

El problema de los recursos de uso común. Un enfoque de teoría de juegos

Jorge Fernández Ruiz*

En este artículo presentamos un análisis del problema de los recursos de uso común desde la perspectiva de la teoría de juegos. Después de definir las características que ocasionan que ciertos recursos sean de uso común, construimos un modelo formal que muestra la existencia de incentivos a su sobreexplotación y a la subinversión en su cuidado. Examinamos dos posibles instituciones para resolver este problema de incentivos. La primera, la privatización, posee propiedades de eficiencia enfatizadas por la microeconomía tradicional. La segunda es el manejo de los recursos por parte de un grupo delimitado de usuarios locales por un periodo de tiempo indefinido. Demostramos que, bajo ciertas condiciones, esta segunda institución también puede proveer incentivos adecuados para el manejo exitoso de los recursos.

Palabras clave: recursos comunes, acción colectiva, juegos.

Fecha de recepción: 17 de abril de 2001.

Fecha de aceptación: 17 de julio de 2001.

Introducción

En un artículo clásico sobre los bienes de uso común, Scott Gordon (1954) nos recordaba la sentencia de que “la propiedad de todos es la propiedad de nadie”, y añadía que “nadie valora la riqueza que es gratuita para todos, porque quien sea suficientemente arriesgado para esperar que llegue el tiempo propicio para su uso, sólo encontrará que ese recurso ya ha sido tomado por otro”.¹

La situación de múltiples bienes parecería derivarse del problema anterior. Son bienes a los que muchos individuos tienen acceso y por los cuales el mercado no cobra ningún precio. La capa de ozono, los bosques, y muchas especies en peligro de extinción son sólo algunos ejemplos conocidos de bienes de este tipo.

En este artículo analizamos el problema de los recursos de uso común desde la perspectiva de la teoría de juegos. En la siguiente

* Profesor-investigador del Centro de Estudios Económicos de El Colegio de México. Correo electrónico: jferman@colmex.mx. Agradezco a Boris Graizbord haberme alentado a estudiar este tema y facilitarme tal estudio mediante numerosas conversaciones.

¹ Gordon (1954: 124). Gordon se refería en este artículo a un ejemplo concreto: la pesca.

sección explicamos las características que definen a los bienes de uso común así como la distinción entre el acceso limitado y el abierto a este tipo de bienes. También repasamos las soluciones tradicionales al problema enunciado por Gordon y sus principales dificultades. En la tercera sección planteamos un tratamiento formal. Construimos un modelo en el que un grupo de individuos tiene acceso a un recurso común. Mostramos que cuando los individuos actúan una sola vez hacen un uso excesivo del recurso común. Posteriormente analizamos qué ocurre cuando el mismo grupo de individuos interactúa repetidamente por un periodo de tiempo indefinido. Usando las técnicas de los juegos repetidos infinitamente (Abreu, 1988; Friedman, 1971), mostramos que es posible que un grupo de individuos, preocupado cada uno sólo por su propio bienestar, explote responsablemente el recurso común, y analizamos los factores que facilitan que esto ocurra. Terminamos esta sección con el análisis de las situaciones en que el grupo de individuos que tiene acceso al recurso común no puede alcanzar una situación óptima desde el punto de vista social. En la cuarta sección retomamos los resultados arrojados por el análisis de teoría de juegos para ponerlos en el contexto de los hallazgos de los estudios empíricos sobre los factores que determinan el manejo exitoso de los recursos de uso común. Enfatizamos el carácter complementario de las aportaciones de la teoría de juegos y la consideración de factores sociológicos y psicológicos. En la última sección presentamos las conclusiones.

Los recursos de uso común: problemas y soluciones

Se consideran recursos de uso común aquellos que presentan las siguientes dos características:

1) Existen problemas importantes para excluir a las personas de su consumo. Ejemplos de bienes con esta característica son la seguridad pública, la limpieza del aire y, en una gran variedad de circunstancias, la pesca y la tala de árboles.

2) Cuando un individuo los usa, reduce las posibilidades de consumo de los demás. No todos los bienes tienen esta característica: cuando un individuo escucha un programa de radio no impide que otro individuo también lo escuche. El uso de un conocimiento por parte de un individuo tampoco reduce las posibilidades de que otros lo usen. Estos dos ejemplos no constituyen entonces recursos de uso común. Existen, por otra parte, abundantes ejemplos de que el con-

sumo de un bien por un individuo elimina o al menos reduce el disfrute que otros pueden hacer de él. Los alimentos, la ropa, o la vivienda son ejemplos sencillos. Más relevante para nuestra exposición, el uso de un bosque o la pesca en un lago también constituyen ejemplos que sí satisfacen esta característica. Cuando un individuo tala un árbol reduce la cantidad disponible para la tala por parte de los demás. Adicionalmente, la deforestación afecta en muchas otras formas el disfrute que los demás individuos pueden hacer de todo el ecosistema del que el bosque forma parte.

Existen muchos ejemplos de recursos que satisfacen las dos características anteriores: el consumo (destrucción) de la capa de ozono, la caza o pesca de especies en peligro de extinción y, pensando en un ámbito local, el manejo de bosques o de otros recursos naturales de una comunidad.

La dificultad de controlar el acceso a un recurso que se reduce o deteriora al usarse origina que tal recurso sea sobreexplotado. En un artículo clásico, Hardin (1968) llamó la atención sobre este problema denominándolo la tragedia de los bienes comunes (*The tragedy of the commons*). Así, la lluvia ácida, la deforestación y la sobreexplotación de muchos recursos naturales son ejemplos de este fenómeno. Otra manifestación del problema —el otro lado de la moneda— es la falta de inversión en el cuidado —o el mantenimiento inadecuado— de un recurso de uso común, como pueden ser los sistemas de irrigación o las carreteras.

Ha cobrado importancia en la literatura la distinción entre los problemas de acceso abierto y los de acceso limitado a los recursos de uso común. En un problema de acceso abierto a nadie se le puede impedir el uso del recurso común. Entonces, los intentos que desarrolla un grupo de usuarios por manejar responsablemente el recurso son inútiles, pues cualquier individuo ajeno al grupo inicial puede tener acceso a tal recurso e infringir las normas acordadas. Es difícil imaginar que un grupo de usuarios modere el uso de un recurso común si individuos ajenos a ese grupo pueden usarlo libremente. Análogamente, no habrá quien invierta en el cuidado de este recurso si cualquier individuo puede llegar y usarlo sin restricción. Éste es el marco en el que alcanza el carácter de tragedia, tal como lo llamó Hardin, el destino de los bienes de uso común.

Por otro lado tenemos los bienes de acceso limitado. En este caso existe la posibilidad de limitar el acceso a los recursos de uso común a un solo grupo de individuos. Si bien no cualquiera puede llegar y tener acceso a los recursos, no se puede ejercer control sobre el uso

que hacen de ellos los individuos que sí pertenecen al grupo autorizado. En este trabajo restringiremos nuestra atención a situaciones de acceso limitado. No obstante que el problema es más manejable que en las situaciones de acceso libre, persisten los incentivos para hacer un uso inadecuado del recurso común. Cuando un individuo modera su uso del recurso común está beneficiando a todo el grupo, no sólo a sí mismo. Por eso, los beneficios de su moderación le corresponden sólo parcialmente a él.

Esto conduce a que, si sólo se preocupa por su bienestar individual, use el recurso común por encima del nivel socialmente óptimo. Análogamente, cuando un individuo invierte en el cuidado del recurso común, sabe que los frutos de esta inversión se repartirán entre todo el grupo con acceso al recurso. Estos frutos le corresponderán sólo parcialmente a él, y por eso invertirá en el cuidado del recurso menos tiempo, dinero y esfuerzo del socialmente óptimo.

La solución teórica tradicional al problema anterior se deriva de comparar el marco que origina el problema con una situación hipotética de mercados competitivos que funcionen de manera semejante al paradigma del modelo neoclásico (véase Baland y Platteau, 1996). De acuerdo con esta óptica, la causa del problema es que los derechos de propiedad no están bien definidos: cuando una persona tala un árbol, no toma en cuenta todas las consecuencias de esa acción porque no es la única propietaria del bosque. Tampoco es el único propietario de los ríos que pueden sufrir por la deforestación. Entonces, la solución es tener derechos de propiedad bien definidos. Esta solución se suele formalizar de la siguiente manera:

i) Se calcula la cantidad de apropiación de un recurso de uso común cuando existe acceso común a este recurso.

ii) Se calcula la apropiación social óptima.

Se comparan las dos soluciones anteriores, y se concluye que hay apropiación excesiva cuando existe libre acceso. Finalmente se realiza el siguiente ejercicio:

iii) Se calcula la apropiación que realizaría un propietario único.

Al comparar *ii)* con *iii)* se encuentra que cuando existe un propietario único, éste realiza la apropiación a la tasa socialmente óptima. La existencia de un propietario único generalmente implica la privatización o la expropiación gubernamental. Sin embargo, estas soluciones no están exentas de problemas.

Examinemos primero la privatización. Podemos pensar en al menos dos objeciones prácticas:

i) Consideraciones de equidad. En la práctica, la privatización conduce a que unos cuantos sean ricos propietarios de los recursos que antes eran de uso común, y a que haya muchos ex propietarios.

ii) Generalmente no todos los recursos que comprende el ecosistema son privatizados. Entonces, persisten algunas externalidades. Los antiguos propietarios pueden entonces comportarse de una manera más individualista, puesto que han perdido cualquier consideración que antes pudieran haber tenido por los recursos de uso común, (Baland y Platteau, 1996; Agrawal, 2000).

¿Qué problemas derivan de la expropiación gubernamental? Tanto problemas de información como de incentivos. Los gobiernos centrales carecen de toda la información con que cuentan los habitantes de la zona en que se ubica el recurso de uso común acerca de las características y problemas de los recursos locales. La comunicación productiva entre ambos puede estar obstaculizada por la falta de confianza de los usuarios en el gobierno. Adicionalmente, cualquier estructura burocrática enfrenta problemas de incentivos e información propios, que no se limitan al manejo de los recursos de uso común, pero que tampoco están ausentes en este caso.

Existe, sin embargo, otra opción para manejar los recursos comunes. Es el manejo por parte de las mismas comunidades que participan en su uso. Esta posibilidad cuenta en su haber con numerosos ejemplos de manejo razonablemente exitoso.

Es interesante comparar la lógica de funcionamiento de este tipo de manejo de los recursos comunes en oposición a la lógica que explica por qué la privatización puede ser eficiente. En el caso de la privatización, ocurre que cuando los recursos de uso común se concentran en un solo individuo, este individuo "internaliza" todas las externalidades que estaban presentes en la propiedad común. No le conviene sobreexplotar el recurso porque él será el principal perjudicado. En el caso del manejo de los recursos de uso común por una comunidad, en cambio, la interacción de un mismo grupo de individuos a lo largo del tiempo es la clave para el éxito. Esta permanencia en el tiempo del mismo grupo puede generar incentivos para que todos sus miembros moderen su uso del recurso común. En efecto, cada uno de ellos se da cuenta de que si sobreexplota el recurso común el día de hoy, puede provocar que los demás individuos del grupo sobreexploten el recurso en el futuro. A continuación examinamos si estas ideas resisten el análisis riguroso im-

plícito en la construcción de un modelo formal y, en caso afirmativo, qué factores pueden facilitar que este manejo exitoso ocurra.

Un tratamiento de teoría de juegos

Consideremos una situación en que hay n individuos que tienen acceso a recursos de uso común. Estos recursos pueden consistir en una zona de pastoreo, un lago para pescar, o un bosque. Cada individuo dispone además de una dotación de e recursos individuales que pueden consistir en el número de ovejas que tiene un pastor, el número de botes que tiene un pescador, o el número de horas que puede trabajar un comunero. Los recursos individuales producen una renta que, por sencillez, suponemos que es únicamente monetaria, cuando se usan conjuntamente ya sea con los recursos de uso común o con recursos externos. Entonces, cada individuo puede obtener dinero usando sus recursos individuales *i*) en la zona común, que comparte con los restantes $n-1$ individuos que también tienen acceso a ella, o *ii*) en un lugar externo.

Cada unidad dedicada a la zona de uso externo produce r unidades monetarias, sin importar cuántos recursos individuales lleve el individuo. En cambio, la producción por unidad empleada en la zona de uso común disminuye a medida que aumenta el total de unidades que se usan en la zona común. Si se llevan en total Y unidades a la zona de uso común, cada una de estas unidades produce $f(Y)$ unidades monetarias, donde f decrece en Y . Más precisamente, suponemos, por sencillez, que

$$f(Y) = \begin{cases} 1 - Y & \text{si } 0 \leq Y \leq 1 - r \\ r & \text{si } 1 - r \leq Y \end{cases} \quad [1]$$

Esta función nos dice que los recursos individuales son más productivos en la zona común que en la zona externa cuando la zona común no está congestionada, pero esto deja de ser así cuando se satura. A medida que se llevan más ovejas a la zona de pastoreo común, o más botes a pescar al lago de uso común, las ovejas disponen de menos espacio y los botes pueden pescar menos, hasta llegar a un punto en que se obtiene lo mismo que en la zona externa.²

² Podríamos suponer que $f(Y) = 1 - Y$ para todo $Y \geq 0$, de manera que la congestión en la zona común pueda ocasionar que los recursos individuales sean incluso menos

Si el individuo i lleva y_i unidades a la zona de acceso común $-y$ por lo tanto $(e - y_i)$ unidades a la zona externa- obtendrá:

$$u_i = \begin{cases} y_i(1 - Y) + (e - y_i) r & \text{si } 0 \leq Y \leq 1 - r \\ y_i r + (e - y_i) r & \text{si } 1 - r \leq Y \end{cases}$$

que podemos escribir como

$$u_i = \begin{cases} y_i(1 - r - Y) + e r & \text{si } 0 \leq Y \leq 1 - r \\ e r & \text{si } 1 - r \leq Y \end{cases} \quad [2]$$

Cuando la zona común está saturada, el individuo obtiene una cantidad r por cada unidad de dotación de que disponga. Cuando no hay saturación en la zona común, su ingreso puede aumentar.

El uso óptimo del recurso común desde el punto de vista social

Si los usuarios del recurso común lo usan con prudencia, pueden obtener un bienestar mayor al que les proporcionarían los recursos externos. Encontramos el significado preciso de esto obteniendo el nivel de uso de la zona común que maximiza el bienestar colectivo. Este nivel, Y^{SO} , soluciona el problema

$$\text{Max } [u_1 + \dots + u_n] = \begin{cases} [y_1 + \dots + y_n] [1 - Y - r] + ner & \text{si } 0 \leq Y \leq 1 - r \\ ner & \text{si } 1 - r \leq Y \end{cases}$$

Maximizando la función en el tramo $0 \leq Y \leq 1 - r$ tenemos

$$\text{Max } Y(1 - Y - r) + ner$$

una función cóncava cuya condición de primer orden podemos escribir como:

productivos en la zona común que en la externa. Sin embargo, en equilibrio nunca se operará a un nivel tal que $f(Y) < r$, porque ningún individuo llevará recursos adicionales a la zona común si le producen menos que en la zona externa. Por eso, este supuesto alternativo no altera los resultados obtenidos con la función que hemos definido en el texto. En cambio, sí hace más compleja la presentación de los resultados.

$Y = (1 - r) / 2$ que produce una utilidad social mayor a la que se obtiene en el tramo $Y \geq 1 + r$, por lo que efectivamente el óptimo social es

$$Y_i^{so} = (1 - r) / 2 \quad [3]$$

El número de unidades de recurso individual que debería llevar cada agente —es decir, el número de ovejas que debería llevar cada pastor a la zona de pastoreo común, o el número de horas que debería dedicar a la tala de árboles cada comunero— si todos llevaran la misma cantidad es:

$$Y_i^{so} = (1 - r) / 2n \quad \text{para todo } i \text{ en } N \quad [4]$$

La utilidad que obtiene cada individuo en el óptimo social es entonces

$$u_i^{so} = \frac{(1 - r)^2}{4n} + er \quad [5]$$

El uso de los recursos en equilibrio

Ahora encontremos cuánto se usan los recursos comunes cuando cada individuo trata de maximizar su propio ingreso: Encontremos el equilibrio de Nash. Nos limitaremos a considerar equilibrios simétricos.

Cada individuo i en N elige y_i que solucione

$$\text{Max } y_i f(y_1 + \dots + y_n) + (e - y_i) r,$$

Supongamos primero que $y_1 + \dots + y_{i-1} + y_{i+1} + \dots + y_n < 1 - r$. Entonces de la condición de primer orden obtenemos

$$y_i = 1 - Y - r$$

En un equilibrio simétrico, en que $y_i = y_j$ para todo i, j , tenemos que $Y = n y_i$, de donde:

$$y_i^N = \frac{1 - r}{n + 1} \quad [6]$$

por lo que el total de recursos individuales que se llevan en equilibrio a la zona común cuando el grupo consta de n personas es:

$$Y^N = \frac{n(1-r)}{n+1} \quad [7]$$

Comparando [3] y [7] encontramos que $Y^N = Y^{so}$ cuando hay un propietario único, pero $Y^N > Y^{so}$ cuando $n \geq 2$: un grupo de dos o más personas inducirá la sobreexplotación del recurso común. La utilidad que obtiene cada individuo es

$$u_i^N = \frac{(1-r)^2}{(n+1)^2} + er \quad [8]$$

Comparando [4] y [8], obtenemos que $u_i^N < u_i^{so}$, es decir, como consecuencia de la sobreutilización del recurso común, cada individuo obtiene en el equilibrio de Nash una utilidad menor que la que obtendría bajo un uso óptimo de los recursos.

Hemos obtenido el equilibrio de Nash bajo el supuesto de que $y_1 + \dots + y_{i-1} + y_{i+1} + \dots + y_n \leq 1-r$. Si esto no se cumple, entonces el problema de maximización del individuo i en N es elegir y_i que solucione

Max er

Dado que las decisiones de los demás han saturado ya la zona común, la moderación de un individuo en el uso de esta zona no puede aumentar la productividad. Desde el punto de vista del individuo i en N , todas las cantidades le proporcionan entonces la misma utilidad. Una solución en particular es llevar todos sus recursos a la zona común:

$$y_i^{NN} = e \quad [9]$$

de donde

$$Y^{NN} = ne \quad [10]$$

por lo que

$$u_i^{NN} = er \quad [11]$$

Tenemos entonces un segundo equilibrio de Nash en que los n individuos utilizan al máximo la zona común. Cada individuo se da

cuenta de que, puesto que los demás llevarán todos sus recursos individuales a la zona común, a él le conviene hacer lo mismo. En este segundo equilibrio se desaprovecha totalmente la ventaja potencial de poseer los recursos de uso común, y se obtiene el mismo bienestar que se obtendría si no existieran. El uso de la zona común es entonces aún mayor que en el primer equilibrio de Nash, y el bienestar individual es entonces aún menor.

Resumimos los principales hallazgos hasta el momento en la siguiente proposición.

Proposición 1. Para todo $n \geq 2$, en todo equilibrio de Nash el uso de los recursos comunes es excesivo,

$$Y^{so} = \frac{(1-r)}{2} < \frac{n(1-r)}{n+1} = Y_n^N$$

y el bienestar individual menor al que se obtendría con un uso óptimo de los recursos,

$$u_i^{so} = \frac{(1-r)^2}{4n} + er > \frac{(1-r)^2}{(n+1)^2} + er = u_i^N$$

Entonces, si tenemos un propietario único alcanzaremos el óptimo social, pero bastará con agregar un individuo más para provocar un uso excesivo de los recursos comunes.

El juego repetido infinitamente

Condiciones para sostener el óptimo social

Consideremos ahora una situación en que los n individuos que tienen acceso a los recursos de uso común saben que estos recursos seguirán estando reservados para ellos por un periodo de tiempo indefinido. Debemos modelar entonces una interacción repetida en lugar de una que ocurre una sola vez. Las decisiones que se tomen hoy podrán influir sobre las decisiones que se tomarán mañana, y esto lo saben los n individuos que intervienen.

El juego que consideraremos ahora consiste en que cada individuo i en N elige y_{it} en el periodo t sin conocer las decisiones de los

demás. El conjunto de estas decisiones determina el uso de los recursos comunes Y_t así como la utilidad u_{it} que el individuo i obtiene en el periodo t . El periodo $t + 1$ comienza cuando los jugadores han observado las decisiones de los demás y tienen que volver a decidir cuántos recursos individuales y_{t+1} llevarán a la zona común. El juego se repite indefinidamente, es decir, por un número infinito de periodos. La utilidad que obtiene el individuo i en N en este juego repetido es

$$U_i = \sum_{t=1}^{\infty} \delta^{t-1} u_{it}$$

siendo u_{it} la utilidad que obtiene el individuo i en el periodo t , definida igual que u_i en [2], agregando los subíndices pertinentes referidos al periodo de tiempo de que se hable. Notemos que una estrategia para un jugador en este juego es más compleja que en el juego estático. En efecto, una estrategia debe especificar qué hacer al principio del juego, y_{i1} , y qué hacer en un periodo arbitrario t , y_{it} , como función de todas las decisiones observadas hasta entonces. Resulta ser que bajo ciertas condiciones, se puede sostener el óptimo social como equilibrio perfecto en subjuegos:

Proposición 2. Supongamos que se cumple la siguiente condición:

$$(1-\delta) \left(n + \frac{1}{n} + 2 \right) \leq 4 \quad [\text{C.1}]$$

entonces $y_{it} = y^{so}$, para todo periodo t , y para todo jugador i en N , se puede sostener como un equilibrio perfecto en subjuegos.

Antes de probar esta proposición, reiteremos su enseñanza central: Aun cuando el bosque o la zona de pastoreo no sean propiedad de un solo individuo, sino que haya un grupo con acceso a ellos, se alcanza el óptimo social cuando el grupo interactúa por un periodo de tiempo indefinido –el juego se repite infinitamente– y se cumple la condición [C.1].

Prueba de la proposición 2. Consideremos la siguiente estrategia para el jugador i en N :

i) Jugar $y_{i1} = y^{so}$, y seguir jugando $y_{it} = y^{so}$ si todos los jugadores han elegido y^{so} en todos los periodos previos.

ii) Jugar $y_{it} = e$ siempre en caso contrario, es decir, si algún jugador no ha elegido y^{so} en algún periodo previo.

Notemos que si todos los jugadores siguen esta estrategia, el resultado del juego será que todos los jugadores elegirán y^{so} en todos los periodos. En efecto, la estrategia anterior nos indica que todos los jugadores eligen y^{so} en el primer periodo. Como todos eligieron y^{so} en el primer periodo, la primera parte de la estrategia prescrita nos indica que deben jugar y^{so} nuevamente en el segundo periodo. En general, nadie juega nunca nada distinto de y^{so} porque nadie lo ha hecho previamente: al seguir la estrategia recomendada se jugará y^{so} en todos los periodos.

Comprobemos ahora que la combinación de estrategias consistente en que todos jueguen la estrategia arriba descrita constituye un equilibrio perfecto en subjuegos.

Tenemos dos tipos de subjuegos:

i) Subjuegos en que todos han jugado y^{so} en todos los periodos previos. Analicemos la situación del jugador i en N .

Si se apega a la estrategia prescrita y elige y^{so} , los demás jugadores continuarán eligiendo y^{so} , y el jugador i en N obtendrá en cada periodo una utilidad

$$u_i^{so} = \frac{(1-r)^2}{4n} + er$$

es decir, obtendrá en el resto del juego

$$\left[\frac{(1-r)^2}{4n} + er \right] \frac{1}{(1-\delta)}$$

Si, por el contrario, se desvía de la estrategia prescrita, los demás jugadores llevarán toda su dotación a partir del siguiente periodo y el jugador i obtendrá una utilidad de er en cada uno de esos periodos. Busquemos qué utilidad puede alcanzar el jugador i en el periodo en que se desvía y rompe la historia de acceso óptimo a la zona común observada hasta entonces. Puesto que es la primera vez que se observará desviación alguna de y^{so} , los demás jugadores jugarán (por última vez) $y_i^{so} = (1-r) / 2n$. Sustituyendo este valor en la función de utilidad del jugador i , tenemos que lo más que puede obtener el jugador i en el periodo en que se desvía viene dado por la solución al siguiente problema:

$$\text{Max } y_i \left[1 - \frac{(n-1)(1-r)}{2n} - y_i - r \right] + er$$

que tiene como solución

$$y_i^d = \frac{(n+1)(1-r)}{4n} \quad [12]$$

Cuando el jugador *i* toma esa decisión, provoca que el total de recursos privados llevados a la zona común sea

$$Y^d = \frac{(3n-1)(1-r)}{4n} \quad [13]$$

Sustituyendo estos valores en la función de utilidad del jugador *i*, encontramos que obtiene

$$u_i^d = \frac{(n+1)^2(1-r)^2}{16n^2} + er \quad [14]$$

en el periodo en que se desvía.

Por lo tanto, al jugador *i* le convendrá más apearse a la estrategia prescrita que desviarse si y sólo si

$$\left[\frac{(1-r)^2}{4n} + er \right] \frac{1}{(1-\delta)} \geq \frac{(n+1)^2(1-r)^2}{16n^2} + \frac{er}{1-\delta} \quad [15]$$

lo cual es equivalente, después de un poco de álgebra, a

$$(1-\delta) \left(n + \frac{1}{n} + 2 \right) \leq 4,$$

tal como se enuncia en la proposición 2.

ii) Subjuegos en que algún jugador ha jugado algo distinto a y^{so} en algún periodo previo. En este tipo de subjuegos, los demás jugadores llevarán toda su dotación de recursos privados siempre. Por lo tanto, la zona de acceso común estará siempre saturada y el jugador *i* ob-

tendrá en cada uno de los periodos, no importa qué haga. En particular, obtendrá en si lleva todos sus recursos. Por lo tanto, ninguna desviación de la estrategia prescrita –llevar siempre todos sus recursos– puede aumentar su utilidad. Por lo tanto, es óptimo apearse a la estrategia prescrita *q.e.d.*

Discutamos un poco más las enseñanzas de la proposición 2. Esta proposición no sólo dice que es posible sostener un nivel óptimo de uso de la zona común, aun cuando cada individuo se preocupe sólo por su bienestar individual. También menciona dos factores que influyen en la posibilidad de sostener el nivel óptimo de acceso a la zona común.

– El número de jugadores. En efecto, conforme aumentamos el número de jugadores, n , el lado izquierdo de C.1, aumenta, por lo que es más difícil que se cumpla la desigualdad.

– El lapso de tiempo que toma detectar desviaciones. Cuando pasa mucho tiempo desde que un jugador lleva más de y^{so} recursos privados a la zona común hasta que lo detectan, la duración de un periodo aumenta, es decir, se valora la utilidad de ese periodo futuro –que está más lejano en el tiempo– aplicando un factor δ menor, el lado izquierdo de C.1 aumenta, y es más difícil que se cumpla esta condición.

Una situación con pocos individuos y en la que se detecten rápidamente desviaciones del óptimo social facilita sostener este óptimo. En ambos casos los jugadores pierden mucho si usan más de lo debido los recursos comunes. Respecto al primer factor, cuando hay pocos jugadores hay menos individuos entre los cuales distribuir los beneficios derivados de respetar el óptimo social. Por eso hay más que perder si se destruye la cooperación. Respecto al segundo factor, los beneficios de sobreexplotar el recurso común son pequeños porque la pronta detección de que alguien se ha aprovechado de la moderación de los demás conduce a que el tiempo en que el jugador que se desvía se pueda aprovechar de esta manera sea muy reducido. Muy pronto se destruye la cooperación y se satura la zona común en perjuicio de todos, en particular en perjuicio del jugador que sobreexplotó el recurso común.

Situaciones en que no se puede alcanzar el óptimo social

Sabemos que cuando se cumple la condición C.1 es posible moderar el acceso a la zona común a tal grado que se puede alcanzar el óptimo

social. Analicemos ahora qué tanto se puede moderar el acceso a la zona común cuando no se cumple C.1.

A continuación veremos que es posible alcanzar situaciones mejores —desde el punto de vista social— que el equilibrio de Nash del modelo de un solo periodo.

Proposición 3. Cuando C.1 no se cumple, es posible sostener un valor de y_i^{sb} que satisfice

$$y_i^{so} < y_i^{sb} < y_i^N$$

y_i^{sb} es creciente en n y decreciente en δ

Antes de probar la proposición 3, enfatizamos su enseñanza central. Aun cuando no se cumpla C.1, es posible sostener un uso del recurso común menor que el que se observaría si el grupo de individuos no interactuara repetidamente (por un periodo de tiempo indefinido). Cuanto menos individuos formen parte del grupo (n menor) y más rápidamente se detecte el comportamiento individual (δ mayor), se podrá sostener un menor uso individual del recurso común, y_i^{sb} .

Prueba de la proposición 3. Consideremos la siguiente estrategia para el jugador i en N :

i) Jugar

$$y_{i1} = y^m,$$

y seguir jugando

$$y_{it} = y^m$$

si todos los jugadores han elegido y^m en todos los periodos previos.

ii) Jugar $y_{it} = e$ siempre en caso contrario, es decir, si algún jugador no ha elegido y^m en algún periodo previo.

Notemos que cuando todos los jugadores siguen esta estrategia, el resultado del juego es que todos los jugadores elijan y^m en todos los periodos. Para ver por qué tenemos un equilibrio perfecto en subjuegos cuando todos los jugadores siguen la estrategia anterior, notemos que tenemos dos tipos de subjuegos:

i) Subjuegos en que algún jugador ha jugado algo distinto a y^m en algún periodo. En este caso, el jugador i sabe que los demás jugado-

res llevarán toda su dotación, e, a la zona común, en todo el resto del juego. Por eso, lo mejor que puede hacer él es llevar también toda su dotación a la zona común. Entonces, en este tipo de subjuegos efectivamente tenemos un equilibrio de Nash.

ii) Subjuegos en que todos han jugado y^m en todos los periodos previos. Analicemos la situación del jugador i en N.

Si se apega a la estrategia prescrita y elige y^m , los demás jugadores continuarán eligiendo y^m , y el jugador i en N obtendrá en cada periodo una utilidad

$$u_i^m = y_i^m (1-r-ny_i^m) + er$$

es decir, obtendrá en el resto del juego

$$\frac{[y_i^m (1-r-ny_i^m) + er]}{1-\delta}$$

Si, por el contrario, se desvía unilateralmente de la estrategia prescrita, los demás jugadores llevarán toda su dotación a partir del siguiente periodo y el jugador i obtendrá una utilidad de er en cada uno de esos periodos. En el periodo en que se desvía lo máximo que puede obtener viene dado por la solución al siguiente problema:

$$\text{Max } y_i [1-r-(n-1)y_i^m - y_i] + er$$

que tiene como solución

$$y_i^{dm} = \frac{1-r-(n-1)y_i^m}{2} \quad [16]$$

cuando el jugador i toma esa decisión, provoca que el total de recursos privados llevados a la zona común sea

$$Y^{dm} = \frac{(n-1)y_i^m + 1-r}{2} \quad [17]$$

Sustituyendo estos valores en la función de utilidad del jugador i, encontramos que obtiene:

$$u_i^{dm} = \frac{[1-r-(n-1)y_i^m]^2}{4} + er \quad [18]$$

en el periodo en que se desvía.

Por lo tanto, al jugador i le convendrá más apearse a la estrategia prescrita que desviarse (tendremos un equilibrio de Nash) si y sólo si

$$\frac{[y_i^m (1-r-ny_i^m) + er]}{1-\delta} \geq \frac{[1-r-(n-1)y_i^m]^2}{4} + \frac{er}{1-\delta}, \quad [19]$$

es decir

$$\frac{y_i^m (1-r-ny_i^m)}{1-\delta} - \frac{[1-r-(n-1)y_i^m]^2}{4} \geq 0 \quad [C.2]$$

En el apéndice se muestra que la condición C.2 implica la existencia de y_i^{sb} con las características enunciadas: y_i^{sb} será el menor valor de y_i^m que satisfaga C.2; *q.e.d.*

Las enseñanzas de la teoría de juegos en un contexto más general

El anterior ejercicio de teoría de juegos nos dice que cuando un mismo grupo de individuos tiene acceso por un tiempo indefinido a ciertos recursos de uso común, puede manejar exitosamente estos recursos aun cuando cada individuo se preocupe sólo por su propio bienestar. En efecto, consideremos un grupo de individuos que está usando responsablemente —de hecho, óptimamente— un recurso común. Cada individuo se da cuenta de que si sobreexplota el recurso —o si no le da un mantenimiento adecuado— puede obtener un beneficio personal en el presente. Pero también se da cuenta de que cuando los demás individuos noten esta falta de cooperación, perderán interés en continuar con su comportamiento cooperativo y eso ocasionará que los beneficios personales de cada uno de ellos se reduzcan en el futuro. El manejo exitoso por parte del grupo se basa entonces en que cada individuo valore más los beneficios futuros derivados de un manejo común responsable, que los beneficios inmediatos de la sobreexplotación. La teoría de juegos enfatiza entonces los incentivos individuales derivados de comparar ganancias presentes y pérdidas futuras. Al formalizar estas ideas encontramos que dos variables que facilitan el éxito en el manejo de los recursos comunes

por parte de los propios usuarios son la existencia de un reducido número de individuos con acceso al recurso y la rapidez en la detección de infracciones.

Diversos estudios han mostrado, sin embargo, que existen muchas otras variables que también son importantes para ver cuándo puede ser exitoso el manejo local de los recursos comunes.

Arun Agrawal (2000) repasa tres colecciones de estudios de casos: los trabajos de de Wade (1988), Ostrom (1990), y Baland y Platteau (1996). Estos estudios encuentran una amplia gama de factores que pueden facilitar que los arreglos locales funcionen bien. En estos tres trabajos, las condiciones enumeradas por los distintos autores se trasladan significativamente, pues, por ejemplo, lo que un autor considera una condición aparece como dos condiciones en otro, o lo que un autor considera una condición está parcialmente incluido en una condición de otro autor que en otros sentidos es más amplia. En consecuencia, la lista no es la misma en los tres autores, pero hay mucho en común. Agrawal sistematiza estas condiciones y hace una taxonomía de ellas. Menciona que Wade, Ostrom, y Baland y Platteau identifican conjuntamente 36 condiciones importantes. Al eliminar las redundancias, uno se queda con 24 condiciones diferentes, que clasifica en cuatro conjuntos de variables:³

a) Características de los recursos. Ejemplo de éstos son los límites bien definidos del recurso, el tamaño reducido.

b) Naturaleza de los grupos que dependen de los recursos. Esto se refiere al tamaño, los diferentes tipos de heterogeneidad, las experiencias pasadas, el liderazgo apropiado.

c) Características de los regímenes institucionales. Ejemplo de esto son las reglas de acceso y de manejo diseñadas localmente, el monitoreo y las sanciones, la adjudicación y la rendición de cuentas.

d) Naturaleza de la relación entre el grupo, las fuerzas externas y las autoridades, como mercados, estados y tecnología, por ejemplo: los gobiernos centrales no deben erosionar a la autoridad local.

Los estudios de caso nos muestran, entonces, que el problema es muy complejo y depende de muchos factores. ¿Qué tanto nos puede

³ Agrawal suplementa además el conjunto de variables anteriores con algunos factores a los que no se ha dado suficiente importancia, tales como los niveles de movilidad del recurso de uso común, y algunos aspectos de la membresía en el grupo. Propone también que en lugar de concentrarse en listas de variables, nos concentremos en configuraciones de condiciones que favorecen el manejo exitoso de los recursos de uso común.

ayudar la teoría de juegos a explicar por qué son importantes estos factores?

Algunos de ellos pueden ser explicados, al menos parcialmente, por las variables encontradas en el juego repetido. Por ejemplo, un recurso con un tamaño reducido y límites bien definidos facilita la detección rápida de infracciones a un uso moderado. Lo mismo ocurre con un recurso que muestre poca movilidad. En contraste, la detección de sobreexplotación de, por ejemplo, un tipo de pez con una gran movilidad será más lenta.

Otras condiciones, aunque no se relacionen directamente con las variables encontradas, pueden ser explicadas, al menos en parte, por la lógica implícita en los modelos de la teoría de juegos: comparación de ganancias presentes y pérdidas futuras. De hecho, se podrían construir extensiones del modelo arriba presentado que mostrarán formalmente que esto es así. Por ejemplo, se puede argumentar que una alta dependencia de los miembros del grupo de los recursos comunes, así como una alta interdependencia entre los miembros del grupo favorecen el manejo exitoso de los recursos de uso común por parte del grupo, porque las dos condiciones aumentan las pérdidas que pueden sufrir los miembros del grupo cuando se abandona la cooperación. Si los individuos dependen mucho del recurso arriesgarán más al sobreexplotarlo, y si dependen mucho entre ellos, existirán más medios para castigar a quien infrinja el manejo óptimo del recurso común.

Existen, en cambio, otras condiciones que son importantes para esclarecer por qué algunos grupos pueden manejar exitosamente recursos de uso común, y que difícilmente pueden ser explicadas con herramientas de teoría de juegos. Aquí entran condiciones como la capacidad de liderazgo y la homogeneidad cultural. Estas condiciones dependen de factores sociológicos y psicológicos y son importantes porque influyen en la dinámica de grupo que se genere y en la función de utilidad misma de los individuos a través de un cambio de valores en la comunidad.

Un ejemplo puede ilustrar la relevancia de estos factores. Consiste en los experimentos que analizan qué tanto influye la comunicación entre los individuos pertenecientes a un grupo comprometido en el manejo de recursos de uso común sobre la eficiencia con que se manejan esos recursos. En estos experimentos se trata de reproducir situaciones que se asemejen a las que enfrentan los individuos inmersos en un problema de manejo de recursos de uso común. Se estudia el comportamiento de los individuos cuando se les impide comuni-

carce entre ellos y después, conservando todo lo demás igual, se les permite comunicarse. Las tecnologías de producción, las remuneraciones monetarias derivadas de usar el recurso de uso común y el recurso externo, y todas las demás condiciones permanecen iguales. Sólo varía la posibilidad o no de comunicarse. Adicionalmente, los experimentos están diseñados para que esta posibilidad de comunicación no implique la posibilidad de establecer sanciones de ningún tipo, porque se garantiza que las decisiones de los individuos siempre permanezcan en el anonimato. Por ejemplo, en estos experimentos un individuo puede expresar verbalmente sus opiniones de cómo deberían comportarse todos los miembros del grupo para alcanzar el bien común, y después hacer algo totalmente distinto a lo que propuso con la seguridad de que no será detectado.

Describiremos a continuación dos conjuntos de experimentos que arrojan resultados similares.

En el primero de estos conjuntos de experimentos (Ostrom, Gardner y Walker, 1994), los participantes eran estudiantes universitarios. A cada estudiante se le dotaba con un cierto número de fichas, y se le indicaba que tomaría una serie de decisiones sobre cómo usar esas fichas. Cada estudiante sabía que sus decisiones individuales permanecerían en el anonimato y que se le pagaría al final del experimento de acuerdo con su desempeño. Cada individuo podía usar sus fichas en *i*) un proyecto que representaba a la zona externa, y daba un rendimiento fijo, o *ii*) un proyecto que representaba el acceso a la zona común. El rendimiento de las fichas usadas en esta zona dependía negativamente de cuántas fichas usara el grupo en su conjunto en ella.

Los rendimientos de las inversiones fueron calculados de manera tal que el óptimo social se alcanzara cuando cada individuo usara 4.5 fichas en la zona común. El equilibrio de Nash, por su parte, se alcanzaba cuando cada individuo usaba 8 fichas en la zona común.⁴ En este equilibrio hay una sobreexplotación del recurso común que se traduce en un rendimiento menor al óptimo social. Si normalizamos para que el rendimiento en el óptimo social sea de 100%, entonces en el equilibrio de Nash tenemos un rendimiento de 39 por ciento.

Los experimentos consistían en una serie de rondas de decisio-

⁴ Los individuos sabían que el experimento duraría menos de dos horas, por lo que no se aplican los teoremas referentes a juegos repetidos infinitamente. Todo el experimento completo sigue teniendo un solo equilibrio de Nash.

nes. En cada ronda, los individuos decidían de manera secreta cómo distribuir sus fichas entre las dos opciones: la zona externa y la zona común. Después de cada ronda se les comunicaba cuántas fichas habían sido usadas y qué rendimiento se había alcanzado en la zona común. Así jugaban un cierto número de rondas hasta que se acababa el experimento y recibían sus pagos en efectivo.

Un primer aspecto a estudiar en estos experimentos es qué tanto el comportamiento de los individuos se aproxima al equilibrio de Nash cuando se prohíbe la comunicación verbal, cara a cara, entre los participantes. Se realizaron algunos experimentos en que la dotación de fichas fue baja (10 fichas por individuo), y otros en que fue alta (25). Los resultados obtenidos fueron los siguientes. En los experimentos con una dotación baja de fichas se empezó haciendo un uso moderado de la zona común, que permitió alcanzar un rendimiento de 52%, que fue reduciéndose hasta alcanzar entre 37 y 30%, cercano al equilibrio de Nash del 39%. En los experimentos con dotación alta, sin embargo, la sobreexplotación fue mucho mayor y por tanto los rendimientos en la zona común mucho menores, sin mostrar convergencia al equilibrio de Nash.

El segundo punto a considerar fue qué pasaba cuando los individuos podían establecer comunicación verbal, cara a cara. Esto se estudió con dos variantes. Veamos la primera variante. Los individuos recibieron dotaciones altas –25 fichas cada uno– y jugaron diez rondas sin poder comunicarse pero, al finalizar estas diez rondas, se les dio la oportunidad, por una única ocasión, de hablar durante diez minutos sobre el problema que enfrentaban. Después de este periodo jugaron otras 22 rondas sin poder comunicarse. Se realizaron tres experimentos de este tipo. El resultado fue el siguiente. En las rondas previas a la comunicación se observó un comportamiento similar al de los experimentos sin comunicación ya descritos. Durante la comunicación, dedicaron el tiempo a tratar de calcular cuál sería el uso del recurso común que convendría al grupo en su conjunto y a diseñar arreglos verbales para alcanzar ese objetivo. En las rondas posteriores a la comunicación se alcanzó una eficiencia mayor a las rondas previas a la comunicación, aunque con diferencias importantes entre los distintos experimentos: en un experimento se alcanzó un rendimiento de más de 82% casi en todas las rondas, mucho mayor al equilibrio de Nash de 37%. En otro experimento, la comunicación tuvo un impacto muy reducido, y en un tercero ocasionó un incremento a rendimientos de 74%, pero que no se pudo sostener.

La segunda variante para ver cómo afectaba la posibilidad de comunicación al comportamiento de los individuos consistió en lo siguiente. Durante las primeras diez rondas se prohibió la comunicación, y después de la décima ronda se permitió comunicación constante después de cada ronda adicional. Es decir, la diferencia con la primera variante es que ahora la comunicación permitida no se limitó a un periodo único después de la décima ronda, sino a una comunicación permanente después de cada ronda. Se realizaron varios experimentos tanto con dotaciones altas como bajas, obteniendo los resultados promedio siguientes: después de la primera comunicación, al terminar la décima ronda, los rendimientos se elevaron a 97% e incluso más en rondas posteriores, conservando un nivel de prácticamente 100%. Con dotaciones altas, los resultados promedio no fueron tan exitosos; sin embargo los rendimientos también se incrementaron drásticamente –a 71%– después de la primera oportunidad para comunicarse, y después de algunas variaciones, terminando en 62% para las últimas rondas.

Entonces, la comunicación sí influye en el comportamiento observado, y su efecto es más poderoso cuando se puede realizar continuamente. Es importante enfatizar que este efecto de la comunicación ocurre pese a que no altera los rendimientos monetarios y no hay posibilidad alguna de comprobar el cumplimiento –menos aún de sancionar– de los compromisos verbales adquiridos en los periodos de comunicación.

Describiremos ahora un segundo grupo de experimentos (Cárdenas, Stranlund y Willis (2000)). Como tiene muchos rasgos en común con los descritos previamente, nos concentraremos en las novedades. Los participantes no fueron estudiantes, sino usuarios verdaderos de recursos de uso común, habitantes de una zona rural de Colombia que dependen para su subsistencia de los recursos forestales. Adicionalmente, estaban familiarizados unos con otros antes de la realización del experimento.

En estos experimentos los individuos tenían que decidir cuánto tiempo dedicar a extraer recursos de la zona común –el bosque– y cuánto a trabajar en una actividad externa. Los puntos de referencia eran los siguientes: el equilibrio –ineficiente desde un punto de vista social– de Nash era dedicar seis meses a la zona común, y a la solución socialmente óptima un mes.

En una primera fase de los experimentos no se permitió la comunicación entre los individuos. El tiempo que dedicaron a la zona co-

mún fue consistentemente alrededor de cuatro meses, un valor intermedio entre el equilibrio de Nash –seis meses– y el valor socialmente óptimo –un mes–. Vale la pena enfatizar que el hecho de que los individuos usaran el recurso común menos que lo predicho por el equilibrio de Nash nos indica que estas personas, que se conocían antes de los experimentos, no mostraron un comportamiento puramente egoísta.

En una segunda fase de los experimentos, se permitió a los individuos establecer comunicación cara a cara después de cada ronda –pero, nuevamente, sin posibilidad de establecer ningún tipo de sanciones– y se observó una mejoría de la eficiencia en el uso del recurso común. Esta mejoría se derivó de que el número de meses dedicados a la zona común se redujo de 4.39 a 3.53 meses.

Puesto que los experimentos se hicieron con diferentes grupos de personas, es posible decir algo sobre cómo las características del grupo afectan la importancia de la comunicación. Se encontró que la comunicación tenía un efecto más poderoso en los grupos más homogéneos, en términos de riqueza: los grupos formados por individuos con menores diferencias de nivel económico alcanzaron mayor eficiencia en las rondas posteriores a la comunicación que los grupos integrados por individuos con niveles económicos más dispares.

Este segundo grupo de experimentos refuerza las conclusiones del anterior. La posibilidad de establecer comunicación cara a cara entre los individuos sí tiene una influencia sobre su comportamiento. Aumenta la eficiencia en el uso de los recursos comunes. Además, esta comunicación es más poderosa cuando se da entre grupos homogéneos.

Para el tema que nos ocupa, el mensaje central de estos dos grupos de experimentos es que hay factores psicológicos y sociológicos que definitivamente influyen en las posibilidades de éxito del manejo de recursos comunes por parte de un grupo local de usuarios. La consideración de estos factores complementa de manera importante las aportaciones que puede hacer el análisis de teoría de juegos, el cual enfatiza que un comportamiento social óptimo puede derivarse de comparaciones individuales de ganancias presentes de infringir un acuerdo implícito, y pérdidas futuras de la fractura de tal acuerdo. Los factores psicológicos y sociológicos son importantes porque influyen, entre otras cosas, en la reorientación de los valores del grupo, la dinámica de su comportamiento y la aceptación de objetivos comunes. La importancia de estos factores ha sido demostrada por numerosos experimentos, de los cuales hemos mencionado algunos, que estudian el papel de la comunicación. Estos experimentos muestran

que la simple posibilidad de establecer comunicación verbal, cara a cara, entre los miembros de la comunidad, afecta su comportamiento, aunque no exista la posibilidad de comprobar el cumplimiento –menos aún de sancionar– de los compromisos verbales adquiridos.

Conclusiones

En este artículo hemos presentado un análisis del problema de los recursos de uso común desde la perspectiva de la teoría de juegos.

Después de definir las características que ocasionan que ciertos recursos sean de uso común, hemos analizado los incentivos a su sobreexplotación –y a la subinversión en su cuidado–. Hemos argumentado que las soluciones tradicionales de privatización o expropiación gubernamental no están exentas de problemas, y que vale la pena considerar la alternativa del manejo de los recursos por un grupo delimitado de usuarios locales.

Los distintos arreglos posibles para manejar un recurso deben proporcionar los incentivos adecuados para evitar su sobreexplotación y su eventual destrucción. La privatización confía en el hecho de que un propietario único tiene incentivos al moderar la explotación del recurso porque él sería el principal perjudicado por la sobreexplotación. El manejo de los recursos por parte de un grupo delimitado de usuarios locales también puede proveer incentivos adecuados bajo ciertas condiciones. Cuando un mismo grupo de personas es el único que puede tener acceso a ciertos recursos durante un tiempo indefinido, cada individuo se da cuenta de que el beneficio personal que obtiene de la sobreexplotación del recurso –o de la falta de cuidado en su uso– tiene consecuencias negativas sobre el comportamiento del resto del grupo en el futuro. El grupo podrá administrar exitosamente el recurso si cada individuo valora más los beneficios futuros derivados de un manejo común responsable que los beneficios inmediatos de la sobreexplotación. La teoría de juegos enfatiza entonces los incentivos individuales derivados de comparar ganancias presentes y pérdidas futuras. Al formalizar estas ideas hemos mostrado que bajo ciertas condiciones es posible que un grupo de individuos, preocupado cada uno de ellos sólo por su propio bienestar, se comporte de manera conducente a la obtención de una situación óptima desde un punto de vista social. Hemos encontrado que dos variables que facilitan este manejo exitoso de los recursos comunes por

parte de los propios usuarios son la existencia de un reducido número de individuos con acceso al recurso y la rapidez en la detección de infracciones. Esta comparación de ganancias presentes y pérdidas futuras también contribuye a explicar por qué otras variables, como la falta de movilidad del recurso común, o una alta interdependencia entre los miembros del grupo, son importantes en el éxito de la propiedad común. Hemos insistido, sin embargo, en que existen otras condiciones que también son importantes y difícilmente pueden ser explicadas con la teoría de juegos. Estas condiciones dependen de factores sociológicos y psicológicos y son importantes porque influyen en la dinámica de grupo que se genere y en los objetivos mismos que persigan los miembros del grupo a través de un cambio de valores de la comunidad.

Apéndice

La condición C.2 es equivalente, después de un poco de álgebra, a

$$F(y_i^m, n, \delta) \geq 0 \quad [20]$$

donde

$$F(y_i^m, n, \delta) = -[4n + (1 - \delta)(n - 1)^2] (y_i^m)^2 + [4((1 - r) + 2(1 - \delta)(1 - r)(n - 1))] y_i^m - (1 - \delta)(1 - r)^2 \geq 0$$

Tenemos que:

i) F es una función cóncava en y_i^m :

$$\frac{\partial^2 F(y_i^m, n, \delta)}{\partial (y_i^m)^2} = -8n - 2(1 - \delta)(n - 1)^2 < 0$$

ii) $F(y_i^N, n, \delta) > 0$, es decir, y_i^N se puede sostener como un equilibrio perfecto en subjuegos. Para ver que esta desigualdad se cumple, es más fácil recurrir a la condición (equivalente) C.2 que se convierte, al sustituir

$$y_i^m = y_i^N = \frac{1 - r}{n + 1}$$

en

$$\frac{(1-r)\left(1-r-\frac{n(1-r)}{(n-1)}\right)}{(n+1)(1-\delta)} > \frac{\left(1-r-\frac{(n-1)(1-r)}{(n+1)}\right)^2}{4}$$

que es equivalente, como se ve después de un poco de álgebra, a $\delta < 1$.

iii) Cuando C.1 no se cumple, $F(y_i^{so}, n, \delta) < 0$ y, evaluada en

$$y_i^m = y_i^{so}, \quad \frac{\partial F(y_i^m, n, \delta)}{\partial y_i^m} > 0,$$

pues esta última derivada es igual a

$$\frac{\partial F(y_i^m, n, \delta)}{\partial y_i^m} = -2y_i^{so} [4n + (1-\delta)(n-1)^2] + 4(1-r) + 2(1-\delta)(1-r)(n-1)$$

que, al substituir

$$y_i^{so} = \frac{1-r}{2n}$$

y efectuar un poco de álgebra, se comprueba que tiene el mismo signo que $(3n-1)$ y es, por tanto, positiva.

De los hechos i) a iii) se sigue inmediatamente que cuando C.1 no se cumple, la y_i más pequeña que se puede sostener como equilibrio perfecto en subjugos, y_i^{sb} , es la menor de las raíces de C.3 y satisface

$$y_i^{so} < y_i^{sb} < y_i^N$$

Además, cuando

$$y_i^m = y_i^{sb}, \quad \frac{\partial F(y_i^m, n, \delta)}{\partial y_i^m} > 0$$

Puesto que y_i^{sb} está definido como la menor de las raíces de $F(y_i^{sb}, n, \delta) = 0$, para ver cómo varía y_i^{sb} con n y δ , aplicamos el teorema de

la función implícita. Tenemos que y_i^{sb} queda implícitamente definido como una función de n y δ , y que, puesto que cuando

$$y_i^m = y_i^{sb}, \frac{\partial F(y_i^m, n, \delta)}{\partial y_i^m} > 0$$

podemos ver cómo varía y_i^{sb} con n y δ averiguando el signo de la derivada de F respecto a n y δ .

Tenemos que

$$\frac{\partial F(y_i^m, n, \delta)}{\partial n} = -[4+2(n-1)(1-\delta)](y_i^m)^2 + 2(1-\delta)(1-r)y_i^m$$

tiene el mismo signo que

$$-[4+2(n-1)(1-\delta)]y_i^m + 2(1-\delta)(1-r)$$

expresión que, después de un poco de álgebra, se puede mostrar que es negativa si y sólo si

$$\frac{2(1-\delta)(1-r)}{4+2(1-\delta)(n-1)} < y_i^m$$

lo cual afirmamos que se cumple cuando $y_i^m = y_i^{sb}$. Para ver por qué, notemos que

$$\frac{2(1-\delta)(1-r)}{4+2(1-\delta)(n-1)} < \frac{1-r}{2n} < y_i^{sb}$$

La segunda desigualdad se ha probado más arriba. Respecto a la primera, es equivalente a

$$4n(1-\delta) < 4+2(1-\delta)(n-1)$$

que a su vez se puede escribir como

$$(1-\delta) > \frac{2}{n+1}$$

que se cumple porque

$$(1-\delta) > \frac{4}{n + \frac{1}{n} + 2} > \frac{2}{n+1}$$

donde la primera desigualdad es la negación de C.1, y la segunda es equivalente a $n^2 > 1$, que se cumple para $n \geq 2$.

Finalmente, tenemos que para valores de y_i^m , n y δ tales que $F(y_i^m, n, \delta) = 0$ se cumple que

$$\frac{\partial F}{\partial \delta} > 0$$

Para ver por qué, notemos que $F(y_i^m, n, \delta) = 0$ si y sólo si C. 2 se cumple con igualdad. Pero, puesto que el lado izquierdo de C.2 es creciente en δ , F lo es también necesariamente.

Bibliografía

- Abreu, D. (1988), "On the Theory of Infinitely Repeated Games with Discounting", *Econometrica*, vol. 56, pp. 383-396.
- Agrawal, A. (2000), "Common Resources and Institutional Sustainability", ponencia presentada en el Seminario Nacional Lead-México, Acción Colectiva y Recursos de Acceso Común. El Gobierno de los Bienes Comunes, México (mimeo.).
- Baland, J. M. y J. P. Platteau (1996), *Halting Degradation of Natural Resources: Is There a Role for Rural Communities?*, Oxford, Clarendon Press.
- Cárdenas, J. C., J. Stranlund y C. Willis (2000), "Local Environmental Control and Institutional Crowding Out", ponencia presentado en el Seminario Nacional Lead-México, Acción Colectiva y Recursos de Acceso Común. El Gobierno de los Bienes Comunes, México (mimeo.).
- Friedman, J. (1971), "A Non-Cooperative Equilibrium for Supergames", *Review of Economic Studies*, vol. 38, pp. 1-12.
- Gordon, S. (1954), "The Economic Theory of a Common-Property Resource: The Fishery", *Journal of Political Economy*, vol. 62, pp. 124-142.
- Hardin, G. (1968), "The Tragedy of the Commons", *Science*, vol. 162, pp. 1243-1248.
- Ostrom, E. (1990), *Governing the Commons: The Evolution of Institutions for Collective Action*, Cambridge, Cambridge University Press.

- E., R. Gardner y J. Walker (1994), *Rules, Games, and Common-Pool Resources*, The University of Michigan Press.
- Wade, R. (1988), *Village Republics: Economic Conditions for Collective Action in South India*, Oakland, ICS Press.