



EL COLEGIO DE MÉXICO

CENTRO DE ESTUDIOS ECONÓMICOS

MAESTRÍA EN ECONOMÍA

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN ECONOMÍA

EL SISTEMA DE SUBASTAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA EN MÉXICO

ROBERTO CARLOS ORDÓÑEZ FLORES

PROMOCIÓN 2015-2017

ASESOR:

DAVID CANTALA

AGOSTO 2017

AGRADECIMIENTOS

Dedico esta tesis,

A mi madre, por ser la persona que me ha acompañado en este difícil trayecto estudiantil y de vida, sin tu ayuda esto nunca hubiera sido posible.

A mi amada esposa, por darme todo su apoyo y amor, así como su paciencia para concluir una meta más.

A mi hij@, te amamos y te estamos esperando ansiosos.

A mis hermanos, por permanecer fuertes y enseñarme a enfrentar mis miedos.

A mis amigos: Salomón, Itzel, Carlos, JR, Seño, Thalís, Emmanuel y Chavo. Han sido una parte importante en mi vida y espero mantenerlos conmigo.

A la Dra. Adriana Gama, por alentarme a llegar más lejos, pero sobre todo, por creer en mí.

A la Fundación Tokio, por la confianza brindada al otorgarme la Beca Sasakawa Young Leaders Fellowship Fund. Representó un gran apoyo a mi carrera y a la investigación de este trabajo.

RESUMEN

La Reforma Constitucional en Materia de Energía fue presentada en agosto del 2013 y aprobada por el Senado en diciembre del mismo año. Mediante esta nueva Reforma, tanto Petróleos Mexicanos (PEMEX) como la Comisión Federal de Electricidad (CFE) fueron dotados de una mayor autonomía y de un nuevo carácter como Empresas Productivas del Estado. Los principales objetivos eran: contar con un mayor abasto de energéticos a precios competitivos, atraer inversiones en materia de infraestructura y reducir los riesgos financieros, geológicos y ambientales en la generación y extracción de energéticos, además, la Reforma en el Sector Eléctrico Nacional (SEN) tendrá un papel muy importante para comercios, industrias y usuarios básicos en el corto plazo y para usuarios con un mayor consumo en el mediano y largo plazo.

Existen numerosos retos para el funcionamiento eficiente del SEN, los altos costos de generación de electricidad y la falta de competitividad son dos de los principales problemas a enfrentar. Según el Informe Anual de la CFE 2015, el 20.8% del total de la Electricidad utilizada se genera por medio de combustóleo y diesel, cuyo costo es considerablemente mayor al de las Energías Limpias, cuya participación en el mercado es casi nula.

Respecto al funcionamiento del SEN, en la Reforma Energética se declara que la planeación, control, transmisión y la distribución de energía eléctrica serán actividades exclusivas de la Nación, por ser consideradas como actividades estratégicas, sin embargo, se permite la inversión privada en la generación con el propósito de aumentar la competitividad en proyectos más eficientes. Se introducen también nuevos agentes, nuevos participantes y un nuevo esquema de funcionamiento.

El objetivo del presente trabajo teórico, es analizar el comportamiento de los generadores y licitantes bajo el actual sistema de Subastas de Energía (abordado más adelante). Se busca caracterizar mediante un juego dinámico (en el equilibrio), el comportamiento de generadores y entidades responsables de compra bajo un esquema de subastas de primer precio, considerando que el actual sistema concibe aceptar ofertas de venta que no poseen el menor precio o la mayor cantidad de productos, más bien, son seleccionadas por medio de un programa de optimización que maximiza los beneficios para el Subastador.

Índice

1	Introducción	2
2	Antecedentes	5
3	Contexto. El Sistema de Subastas de Electricidad en México	6
4	Motivación	8
5	Modelo	10
5.1	Caso Base. Modelo de Cobertura Completa del Mercado	10
5.1.1	Umbral de Ahorro	13
5.2	Caso 2: Dos Generadores, cobertura parcial, subasta de primer precio .	15
5.3	Caso 3: Dos generadores, cobertura parcial, Subasta Excedente Máximo.	17
6	Conclusiones	22
7	Investigación Futura	23
7.1	Iteración de la Subasta	23
8	Apéndice	27

El Sistema de Subastas de Energía Eléctrica en México

Roberto Carlos Ordoñez Flores

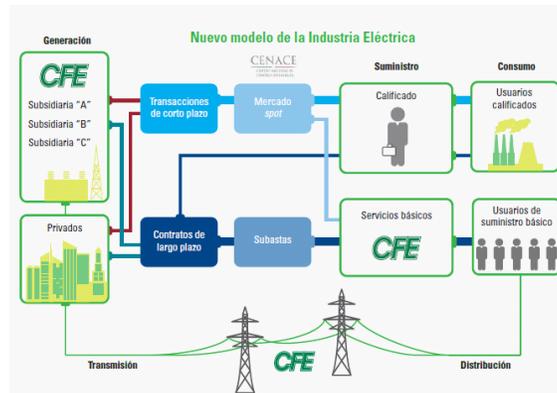
1 Introducción

La Reforma Constitucional en Materia de Energía fue presentada en agosto del 2013 y aprobada por el Senado en diciembre del mismo año. Mediante esta nueva Reforma, tanto Petróleos Mexicanos (PEMEX) como la Comisión Federal de Electricidad (CFE) fueron dotados de una mayor autonomía y de un nuevo carácter como Empresas Productivas del Estado. Los principales objetivos eran: contar con un mayor abasto de energéticos a precios competitivos, atraer inversiones en materia de infraestructura y reducir los riesgos financieros, geológicos y ambientales en la generación y extracción de energéticos, además, la Reforma en el Sector Eléctrico Nacional (SEN) tendrá un papel muy importante para comercios, industrias y usuarios básicos en el corto plazo y para usuarios con un mayor consumo en el mediano y largo plazo.

Existen numerosos retos para el funcionamiento eficiente del SEN, los altos costos de generación de electricidad y la falta de competitividad son dos de los principales problemas a enfrentar. Según el Informe Anual de la CFE 2015, el 20.8% del total de la Electricidad utilizada se genera por medio de combustóleo y diesel, cuyo costo es considerablemente mayor al de las Energías Limpias, cuya participación en el mercado es casi nula.

Respecto al funcionamiento del SEN, en la Reforma Energética se declara que la planeación, control, transmisión y la distribución de energía eléctrica serán actividades exclusivas de la Nación, por ser consideradas como actividades estratégicas, sin embargo, se permite la inversión privada en la generación con el propósito de aumentar la competitividad en proyectos más eficientes.

Se introducen también nuevos agentes en el esquema de funcionamiento del Sistema Eléctrico Nacional como lo muestra el siguiente esquema:



Nuevo modelo de la Industria Eléctrica

Fuente: KPMG Reforma Energética: ¿hacia donde vamos?.

Se constituye el Mercado Eléctrico Mayorista (MEM), operado por el Centro Nacional de Control de Energía (CENACE), también de reciente creación (28 de Agosto 2014). El MEM es un mercado para la negociación de compra-venta de Energía Eléctrica Acumulable, Potencia, Certificados de Energías Limpias y otros servicios conexos.

- La Energía Eléctrica Acumulable corresponde a la energía eléctrica entregada en tiempo real durante un año y es medida en MW/h.
- La Potencia, según las Bases del Mercado Eléctrico (Bases) se refiere al compromiso para mantener Capacidad Instalada de Generación y ofrecerla al Mercado de Energía de Corto plazo durante las horas de mayor demanda (horas críticas) a lo largo del año (100 horas por año).
- Los Certificados de Energías Limpias (CELs) son títulos emitidos por la Comisión Reguladora de Energía (CRE) que acredita la producción de cierta cantidad de energía a base de tecnologías limpias, por ejemplo, geotérmica, solar, nuclear o eólica, a razón 1 CEL/MW. Cualquier Entidad Responsable de Compra de Energía (Comprador) estará obligada a obtener cierta cantidad de CELs con el fin de incentivar este tipo de generación. La meta es llegar a una producción anual del 35% a base de Energías Limpias¹.

Un aspecto muy importante en el nuevo esquema del mercado eléctrico es que el suministro a usuarios de bajo consumo (Usuarios Básicos) estará únicamente a cargo un Suministrador de Servicios Básicos (SSB), y el precio que pagan los usuarios básicos será un precio regulado. Actualmente (Hasta el 30 de Julio del 2017) el único SSB es la Comisión Nacional de electricidad (CFE), la cual, deberá cumplir con la demanda de electricidad por medio de Contratos de Cobertura Eléctrica los cuales se realizarán

¹SENER, 2015.

a manera de Subastas de Mediano (3-5 años) y Largo plazo (15-20 años), y cuyas características y funcionamiento se encuentran plasmados en la Base 14 de las Bases y los Manuales de Subastas de Mediano y Largo Plazo. Actualmente se han ejecutados dos Subastas de Largo plazo (SLP-1/2015 y SLP-1/2016) con resultados favorables, se encuentra en ejecución la Tercera Subasta de Largo Plazo (SLP-1/2017) y se prevee realizar la Primera Subasta de Mediano Plazo este año (SMP-1/2017)².

El objetivo del presente trabajo teórico, es analizar el comportamiento de los generadores y licitantes bajo el actual sistema de Subastas de Energía (abordado mas adelante). Se busca caracterizar mediante un juego dinámico (en el equilibrio), el comportamiento de generadores y entidades responsables de compra bajo un esquema de subastas de primer precio, considerando que el actual sistema concibe aceptar ofertas de venta que no poseen el menor precio o la mayor cantidad de productos, más bien, son seleccionadas por medio de un programa de optimización que maximiza los beneficios para el Subastador.

En la siguiente sección se menciona la experiencia de subastas de energía en un contexto Internacional y se abordan algunos estudios relacionados con el tema. La sección 3 describe el caso de México en la apertura del Sector Energético. La sección 4 menciona la motivación del trabajo, la cual nace del análisis del programa de optimización utilizado por el CENACE. La sección 5 muestra los resultados, estos están divididos en 2 subsecciones, la primera subsección aborda el caso base, en el cuál los generadores compiten por un contrato de cobertura total, es decir, una vez que se publican los requerimientos de energía, cualquier generador puede financiarse para abastecer la cantidad solicitada, emitiendo un precio de venta que depende de sus propios costos, se añade también un escenario con cumplimiento de Umbral de Ahorro. La segunda subsección considera una subasta de primer precio con dos competidores los cuales pueden cubrir parcialmente las necesidades del comprador de Energía, en este escenario solo se selecciona a la mejor oferta de venta. La tercera subsección considera dos competidores en un esquema de subasta de cobertura parcial en el cuál existe la posibilidad de seleccionar ambas ofertas siempre y cuando no se exceda la cantidad demandada o los precios de compra máximos emitidos por el CENACE. La sección 6 presenta las conclusiones del trabajo y por último la sección 7 menciona un caso de interes para futuras investigaciones considerando la iteración de la subasta.

Los resultados del caso base indican que las ofertas de venta son mayores cuando no se considera un Umbral de Ahorro. Los resultados de las subsecciones 5.2 y 5.3 concluyen que el tipo de subasta actual permite a los generadores emitir ofertas de venta más altas que en subastas de primer precio, esto es posible debido a la aceptación de más de un competidor para abastecer una sola oferta de compra. El esquema puede no ser completamente eficiente, sin embargo los resultados de las primeras dos subastas generaron precios de venta altamente competitivos³.

²Informe de Transparencia, CENACE 2016.

³Boletín de prensa 034, www.cenace.gob.mx

2 Antecedentes

La Economía Energética ha tomado un papel protagónico en los últimos años debido a la transformación del sector energético en muchos países desde la década de los 90's. La creciente demanda por recursos eléctricos describe el desarrollo de procesos de industrialización, producción, desarrollo social y crecimiento de la población, al mismo tiempo, incrementa las preocupaciones por la generación sostenible, eficiente y limpia de la electricidad. Estas preocupaciones han motivado el estudio de nuevas formas de generación, suministro y transmisión lo cual afecta directamente a los precios y tarifas de usuarios finales.

El modelo tradicional basado en un esquema de Monopolio Nacional poco a poco se ha ido cambiando al permitir la apertura, comenzando en países como Estados Unidos, Inglaterra o Chile. La mayoría de los Economistas considera que la solución es la liberalización del mercado en puntos estratégicos del sistema, por ejemplo la generación. Trabajos como el de Hobbs & Rijkers (2005) muestran como los usuarios podrían beneficiarse de la apertura de los mercados energéticos o el de Cope & Dismukes (2001), señala el cambio en las decisiones de producción ante un panorama de apertura en el Sector Energético, concluyendo que es posible llegar a precios competitivos y un uso más eficiente del sistema.

Un mecanismo ampliamente usado ha sido la adquisición de Energía por medio de Subastas, en este esquema, generadores privados compiten por abastecer de Energía Eléctrica al Sistema ofreciendo el menor precio posible. Es difícil demostrar que este modelo sea mejor que otro, sobre todo por las variantes adaptadas a las circunstancias de cada país y por la falta de estudios empíricos de mediano y largo plazo.

Varios autores han realizados estudios teóricos sobre el mercado de Electricidad., Newbery David M. (1998) realiza un trabajo sobre un modelo analítico de introducción de competidores en un mercado spot existente bajo restricciones de capacidad, se concluye que las firmas bien posicionadas permiten la entrada solo en el caso de capacidad insuficiente de suministro mientras que invierten en disuadir la introducción de nuevos competidores cuando las nuevas plantas tienen costos variables bajos.

Por otro lado, el tema de subastas de Energía Eléctrica también ha sido planteado en distintos artículos, comenzando por trabajos como el de Wilson (1979) estudiando subastas a sobre cerrado con distintas cantidades de información disponible o por ejemplo Elmaghraby & Oren (1999), utilizan un juego de información completa para analizar el desempeño de diferentes estructuras de subastas de energía para lograr menores costos de despacho, encontrando que el desempeño de subastas por partes es mejor que el modelo de subastas por hora. Wolfram (1998) analiza el caso de Inglaterra y Gales en un modelo teórico demostrando que los participantes en la subasta bajo un esquema multiunidad con precios uniformes tienen incentivos a incrementar sus precios de venta ante altas cantidades demandadas. Fabra, Henrik y Harboard (2006) analizan también el formato de subastas en Inglaterra y Gales y caracterizan el comportamiento de los agentes en subastas uniformes y discriminatorias, encontrando que las subastas uniformes generan precios de venta promedio más altos con niveles de producción am-

biguos para cada esquema, mientras que Ciarreta y Espinoza (2010) abordan el caso de España con un modelo de competición de oferta y distintos tamaños de generadores.

Juri Hinz (1999) analiza la utilización de distintos mecanismos de subastas demostrando que bajo ciertas condiciones, el pago esperado por electricidad no cambia. Resultado análogo al principio de equivalencia de ingresos en subastas clásicas, y por último, un artículo de Bushnell & Oren (1994) se alude a la imposibilidad de llegar a un equilibrio en donde los participantes declaran sus verdaderos costos de generación, mostrando una fuerte necesidad de regulación en el mercado Eléctrico.

3 Contexto. El Sistema de Subastas de Electricidad en México

Las Subastas de Energía tendrán por objetivo: permitir a los SSB celebrar contratos de cobertura en forma competitiva y en condiciones de prudencia para satisfacer las necesidades de Potencia, Energía Eléctrica y CELs que deban cubrir a través de contratos de Largo Plazo de acuerdo con los requisitos que para ello establezca la Comisión Reguladora de Energía (CRE o Comisión)⁴, además de permitir a las demás Entidades de Carga participar en ellas cuando así lo decidan. Dado este sistema de adquisición de Energía Eléctrica, se deberá considerar el comportamiento tanto de compradores y vendedores con el fin de obtener una asignación completamente eficiente. Según el Manual de Subastas de Largo Plazo (MSLP), según el MSLP, el desarrollo de las Subastas se llevara a cabo de la siguiente manera: 1) Etapa de invitación a la subasta, por parte del CENACE, 2) Etapa de definición de los productos a Comprar por parte del SSB y otras Entidades de Compra, 3) Etapa de precalificación de las ofertas de Venta, 4) Etapa de recepción y evaluación de ofertas económicas, v) Etapa de fallo y asignación de contratos, a este mecanismo de elección lo llamaremos por simplicidad Subasta EM (De Excedente Máximo).

El principal interés subyace en la Subasta en sí, como se mencionó, en una primera instancia, el SSB (Considerando solo al SSB como comprador) emite una oferta de compra, en la segunda etapa, los generadores establecen una oferta de venta respecto a las ofertas de compra publicadas. En base a los criterios establecidos por el CENACE, se determinarán las ofertas de venta ganadoras y se asignarán los contratos correspondientes.

Los productos objeto de la subasta serán paquetes de Energía Eléctrica Acumulable, Potencia y CELs (descritos anteriormente) por un plazo de 15 a 20 años para las Subastas de Largo Plazo, hasta por las cantidades que se establezcan en las ofertas de compra (la cantidad obtenida al final podría ser menor). Los licitantes podrán realizar una oferta de venta para vender los tres productos (Energía, Potencia y CEL's), dos de ellos (Cualquier combinación) o solo Potencia o CELs, cada oferta de venta deberá

⁴Manual de Subastas de Largo Plazo, numeral 2.1.1(a)

incluir las cantidades que ofrece vender el licitante, identificado como un **Paquete** de productos, así como el costo total del paquete en cuestión.

Para la elección de las ofertas de venta, el CENACE evaluará las cantidades y precios ofrecidos utilizando un programa de optimización llamado "de enteros mixtos" [Problema original en el Apéndice], el cual arrojará un vector binario de ofertas seleccionadas o no seleccionadas. La función objetivo será maximizar el **Excedente Económico Total** el cual está definido como la cantidad vendida de cada Producto multiplicado por el precio máximo de compra ofertado (Emitido por la CRE), menos la cantidad de cada paquete de productos comprado multiplicada por el precio de oferta de dicho paquete. aunado a restricciones técnicas como ajustes horarios y de localización de las plantas generadoras que no serán objeto de estudio en el trabajo (Zona de Potencia, Zona de Interconexión, Zona de Generación, etc) y restricciones en cantidades, las cuales sí se discutirán e incluirán en este trabajo. El problema original de enteros mixtos, es mostrado en el apéndice del trabajo.

El CENACE emitirá un porcentaje objetivo de ahorro llamado **Umbral de Ahorro**, respecto a los costos esperados y los costos reales obtenidos en la subasta, este umbral no será conocido por las participantes en el proceso de la subasta. Las subastas podrán utilizar un **proceso iterativo** para la recepción de Ofertas de Venta con el fin de obtener una disminución en los precios ofertados y alcanzar este nivel de ahorro propuesto por el CENACE. La iteración ocurrirá cuando el Umbral de Ahorro, definido como la diferencia entre los costos pronosticados por la cantidad de energía adquirida, menos los costos reales, no alcance cierto objetivo.

El proceso iterativo en caso de no llegar al umbral de ahorro tendrá la siguiente dinámica:

- El CENACE anunciará públicamente las ofertas seleccionadas, sin indicar las identidades de los licitantes ni la ubicación de sus centrales eléctricas.
- Los licitantes que presentaron ofertas de venta (tanto los seleccionados como los no seleccionados) podrán presentar una segunda oferta de venta con un precio igual o menor al de la primera oferta sin modificar el contenido de su paquete ofertado.
- Posteriormente se ejecutará de nuevo el programa de enteros mixtos
 - Si el valor del excedente total de las nuevas ofertas es mayor en al menos 1%, el proceso se repetirá
 - Si el valor del excedente total de las nuevas ofertas es menor al 1% el proceso termina y las ofertas correspondientes serán las seleccionadas.

Una vez elegidas las ofertas de venta, los contratos son asignados de manera inapelable.

Actualmente se han llevado a cabo dos subastas de energía eléctrica, adquiriendo el 85.3% y el 80% de la Energía solicitada. Cabe destacar que los precios obtenidos se colocaron por debajo de los esperados, obteniendo un excedente mayor al umbral predicho, además, la energía limpia obtenida ronda el 3% de la energía anual utilizada en México, con un objetivo de llegar hasta el 35% en 2024⁵.

4 Motivación

El presente trabajo trata de modelar el comportamiento estratégico de los licitantes bajo el actual sistema de Subastas. Este esquema no corresponde a una Subasta de primer precio, esto quiere decir que en ciertos casos es posible seleccionar una Oferta de Venta, aun cuando no es la más barata, ni la que ofrece una mayor producción.

El algoritmo de selección muestra un caso que es de interés y que podría afectar de manera negativa las elecciones óptimas.

Dos de las restricciones mostradas en el problema de optimización son las siguientes:

$$VentaE_{be} \leq DemE_{be}^{\max} \quad \forall be \in BE \quad (1)$$

$$\sum_{be \in BE} VentaE_{be} \leq \sum_{p \in PAQ} u_p PaqueteE_p; \quad (2)$$

dónde

$VentaE_{be}$ = Energía adquirida en la oferta be .

$DemE_{be}^{\max}$ = Demanda máxima solicitada en la oferta be .

$PaqueteE_p$ = Cantidad de Energía contenida en el paquete p .

$u_p = \{0, 1\}$ Funcion indicadora que muestra si el paquete de venta fue aceptado.

$be \in BE$ = Oferta de compra del conjunto de ofertas de compra de energía.

PAQ = Paquetes de Venta Ofertados.

p = Paquete de venta,

La restricción (1) señala que para cada oferta de compra be existe una cantidad máxima $DemE_{be}^{\max}$ que no se puede sobrepasar. Por otro lado, la restricción (2) declara que la cantidad total de energía contenida en todos los paquetes aceptados ($u_p = 1$) puede ser mayor que la suma de cantidades compradas en total.

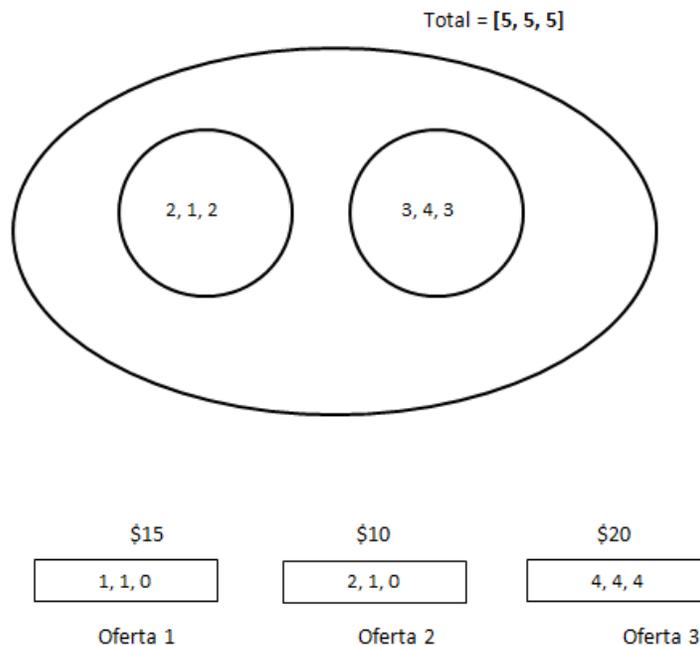
Pero, ¿Que significa que exista la posibilidad de que ocurra (2) con desigualdad estricta?. Eso supondría que en ciertas zonas de interconexión se compran paquetes

⁵Forbes Staff, Septiembre 2016, GanadoresSegunda Subasta Eléctrica en México

con una cantidad mayor de Energía de la necesaria (Solamente estamos considerando Energía Eléctrica Acumulada pero el caso es análogo para Potencia y Certificados) contradiciendo la restricción (1).

Un ejemplo de elección ineficiente podría ser el siguiente.

Supongamos la siguiente disposición de ofertas de compra (Ovalos) y ventas (Rectángulos) consideradas para una misma zona de interconexión y de potencia, denotando las ofertas como un vector (E,P,C) , que representan la cantidad de Energía, Potencia y Certificados.



Bajo este escenario, es claro que el algoritmo seleccionará la oferta 3 debido a la disposición de las demás ofertas. Posteriormente el algoritmo debe seleccionar una oferta de venta más. Las ofertas seleccionadas considerando la restricción 1 serán la uno y la tres, pero notemos que el costo total de la compra será de \$35 cuando habría sido posible gastar \$30 al seleccionar las ofertas 2 y 3, lo cual no ocurre debido al exceso de Productos, violando la restricción 1.

Esto motiva a analizar el comportamiento de los agentes bajo restricciones de demanda máxima ya que el licitante dos podría dejar de producir 1 MWh de energía para ser aceptado, lo cual mejoraría además el Excedente Económico Total.

El siguiente modelo, considera escenarios de subastas de primer precio y de no primer precio con el fin de comparar las estrategias de los licitantes en cada caso.

5 Modelo

El trabajo analiza un modelo donde el Suministrador de Servicios Básicos (CFE en este caso) demandará cierta cantidad de Energía eléctrica Acumulable D^M a un precio unitario máximo P^M . Se asume que existen N potenciales generadores participando en la subasta, cada generador tendrá un costo $x_i(D^M)$ de producir cierta cantidad de Mega Whatts D^M dependiendo de la tecnología con la que cuente, la función de costos de cada generador cumple con los supuestos de una función con costos crecientes $x'(q) > 0$, $x''(q) > 0$ además de ser continua y diferenciable. Basados en los costos de producción, cada participante emitirá una oferta de venta b_i por esa cantidad de energía.

5.1 Caso Base. Modelo de Cobertura Completa del Mercado

En este modelo existen N potenciales generadores de energía los cuales compiten por un contrato de abastecimiento total, es decir, cada generador es capaz de financiar un proyecto para abastecer la cantidad total D^M requerida por el SSB. Cada generador tendrá un costo $X_i(D^M)$ de producir la energía solicitada (dependiendo de su tecnología), y los costos de los demás generadores no son conocidos pero tienen una distribución conocida F con soporte $[0, \omega]$, y función de densidad f para todo generador $i \in \{1, 2, \dots, N\}$.

Cada generador reportará una oferta de venta $b_i \in \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$ y el contrato será asignado a aquel generador con el costo de venta más bajo, en caso de existir un empate el contrato se asignará entre los generadores empatados, con la misma probabilidad.

El beneficio de esta subasta de primer-precio para el generador i será:

$$\Pi_i = \begin{cases} b_i - x_i & \text{Si } b_i < \min_{j \neq i} b_j \\ 0 & \text{Si } b_i > \min_{j \neq i} b_j \end{cases}$$

Cada generador $j \neq i$ emite un precio de venta b_j siguiendo una estrategia $\beta : [0, \omega] \rightarrow \mathbb{R}_+$ que depende de sus costos de generación, la cual se asume continua, creciente (entre mayores sean los costos mayor será el precio de venta de energía), diferenciable, invertible y con $\beta(0) = 0$ (Cuando la energía es gratis, se regala).

Lo que se desea encontrar es la estrategia de venta óptima $b = \beta(x)$ en un Equilibrio Bayesiano Simétrico.

Sin pérdida de generalidad, consideremos que los costos del generador 1 para suministrar D^M MWh son $X_1 = x$. Notar que no puede ser óptimo ofrecer una puja $b < \beta(0)$, pues, ofreciendo una oferta $b + \varepsilon$ de tal forma que $b < b + \varepsilon < \beta(0)$ aún se ganaría el contrato y se obtendrían menos pérdidas por lo cual es una estrategia dominada, tampoco es óptimo ofrecer pujas de venta $b > \beta(w) = P^M D^M$ ya que sería desechada

al sobrepasar los máximos establecidos por el Comprado, así, basta observar pujas b tales que $\beta(0) \leq b \leq \beta(w)$.

El Generador 1 ganará el contrato cuando su oferta de venta sea menor que todas (subasta de primer precio), es decir, cuando $b < \min_{j \neq i} \beta(X_j)$ y dado que β es creciente, $\min_{j \neq i} \beta(X_j) = \beta(\min_{j \neq i} X_j) = \beta(Y_1)$, donde $Y_1 \equiv \min(X_2, X_3, \dots, X_n)$ es el estadístico de orden que determina el costo mínimo de los demas competidores. Asumimos que $Y_1 \sim G$ y tiene una función de densidad $g = G'$. Equivalentemente, el jugador 1 gana cuando $\beta^{-1}(b) < Y_1$.

El pago esperado del generador 1 bajo este esquema será

$$\begin{aligned} \Pr(\beta^{-1}(b) < Y_1)(b - x) &= (1 - \Pr(Y_1 < \beta^{-1}(b)))(b - x) \\ &= (1 - G(\beta^{-1}(b)))(b - x) \end{aligned}$$

Cada competidor busca maximizar su pago esperado. Maximizando respecto a b se obtiene la condición de primer orden

$$\begin{aligned} -G'(\beta^{-1}(b))[\beta^{-1}(b)]'(b - x) + 1 - G(\beta^{-1}(b)) &= 0 \\ 1 - G(\beta^{-1}(b)) &= \frac{g(\beta^{-1}(b))}{\beta'(\beta^{-1}(b))}(b - x) \\ \beta'(\beta^{-1}(b))(1 - G(\beta^{-1}(b))) &= g(\beta^{-1}(b))(b - x) \end{aligned}$$

Considerando un equilibrio simétrico $b = \beta(x)$ ó $\beta^{-1}(b) = x$ por lo tanto

$$\begin{aligned} \beta'(x)(1 - G(x)) &= g(x)\beta(x) - xg(x) \\ \frac{d}{dx}((1 - G(x))\beta(x)) &= -xg(x) \end{aligned}$$

Así

$$(1 - G(x))\beta(x) = \int_x^\omega yg(y)dy$$

Luego

$$\beta(x) = \frac{1}{1 - G(x)} \int_x^\omega yg(y)dy = E[Y_1 | Y_1 > x]$$

(Véase demostración A1 en el apéndice)

Es decir, la estrategia óptima en un equilibrio simétrico para el generador i es pujar el valor esperado del estadístico de orden $\min(X_1, \dots, X_{i-1}, X_{i+1}, \dots, X_n)$.

Proposición 1 *La estrategia óptima en un equilibrio simétrico para una subasta de venta de energía con cobertura total está dada por*

$$\beta^I(x) = E[Y_1 | Y_1 > x] \quad (1)$$

Donde Y_1 es el estadístico de orden que determina el menor valor de los $N-1$ costos de producción.

La estrategia óptima para cada generador es ofrecer un precio de venta dado por el valor esperado del estadístico de orden \min , truncado por el costo de producir la cantidad D^M . El próximo ejemplo ayudará a visualizar mejor las implicaciones de este resultado.

Ejemplo 2 *Costos distribuidos uniformemente en $[0, \omega]$*

Bajo el supuesto de distribución de costos Uniformes, la estrategia óptima para el generador 1 (y para los demás) será la siguiente.

Si $F(x) = \frac{x}{\omega}$, el estadístico de orden $\min(X_2, \dots, X_n)$ tendrá una función de distribución $G(x) = 1 - [1 - \frac{x}{\omega}]^{N-1}$, por lo tanto

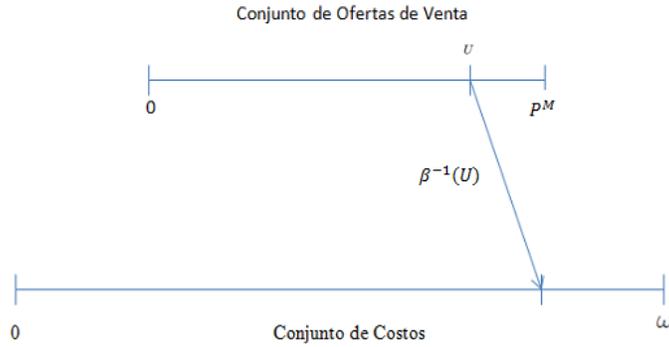
$$\begin{aligned} \beta^I(x) &= \frac{1}{1 - G(x)} \int_x^\omega yg(y)dy & (2) \\ &= \frac{1}{[1 - \frac{x}{\omega}]^{N-1}} \int_x^\omega y(N-1)(1 - \frac{y}{\omega})^{N-2} \frac{1}{\omega} dy \\ &= (N-1) \left[-\omega(1 - \frac{x}{\omega}) \left(\frac{w}{(N-1)(x-\omega)} + \frac{1}{N} \right) \right]_x^\omega \\ &= (N-1) \left(\frac{\omega}{(N-1)} + \frac{x-\omega}{N} \right) \\ &= \frac{\omega}{N} + \frac{N-1}{N}x \end{aligned}$$

Notar que en el ejemplo, la puja óptima para el generador es proponer una fracción casi total de sus costos de producción más una proporción de los costos máximos, notar que cuando $N \rightarrow \infty$ la puja óptima será ofrecer un contrato de venta igual a sus costos de producción. De esta manera se puede apreciar que el modelo considera como positiva la entrada de nuevos generadores al mercado pues motiva la competencia y mejores ofertas de ventas para el comprador.

5.1.1 Umbral de Ahorro

El Umbral de ahorro U determina la cantidad de ahorro esperado en el modelo de Subastas. Cabe aclarar que el umbral de ahorro establecido por CENACE se ve como una proporción del costo máximo en la compra de energía, pero en este modelo es considerado como la diferencia entre la cantidad demandada dados los precios máximos y la cantidad gastada realmente al seleccionar la oferta ganadora, lo cual es equivalente.

El nivel máximo de costos para proveer una oferta aceptable dado el Umbral U (usando la estrategia β) es $\beta^{-1}(U)$, se asume que $\beta^{-1}(U)$ tiene una distribución H_U independiente de la distribución de mínimos costos de los demás generadores Y_1 y con el mismo soporte $[0, \omega]$. Se puede interpretar a U como la cantidad máxima que el comprador espera pagar por la energía D^M y a $\beta^{-1}(U)$ como los costos máximos que debe tener un generador para hacer una propuesta de venta válida como lo muestra la siguiente figura.



Bajo este esquema los generadores deben diseñar una estrategia para maximizar su pago esperado considerando el Umbral de ahorro como una restricción más al problema.

El pago esperado para el participante 1 será:

$$\begin{aligned} \Pr(\beta^{-1}(b) < \min\{Y_1, H_U\})(b - x) &= \Pr(\beta^{-1}(b) < y_1, \beta^{-1}(b) < H_U)(b - x) \\ &= \Pr(\beta^{-1}(b) < Y_1) \Pr(\beta^{-1}(b) < H_U)(b - x) \\ &= (1 - G(\beta^{-1}(b)))(1 - H_U(\beta^{-1}(b)))(b - x). \end{aligned}$$

Tras la condición de primer orden respecto a b

$$x) \left(-\frac{g(\beta^{-1}(b))}{\beta'(\beta^{-1}(b))}(1 - H_U(\beta^{-1}(b))) - \frac{h_U(\beta^{-1}(b))}{\beta'(\beta^{-1}(b))}(1 - G(\beta^{-1}(b))) \right) = 0.$$

En equilibrio $b = \beta(x)$

$$\begin{aligned}\beta'(x)(1 - G(x))(1 - H_U(x)) &= (\beta(x) - x)(g(x)(1 - H_U(x)) + h_U(x)(1 - G(x))) \\ \frac{d}{dx} [\beta(x)(1 - G(x))(1 - H_U(x))] &= -x(g(x)(1 - H_U(x)) + h_U(x)(1 - G(x))) \\ \beta(x)(1 - G(x))(1 - H_U(x)) &= \int_x^\omega [z(g(z)(1 - H_U(z)) + h_U(z)(1 - G(z)))] dz.\end{aligned}$$

Por lo tanto (*Véase demostración A2 en el apéndice*)

$$\begin{aligned}\beta(x) &= \frac{1}{(1 - G(x))(1 - H_U(x))} \int_x^\omega [z(g(z)(1 - H_U(z)) + h_U(z)(1 - G(z)))] dz \\ &= E[\min(Y_1, H_U) | \min(Y_1, H_U) > x].\end{aligned}\tag{3}$$

Proposición 3 *En un sistema de subastas con cobertura total, la estrategia óptima para cada generador está dada por*

$$\beta^{I_U}(x) = E[\min(Y_1, H_U) | \min(Y_1, H_U) > x].\tag{4}$$

Donde H_U indica los costos máximos que el comprador debe tener para satisfacer la condición del Umbral U

Notar que el resultado indica que cuando el Umbral de ahorro es considerado, la estrategia óptima es considerar este Umbral como un concursante más. En el caso de una distribución Uniforme para el Umbral de Ahorro la estrategia óptima será $\beta^{I_U}(x) = \frac{\omega}{N+1} + \frac{N}{N+1}x$. Se puede comprobar que las ofertas de venta en este caso son menores que en el caso base.

Teorema 4 *En el caso de costos distribuidos uniformemente, $\beta^{I_U}(x) < \beta^I(x) \forall x \in [0, \omega]$.*

proof. La desigualdad se cumple cuando:

$$\beta^{I_U}(x) < \beta^I(x) \iff \frac{\omega}{N+1} + \frac{N}{N+1}x < \frac{\omega}{N} + \frac{N-1}{N}x$$

$$\iff \left(\frac{N}{N+1} - \frac{N-1}{N} \right) x < \frac{\omega}{N} - \frac{\omega}{N+1}$$

$$\iff \left(\frac{N^2 - (N+1)(N-1)}{N(N+1)} \right) x < \frac{\omega(N+1) - \omega N}{N(N+1)}$$

$$\iff (N^2 - (N+1)(N-1)) x < \omega(N+1) - \omega N$$

$$\iff x < \omega.$$

■

Ejemplo 5 Considerar una subasta de cobertura total donde los costos se distribuyen uniformemente entre el intervalo $[0,8]$ y existen 10 competidores. Describir las ofertas de venta de un competidor con costos de producción $x=5$ en el caso base y con umbral de ahorro . En este ejemplo: $N=10$, $\omega = 8$, $x = 5$. Por lo tanto:

$$\beta^I(x) = \frac{\omega}{N} + \frac{N-1}{N}x = 5.3$$

$$\beta^{Iv}(x) = \frac{\omega}{N+1} + \frac{N}{N+1}x = 5.26$$

Como se puede ver, $\beta^{Iv}(x) < \beta^I(x)$.

5.2 Caso 2: Dos Generadores, cobertura parcial, subasta de primer precio

En este caso existen dos generadores $i \in \{1, 2\}$ compitiendo en la subasta y ofreciendo una cantidad $q_i \in [0, D^M)$ a un precio $b_i \in [0, D^M P^M)$, de tal manera que el precio unitario ofertado no sobrepase P^M . Cada generador cuenta con un tipo de tecnología que le permite producir q_i MW's a un costo $x_i(q_i)$, esta función de costos es estrictamente creciente en cantidad, continua y diferenciable.

El comprador seleccionará solo aquella oferta de venta que genere un mayor Excedente Económico, a decir, elegirá la oferta i si y solo si $P^M q_i - b_i > P^M q_j - b_j$, $j \neq i$. Cada generador desconoce tanto la producción como el precio de venta de su oponente y se asume que $P^M q_i - b_i > 0 \forall i$ debido a la restricción de Precio Máximo $\left(\frac{b_i}{q_i} < P^M\right)$, Se asume que la producción se tiene distribución F sobre el soporte $[0, D^M]$ y el precio de venta tiene una distribución G sobre el soporte $[0, P^M q_i)$. Bajo esta restricción, asumimos que el Excedente Económico generado por cada jugador tiene una Distribución E con soporte $[0, D^M P^M)$ y función de densidad $e = E'$.

Desde la perspectiva del jugador 1, se trata de elegir (b_1, q_1) con tal de maximizar el pago esperado

$$(b_1 - x_1(q_1)) \Pr(P^M q_1 - b_1 \geq Ex_2) = (b_1 - x_1(q_1))E(P^M q_1 - b_1)$$

Tomando condiciones de primer orden respecto a b_1 y q_1

b_1 :

$$E(P^M q_1 - b_1) = (b_1 - x_1(q_1))e(P^M q_1 - b_1)$$

q_1 :

$$x'_1(q_1)E(P^M q_1 - b_1) = (b_1 - x_1(q_1))e(P^M q_1 - b_1)p^M$$

Resolviendo se obtienen las cantidades óptimas (implícitas) de puja y producción:

$$x'_1(q_1) = P^M \quad (5)$$

$$b_1 = x_1(q_1) + \frac{E(P^M q_1 - b_1)}{e(P^M q_1 - b_1)}. \quad (6)$$

Notar que en este caso, los generadores producen hasta que el costo marginal de producir 1 MWh más de energía es igual al precio máximo aceptado por el Comprador, además, la oferta de venta emitida al comprador es igual a los costos de producción más un cociente que depende el Excedente Generado por el Generador.

Proposición 6 *La cantidad y puja óptima (q^*, b^*) para el generador $i \in \{1, 2\}$ en una subasta de primer precio y cobertura parcial está dada implícitamente por el sistema de ecuaciones*

$$x'_i(q^*) = P^M$$

$$b^* = x_i(q^*) + \frac{E(P^M q^* - b^*)}{e(P^M q^* - b^*)}.$$

Donde E representa la distribución del Excedente Económico Total del generador $j \neq i$.

Conviene realizar un ejemplo para analizar los resultados

Ejemplo 7 *Esquema de cobertura parcial con dos generadores en una subasta de primer precio. Costos de generación $x(q) = \frac{P^M q^2}{q+1}$ y Excedente Económico distribuido uniformemente en $[0, D^M P^M)$.*

Notemos que los costos de producir q unidades siempre son menores que $p^M q$ ya que $x(q) = (P^M q) \frac{q}{D^M}$ y $\frac{q}{D^M} < 1$ siempre.

La distribución del excedente generado por cada generador se distribuye como $E(x) = \frac{x}{D^M P^M}$ y $e = \frac{1}{D^M P^M}$.

Se produce hasta el punto en el que

$$\begin{aligned}\frac{2qP^M}{D^M} &= P^M \\ q^* &= D^M/2.\end{aligned}$$

Y la puja de venta asociada a esta cantidad producida será

$$\begin{aligned}b^* &= \frac{P^M D^{M2}}{D^M 4} + \frac{P^M D^M}{2} - b^* \\ b^* &= \frac{3}{8}P^M D^M.\end{aligned}$$

En este caso, el generador con la función de costos mencionados producirá la mitad de la oferta de venta y emitirá una oferta de venta menor a la mitad del Precio Máximo. Se puede notar que en este caso los generadores no toman en cuenta el comportamiento de su contrincante, simplemente maximizan su pago esperado dada su función de costos (Tecnología). En el siguiente ejemplo, los generadores consideran el comportamiento estratégico de su rival en la subasta para maximizar su pago esperado.

5.3 Caso 3: Dos generadores, cobertura parcial, Subasta Excedente Máximo.

Al igual que el caso anterior existen dos competidores $i \in \{1, 2\}$ en la subasta, sin embargo, se permite que más de una oferta de venta pueda ser aceptada a la vez. Las ofertas aceptadas son seleccionadas por medio de un problema de maximización por parte del comprador con el fin de maximizar su excedente económico

Cada generador i decide la cantidad $q_i \in [0, D^M)$ de energía a ofrecer, así como el valor b_i de esta, con el fin de maximizar su utilidad esperada. Cada generador tiene una función de costos $x_i(q_i)$ que depende del nivel de producción. El nivel de producción q_i para cada generador es desconocido por su rival y se asume una distribución G con soporte $[0, D^M)$, la distribución del excedente económico hacia la empresa contratista tendrá una distribución E , con función de densidad $e = E'$ y soporte $[0, D^M P^M)$ para cada generador. Se asume que $P^M q_i - b_i > 0 \forall i$ debido a la restricción de Precio Máximo $\left(\frac{b_i}{q_i} < P^M\right)$ por parte del comprador.

El problema que resuelve el comprador es el siguiente:

$$\begin{aligned} & \underset{\{u_1, u_2\}}{\text{Max}} \sum_{i=1}^2 u_i (q_i P^M - b_i) \\ & \text{s.a.} \\ & \sum_{i=1}^2 u_i q_i \leq D^M \end{aligned}$$

Donde u_i es una función indicadora que vale 1 si la oferta de venta (b_i, q_i) fue aceptada y 0 si es rechazada. Se aceptarán ambas ofertas de venta en tanto no violen la condición $q_1 + q_2 \leq D^M$. En caso contrario, y debido a que $q_i < D^M$, solamente se aceptara la oferta que brinde un mayor excedente económico, a decir, la selección óptima para el comprador será:

$$(u_1^*, u_2^*) = \begin{cases} (1, 1) & \text{si } q_1 + q_2 \leq D^M \\ (1, 0) & \text{si } P^M q_1 - b_1 > P^M q_2 - b_2 \ \& \ q_1 + q_2 > D^M \\ (0, 1) & \text{si } P^M q_2 - b_2 > P^M q_1 - b_1 \ \& \ q_1 + q_2 > D^M \end{cases} \quad (7)$$

Notar que siempre elige al menos una oferta de venta al realizar la subasta.

Bajo este escenario, los generadores eligen (b_i, q_i) para maximizar su pago esperado, el cual está dado (en el caso del generador 1) por:

$$\Pr(q_1 + q_2 \leq D^M)(b_1 - x_1) + \Pr(q_1 + q_2 > D^M) \Pr(P^M q_1 - b_1 > E x_2) (b_1 - x_1).$$

Dado que los costos dependen del nivel de producción $x_1 = x_1(q_1)$ esto es equivalente a :

$$\begin{aligned} \Pr(q_2 \leq D^M - q_1)(b_1 - x_1(q_1)) &+ \Pr(q_2 > D^M - q_1) \Pr(P^M q_1 - b_1 > E x_2) (b_1 - x_1(q_1)) \\ &= G(D^M - q_1)(b_1 - x_1(q_1)) + (1 - G(D^M - q_1))E(P^M q_1 - b_1) (b_1 - x_1(q_1)) \\ &= (b_1 - x_1(q_1)) [G(D^M - q_1) + (1 - G(D^M - q_1))E(P^M q_1 - b_1)] \end{aligned}$$

Las condiciones de primer orden del problema son:

Respecto a b_1

$$\begin{aligned} & [G(D^M - q_1) + (1 - G(D^M - q_1))E(P^M q_1 - b_1)] \\ & = (b_1 - x_1(q_1))(1 - G(D^M - q_1))e(P^M q_1 - b_1) \end{aligned} \quad (9)$$

Respecto a q_1

$$\begin{aligned} & -x'_1(q_1)(b_1 - x_1(q_1))(1 - G(D^M - q_1))E(P^M q_1 - b_1) \\ & + (b_1 - x_1(q_1))[-g(D^M - q_1) + g(D^M - q_1)E(P^M q_1 - b_1)] \\ & + (b_1 - x_1(q_1))(1 - G(D^M - q_1))e(P^M q_1 - b_1)P^M \\ & = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Sustituyendo (2) en (3)

$$\begin{aligned} & -(b_1 - x_1(q_1))x'_1(q_1)(1 - G(D^M - q_1))e(P^M q_1 - b_1) \\ & + (b_1 - x_1(q_1))[-g(D^M - q_1) + g(D^M - q_1)E(P^M q_1 - b_1)] \\ & + (b_1 - x_1(q_1))(1 - G(D^M - q_1))e(P^M q_1 - b_1)P^M \\ & = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Reagrupando:

$$\begin{aligned} & (b_1 - x_1(q_1))[-x'_1(q_1)(1 - G(D^M - q_1))e(P^M q_1 - b_1) - g(D^M - q_1) \\ & + g(D^M - q_1)E(P^M q_1 - b_1) + (1 - G(D^M - q_1))e(P^M q_1 - b_1)P^M] \\ & = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Lo cual ocurre cuando:

1. $b_1 = x_1(q_1)$

Independientemente de la cantidad de energía ofertada, la puja u oferta de venta será la misma que el costo de producir tal cantidad y por lo tanto obtendrá beneficios cero.

$$2. x'_1(q_1)(1 - G(D^M - q_1))e(P^M q_1 - b_1) - g(D^M - q_1) + g(D^M - q_1)E(P^M q_1 - b_1) + (1 - G(D^M - q_1))e(P^M q_1 - b_1)P^M = 0.$$

Simplificando la igualdad anterior

$$\begin{aligned} & x'_1(q_1)(1 - G(D^M - q_1))e(P^M q_1 - b_1) \\ = & -g(D^M - q_1) + g(D^M - q_1)E(P^M q_1 - b_1) + (1 - G(D^M - q_1))e(P^M q_1 - b_1)P^M \end{aligned}$$

\Leftrightarrow

$$\begin{aligned} & x'_1(q_1)(1 - G(D^M - q_1))e(P^M q_1 - b_1) \\ = & -g(D^M - q_1)(1 - E(P^M q_1 - b_1)) + (1 - G(D^M - q_1))e(P^M q_1 - b_1)P^M \end{aligned}$$

\Leftrightarrow

$$x'_1(q_1) = \frac{-g(D^M - q_1)(1 - E(P^M q_1 - b_1))}{(1 - G(D^M - q_1))e(P^M q_1 - b_1)} + P^M$$

\Leftrightarrow

$$x'_1(q_1) = P^M - \frac{\lambda_G(D^M - q_1)}{\lambda_E(D^M - q_1)} \quad (13)$$

$$b_1 = x_1(q_1) + \frac{G(D^M - q_1) + (1 - G(D^M - q_1))E(P^M q_1 - b_1)}{(1 - G(D^M - q_1))e(P^M q_1 - b_1)} \quad (14)$$

$$b_1 = x_1(q_1) + \frac{E(P^M q_1 - b_1)}{e(P^M q_1 - b_1)} + \frac{G(D^M - q_1)}{(1 - G(D^M - q_1))e(P^M q_1 - b_1)}$$

Donde las funciones λ_G y λ_E representan las tasas de hazard para G y E respectivamente.

Es de interés notar que, dado que la función de costos es creciente la cantidad óptima producida en este caso es menor, además de que la puja de venta será mayor. Esto genera ineficiencias claras respecto a la subasta de primer precio.

Proposición 8 *La cantidad y puja óptima (q^{**}, b^{**}) para el generador $i \in \{1, 2\}$ en una subasta de Excedente Máximo (SEM) está dada implícitamente por el sistema de ecuaciones*

$$x'_i(q^{**}) = P^M - \frac{\lambda_G(D^M - q^{**})}{\lambda_E(D^M - q^{**})}$$

$$b^{**} = x_i(q^{**}) + \frac{E(P^M q^{**} - b^{**})}{e(P^M q^{**} - b^{**})} + \frac{G(D^M - q^{**})}{(1 - G(D^M - q^{**}))e(P^M q^{**} - b^{**})}$$

Donde E representa la distribución del Excedente Económico Total y G la distribución de producción del generador $j \neq i$.

Teorema 9 *En una Subasta EM la cantidad ofrecida por cada generador es menor que en una subasta de primer precio, mientras que la puja de venta asociada a una Subasta EM es mayor que la puja óptima en una subasta de primero precio.*

proof. Dado que la función de costos es creciente con segunda derivada positiva

$$x'_i(q^{**}) < x'_i(q^*) \implies q^{**} < q^*$$

De la comparación de pujas de venta Obtenemos que

$$b^{**} - b^* = \frac{G(D^M - q^{**})}{(1 - G(D^M - q^{**}))e(P^M q^{**} - b^{**})} > 0$$

Por lo que se obtiene el resultado. ■

Este resultado es clave, retomando el ejemplo mostrado en la sección 4 podemos decir que, dado el nuevo esquema de subastas en el que es posible ser aceptado aún sin ser la mejor oferta los generadores no compiten por ser el mejor en cuestión de Excedente Económico, más bien, los generadores tratan de evitar ser rechazados debido al sobrepaso de demanda ofreciendo una menor cantidad de producción que en un sistema de primer precio, a su vez, debido a que no tienen incentivos para ser el mejor precio de venta colocan precios más allá de los esperados en un tipo de subasta de primer precio.

6 Conclusiones

La apertura del mercado eléctrico en México ha permitido la entrada de agentes privados al sector de generación. El manejo de este nuevo mercado está lejos de perfeccionarse, incluso en países desarrollados como Estados Unidos o Inglaterra la apertura del Sector en Generación ha tenido un avance lento y gradual en cuestión de eficiencia, sin embargo, este avance ha sido sostenido a lo largo de las últimas dos décadas.

El modelo teórico mostrado en el presente trabajo trata de incluir aspectos importantes en la Subasta de Energía como lo es el Umbral de Ahorro y la Iteración de subastas.

Un aspecto que restringe el mejor funcionamiento de este sistema de suministro es la condición binaria de aceptar o rechazar, componente que evita que se suministre el 100% de la energía requerida. La solución sería contar con un sistema en donde se pueda comprar una fracción de la cantidad ofrecida, escenario que en estos momentos no es viable por la magnitud de suministro de los generadores.

Los resultados obtenidos son importantes para el diseño de la subasta. Es intuitivo saber que los participantes trataran de realizar acciones que les resulten en mayor utilidad, sin embargo, el reto es crear mecanismos que logren la eficiencia del sistema como un efecto colateral de las acciones óptimas para los agentes.

Existen dos formas para ser aceptado como suministrador del sistema, la primera es mediante la oferta de energía a bajos costos y mediante el complemento de estas ofertas, es decir, una vez que se aceptan las ofertas más baratas, se captan aquellas ofertas con el segundo mejor precio tomando en cuenta la restricción de demanda máxima y precio máximo.

De las conclusiones obtenidas en este trabajo, se comprueba que los generadores no tratan de ser la mejor oferta de venta, más bien, consideran primero el valor esperado de cantidades ofertadas por los demás generadores para posteriormente emitir una oferta que complemente a las mejores ofertas. Esto con el fin de obtener un mayor ingreso.

Es importante continuar con la producción de literatura, investigación y el diseño de mecanismos que generen un mejor funcionamiento no solo del mercado de subastas sino del Mercado Eléctrico Mayorista. Será interesante observar el funcionamiento del mercado eléctrico en los próximos años con el fin de encontrar debilidades y fortalezas.

7 Investigación Futura

7.1 Iteración de la Subasta

El trabajo considerará pertinente la adición de la iteración de la Subasta en el modelo. En esta variante, si ninguna oferta de venta logra el nivel de ahorro suficiente en la primera ronda de la subasta, esta volverá a efectuarse con tal de disminuir sus costos de venta. Al realizar una iteración de la subasta los generadores serán notificados sólo sobre si su oferta fue aceptada o rechazada, **en el caso base**, solo 1 generador sabrá que su oferta había sido aceptada pero no cumplió con el requisito de ahorro y los $N - 1$ generadores restantes serán notificados sobre el rechazo de su oferta de venta. Bajo este escenario los generadores cuentan con información nueva y tendrán que replantear sus estrategias con costos de venta a la baja, su nueva oferta deberá ser igual o menor que en la primera ronda.

La estrategia óptima en el periodo 2 para cada caso es la siguiente.

- **Caso 1. La oferta del generador i fue rechazada.**

Denotemos la oferta de venta del generador i en la ronda t de la subasta como b_i^t . En este caso, el generador i replanteará su estrategia de puja pero ahora restringiendo el dominio de valores permitidos al espacio factible $[0, b_i^1]$. De antemano sabe que ofrecer una puja de venta $b_i^2 \in (b_i^1, P^M]$ en la segunda ronda no es una estrategia óptima.

Por lo tanto, la estrategia será ofrecer (Véase demostración A3 en el apéndice):

$$b_i^2 = \beta_i^2(x) = E[Y_1^2 | x < Y_1^2 < b_i^1].$$

Donde $Y_1^2 = \min(X_2^2, \dots, X_N^2)$ es el estadístico de orden mínimo en la segunda Ronda.

- **Caso 2. La oferta del generador i fue aceptada.**

Cuando la oferta del generador i es aceptada pero no se llega al Umbral de ahorro predicho, el participante sabe que su oferta fue la menor de entre las demás y debe decidir si mantenerla o disminuirla. Lo óptimo ahora es tomar en cuenta el Umbral de ahorro para el cálculo de su estrategia óptima, lo cual ya fue hecho en el modelo. La puja óptima será:

$$\beta_i^{I_U}(x) = E[\min(Y_1^2, H_U) | \min(Y_1^2, H_U) > x].$$

El generador i sabe que su oferta fue la menor en la primera etapa y compite en la segunda ronda con el Umbral de ahorro y las nuevas pujas de los demás participantes, con el fin de ser una oferta aceptable.

Para hallar la oferta de venta óptima en la primera etapa de la subasta se deben considerar los posibles escenarios descritos anteriormente, la estrategia resultante será un Equilibrio Bayesiano Perfecto en Sub Juegos.

	Etapa 1	Pagos	Etapa 2
$\left\{ \begin{array}{l} \text{Ganar \& } < \text{Umbral} \\ \text{Ganar \& } > \text{Umbral} \end{array} \right.$	Termina	$\beta^*(x) - x$	
	Sigue	\rightarrow	$\left\{ \begin{array}{ll} \beta^2(x) - x & \text{Prob } \alpha \\ 0 & \text{Prob } 1 - \alpha \end{array} \right.$
$\left\{ \begin{array}{l} \text{Perder \& } < \text{Umbral} \\ \text{Perder \& } > \text{Umbral} \end{array} \right.$	Termina	0	
	Sigue	\rightarrow	$\left\{ \begin{array}{ll} \beta^{Iv}(x) - x & \text{Prob } \gamma \\ 0 & \text{Prob } 1 - \gamma \end{array} \right.$

Donde $\beta^*(x) = b_i^1$ es la estrategia buscada en la primera etapa.

Para hallarla, el participante deberaa resolver el siguiente problema de maximización:

$$\begin{aligned}
& \max_{b_i^1} \Pr(\beta^{-1}(b_i^1) < Y_1^1) [\Pr(\beta^{-1}(b_i^1) < \beta^{-1}(U)) (\beta(x) - x) \\
& + \Pr(\beta^{-1}(b_i^1) > \beta^{-1}(U)) \Pr(\beta^{Iv}(x) < Y_1^2) (\beta^{Iv}(x) - x)] \\
& + \Pr(\beta^{-1}(b_i^1) > Y_1^1) [\Pr(Y_1^1 > \beta^{-1}(U)) \Pr(\beta^2(x, b_i^1) < Y_1^2) (\beta^2(x) - x)]
\end{aligned}$$

El problema no es trivial, y no se encontró una solución cerrada, sin embargo, merece la pena utilizar otros métodos (numéricos) para su solución, los cuales no pudieron ser abordados en esta tesis.

Referencias

- [1] Bushnell James B., Oren Shmel S., *Incentive Effects of Enviromental Adders in Electric Power Auctions*, The Energy Journal, vol. 15, No. 3, pp. 55-73.
- [2] Centro Nacional de Contról de Energía., (2016), *Bases de Licitación de la Subasta a Largo Plazo SLP-1/2016*.
- [3] Ciarreta Aitor and Espinosa Maria Paz, *Supply Function Competition in the Spanish Wholesale Electricity Market*, The Energy Journal, Vol. 31, No. 4 (2010), pp. 137-157.
- [4] Cope Robert F., Dismukes David E., Cope Rachelle F., *Modeling Regional Electric Power Markets and Market Power*, Managerial and Decision Economics, Vol. 22, No 8 (Dec., 2001), pp. 411-429.
- [5] Elmaghraby Wedad., Oren Shmuel S., (1999), *The Efficiency of Multi-Unit Electricity Auctions*. The Energy Journal, vol. 20, No. 4, pp. 89-116.
- [6] Fabra Natalia, Nils-Henrik von der Fehr and David Harbord., *Designing Electricity Auctions*, The RAND Journal of Economics, Vol. 37, No. 1 (Spring, 2006), pp. 23-46.
- [7] Hinz Juri., *A Revenue Equivalence Theorem for Electricity Auctions*. Journal of Applied Probability, vol. 41, No. 2, pp. 299-312.
- [8] Hobbs Benjamin F., Rijekers Fieke A. M., *Boots Maroeska G., The More Cooperation, The More Competition? A Cournot Analisis of the Benefits of Electric Market Coupling*, The Energy Journal, Vol 26, No. 4, (2005), pp. 69-97.
- [9] Newbery David M. (1998). *Competition, Contracts, and Entry in the Electricity Spot Market*. The RAND Journal of Economics, vol 29, No. 4, pp 726-749.
- [10] Secretaría de energía., (Septiembre 2015)., *Manual de Subastas a Largo Plazo*.
- [11] Senado de la República (2013)., *Reforma Energética.*, Recuperado de <http://cdn.reformaenergetica.gob.mx/explicacion.pdf>.
- [12] Vijay Krishna, (2010)., *Auction Theory: Second Edition*. Academic Press.
- [13] Wilson Robert B., *Competitive Bidding with Disparate Information*, Management Science, Vol. 15, No. 7, Theory Series (Mar., 1969), pp. 446-448.

- [14] Wolfram Catherine D., *Strategic Bidding in a Multiunit Auction: An Empirical Analysis of Bids to Supply Electricity in England and Wales*, The RAND Journal of Economics, Vol. 29, No. 4 (Winter, 1998), pp. 703-725.

8 Apéndice

Definición 10 Sea (Ω, F, P) un espacio de probabilidad, X una variable aleatoria en el espacio de probabilidad, y $H \in F$ un evento con probabilidad positiva $P(H) > 0$. Entonces, la esperanza condicional de X dado el evento H es

$$E[X|H] = \frac{E[X \cdot 1_H]}{P(H)} \quad (15)$$

proof. (A1)

$$\begin{aligned} E[Y_1|Y_1 > x] &= \frac{E[Y_1 \cdot 1_{Y_1 > x}]}{P(Y_1 > x)} \\ &= \frac{E[Y_1 \cdot 1_{Y_1 > x}]}{(1 - P(Y_1 < x))} \\ &= \frac{1}{1 - G(x)} \int_x^\omega yg(y)dy \end{aligned}$$

■

proof. (A2)

$$\begin{aligned} E[\min(Y_1, H)|\min(Y_1, H) > x] &= \frac{E[\min(Y_1, H) \cdot 1_{\min(Y_1, H) > x}]}{P(\min(Y_1, H) > x)} \\ &= \frac{E[\min(Y_1, H) \cdot 1_{\min(Y_1, H) > x}]}{P(Y_1 > x)P(H > x)} \\ &= \frac{\int_x^\omega zP(\min(Y_1, H) = z)dz}{(1 - G(x)(1 - H(x)))} \\ &= \frac{\int_x^\omega z[P(Y_1 = z)P(H > z) + P(H = z)P(Y_1 > z)]dz}{(1 - G(x)(1 - H(x)))} \end{aligned}$$

■

proof. (A3)

El pago esperado del generador 1 bajo este esquema será

$$\begin{aligned} \Pr(\beta^{-1}(b) < Y_1 < \beta^{-1}(b_1))(b - x) &= (G(\beta^{-1}(b_1)) - G(\beta^{-1}(b)))(b - x) \\ &= (G(z) - G(\beta^{-1}(b)))(b - x) \end{aligned}$$

Con $z = \beta^{-1}(b_1)$

Maximizando respecto a b se obtiene la codición de primer orden

$$G(z) - G(\beta^{-1}(b)) = \frac{g(\beta^{-1}(b))}{\beta'(\beta^{-1}(b))}(b - x)$$

En equilibrio $\beta^{-1}(b) = x$

Por lo tanto

$$\beta'(x)(G(z) - G(x)) = g(x)(b - x)$$

$$\frac{d}{dx}\beta(x)[G(z) - G(x)] = -xg(x)$$

Integrando respecto al nuevo dominio

$$\beta^2(x) = \frac{1}{G(z) - G(x)} \int_x^z yg(y)dy$$

Luego

$$\beta^2(x) = \frac{1}{G(z) - G(x)} \int_x^z yg(y)dy = E[Y_1^2 | x < Y_1^2 < z]$$

■

Problema de Optimización para la Elección de Ofertas Ganadoras Utilizado por el CENACE.

$$\begin{aligned} \text{Maximizar} \quad & \sum_{z_p \in ZP} \left\{ \sum_{b_p \in BP_{z_p}} \text{Venta}P_{b_p} \text{Precio}P_{b_p} \right\} + \sum_{b_e \in BE} \text{Venta}E_{b_e} \text{Precio}E_{b_e} \\ & + \sum_{b_c \in BC} \text{Venta}C_{b_c} \text{Precio}C_{b_c} - \sum_{p \in PAQ} u_p \text{Precio}Paquete_p \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{Venta}P_{b_p} \leq \text{Dem}P_{b_p}^{\max} \quad \forall b_p \in BP_{z_p}, \forall z_p \in ZP \quad (2)$$

$$\text{Venta}E_{b_e} \leq \text{Dem}E_{b_e}^{\max} \quad \forall b_e \in BE \quad (3)$$

$$\text{Venta}C_{b_c} \leq \text{Dem}C_{b_c}^{\max} \quad \forall b_c \in BC \quad (4)$$

$$\sum_{b_p \in BP_{z_p}} \text{Venta}P_{b_p} \leq \sum_{p \in PAQ(z_p)} u_p \text{Paquete}P_p \quad \forall z_p \in ZP \quad (5)$$

$$\sum_{p \in PAQ(zp)} u_p \text{Paquete}P_p \text{FechaIrrAnt}_p \leq K \text{FechaIrrAnt}P \sum_{bp \in BP_{zp}} \text{Venta}P_{bp} \quad \forall zp \in ZP \quad (6)$$

$$\sum_{p \in PAQ(zp)} u_p \text{Paquete}P_p \text{FechaIrrDesp}_p \leq K \text{FechaIrrDesp}P \sum_{bp \in BP_{zp}} \text{Venta}P_{bp} \quad \forall zp \in ZP \quad (7)$$

$$\sum_{be \in BE} \text{Venta}E_{be} \leq \sum_{p \in PAQ} u_p \text{Paquete}E_p \quad (8)$$

$$\sum_{bc \in BC} \text{Venta}C_{bc} \leq \sum_{p \in PAQ} u_p \text{Paquete}C_p \quad (9)$$

$$\sum_{p \in PAQ} u_p \text{Paquete}C_p \text{FechaIrrAnt}_p \leq K \text{FechaIrrAnt}C \sum_{bc \in BC} \text{Venta}C_{bc} \quad (10)$$

$$\sum_{p \in PAQ} u_p \text{Paquete}C_p \text{FechaIrrDesp}_p \leq K \text{FechaIrrDesp}C \sum_{bc \in BC} \text{Venta}C_{bc} \quad (11)$$

$$u_p \leq u_{pi} \quad \forall oci \in OC \mid oci = (p, pi) \quad (12)$$

$$\sum_{p \in omei} u_p \leq 1 \quad \forall omei \in OME \quad (13)$$

$$\sum_{c \in C(z_i)} u_c \text{CapacidadDePlaca}_c \text{SinPrelación}_c \leq \text{LimInterconexión}ZI_{z_i} \quad \forall z_i \in ZI \quad (14)$$

$$u_p \leq u_c \quad \forall c \in C_p, \forall p \in PAQ$$

$$\sum_{p \in PAQ(z_e)} \sum_{c \in C_p} u_p \text{PE}_c \% \text{EEA}_{(p,c)} \text{SinPrelación}_c \leq \text{LimEnergíaEléctrica}ZE_{z_e} \quad \forall z_e \in ZE \quad (15)$$

Fuente: Manual de Subastas SENER.

ÍNDICES

p	paquete
bp	oferta (banda) de compra de Potencia
be	oferta (banda) de compra de Energía Eléctrica Acumulable
bc	oferta (banda) de compra de CELs
zg	Zona de Precios
zp, zpi	Zona de Potencia
ze, zei	Zona de Exportación

z_i, z_{ii}	Zona de Interconexión
ome_i	paquetes de Ofertas mutuamente excluyentes
oci	paquetes de Ofertas condicionadas
CONJUNTOS	
$BP_{zp} = \{1, 2, \dots BP_{zpl}\}$	Bandas para la compra de Potencia de las Entidades Responsables de Carga en la Zona de Potencia zp .
$BE = \{1, 2, \dots BE\}$	Bandas para la compra de Energía Eléctrica Acumulable de las Entidades Responsables de Carga.
$BC = \{1, 2, \dots BC\}$	Bandas para la compra de CELs de las Entidades Responsables de Carga.
$OC = \{oc_1, oc_2, \dots OC\}$	Ofertas de paquetes condicionados oci . Cada elemento de este conjunto es, a su vez, un conjunto de paquetes. Se utiliza cuando se requiere condicionar la selección de un paquete a la selección del paquete "anterior". Definidos por el Licitante como parte de su Oferta.
$OME = \{ome_1, ome_2, \dots OME\}$	Ofertas de paquetes mutuamente excluyentes ome_i . Cada elemento de este conjunto es, a su vez, un conjunto de paquetes. Se utiliza cuando se requiere especificar paquetes mutuamente excluyentes. Definidos por el Licitante como parte de su Oferta.
$ZP = \{1, 2, \dots ZP\}$	Zonas de Potencia zp, z_{pi} . Se incluyen como Zonas de Potencia los sistemas interconectados, zonas y subzonas definidas por el CENACE.
$Z_{pi}C (z_p)$	Zonas de Potencia z_{pi} contenidas en la Zona de Potencia z_p Definidas por el CENACE.
$ZG = \{1, 2, \dots ZG\}$	Zonas de Precios z_g . Definidas por el CENACE.
$ZE = \{1, 2, \dots ZE\}$	Zonas de Exportación ze, z_{ei} . Definidas por el CENACE. Zonas para las que el CENACE establece límites a la exportación de Energía Eléctrica Acumulable.
$Z_{ei}C (z_e)$	Zonas de Exportación z_{ei} contenidas en la Zona de Exportación z_e . Definidas por el CENACE.
$ZI = \{1, 2, \dots ZI\}$	Zonas de Interconexión z_i, z_{ii} . Definidas por el CENACE. Subestaciones o conjuntos de subestaciones para las que el CENACE establece límites a la interconexión (capacidad de placa).
$Z_{ii}C (z_i)$	Zonas de Interconexión z_{ii} contenidas en la Zona de Interconexión z_i . Definidas por el CENACE.
PARÁMETROS (CONSTANTES)	
$PaqueteP_p$	Parámetro real no negativo, representa el componente de Potencia del paquete p en MW-año. Definido por el Licitante para el paquete p .
$PaqueteE_p$	Parámetro real no negativo, representa el componente de Energía Eléctrica Acumulable del paquete p en MWh por año. Definido por el Licitante para el paquete p .
$PaqueteC_p$	Parámetro real no negativo, representa el componente de CELs del paquete p en CELs por año. Definido por el Licitante para el paquete p .
$CapacidadDePlaca_p$	Parámetro real no negativo, representa la capacidad de placa del paquete p en MW. Definido por el Licitante para el paquete p .
$PrecioPaquete_p$	Parámetro real, representa el precio "ajustado" de la Oferta del paquete p en \$/año, a fin de reflejar la ubicación de la oferta.

$SinPrelación_p$	Parámetro binario, 1 si el paquete p no tiene prelación calificada para su interconexión, 0 si tiene prelación calificada o ya se encuentra interconectada al SEN. Definido por el Licitante, como parte de su Oferta del paquete p . Verificado por el CENACE.
$DemP_{zp, bp}^{max}$	Parámetro real no negativo, representa la oferta bp de compra de Potencia en la Zona de Potencia zp en MW-año. Definido por las Entidades Responsables de Carga considerando los requerimientos de contratación definidos por la CRE.
$DemE_{be}^{max}$	Parámetro real no negativo, representa la oferta be de compra de Energía Eléctrica Acumulable en MWh por año. Definido por las Entidades
$DemC_{bc}^{max}$	Parámetro real no negativo, representa la oferta bc de compra de CELs en CELs por año. Definido por las Entidades Responsables de Carga considerando los requerimientos de contratación definidos por la CRE.
$PrecioP_{zp, bp}$	Parámetro real no negativo, representa el precio (máximo) de compra de Potencia para la banda bp en la Zona de Potencia zp , en \$/MW-año. Definido por las Entidades Responsables de Carga considerando el precio máximo definido por la CRE.
$PrecioE_{be}$	Parámetro real no negativo, representa el precio (máximo) de compra de Energía Eléctrica Acumulable para la banda be en \$/MWh por año. Definido por las Entidades Responsables de Carga considerando el precio máximo definido por la CRE.
$PrecioC_{bc}$	Parámetro real no negativo, representa el precio (máximo) de compra de CELs para la banda bc en \$/CEL por año. Definido por las Entidades Responsables de Carga considerando el precio máximo definido por la CRE.
$FechaIrrAnt_p$	Parámetro binario, 1 si el paquete p tiene una fecha de inicio irregular antes de la fecha de inicio estándar, 0 si no. Definido por el Licitante como parte de su Oferta del paquete p .
$FechaStd_p$	Parámetro binario, 1 si el paquete p tiene una fecha de inicio estándar, 0 si tiene una fecha de inicio no estándar. Definido por el Licitante como parte de su Oferta del paquete p .
$FechaIrrDesp_p$	Parámetro binario, 1 si el paquete p tiene una fecha de inicio irregular después de la fecha de inicio estándar, 0 si no. Definido por el Licitante como parte de su Oferta del paquete p .
$KFechaIrrAntP_{zp}$	Parámetro real [0,1], define el porcentaje (pu) máximo de Potencia que las Entidades Responsables de Carga están dispuestas a adquirir, en la Zona de Potencia zp , de fuentes con fecha de inicio irregular antes de la fecha de inicio estándar. Definido por las Entidades Responsables de Carga.
$KFechaIrrDespP_{zp}$	Parámetro real [0,1], define el porcentaje (pu) máximo de Potencia que las Entidades Responsables de Carga están dispuestas a adquirir, en la Zona de Potencia zp , de fuentes con fecha de inicio irregular después de la fecha de inicio estándar. Definido por las Entidades Responsables de Carga.
$KFechaIrrAntC$	Parámetro real [0,1], define el porcentaje (pu) máximo de CELs que las Entidades Responsables de Carga están dispuestas a adquirir de fuentes con fecha de inicio irregular antes de la fecha de inicio estándar. Definido por las Entidades Responsables de Carga.
$KFechaIrrDespC$	Parámetro real [0,1], define el porcentaje (pu) máximo de CELs que las Entidades Responsables de Carga están dispuestas a adquirir de fuentes con fecha de inicio irregular después de la fecha de inicio estándar. Definido por las Entidades Responsables de Carga.
$LimExportacionEEA_{ze}$	Parámetro real no negativo, representa el límite de exportación de la Zona de Exportación ze , en MWh por año. Definido por el CENACE.
$LimInterconexionZI_{zi}$	Parámetro real no negativo, representa el límite de interconexión de la Zona de Interconexión zi , en MW. Definido por el CENACE.

VARIABLES

u_p	Variable binaria, 1 si el paquete p es seleccionado, 0 si no es seleccionado.
$VentaP_{zp, bp}$	Variable real no negativa, representa la parte seleccionada de la Oferta de Compra de Potencia bp en la Zona de Potencia zp , en MW-año. Esta variable representa la cantidad de Potencia vendida a las Entidades Responsables de Carga en la Subasta, en la Zona de Potencia zp .
$VentaTotAntP_{zp}$	Variable real no negativa, representa la parte seleccionada de la oferta total de compra de Potencia en la Zona de Potencia zp , en MW-año, i.e. la cantidad total de Potencia vendida a las Entidades Responsables de Carga en la Subasta, en la Zona de Potencia zp , asignada de manera óptima a paquetes con fecha de inicio irregular antes de la fecha de inicio estándar.
$VentaTotStdP_{zp}$	Variable real no negativa, representa la parte seleccionada de la oferta total de compra de Potencia en la Zona de Potencia zp , en MW-año, i.e. la cantidad total de Potencia vendida a las Entidades Responsables de Carga en la Subasta, en la Zona de Potencia zp , asignada de manera óptima a paquetes con fecha de inicio estándar.
$VentaTotDespP_{zp}$	Variable real no negativa, representa la parte seleccionada de la oferta total de compra de Potencia en la Zona de Potencia zp , en MW-año, i.e., la cantidad total de Potencia vendida a las Entidades Responsables de Carga en la Subasta, en la Zona de Potencia zp , asignada de manera óptima a paquetes con fecha de inicio irregular después de la fecha de inicio estándar.
$VentaE_{be}$	Variable real no negativa, representa la parte seleccionada de la Oferta de Compra de Energía Eléctrica Acumulable be en MWh por año. Esta variable representa la cantidad de Energía Eléctrica Acumulable vendida en la Subasta a las Entidades Responsables de Carga.
$VentaC_{bc}$	Variable real no negativa, representa la parte seleccionada de la Oferta de Compra de CELs bc en CELs por año. Esta variable representa la cantidad de CELs vendida en la Subasta.
$VentaTotAntC$	Variable real no negativa, representa la parte seleccionada de la oferta total de compra de CELs, en CELs-año, i.e. la cantidad total de CELs vendida a las Entidades Responsables de Carga en la Subasta, asignada de manera óptima a paquetes con fecha de inicio irregular antes de la fecha de inicio estándar.
$VentaTotStdC$	Variable real no negativa, representa la parte seleccionada de la oferta total de compra de CELs, en CELs-año, i.e., la cantidad total de CELs vendida a las Entidades Responsables de Carga en la Subasta, asignada de manera óptima a paquetes con fecha de inicio estándar.
$VentaTotDespC$	Variable real no negativa, representa la parte seleccionada de la oferta total de compra de CELs, en CELs-año, i.e. la cantidad total de CELs vendida a las Entidades Responsables de Carga en la Subasta, asignada de manera óptima a paquetes con fecha de inicio irregular después de la fecha de inicio estándar.
$ZexcesoTotAntP_{zp}$	Variable real no negativa. Representa el exceso de Potencia ofrecida en los paquetes de venta con fecha de inicio irregular antes de la fecha de inicio estándar, seleccionados en la Zona de Potencia zp , en MW-año. Esta Potencia no es necesaria para satisfacer los requerimientos de Potencia de la Zona de Potencia zp , pero puede ser utilizada "aguas arriba", para satisfacer los requerimientos de Potencia de la Zona de Potencia o sistema que contiene a la Zona de Potencia zp .
$ZexcesoTotStdP_{zp}$	Variable real no negativa. Representa el exceso de Potencia ofrecida en los paquetes de venta con fecha de inicio estándar, seleccionados en la Zona de Potencia zp , en MW-año. Esta Potencia no es necesaria para satisfacer los requerimientos de Potencia de la Zona de Potencia zp , pero puede ser utilizada "aguas arriba", para satisfacer los requerimientos de Potencia de la Zona de Potencia o sistema que contiene a la Zona de Potencia zp .
$ZexcesoTotDespP_{zp}$	Variable real no negativa. Representa el exceso de Potencia ofrecida en los paquetes de venta con fecha de inicio irregular después de la fecha de inicio estándar, seleccionados en la Zona de Potencia zp , en MW-año. Esta Potencia no es necesaria para satisfacer los requerimientos de Potencia de la Zona de Potencia zp , pero puede ser utilizada "aguas arriba", para satisfacer los requerimientos de Potencia de la Zona de Potencia o sistema que contiene a la Zona de Potencia zp .