGURA RESTADAS	1
NO. TOTAL DE VARIABLES	17

VECTOR C

-75.50000	-61.90000	[illegible]	-434.0000	0.0000000	-235.0000	-110.0000	-80.00000
-100.0000	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00	-99999.00
0.0000000							

VECTOR B

1000.000	67.00000	100.0000	67.00000	2.000000	164.0000	186.0000

TABLA 1

			-76.	-62.	-8.4	-0.43E+03	0.00	-0.24E+03	-0.14E+03	-80.
-0.10E+06	10	0.10E+04	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-0.10E+06	11	67.	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	12	0.10E+03	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	13	67.	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	14	[illegible]	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	15	0.16E+03	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
-0.10E+06	16	0.19E+03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.1[illegible]	0.38	0.20
		-0.15[illegible]+09	-0.20E+06	-0.20E+06	-0.20E+06	-0.20E+06	-0.20E+06	-0.12E+06	-0.14E+06	-0.12E+06

CONT. DE LA TABLA 1

-0.10E+03	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06
1.0	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00
0.37	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0
-0.13E+06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

CONT. DE LA TABLA 1

0.00	
0.00	0.10E+04
0.00	-1.0
0.00	-1.0
0.00	-1.0
0.00	-1.0
0.00	0.16E+03
-1.0	-1.0
0.10E+06	

TABLA 10

			-76.	-62.	-8.4	-0.43E+03	0.00	-0.24E+03	-0.14E+03	-80.
-8[illegible].	8	0.20E+03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.1	-0.11	1.0
-7[illegible].	1	67.	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-6[illegible].	2	0.10E+03	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-8.4	3	67.	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-0.13E+03	4	2.0	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	5	0.16E+03	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
-0.10E+03	9	0.40E+03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.12	1.1	0.00
		-0.66[illegible]+05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.10E+03	36.	0.00

CONT. DE LA TABLA 10

-0.13E+03	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06	-0.10E+06
0.00	2.2	-2.2	-2.2	-2.2	-2.2	-2.2	-6.0
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
[illegible]	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00
1.0	-1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	6.0
0.00	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06	0.10E+06

CONT. DE LA TABLA 10

0.00
6.0
0.00
0.00
0.00
0.00
0.00
-6.0
0.12E+03

3.2.2.1.- Solución

```
********************************************************************
*                                                                  *
*  PROBLEMA NUM.                                                   *
*                                                                  *
*                 S O L U C I O N   O P T I M A                    *
*                 -----------------------------                    *
*                                                                  *
*               VARIABLE BASICA             VALOR                  *
*               ---------------             -----                  *
*                                                                  *
*                  X( 8)  =                202.410                 *
*                  X( 1)  =                 67.000                 *
*                  X( 2)  =                100.000                 *
*                  X( 3)  =                 67.000                 *
*                  X( 4)  =                  2.000                 *
*                  X( 5)  =                164.000                 *
*                  X( 9)  =                397.590                 *
*                                                                  *
*              LAS DEMAS VARIABLES   X(J)  =  0.0                  *
*              ----------------------------------                  *
*                                                                  *
*              CON FUNCION OBJETIVO OPTIMIZADA                     *
*                                                                  *
*                    F(X)  =   -0.686301E+05                       *
*                                                                  *
********************************************************************
```

```
*******************************************************************************
*                                                                             *
*              E L   C O L E G I O   D E   M E X I C O                        *
*                                                                             *
*                                                                             *
*                                                                             *
*                       UNIDAD DE COMPUTO                                     *
*                                                                             *
*                                                                             *
*******************************************************************************
```

PROGRAMACION LINEAL - METODO SIMPLEX

DATOS DEL PROBLEMA

```
NO. DE RESTRICCIONES                                      7
NO. DE VARIABLES DECISIONALES                             6
NO. DE VARIABLES DE HOLGURA SUMADAS                       7
NO. DE VARIABLES ARTIFICIALES (CONDICION =)               0
NO. DE VARS. ARTIFICIALES (CONDICION MAYOR O IGUAL)       0
NO. DE VARIABLES DE HOLGURA RESTADAS                      0
NO. TOTAL DE VARIABLES                                   13
```

VECTOR C

```
 7800.000    3810.000    3810.000    5060.000    3810.000    3080.000    0.0000000    0.0000000
0.0000000   0.0000000   0.0000000   0.0000000   0.0000000
```

VECTOR B

```
600.0000    50.00000    200.0000    150.0000    150.0000    50.00000    100.0000
```

3.3.- Venta del producto elaborado.

TABLA 1

			0.75E+04	0.38E+04	0.36E+04	0.50E+04	0.38E+04	0.31E+04	0.00	0.00
0.00	7	0.60E+03	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.00
0.00	8	50.	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0
0.00	9	0.20E+03	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	10	0.15E+03	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	11	0.15E+03	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	12	50.	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	13	0.10E+03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00
		0.0000E+00	-0.75E+04	-0.38E+04	-0.36E+04	-0.50E+04	-0.38E+04	-0.31E+04	0.00	0.00

CONT. DE LA TABLA 1

0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.50E+03
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	50.
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	-1.0
0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	-1.0
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	-1.0
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	

TABLA 6

			0.78E+04	0.38E+04	0.38E+04	0.50E+04	0.38E+04	0.31E+04	0.00	0.00
0.38E+04	5	50.	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	1.0	1.0	-1.0
0.78E+04	1	50.	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0
0.38E+04	2	0.20E+03	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.38E+04	3	0.15E+03	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.50E+04	4	0.15E+03	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.0	-1.0	1.0
0.00	13	0.10E+03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0	0.00	0.00
		0.2664E+07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.73E+03	0.38E+04	0.40E+04

CONT. DE LA TABLA 6

0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-1.0	-1.0	-1.0	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.0	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	1.0	0.00	0.00
1.0	1.0	1.0	1.0	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	1.0
0.00	0.00	0.12E+04	0.00	0.00

PROBLEMA NRO.

S O L U C I O N O P T I M A

VARIABLE BASICA		VALOR
X(5)	=	50.000
X(1)	=	50.000
X(2)	=	200.000
X(3)	=	150.000
X(4)	=	150.000
X(12)	=	0.000
X(13)	=	100.000

LAS DEMAS VARIABLES X(J) =

CON FUNCION OBJETIVO OPTIMIZADA

F(X) = 0.2664000E+07

EXISTEN SOLUCIONES MULTIPLES