

**TRABAJO DE INVESTIGACION PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN ECONOMIA
CENTRO DE ESTUDIOS ECONOMICOS
EL COLEGIO DE MEXICO**

Un Modelo APT para el Caso de México

Nelly Haydee Aguilera Aburto

PROMOCION 1990-1992

ASESOR: Dr. Carlos Manuel Urzúa Macías

1996

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Lic. Ismael González Guerra el haberme sugerido el tema de la investigación.

Agradezco al Dr. Joaquín Tapia Maruri todo su apoyo.

Agradezco al Dr. Carlos Urzúa Macías su asesoría en la realización de la investigación.

A mis padres y hermanos

A mis amigos José Ramón y Verónica

A César

RESUMEN

La investigación evalúa la factibilidad de la Teoría de Precios de Arbitraje, APT de sus siglas en inglés, considerando variables macroeconómicas para el caso de México durante los años 1988 a 1993. Utilizando información de los rendimientos de las acciones de las principales empresas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores, se encontró que el modelo fue válido únicamente para el año de 1988; año envuelto en un contexto de inestabilidad económica.

Las variables macroeconómicas que tuvieron un papel importante en valorar el precio de los activos considerados fueron la inflación no anticipada; el crecimiento real no esperado de la riqueza financiera, medida por el agregado monetario M4; las sorpresas en el crecimiento de la producción industrial y los movimientos no anticipados del índice Dow Jones. Asimismo, tuvo importancia el factor residual de mercado, incorporado como lo propone el modelo de McElroy y Burmeister.

Los resultados del modelo permitieron cuantificar los riesgos y los premios al riesgo. Los premios al riesgo por incurrir en sorpresas macroeconómicas fueron negativos; en tanto que el premio por incurrir en el riesgo de mercado fue positivo. El resultado conjunto provocó que la mayoría de las acciones consideradas presentaran rendimientos esperados reales en exceso de la tasa libre de riesgo negativos en 1988.

INDICE

Introducción	5
I. Teorías de precios de activos	7
II. Métodos de instrumentación empírica	26
III. Estimación	35
Conclusiones	53
Bibliografía	55

INTRODUCCIÓN

La teoría microeconómica reconoce que el objetivo final de cualquier individuo es maximizar su utilidad esperada en función del consumo intertemporal. El agente debe decidir entre el nivel de consumo de hoy y el de mañana; lo cual estará determinado por el rendimiento que otorga el ingreso no consumido. De esta forma, la tasa de rendimiento es en este espacio la variable fundamental para la elección.

No obstante, este rendimiento no es conocido y el individuo debe tomar decisiones entre múltiples alternativas riesgosas que tienen un rendimiento incierto. Un individuo racional con aversión al riesgo espera que cualquier decisión que enfrente un mayor riesgo le pague un mayor rendimiento. De ahí la importancia de que en un mundo de incertidumbre, el individuo que toma decisiones sea capaz de valorar los riesgos que enfrenta y cuantificar el premio que puede obtener por incurrir en ellos.

Dentro del ámbito de la teoría financiera, los modelos de portafolio se han enfocado precisamente a analizar, desde diferentes perspectivas, cómo un inversionista escoge entre un número enorme de activos las proporciones en que desea tener cada uno, considerando el riesgo y el premio que generan para tratar de encontrar el rendimiento que le permita cumplir con su función intertemporal deseada.

En la Teoría Moderna del Portafolio se pueden distinguir tres modelos principales. El primer modelo fue desarrollado principalmente por Markowitz [1959], basado en que los individuos hacen sus decisiones en un espacio bidimensional, media-varianza, el primero como la medida del rendimiento y el segundo como la medida del riesgo.

El segundo fue el Modelo de Valuación de Activos de Capital (Capital Asset Pricing Model), de sus siglas en inglés CAPM, desarrollado por Treynor [1961], Sharpe [1964], Lintner [1965,1969] y Mossin [1966] el cual es una interpretación del modelo media-varianza en un esquema de equilibrio general.

El último de los desarrollos en teoría del portafolio lo constituye el modelo de la Teoría de Precios de Arbitraje (Arbitrage Pricing Theory) de sus siglas en inglés APT, creado por Ross [1976], el cual es una extensión del modelo CAPM, ya que considera múltiples fuentes de riesgo en un esquema de equilibrio general. Dentro de las múltiples fuentes de riesgo, se encuentran las sorpresas en las variables macroeconómicas, como la producción o la inflación no esperadas, etc.

La validez empírica del modelo APT con variables macroeconómicas ha sido tratada de probarse a través de diversas investigaciones para diferentes países y periodos con resultados contradictorios.

El objetivo de este trabajo es medir la efectividad del modelo APT con variables macroeconómicas para el caso de México. Si se prueba la validez del modelo, se obtienen además la cuantificación de los riesgos y los premios al riesgo de los activos considerados. Se tomaron como activos relevantes las acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores las cuales forman una parte importante del portafolio de los inversionistas. El periodo de investigación corre de 1988 a 1993 con datos mensuales. El tamaño de la muestra garantiza confiabilidad en los resultados econométricos.

Cabe señalar que esta investigación es, hasta donde le fue al autor posible saber, apenas el tercer trabajo que se realiza usando acciones que cotizan en la BMV que valúan modelos de precios de activos con variables macroeconómicas.

La tesina está organizada de la siguiente manera. En la primera parte se describen los tres modelos básicos de la teoría moderna del portafolio, mencionados anteriormente, enfocándose en la forma como ha evolucionado la manera de medir el riesgo y el rendimiento.

En el capítulo segundo se describen las distintas formas de instrumentar empíricamente el modelo APT, destacando el modelo econométrico que considera variables predeterminadas, en particular, variables macroeconómicas. Como forma de fundamentar la relación que existe entre las variables reales y los precios de los activos se presenta el modelo de ciclos reales propuesto por Tallman [1989].

En el tercer capítulo se muestran los resultados de la estimación del modelo, y la interpretación económica de los riesgos y premios al riesgo obtenidos, así como su impacto en el rendimiento esperado de los activos.

Finalmente en la última parte se presentan las conclusiones que se desprenden de los resultados y algunas recomendaciones para realizar estudios futuros.

I. TEORÍAS DE PRECIOS DE ACTIVOS

Las teorías de precios de los activos tratan de explicar los factores que determinan el precio de los activos cuando se consideran portafolios de inversión. A partir del desarrollo de la Teoría Moderna del Portafolio se han realizado gran cantidad de estudios, los cuales han requerido un mayor grado de complejidad para tratar de tener modelos más acordes a la realidad. En este sentido, el presente capítulo retoma los principales modelos haciendo énfasis en cómo ha evolucionado la medida de riesgo y rendimiento.

II.1 Teoría de Markowitz

La Teoría de Markowitz considera que, cuando se lleva a cabo una inversión en un activo, el rendimiento viene dado por el valor esperado o la media del proceso estocástico. Además supone que el riesgo está representado por las observaciones que se desvían de la media, por lo que consecuentemente puede ser medido por la varianza.

Con estas premisas básicas, se evalúan los activos de una manera *ex ante* en un espacio bidimensional riesgo-rendimiento, además se supone aversión al riesgo por parte de los inversionistas, por lo que se debe otorgar un premio por incurrir en un mayor riesgo.

Cuando no se considera un activo único y se evalúan portafolios, algunos factores cambian. El rendimiento esperado será un promedio ponderado del rendimiento de los activos individuales que componen el portafolio, donde la ponderación se determina por la participación del activo en el portafolio. El riesgo continuará siendo la varianza, la cual ahora tendrá una forma más compleja.

Formalmente se puede escribir lo anterior de la siguiente manera:

R_{ik} = variable aleatoria que denota el rendimiento por peso invertido en el activo i al darse el resultado k (el número de los cuales es n).

$E(R_i) = \mu_i$ = rendimiento esperado del activo i

$Var(R_i) = \sigma_i^2$ = varianza del rendimiento del activo i

x_i = proporción invertida en el activo i , donde $0 \leq x_i \leq 1$

$Cov(R_i, R_j) = \sigma_{ij}$ = covarianza entre los activos i y j

Por lo que el rendimiento esperado del portafolio se muestra como

$$\mu_p = \sum_{i=1}^n x_i \mu_i \quad (1.1)$$

mientras que la varianza se representa por

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j>i}}^n x_i x_j \sigma_{ij} \quad (1.2)$$

Para entender mejor este concepto se reexpresa la varianza tomando en cuenta que la covarianza es igual a $\sigma_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$ donde ρ_{ij} es la correlación entre el activo i y el j .

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j>i}}^n x_i x_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (1.2)'$$

Es decir, la varianza depende significativamente de la forma en que están correlacionados los activos. Considérense entonces cuatro casos:

- $\rho_{ij} = 1$. Cuando los activos estén perfectamente correlacionados se agregará al primer término de la ecuación una magnitud igual a $2x_i x_j \sigma_i \sigma_j$.
- $0 < \rho_{ij} < 1$. Los activos se encuentran correlacionados positivamente pero no de manera perfecta. En este caso, se podrá reducir la varianza aunque no significativamente. Al primer término se le sumará una magnitud menor a $2x_i x_j \sigma_i \sigma_j$.
- $\rho_{ij} = 0$. El segundo término de la expresión desaparece por lo que la varianza quedará únicamente determinada por $\sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2$ la cual será menor a la de los casos anteriores.

- $\rho_{ij} = -1$. Los activos están perfectamente correlacionados negativamente, esta situación llevará a que el segundo elemento de la ecuación sea negativo. Dado que el primero es siempre positivo, se pueden anular los dos efectos y lograr que la varianza del portafolio se reduzca a cero.

De lo anterior se sigue que, dadas ciertas condiciones, cuando se forma un portafolio es posible que la varianza del mismo sea menor que aquella para un activo individual e incluso llegar a cero. La razón intuitiva es que si hay dos activos con correlación negativa entonces se mueven en dirección opuesta. De esta manera, al estar el rendimiento de un activo contrabalanceado con el rendimiento de otro, la varianza total del portafolio disminuye.

Como resultado fundamental, la Teoría de Markowitz propone la inclusión de activos basándose en la correlaciones que presenten, para lograr la diversificación del portafolio y disminuir el riesgo del mismo.

Para analizar claramente el efecto de la diversificación analicemos más detalladamente la fórmula de la varianza. Consideremos el caso mas generalizado que se presenta en la mayoría de los mercados, en los cuales los coeficientes de correlación son positivos, y por lo tanto, la covarianza entre los activos es positiva. Supongamos además proporcionalidad en la composición del portafolio (1/n), la fórmula se reexpresa como:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n}\right)^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j>i}}^n \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} \sigma_{ij} \quad (1.3)$$

factorizando (1/n) de la primera sumatoria y (n-1)/n de la segunda se tiene

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^2}{n} \right] + \frac{n}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j>i}}^n \frac{\sigma_{ij}}{n(n-1)} \right] \quad (1.3)'$$

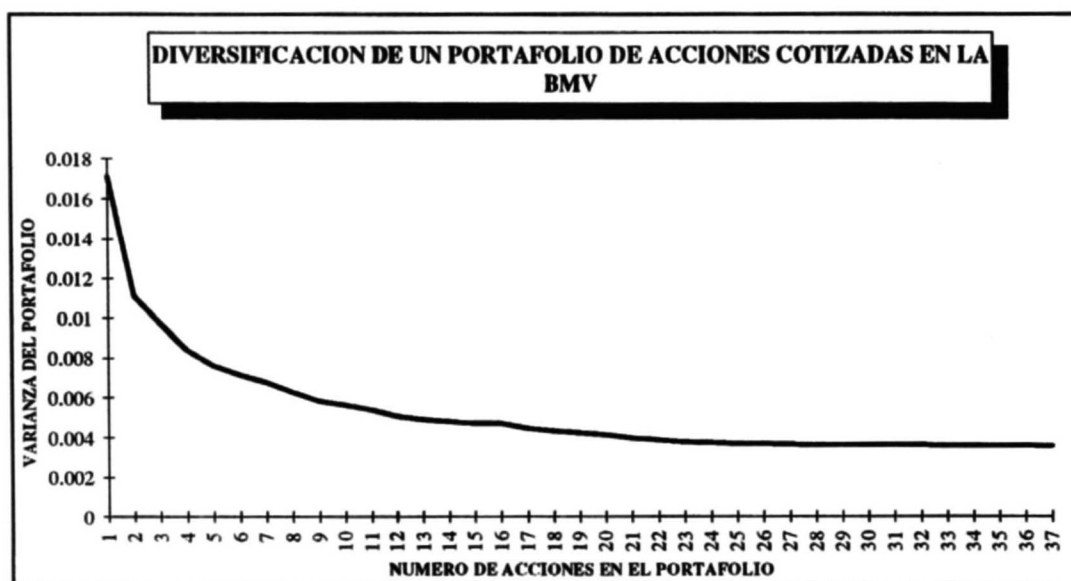
donde los términos en los corchetes son promedios. El primero es la varianza promedio de los activos en el portafolio. Si σ_i^2 es independiente del número de activos, como normalmente ocurre, a medida que n es más grande, el primer término de la varianza del portafolio se vuelve cada vez más pequeña. Si n es extremadamente grande, éste se aproxima a cero. El segundo es la covarianza promedio entre los activos: existen n valores de i y $n-1$ valores de j . Son $n-1$ valores de j puesto que j no es mayor que i . En total hay $n(n-1)$ covarianzas. El segundo término es entonces la suma de las covarianzas divididas por el número de covarianzas y esto representa un promedio.

Esta expresión representa de una manera muy realista lo que ocurre cuando se invierte en un portafolio de activos. La contribución a la varianza del portafolio de la varianza de los instrumentos individuales tiende a cero cuando n crece. Empero, la contribución de la covarianza se aproxima a la covarianza promedio cuando n se vuelve mas grande.

De ésta manera, los riesgos individuales de los activos o riesgos no sistemáticos pueden eliminarse al incrementar el número de activos en el portafolio, de ahí que se le conozca como diversificable. Sin embargo, la contribución al riesgo total causado por la covarianza de los instrumentos o riesgo sistemático no puede ser eliminado, por lo que es llamado no diversificable.

Como ejemplo, se estimó la varianza de un portafolio que incluye acciones cotizadas en la Bolsa Mexicana de Valores (BMV). La gráfica de abajo muestra la varianza (riesgo) de un portafolio cuando se incrementa el número de acciones que lo constituyen. Como se puede observar, la varianza de este portafolio se vuelve asintótica aproximadamente cuando se incluyen 12 acciones, ubicándose aproximadamente en 0.004, lo que indica que -bajo los supuestos mencionados abajo- debido a que los activos tienen una correlación positiva, no es posible eliminar todo el riesgo.

El portafolio consideró el periodo de estudio de 1988.03 a 1993.10 y supuso una participación homogénea de cada activo en el portafolio.



Habiendo propuesto la manera de medir el riesgo y rendimiento esperado del portafolio, el Modelo Markowitz continúa con la selección del portafolio óptimo;

es decir, aquella combinación de activos riesgosos que maximiza la utilidad del inversionista.

El problema de optimización considera que las variables de decisión son las participaciones de cada una de las acciones dentro del portafolio. Cuando se consideran la totalidad de las combinaciones se crean un gran número de portafolios que contienen diversas combinaciones de riesgo y rendimiento. El inversionista racional escogerá aquellas inversiones que tengan el mayor rendimiento para un nivel dado de riesgo, o aquellas que ofrezcan el menor riesgo para un mismo nivel de rendimiento. Lo anterior implica que se elegirán aquellos portafolios en los que se ha eliminado el riesgo no sistemático. En cualquiera de los planteamientos el individuo debe revelar sus preferencias de acuerdo a la combinación de riesgo rendimiento.

Cuando en la práctica se resuelve este problema, en realidad lo que se está haciendo es localizar el punto de la frontera eficiente que corresponde con las preferencias de riesgo rendimiento del inversionista. Se entiende por frontera eficiente el espacio geométrico de todas las combinaciones de riesgo rendimiento que ofrecen los portafolios de activos riesgosos en donde se minimiza la varianza para una tasa dada de rendimiento.

El modelo desarrollado por Markowitz fue aceptado tanto en el ambiente académico como en el terreno empírico, no obstante que una serie de complicaciones hicieron prácticamente imposible su aplicación. Como se vió anteriormente, para calcular la varianza de los portafolios se requiere obtener n rendimientos esperados, n desviaciones estándar y $n(n-1)/2$ covarianzas. Si se consideran 30 activos, se tendrían que hacer un total de 495 estimaciones. Y una vez estimados se tendrían que correr modelos de programación cuadrática para cada inversionista que deseara invertir en estas 30 acciones para tratar de encontrar un punto en la frontera óptima que corresponda con sus preferencias.

Con la finalidad de facilitar el modelo Markowitz, William Sharpe en 1963 propuso un nuevo modelo al que se conoce como "Modelo de Mercado". El autor sugiere que el rendimiento real de cualquier activo se determina por un factor básico y por factores aleatorios de una manera ex post, o más explícitamente de acuerdo al siguiente modelo:

$$\tilde{R}_i = \alpha_i + \beta_i \tilde{R}_m + \tilde{e}_i \quad (1.4)$$

donde la tilde sobre la variable indica que es aleatoria y donde cada e_{it} tiene media igual a cero, varianza igual a $\sigma_{e_i}^2$, y se distribuyen idéntica e independientemente de forma normal.

El factor relevante \tilde{R}_m se identifica con el rendimiento de mercado. Una vez dado el rendimiento de mercado, para obtener el rendimiento real del activo se tienen que estimar por mínimos cuadrados. Así, al instrumentar el modelo Markowitz utilizando el modelo de mercado se requieren estimar $(n+1)$ rendimientos esperados, $(n+1)$ desviaciones estándar y n covarianzas, es decir, en nuestro ejemplo se estimarían solamente 92 parámetros.

El supuesto de Sharpe de que el rendimiento de un activo está determinado por el rendimiento de mercado y factores aleatorios parece muy restrictivo. Lo anterior dio lugar a lo que se conoce como "Modelos de Factores Múltiples". Estos modelos tienen por objetivo capturar algunas de las influencias extramercado que provocan que los activos se muevan paralelamente. Los factores se conceptualizan como un conjunto de factores económicos o como índices específicos. La identificación de los factores relevantes permite una implementación más sencilla del modelo Markowitz debido a que este tipo de modelos es la versión de la regresión lineal múltiple:

$$R_i = \alpha_i + \beta_{i1}f_1 + \dots + \beta_{ik}f_k + e_i \quad (1.5)$$

El número de parámetros a estimar es $3(n+k)+2$, donde k es el número de factores.

II.2 Modelos de Equilibrio: CAPM

El Modelo de Valuación de Activos de Capital, CAPM de su nombre en inglés Capital Asset Pricing Model, desarrollado inicialmente por Treynor [1961] y Sharpe [1964] y posteriormente por Lintner [1965] y Mossin [1966] es una extensión lógica de la Teoría de Markowitz tanto intuitiva como matemáticamente, con la ventaja que puede ser comprobada empíricamente más fácilmente.

El CAPM determina el precio de los activos considerando que los inversionistas han tomado decisiones de portafolio óptimas cuando el mercado se encuentra en equilibrio. De lo anterior se sigue que este modelo supone que los activos riesgosos sólo pagan por el riesgo sistemático o no diversificable en un contexto de equilibrio general.

Los supuestos del CAPM son los siguientes:

1. Los inversionistas tienen aversión al riesgo y buscan maximizar su utilidad, la cual es función de su riqueza terminal.
2. Los inversionistas realizan sus decisiones de portafolio de acuerdo a criterios de media y varianza.
3. Los inversionistas tienen expectativas homogéneas e idénticos horizontes de tiempo.
4. La información se encuentra disponible para todos los agentes.

Estos supuestos son los necesarios para que los individuos se comporten de acuerdo al modelo Markowitz. Para generar el modelo CAPM se requiere adicionalmente:

5. La existencia de una tasa libre de riesgo, a la cual los inversionistas prestan y pueden pedir prestado infinitamente. Dicha tasa tiene varianza cero, covarianza cero con los otros activos y otorga un rendimiento positivo.
6. La ausencia de costos de transacción e impuestos.
7. Todos los activos incluyendo el capital humano se encuentran en el mercado y son divisibles.

Además, para el desarrollo del CAPM se supone la existencia de un portafolio de mercado que consiste en la tenencia de todos los activos en la proporción correspondiente a su valor de mercado relativo. Debido a que estamos hablando de un modelo de equilibrio, para que el equilibrio de mercado exista, el precio de todos los activos debe ajustarse hasta que la demanda iguale a la oferta: si ningún inversionista considera en su portafolio al activo d , por ejemplo, el precio de éste tenderá a bajar, causando que el rendimiento esperado suba y por lo tanto que sea demandado. La proporción de equilibrio de cada activo en el portafolio de mercado debe ser:

$$\omega_i = \frac{\text{valor del activo } i}{\text{valor total de los activos en el mercado}}$$

Bajo estos factores, se abre un número considerable de nuevas oportunidades al inversionista. La frontera eficiente, llamada Línea del Mercado de Capitales, es ahora una combinación lineal de la tasa libre de riesgo y el portafolio de mercado

y representa el lugar geométrico de equilibrio, ya que no es posible encontrar portafolios que para la tasa de rendimiento tengan una varianza menor.

La ecuación de esta línea viene dada por:

$$E(\tilde{R}_p) = R_f + \left[\frac{E(\tilde{R}_m - R_f)}{\sigma_m} \right] \sigma_p \quad (1.6)$$

Como se puede observar, no es más que la fórmula que determina el rendimiento esperado de cualquier portafolio eficiente. El término entre corchetes es considerado como el precio de mercado del riesgo para todos los portafolios eficientes. Es el rendimiento extra que se gana al incrementar el nivel de riesgo (el cual viene dado por la desviación estándar) en una unidad. El segundo término del lado derecho es el precio de mercado del riesgo multiplicado por la cantidad de riesgo en el portafolio. La tasa libre de riesgo simplemente representa el precio del tiempo o el rendimiento que se requiere para retrasar el consumo potencial un periodo, considerando perfecta certidumbre de los flujos de efectivo futuros. El rendimiento esperado de la combinación lineal de la tasa libre de riesgo con cualquier activo o portafolio viene determinado por la siguiente ecuación.¹

$$E(\tilde{R}_i) = R_f + \left[\frac{E(\tilde{R}_m - R_f)}{\sigma_m} \right] \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m} \quad (1.7)$$

La cual es llamada Línea del Mercado de Valores, y representa la conclusión fundamental del CAPM. El término entre corchetes, representa ahora el precio de mercado del riesgo, y $\frac{\sigma_{im}}{\sigma_m}$ es en este modelo, la definición del riesgo de un activo o portafolio. Por lo que, análogamente a la Línea del Mercado de Capitales, el rendimiento de equilibrio de un activo o portafolio es igual al precio del tiempo más el precio de mercado del riesgo multiplicado por el riesgo de un activo o portafolio.

Si definimos

$$\beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2} \quad (1.8)$$

la Línea del Mercado de Valores se reexpresa como

¹ Para un desarrollo detallado véase Copeland y Weston (1992, pp. 196-198).

$$E(\tilde{R}_i) = R_f + \beta_i [E(\tilde{R}_m) - R_f] \quad (1.7)$$

La cual es la forma de representación utilizada más comúnmente.

Es importante señalar que bajo esta representación algunos autores definen el riesgo del activo o portafolio como β y el precio de mercado del riesgo como $[E(\tilde{R}_m) - R_f]$. Otros autores reexpresan la ecuación del CAPM como

$$E(\tilde{R}_i) = R_f + \left[\frac{E(\tilde{R}_m) - R_f}{\sigma_m^2} \right] \sigma_{im} \quad (1.8)'$$

Por lo que ellos definen el término entre corchetes como el precio de mercado del riesgo y a σ_{im} como la medida del riesgo del activo i . La notación que escogí es la

propuesta por Elton y Gruber [1991] y es muy útil debido a que $\frac{\sigma_{im}}{\sigma_m}$ es la medida de cómo el riesgo de un activo afecta el riesgo del portafolio de mercado.²

El CAPM como se ha expresado hasta el momento es de forma ex ante. No obstante, para poder llevar a cabo pruebas empíricas, se presentan dificultades con series de datos en expectativas, lo que obliga a reexpresar el modelo de una manera ex post. Existen dos justificaciones básicas para que el modelo utilice datos observados en lugar de esperados. La primera y la más sencilla argumenta que las expectativas son un promedio y en general son correctas, por lo que, en grandes periodos, los hechos actuales se toman como proxies de expectativas. La segunda y más compleja surge de hacer simultáneamente válidos el modelo de mercado y la ecuación del CAPM.

Al modelo de mercado se le toman valores esperados, posteriormente se sustituye $E(\tilde{R}_i)$ del CAPM y simplificando queda

$$\tilde{R}_{it} = R_f + \beta_i (\tilde{R}_{mt} - R_f) + \tilde{\epsilon}_{it} \quad (1.9)$$

que es la forma ex post del CAPM.

² La justificación teórica de que σ_{im} / σ_m es la medida relevante del riesgo, se deriva a partir de ver cómo cambia la varianza del portafolio de mercado cuando varía la proporción de un activo i en el portafolio. Es decir, σ_{im} / σ_m es el resultado de evaluar $\partial \sigma_m / \partial x_i$.

Sin embargo, para llevar a cabo pruebas empíricas, se utiliza la forma de rendimiento excedente, se define

$$R'_i = \tilde{R}_i - R_f$$

$$\gamma_{it} = \tilde{R}_{mt} - R_f$$

β_0 a la intersección

por lo que la ecuación se reescribe de la siguiente manera

$$R'_{it} = \beta_0 + \gamma_{it}\beta_i + e_{it} \quad (1.10)$$

Esta ecuación dice que el rendimiento por arriba de la tasa libre de riesgo, o el llamado premio al riesgo total, depende de una constante; está relacionado positivamente al riesgo de mercado (sistemático), y a un término de error, el cual de alguna manera refleja los efectos del riesgo específico o diversificable.

Para que el CAPM pueda ser estimado, tienen que considerarse las siguientes condiciones:

- β_i es relativamente estable en el tiempo,
- R_f no cambia, por lo menos en el periodo de estimación, y,
- $R_m > R_f$ es decir, dado que el inversionista es averso al riesgo, mayor riesgo se asocia con un mayor rendimiento.

Para que el CAPM sea válido, es necesario que los resultados de las pruebas empíricas sean los siguientes:

- β_0 no sea significativamente diferente de cero,
- β_i sea diferente de cero,
- ningún otro factor diferente de beta debe ser exitoso en explicar el rendimiento del activo,
- el error estándar de los residuos debe ser muy pequeño, y,

- el rendimiento efectivamente se relaciona linealmente con β .

El CAPM ha estado sujeto a numerosas pruebas empíricas. A pesar de la facilidad en la instrumentación, algunas de ellas han puesto de manifiesto que se presentan dificultades estadísticas para obtener resultados econométricos sólidos. Entre los principales estudios se encuentran los realizados por Scholes y Williams [1977], Miller y Scholes [1972], así como el de Fama y MacBeth [1972].

Por otro lado, el CAPM ha tenido críticas en el plano teórico, entre las más importantes destacan la de Roll [1977] y Gibbons [1982].

Si bien no es cuerpo de esta tesina presentar las pruebas ni las críticas teóricas que se han hecho del CAPM, el trabajo de Fama y MacBeth así como los de Gibbons y Roll revierten una gran importancia para el desarrollo y la metodología utilizada en estimar el APT, por lo que se procederá a mencionar algunos de sus rasgos.

El objetivo principal del artículo de Fama y MacBeth era probar la relación lineal entre el rendimiento esperado y el riesgo, la existencia de un riesgo no sistemático que afecte el rendimiento esperado del activo, y la aversión al riesgo de los inversionistas. La forma en que los autores llevaron a cabo la estimación es la base de la metodología utilizada para estimar el modelo APT.

Los autores parten del método propuesto por Black, Jensen y Scholes [1972], en la cual se formaban portafolios y se estimaba

$$\tilde{R}_{Ft} - R_{ft} = \alpha_p + \beta_p (\tilde{R}_{mt} - R_{ft}) + \tilde{e}_{Ft} \quad (1.11)$$

a lo largo del tiempo, para obtener $\hat{\alpha}_p$, $\hat{\beta}_p$ para posteriormente, y es aquí donde se encuentra lo novedoso de la metodología de Fama y MacBeth, realizar en una segunda etapa, una regresión de corte transversal, la cual les permitía probar ciertas hipótesis. La ecuación a estimar es:

$$\tilde{R}_{it} = \tilde{v}_{0i} + \tilde{v}_{1i} \beta_i + \tilde{v}_{2i} \beta_i^2 + \tilde{v}_{3i} S_i + \tilde{\eta}_{it} \quad (1.12)$$

donde la variable β_i permite probar una relación positiva entre riesgo y rendimiento, β_i^2 se incluye como medida de no linealidades y S_i son los residuales de la primera etapa, y se introducen para probar el efecto de un riesgo no sistemático que afecte el rendimiento de los activos.

Para confirmar las hipótesis y validar el CAPM, los autores esperaban,

$$E(\tilde{v}_{1t}) > 0$$

$$E(\tilde{v}_{2t}) = 0$$

$$E(\tilde{v}_{3t}) = 0$$

Los resultados de la regresión muestran que \tilde{v}_{2t} y \tilde{v}_{3t} no son significativamente diferentes de cero. Asimismo, encontraron que existe una relación positiva entre el riesgo y rendimiento. No obstante, los autores encontraron que \tilde{v}_{0t} es generalmente más grande que R_f , en tanto que \tilde{v}_{1t} es generalmente menor que $\bar{R}_m - R_f$. Es decir, el intercepto es mayor, en tanto que la pendiente es menor que los valores verdaderos.

La crítica de Gibbons surge de desarrollar un esquema conceptual alternativo al CAPM. El autor parte del modelo de mercado definido en (1.4)

$$\tilde{R}_{it} = \alpha_i + \beta_i \tilde{R}_{mt} + \tilde{e}_{it} \quad (1.4)$$

y le toma valores esperados, por lo que obtiene

$$E(\tilde{R}_{it}) = \alpha_i + \beta_i E(\tilde{R}_{mt}) \quad (1.13)$$

Por otro lado, si el equilibrio existe de acuerdo al CAPM, la fórmula del rendimiento esperado viene dada por la ecuación (1.8)'

$$E(\tilde{R}_i) = R_f + \beta_i [E(\tilde{R}_m) - R_f] \quad (1.8)'$$

Para que los dos modelos se den simultáneamente, se requiere

$$\alpha_i = R_f (1 - \beta_i) \quad (1.14)$$

Como se observa, R_f es constante para todos los activos y al estar multiplicado por β_i impone restricciones no lineales en un sistema de n ecuaciones, lo que lleva a que el sistema sea estimado simultáneamente.

El autor trata de probar las siguientes hipótesis:

$$H_0: \alpha = R_f(\mathbf{1}_n - \beta)$$

$$H_a: \alpha \neq R_f(\mathbf{1}_n - \beta)$$

donde $\mathbf{1}_n$ es un vector de 1's de dimensión n .

La metodología utilizada por el autor es considerar por un lado al sistema como ecuaciones aparentemente no correlacionadas y con la restricción de que los regresores son idénticos para todas las ecuaciones, y, por el otro, realizar mínimos cuadrados ordinarios para cada ecuación bajo la segunda hipótesis.

Haciendo pruebas de cociente de verosimilitud, el autor concluye que la hipótesis nula no puede ser rechazada con lo cual niega el CAPM.

Finalmente, la crítica de Roll radica en poner de manifiesto de que aunque el CAPM en principio es sujeto de verificación empírica, no se le pueden practicar pruebas, o, por lo menos, las pruebas que se realicen proveen muy poca evidencia para apoyar o rechazar el modelo. La razón de esta conclusión se basa al probar que, al escogerse de manera ex post un portafolio eficiente como un proxy del portafolio de mercado, se obtiene una función lineal exacta, mientras que si el portafolio no es eficiente, no se genera una función lineal entre el rendimiento y beta.

De lo anterior se sigue que si el portafolio eficiente elegido es un buen proxy del portafolio de mercado, el CAPM siempre se acepta. Por otro lado, Roll argumenta que pruebas que se realicen con otro portafolio que no sea el de mercado no son pruebas del CAPM, simplemente representan pruebas de si el portafolio que se escogió como proxy del de mercado es eficiente o no en el sentido media - varianza.

Por lo tanto, al escoger el portafolio de mercado de una manera ex post, se llega a un tautología, en la cual el CAPM siempre será aceptado. No obstante, esta prueba no puede ser verificada, puesto que el portafolio de mercado no puede ser observado, debido a que incluye todos los activos del mercado, muchos de los cuales no pueden ser cuantificables.

II.3 Modelos de Equilibrio: APT

El modelo de Teoría de Precios de Arbitraje (Arbitrage Pricing Theory), de sus siglas en inglés APT, desarrollado por Ross [1976], es la generalización de los modelos de factores múltiples en un contexto de equilibrio general.

El APT supone que la tasa de rendimiento de cualquier activo es una función lineal de k factores, como se muestra en la siguiente fórmula

$$\tilde{R}_i = E(\tilde{R}_i) + b_{i1}\tilde{F}_1 + \dots + \tilde{F}_k + \tilde{\varepsilon} \quad (1.15)$$

Si la teoría CAPM es muy restrictiva en términos de los supuestos subyacentes, la teoría APT tiene la ventaja de no suponer que las preferencias de los inversionistas son cuadráticas, que los activos existentes en la economía tienen una función normal multivariada, no requiere que los inversionistas basen sus decisiones en un marco de media-varianza, y no es necesario el supuesto de la normalidad de los errores. Los supuestos necesarios para el desarrollo de la teoría APT son sólo los siguientes:

1. Los individuos tienen aversión al riesgo y buscan maximizar su riqueza terminal.
2. Los inversionistas pueden prestar y pedir prestado a la tasa libre de riesgo.
3. Competencia perfecta y mercados no friccionados.
4. Los individuos tienen expectativas homogéneas de que el rendimiento del activo es generado por un modelo lineal de k factores como el de (1.15)
5. El número de activos n sea mayor que el número de factores k .

y, el más importante, el cual es el sustento de la teoría, se refiere a

6. La ausencia de oportunidades de arbitraje sin riesgo para obtener un mayor beneficio.

Lo que el supuesto seis formalmente dice es que, en equilibrio, todos los portafolios que pueden ser seleccionados del conjunto de activos y que satisfacen i) no utilización de inversión, y, ii) no incurrimiento en riesgo, en promedio no ganan rendimientos. Estos portafolios son llamados portafolios de arbitraje

Para formar un portafolio de arbitraje se considera que ω_i representa la parte proporcional de la riqueza total del individuo que está invertida en el activo i . Un portafolio η que contenga n activos está dado por el siguiente vector: $\eta = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n]$. Este portafolio para que cumpla con la condición uno tiene que satisfacer

$$\sum_{i=1}^n \omega_i = 0 \quad (1.16)$$

Recordando que el rendimiento de cualquier portafolio viene dado por la suma ponderada de los rendimientos de los activos que lo componen, implica que el rendimiento del portafolio es

$$\tilde{R}_p = \sum_{i=1}^n \omega_i \tilde{R}_i \quad (1.17)$$

sustituyendo \tilde{R}_i y reorganizando, se obtiene

$$\tilde{R}_p = \sum_{i=1}^n \omega_i E(\tilde{R}_i) + \sum_{i=1}^n \omega_i b_{i1} \tilde{F}_1 + \dots + \sum_{i=1}^n \omega_i b_{ik} \tilde{F}_k + \sum_{i=1}^n \omega_i \tilde{e}_i \quad (1.18)$$

La fórmula (1.18) muestra que el rendimiento del portafolio está determinado por tres parámetros:

- el rendimiento esperado del activo i ,
- la beta de cada activo multiplicado por el factor k , y
- el término estocástico que representa al riesgo no sistemático.

Para formar el portafolio de arbitraje libre de riesgo, y cumplir con la segunda condición, se requiere eliminar tanto el riesgo no sistemático como el sistemático. El primero se elimina a través de la diversificación, lo cual se logra al escoger de pequeña magnitud las participaciones porcentuales de la riqueza en cada activo, es decir, $\omega_i \approx 1/n$ y escogiendo n como un número grande.

La ley de los números grandes bajo independencia de los errores garantiza que el término $\sum \frac{1}{n} \tilde{e}_i$ tienda a cero. Al igual que en los modelos anteriores, en un portafolio bien diversificado desaparece la influencia del riesgo no sistemático.

Para lograr que el portafolio de arbitraje no esté sujeto al riesgo sistemático, es necesario escoger las ω_i de tal magnitud que, para cada factor, la suma ponderada de los componentes de riesgo sistemático b_k sea cero. Matemáticamente se expresa como

$$\sum_{i=1}^n \omega_i b_{ik} = 0 \quad (1.19)$$

Es decir, la elección correcta de las ponderaciones ha eliminado el riesgo de mercado. El rendimiento del portafolio está ahora determinado por

$$R_p = \sum_{i=1}^n \omega_i E(\tilde{R}_i) \quad (1.20)$$

Obsérvese que este portafolio no incurre en ningún tipo de riesgo y no requiere nueva riqueza, sin embargo gana un rendimiento seguro. Como lo menciona el fundamento de la teoría APT, el arbitraje hace que estas posiciones de desequilibrio no sean posibles, con lo cual se tiene que

$$R_p = \sum_{i=1}^n \omega_i E(\tilde{R}_i) = 0 \quad (1.21)$$

Para hacer el análisis más claro, se expresan las anteriores ecuaciones en términos vectoriales:

$$\eta \cdot \iota = 0 \quad (1.16)'$$

$$\eta \cdot \beta = 0 \quad (1.19)'$$

$$\eta \cdot E = 0 \quad (1.21)'$$

donde:

$$\beta = [b_{1k}, b_{2k}, \dots, b_{nk}],$$

$$E = [E(R_1), E(R_2), \dots, E(R_n)] \text{ y recordemos}$$

$$\eta = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n]$$

Como se puede apreciar, estos vectores componen un sistema de ecuaciones que se puede expresar como $Ax = d$, es decir

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ b_{11} & b_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & b_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{k1} & b_{k2} & \cdot & \cdot & \cdot & b_{kn} \\ E(R_1) & E(R_2) & \cdot & \cdot & \cdot & E(R_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \omega_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1.22}$$

el cual, conforma un sistema de ecuaciones homogéneo. Existen dos soluciones cuando se tiene un sistema de este tipo: la primera de ellas se da cuando la matriz A es no singular, por lo que la solución al sistema sería únicamente la solución trivial; es decir, $\omega_1 = \omega_2 = \dots = \omega_n = 0$. La segunda es cuando la matriz es singular, lo que implica que existe dependencia lineal entre las ecuaciones. Dado el supuesto $n > k$, la matriz A no es cuadrada y por lo tanto no tiene inversa; es decir, en nuestro caso se tiene la segunda solución.

De lo anterior se sigue que cualquier renglón de la matriz A puede ser expresado como una combinación lineal del resto de los renglones. En particular, la transpuesta del renglón $[E(R_1) \ E(R_2) \ \dots \ E(R_n)]$ se puede expresar como:

$$\begin{bmatrix} E(R_1) \\ E(R_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ E(R_n) \end{bmatrix} = \lambda_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix} + \lambda_1 \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{12} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_{1n} \end{bmatrix} + \dots + \lambda_k \begin{bmatrix} b_{k1} \\ b_{k2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_{kn} \end{bmatrix} \tag{1.23}$$

Donde, en APT b_{ik} representa las sensibilidades del rendimiento el i -ésimo activo a el factor k . Si existe un activo libre de riesgo con una tasa de rendimiento libre de riesgo, R_f , entonces $b_0 = 0$ y

$$R_f = \lambda_0 \quad (1.24)$$

Debe notarse que debido a que el vector de rendimientos esperados es una combinación lineal de los vectores restantes, no se genera una nueva dimensión en la cual pueda ser medido. Es por ello que a este vector se le debe sustraer el vector de la tasa libre de riesgo, con lo cual se logra tener un eje que mida el rendimiento esperado, pero en su forma de "rendimiento en exceso".

Además, uno de los puntos básicos cuando la matriz es singular, es que se tienen múltiples soluciones. Consecuencia de lo anterior, es que el número total de combinaciones lineales constituye un hiperplano en el espacio euclidiano de dimensión $k+1$. Este plano es lo que se conoce como hiperplano de precios de arbitraje.

En equilibrio, todos los activos y portafolios deben de estar en el hiperplano. Si alguno de ellos se situara por arriba o abajo existirían oportunidades de arbitraje sin riesgo. El arbitraje continuaría hasta que todas las inversiones convergieran al hiperplano.

En APT, λ_k representa el premio al riesgo o el precio del riesgo, en tanto que $b_{ik}F_k$ es la medida del riesgo para el activo i , la cual es la medida relevante del riesgo porque es el factor multiplicado por la proporción en que afecta al activo. Además nótese que es para cada activo, porque si bien el factor es el mismo para todos, la sensibilidad es para cada uno.

Sustituyendo el resultado de la ecuación (1.23) en la (1.15), el modelo APT se expresa como

$$\bar{R}_i - R_f = \lambda_1 b_{i1} + \dots + \lambda_k b_{ik} + b_{i1} \bar{F}_1 + \dots + b_{ik} \bar{F}_k + \tilde{e}_i \quad (1.25)$$

o de la forma

$$\bar{R}_i - R_f = b_{i1}(\bar{F}_1 + \lambda_1) + \dots + b_{ik}(\bar{F}_k + \lambda_k) + \tilde{e}_i \quad (1.25)'$$

Antes de terminar con la exposición teórica, es importante mencionar que el CAPM puede ser visto como un caso particular de la teoría APT. Si se considera el portafolio de mercado en un contexto de factores múltiples, la beta de cada activo está determinada por:³

³ Donde la beta de cada factor está determinada por $\beta_{F1} = \frac{\text{cov}(F_1, R_m)}{\sigma_m^2}$ y $\beta_{Fk} = \frac{\text{cov}(F_k, R_m)}{\sigma_m^2}$. El desarrollo detallado se encuentra en Sharpe y Gordon (1990, pp. 254-256).

$$\beta_i = \beta_{F1}b_{i1} + \dots + \beta_{Fk}b_{ik} \quad (1.26)$$

y para que el CAPM sea válido, es necesario que se cumpla la ecuación (1.7)'

$$E(\tilde{R}_i) = R_f + \beta_i [E(\tilde{R}_m) - R_f]$$

sustituyendo la beta del activo antes obtenida,

$$E(\tilde{R}_i) = R_f + [(E(\tilde{R}_m) - R_f) \times (\beta_{F1}b_{i1} + \dots + \beta_{Fk}b_{ik})] \quad (1.27)$$

$$E(\tilde{R}_i) = R_f + [E(\tilde{R}_m - R_f)\beta_{F1}]b_{i1} + \dots + [E(\tilde{R}_m - R_f)\beta_{Fk}]b_{ik} \quad (1.27)'$$

si los supuestos de APT y CAPM se sostienen simultáneamente, se tiene

$$\lambda_k = [E(\tilde{R}_m) - R_f]\beta_{Fk} \quad (1.28)$$

por lo que se llega a

$$E(\tilde{R}_i) = R_f + \lambda_1b_{i1} + \dots + \lambda_kb_{ik} \quad (1.29)$$

la cual es la fórmula del rendimiento esperado en APT. Como se puede apreciar, el CAPM puede ser visto como un caso especial del APT (cuando el rendimiento de los activos se suponen que siguen una distribución conjunta normal). Si la teoría APT ya presentaba ventajas debido a la relajación de los supuestos, las implicaciones que se desprenden de su característica de generalidad la hacen más robusta:

- El APT permite que los rendimientos de los activos en equilibrio dependan de muchos factores, no sólo uno.
- El APT puede medir el precio relativo de cualquier subconjunto de activos, es decir, no se tiene que medir el universo total de activos para probar la teoría.
- El portafolio de mercado no juega un papel específico en APT, mientras que en CAPM se requiere que éste sea eficiente, y, por último,
- El APT se puede extender a una estructura multiperiodo, como lo ha demostrado Ross [1976].

II. MÉTODOS DE INSTRUMENTACIÓN EMPÍRICA.

II.1 Formas de Estimación.

El modelo APT, desarrollado por Ross [1976], no define los factores que determinan el rendimiento de los activos. La literatura registra numerosos estudios enfocados a tratar de definir cuántos y cuáles son los factores. Hasta el momento no se ha llegado a un consenso, por lo que falta mucho camino por recorrer.

Reescribiendo el modelo APT descrito en la sección anterior, queda:

$$\tilde{R}_{it} = E(\tilde{R}_{it}) + \sum_{j=1}^k b_{ij} \tilde{F}_{ij} + \tilde{e}_{it} \quad (2.1)$$

donde:

$$E(\tilde{R}_{it}) = \lambda_0 + \sum_{j=1}^k b_{ij} \lambda_j \quad (2.2)$$

Para llevar a cabo pruebas empíricas, se consideran además del rango de orden k de la matriz de las sensibilidades al riesgo, ciertas cualidades estadísticas, a saber:

$$\begin{aligned} E_t(F_{jt} \cdot F_{jt'}) &= \sigma_{jj} \text{ para } t = t' \\ &= 0 \text{ para } t \neq t' \end{aligned}$$

$$E_t(e_{it}) = 0 \text{ para todo } t$$

$$\begin{aligned} E_t(e_{it} \cdot e_{it'}) &= \sigma_{e_i}^2 \text{ para } t = t' \\ &= 0 \text{ para } t \neq t' \end{aligned}$$

Para que un modelo APT sea válido es necesario que:

1. Las b_{ij} 's y las λ_j 's sean estadísticamente diferentes de cero.
2. El error estándar de los residuos sea muy pequeño.
3. Las λ_j 's sean relativamente estables en el tiempo.

II.1.1 Estimación por dos etapas.

La mayoría de las pruebas empíricas de APT se han realizado siguiendo la metodología de dos etapas propuesta por Fama y MacBeth [1972] y mencionado anteriormente. Primero se estima la matriz de sensibilidades b_{ij} en la ecuación (2.1) por medio de series de tiempo y posteriormente estos estimados pasan a ser las variables predeterminadas al estimar en corte transversal el vector de λ 's (premios al riesgo) de la ecuación (2.2).

Como se observa, la estimación de la matriz de sensibilidades implica, por lo menos, una identificación implícita de los factores de riesgo relevantes. Para ello se han propuesto dos metodologías.

II.1.1.1 Primera etapa: análisis factorial.

La herramienta estadística del análisis de factores busca lograr que el término del error esperado -que representa al riesgo diversificable- sea independiente entre todos los activos, o equivalentemente que la covarianza entre los errores sea cero (una de las condiciones necesarias para que el APT sea aceptado).

La idea central es que dado el problema de identificación, ya que ni los factores ni las b 's son observables, se deben escoger ciertos factores, siguiendo criterios de maximización o minimización, con los que mejor se expliquen las covarianzas de los rendimientos accionarios. Los factores (ortogonales) bajo este escenario, pueden ser considerados índices conceptualmente iguales a los índices de rendimiento de los mercados accionarios como el Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores, con la característica que afectan a un grupo específico de activos.⁴

La varianza de una muestra específica puede ser representada por la matriz de varianza-covarianza, la cual puede ser descompuesta en dos partes, la parte sistemática y la parte residual:

$$V = BAB' + D \quad (2.3)$$

donde:

V matriz de varianza-covarianza.

B matriz de sensibilidades.

⁴Para mayor detalle véase Fogler (1982).

A matriz de covarianza de los factores.

D matriz de varianza residual.

Es decir, el objetivo es estimar índices de tal manera que la varianza no explicada por éstos sea independiente entre los activos y a lo largo del tiempo, lo que implica que la matriz D sea diagonal.

La estimación generalmente se lleva a cabo por medio de máxima verosimilitud,⁵ el resultado se somete a pruebas de hipótesis. Este procedimiento se repite para hipótesis alternativas acerca del número de factores. El algoritmo se detiene cuando la probabilidad de que un factor adicional explique una porción estadísticamente significativa de la matriz de covarianza sea menor que cierto nivel.

Las técnicas del análisis factorial por máxima verosimilitud y la del análisis de los componentes principales han sido extensamente utilizadas para realizar estimaciones empíricas de APT. De los principales trabajos que utilizan análisis factorial se encuentran el de Roll y Ross [1980], Chen [1983] y Cho, Elton y Gruber [1984].

Por su parte, la técnica de los componentes principales ha sido utilizado en Fogler [1982] y en Connor y Korajczyk [1986], entre otros. Asimismo Shukla y Trzcinka [1990] comparan ambos métodos, concluyendo que cuando se presentan ciertas circunstancias como estacionalidades, el análisis por medio de los componentes principales es preferible al análisis de factores por máxima verosimilitud.

Si bien los detalles de ambos métodos de estimación van mas allá del objetivo del presente trabajo, es importante mencionar las limitaciones con los que se enfrentan.

1. Si los errores no se distribuyen de forma normal, las propiedades de los estimadores de las \hat{b}_{ij} 's no se conocen.
2. Los estimados de \hat{b}_{ij} 's no son únicos, ya que $\hat{B}\hat{G}$ es equivalente a \hat{B} para cualquier transformación ortogonal con $\hat{G}\hat{G}' = I^6$

⁵ El análisis de componentes principales es casi análogo al análisis de factores. La diferencia radica en que esta metodología extrae de los datos un conjunto de índices que mejor explican la varianza (y no la covarianza) de la muestra. Cabe señalar que esta metodología pondera los índices por orden de significancia.

⁶Para un análisis detallado véase McElroy y Burmeister (1988, pp. 33-35).

3. Los signos de los coeficientes no tienen ningún sentido, de tal manera que los signos en las b_{ij} 's y de las λ_j 's pueden estar al revés.
4. La escala de las b_{ij} 's y de las λ_j 's es arbitrario.
5. Relacionado principalmente con el análisis de factores por máxima verosimilitud, no hay garantía de que los factores se produzcan en un orden particular.
6. Los factores y sus lambdas asociadas no tienen ningún sentido económico.

Asímismo, se señala que debido a que el modelo APT funciona cuando se considera un subconjunto del universo de activos, el número de factores que incide sobre el rendimiento de los activos debe ser el mismo para cualquier subconjunto de los mismos. En Dhrymes, Friend y Gultekin [1984] se presenta evidencia de que el número de factores que parecen ser significativos son una función creciente del tamaño del grupo analizado. Esto ocurre porque al aumentar el número de activos, el número de interrelaciones se incrementa. Esto puede llevar a que, si se considera una muestra pequeña, se obtengan resultados distorsionados acerca del número de los factores. Los autores concluyen que no existe una conexión necesaria entre los factores encontrados en una muestra y aquéllos que son verdaderamente relevantes en APT.

Cabe mencionar que estas primeras pruebas del APT se enfocaban a probar la existencia de que múltiples factores determinan el rendimiento de las acciones. Estos estudios se enfocaban a probar la validez de la teoría y de alguna manera rechazar el CAPM, más que a descubrir cuáles eran los factores.

II.1.1.2 Primera etapa: determinación a priori de los factores.

Un enfoque alternativo, surge de especificar a priori los factores que afectan el rendimiento de los activos; en este sentido, los factores son consistentes con un marco teórico y no se encuentran únicamente en el terreno estadístico. De esta manera se facilita la estimación ya que directamente se estima la ecuación (2.1). Bajo este enfoque se encuentran los trabajos que consideran factores contables, como el de Martikainen y Yli-Olli [1990], factores relativos a características de la empresas como en Chan, Chen y Hsieh [1985] y factores macroeconómicos como en Chen, Roll y Ross [1986].

II.1.1.3 Segunda etapa.

Una vez que se tiene la matriz B , ya sea por el análisis factorial (o en su caso de los componentes principales) o determinando a priori los factores, en una segunda

etapa se lleva a cabo una regresión de corte transversal para estimar los premios al riesgo o lambdas.

La estimación de un modelo APT bajo dos etapas no está exento de ciertos problemas, como se advierte en Gibbons [1982]. Asimismo no se pueden ignorar los problemas econométricos que resultan de una estimación con variables generadas, como lo demuestra Pagan [1984].

Del artículo de Gibbons se desprende que, debido a la existencia de restricciones no lineales que afectan a las n ecuaciones, como se mencionó en el capítulo anterior, la estimación por métodos de información limitada -como lo es la estimación en dos etapas- es incorrecta.

Pagan realiza un análisis exhaustivo de los problemas econométricos que surgen al llevar a cabo regresiones con variables explicativas generadas. En especial señala que en modelos de dos etapas, la varianza no es consistente, por lo que las pruebas estadísticas que resulten pueden estar sesgadas.

II.1.2 Estimación en tres etapas.

Debido a los problemas estadísticos y económicos presentes en los procedimientos de estimación anteriores, Burmeister y McElroy [1988] y MacElroy y Burmeister [1988] sugieren una nueva forma de estimación. Los autores proponen utilizar variables macroeconómicas como factores a priori e incorporan una generalización de la anotación hecha por Gibbons mencionada en el primer capítulo. A partir de lo anterior, los autores proponen el uso de la técnica de regresiones iterativas no lineales aparentemente no correlacionadas (ITNLSUR) para estimar en forma conjunta la matriz de sensibilidades y los premios al riesgo.

Esta forma de estimación es asintóticamente equivalente a la estimación por máxima verosimilitud con información completa, lo cual evita la pérdida de información que se presenta en el método de dos etapas; en tanto que la incorporación de la sugerencia de Gibbons considera de forma más adecuada las restricciones cruzadas entre las ecuaciones, lo cual elimina el problema de la aproximación lineal de APT.⁷

⁷ Para un análisis mas detallado véase McElroy y Burmeister (1988)

II.2 Determinación de los factores.

II.2.1 Factores macroeconómicos.

La relación existente entre el estado de la macroeconomía y el comportamiento del rendimiento de los activos ha sido sujeto a un amplio trabajo teórico. En el campo de las finanzas, la investigación se ha enfocado en modelos de precios de activos en los cuales las variables de estado son aquéllas que alteran directamente las oportunidades de consumo o de inversión a lo largo del tiempo, poniendo énfasis en la descripción de la relación de los precios relativos entre los activos, en lugar de enfocarse a estudiar las implicaciones de las interacciones comprobables entre el precio de los activos y el comportamiento de los determinantes del ciclo real.

En contraste, en los modelos macroeconómicos del precio de los activos, las variables de estado son aquéllas que proporcionan información acerca de las oportunidades actuales o esperadas sobre producción, consumo o inversión. Asimismo, muestran explícitamente la relación entre los elementos financieros -tasas de interés reales y rendimientos reales- con los elementos reales de la economía. Esto es porque se espera una relación consistente entre las fuentes de incertidumbre y la variación en el rendimiento de los activos.

En este marco, los *modelos de ciclos reales* sugieren la forma de cómo se da esta asociación. En particular, en el modelo propuesto por Tallman [1989] el rendimiento esperado de los activos o bonos se define en términos de elecciones intertemporales entre capital y consumo en presencia de movimientos estocásticos no anticipados de la tecnología. La incertidumbre surge de que el capital de inversión es fijo: una vez que el capital se compromete a un proceso i en un periodo, permanece en ese proceso hasta que una variación inesperada se haga patente.

En este sentido, se determina la siguiente ecuación:⁸

$$P_{i,t} U'(C_t) = \psi E_t [U'(C_{t+1})(P_{i,t+1} + \pi_{i,t+1})] \quad (2.4)$$

donde:

$P_{i,t}$ es el precio del activo i en el periodo t ,

U' es la primera derivada de la función de utilidad,

⁸ El autor también define una ecuación para el rendimiento de los bonos, en donde los factores que inciden sobre las expectativas de consumo se dan dentro del periodo de maduración del bono.

ψ es el factor de descuento intertemporal,

π_{it} son las utilidades de la firma i en el periodo t , que se le paga a los accionistas en el periodo $t+1$.

La parte clave del modelo de Tallman es que las utilidades son un beneficio que se deriva de la función de producción a la cual se le resta la participación de los factores en el producto, el cual está expuesto a diversas variaciones no anticipadas. Así, cambios inesperados tecnológicos provocan una variación intertemporal del precio de los activos.

No obstante, se debe considerar que la acción de una empresa es un activo con un periodo de maduración infinito; lo que involucra expectativas sobre todos los periodos futuros. En este sentido, y tomando en cuenta la recursión del modelo, la ecuación de beneficio de la firma y la imposición de una condición de transversalidad apropiada, el autor define el modelo en una forma discreta e infinita en el tiempo:

$$P_{it} = E_t \left[\sum_{s=t+1}^{\infty} \psi^{s-t} U'(C_s) / U'(C_t) \cdot \pi_{is} \right] \quad (2.5)$$

La ecuación anterior muestra que la solución para determinar el precio de un activo es una función de la tasa de descuento intertemporal, del consumo esperado real, y de los dividendos -que dependen de la producción futura esperada- evaluados en un horizonte de tiempo infinito.

En este sentido, en la literatura sobre modelos de precios de activos las fuentes de variación del rendimiento de los activos se han clasificado en dos categorías: a) cambios no esperados que afecten la tasa de descuento, y b) cambios no esperados que afecten el flujo de efectivo esperado, el cual se representa por los dividendos.⁹

La tasa de descuento es un promedio de tasas en distintos periodos de tiempo, y cambia, por lo tanto, con el nivel de dichas tasas y con la estructura temporal de las mismas. Cambios no anticipados en la tasa de interés libre de riesgo y en la estructura temporal de las tasas inciden sobre la valuación a tiempo presente del flujo de efectivo esperado, y por lo tanto influyen sobre los rendimientos de los activos. Asimismo, y bajo la misma lógica, se incluyen choques no anticipados de la estructura de riesgo de incumplimiento de las tasas.¹⁰

⁹Esporádicamente se menciona una tercera fuente de variación atribuible a la variación esperada de los rendimientos debido a variaciones en el tiempo de la tasa de descuento que afecta el flujo de efectivo esperado. Véase Fama (1990)

¹⁰Riesgo de incumplimiento como traducción de "default risk", traducción propia.

Del lado de la demanda, cambios en la utilidad marginal, que depende del consumo real, afectarán la evaluación de los flujos de efectivo futuro y con ello el rendimiento de los activos. Entre los movimientos que afectan el consumo real, se pueden encontrar los que afectan el ahorro y los que afectan la riqueza. Cabe señalar que este movimiento se muestra igual que un cambio en el riesgo de incumplimiento.

El flujo de efectivo esperado cambia tanto por variables reales como por variables nominales. Cambios en la tasa de inflación esperada afectan tanto al flujo de efectivo esperado nominal como a la tasa de interés nominal. En términos reales, un movimiento no anticipado en el nivel de precios provoca cambios en los precios relativos por lo que se puede presentar cambios en la valuación de activos. Asimismo, cambios en el nivel esperado de producción real puede afectar el valor presente del flujo de efectivo real. Finalmente, en una economía abierta, las variaciones del tipo de cambio real como medida de competitividad internacional afectan el desempeño de las empresas y consecuentemente sus utilidades, que se traduce en cambios en el flujo de efectivo.

Debido a que el modelo se evalúa en un horizonte de tiempo infinito, los activos son más sensibles a variaciones no anticipadas permanentes que a variaciones temporales. Un cambio no anticipado permanente que reduce el producto en todos los periodos futuros provoca que el valor del activo disminuya sustancialmente, ya que el valor del activo es el valor presente descontado de todas las ganancias futuras que se derivan de la producción.

Una variación no anticipada temporal que afecte el consumo reduce el valor del activo, pero a medida que el periodo de tiempo es infinito esta caída es menor. Una variación no anticipada temporal que aumente el factor de descuento implica que el valor presente del flujo de efectivo futuro disminuya, pero en la medida que el tiempo de horizonte es infinito este efecto será cada vez menor.

Existen gran cantidad de estudios que examinan estas fuentes de variación bajo diversos marcos teóricos de evaluación del precio de los activos. Fama [1981], Geske y Roll [1983] y Barro [1990] encontraron que aproximadamente el 50 por ciento de la varianza de los rendimientos anuales de activos dependían de variables que incidían sobre el flujo de efectivo esperado. French, Schwert y Stambaugh [1987] encontraron que gran parte de la variación en el rendimiento de los activos se le atribuye a efectos en la tasa de descuento.

Asimismo, existen trabajos que incorporan conjuntamente las dos fuentes de variación y lo estiman bajo un marco APT. Entre ellos destacan el de Chen, Roll y Ross [1986] que consideran las acciones inscritas en el New York Stock Exchange y lo estiman por medio de dos etapas. Para el caso de México se encuentran el de

de la Calle [1991]¹¹ estimado por medio de la técnica de regresiones iterativas no lineales aparentemente no correlacionadas y el de Capistrana [1992], quien utiliza la técnica de dos etapas.

II.2.2 El factor residual

McElroy y Burmeister [1988] señalan que en el marco APT, además de los factores macroeconómicos, los precios de los activos pueden incorporar un factor residual que represente la influencia, en todas las acciones que componen el mercado, de un factor no observable, como lo sería un ataque especulativo. Para ello, suponen que los primeros $j = k - 1$ factores son observables, pero que el k -ésimo factor no es observable y por lo tanto forma parte del término de error, como se muestra en la siguiente fórmula

$$u_{it} = b_{ik}F_{kt} + e_{it} \quad (2.4)$$

El modelo, entonces, se puede reexpresar como:

$$R_{it} = E(R_{it}) + \sum_{j=1}^k b_{ij}F_{jt} + b_{ik}F_{kt} + e_{it} \quad (2.1')$$

con:

$$E(R_{it}) = \lambda_{0t} + \sum_{j=1}^k b_{ij}\lambda_{jt} + b_{ik}\lambda_{kt} \quad (2.2')$$

Este factor tiene todas las características antes descritas y también es ortogonal con los otros factores. Para obtener este factor, los autores hacen un estudio detallado, y concluyen que este factor desconocido no es más que el residuo de una regresión de un portafolio bien diversificado en función de los primeros $k-1$ factores.

¹¹ De la Calle [1991] también incluye el factor residual que se describe en la siguiente sección.

III. ESTIMACIÓN

La estimación se realizó siguiendo la técnica de dos etapas¹², e incluyendo un factor residual del mercado como lo proponen Burnmeister y McElroy. Las variables macroeconómicas fueron propuestas siguiendo las sugerencias del modelo de Tallman, considerando aquéllas que afectan al flujo de efectivo como las que pueden afectar la tasa de descuento. Asimismo, se incorporó una variable externa, representada por el Dow-Jones, la cual permite modelar la influencia sobre el precio de los activos de la integración de los mercados de capitales, en especial la relación entre la BMV y el New York Stock Exchange. (NYSE)¹³. Las variables se expresaron en términos reales, deflactadas por el Índice Nacional de Precios al Consumidor.

III.1 Muestra

La muestra de activos para valorar el modelo se basa en el rendimiento mensual promedio real de 23 acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores, el cual fue calculado utilizando los precios diarios y deflactando por el Índice Nacional de Precios al Consumidor.

Si bien el conjunto de acciones que fueron sujetas de análisis son 38, se optó por utilizar únicamente 23 de éstas, ya que las restantes o pertenecen al rango de baja o mínima bursatilidad, lo que complica encontrar la causalidad entre movimientos no anticipados en variables exógenas y el cambio en el precio de las acciones, o son distintas series de una misma emisora ya considerada, lo que implica tener sustitutos casi perfectos y por lo tanto, multicolinealidad en la matriz de factores con sus efectos consecuentes en la estimación en la segunda etapa.

Los precios de las acciones elegidas han sido ajustados por *splits*, dividendos en efectivo o en especie y subscripciones, con la finalidad de que reflejen fielmente las ganancias de capital y como una manera de hacer consistentes los precios de las distintas acciones, debido a que mientras algunas acciones pagan regularmente dividendos, otras no lo hacen. Los precios ajustados fueron proporcionados por la Subdirección de Análisis y Servicios de Información de la BMV.

Las series utilizadas están constituidas por datos mensuales de marzo de 1988 a octubre de 1993 lo que implica una muestra de 68 datos. Este periodo se escogió

¹² El tabajo de de la Calle (1991) se realizó con la técnica de ITNLSUR considerando las restricciones cruzadas. Haciendo pruebas del multiplicador de Lagrange, el autor no es capaz de rechazar la hipótesis de que las restricciones son iguales a cero. De esta forma, su estimación le permitió concluir que en el modelo APT estimado, los rendimientos esperados se relacionan linealmente con las sensibilidades y las sorpresas macroeconómicas.

¹³ Para un análisis de causalidad entre el Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores y el Índice Dow Jones, véase Correa (1992).

además por ser la etapa más reciente, porque es durante el cual se instrumentó el programa de estabilización económica que consideraba entre el conjunto de políticas, las de corte heterodoxo, cuya finalidad es incidir sobre las expectativas de los agentes económicos. Como se mencionará con mayor detalle posteriormente, la forma de cómo los agentes forman sus expectativas es una parte fundamental del modelo. De esta forma, la elección de este periodo puede permitir identificar el impacto del cambio en las expectativas en los resultados del modelo.

III.2 Determinación de los Factores.

III.2.1 Identificación de los factores

Para la elección de las variables relevantes se probaron los movimientos no anticipados de las siguientes:

- Tasa de Inflación medida por el Índice Nacional de Precios al Consumidor y como alternativa por el Índice de Precios de Bienes No Comerciables, ya que se consideró la posibilidad de que el precio de las acciones se viera afectados por el segundo índice en vista de que gran parte de las empresas consideradas son productoras de estos bienes.
- El agregado monetario amplio M4, para captar la riqueza en la economía considerando la liquidez. También se probó como serie alternativa la riqueza financiera sin incluir la liquidez, calculada como la diferencia de M4 y billetes y monedas.
- El Índice de la Producción Industrial como medida del crecimiento de la economía. Se probaron como sustitutos el Índice de la Producción Manufacturera y el crecimiento del Producto Interno Bruto real mensual.¹⁴
- La paridad no cubierta calculada como el diferencial de tasas en pesos entre el Treasury Bill a 91 días y los Cetes al mismo plazo.
- La estructura intertemporal de tasas de interés calculada como el resultado de restar al rendimiento mensual del Pagaré con Rendimiento Liquidable al Vencimiento a 6 meses el rendimiento mensual del Pagaré con Rendimiento Liquidable al Vencimiento a un mes.¹⁵

¹⁴ De la serie trimestral del PIB se calcularon datos mensuales utilizando como variable instrumental el Índice de la Producción Industrial como lo propone Chow (1960)

¹⁵ Se utilizó el Rendimiento del Pagaré con Rendimiento Liquidable al Vencimiento ya que no se emitieron Cetes a seis meses de forma continua durante todo el periodo de estudio.

- El premio de incumplimiento, calculado como la diferencia entre el rendimiento de un portafolio de emisiones de papel comercial a un mes y el rendimiento de Cetes a un mes.
- Asimismo, se probó la tasa de crecimiento del tipo de cambio real del peso con respecto al dólar.
- Como se mencionó anteriormente, se incluyó al *Dow Jones Industrial Average* ya que es el indicador que considera las principales acciones cotizadas en el New York Stock Exchange, mercado donde se encuentran listadas las principales acciones mexicanas en forma de ADR's.

De todas las anteriores, las variables que presentaron el mayor poder explicativo estadístico fueron la Inflación medida por el INPC con un rezago de un periodo, el agregado monetario M4 con un rezago de tres periodos, el Índice de la Producción Industrial y el Índice Dow-Jones, estas dos últimas contemporáneamente.

La razón intuitiva de la significancia de los rezagos se encuentra en la disponibilidad de la información para los inversionistas. Las sorpresas macroeconómicas de las variables se calcularon como el error de pronóstico que cometen los agentes. Este error de pronóstico, como se describe con mayor detalle posteriormente, es igual a la diferencia entre la variable realizada y el pronóstico de los agentes; de esta forma, el error es conocido una vez que se tiene información sobre la variable observada.

En este sentido, es importante mencionar que la tasa de inflación mensual es dada a conocer diez días posteriores al mes que concluye, en tanto que la información relativa al saldo de los agregados monetarios son dados a conocer aproximadamente con tres meses de rezago, lo cual coincide con la significancia de las variables en el modelo.

La razón por la cual la tasa de crecimiento del Índice de la Producción Industrial presenta la mayor significancia en forma contemporánea puede encontrarse en el hecho de que el comportamiento del IPC y del precio de las acciones que cotizan en la BMV sean "indicadores adelantados" del comportamiento real de la economía.

El estudio de Fama [1990] propone algún indicio en este sentido para la economía norteamericana. El autor, basándose en trabajos previos y en su propia investigación, presenta evidencia de que la relación entre el rendimiento de los activos y la producción real futura es muy fuerte.

Si aplicamos este resultado a nuestro análisis, inferimos que los agentes cuentan en t con información sobre la producción en t , por lo cual, el agente posee una aproximación a su error de pronóstico de manera contemporánea.

III.2.2 Construcción de los factores

Los movimientos no anticipados se cuantificaron, como se mencionó anteriormente, como el error de pronóstico que cometen los agentes. Algunos autores como de la Calle [1991] obtuvieron los factores como el error de pronóstico de un vector autorregresivo.¹⁶

En otros trabajos como en el de Chen, Roll y Ross [1986], se propone el uso de modelos particulares para cada variable y tomar el término de error como los movimientos no anticipados. Mencionan que, debido a que en los vectores autorregresivos las variables rezagadas relacionadas con el mercado tienen poder de predicción significativo de las variables macroeconómicas, el uso de esta técnica se contrapone al objetivo de la investigación, que es determinar cómo las variables macroeconómicas inciden en el rendimiento de los activos.

En la presente investigación se adoptó el criterio propuesto por Chen, Roll y Ross y por varios autores más en el que se identifica individualmente cada serie. Cada una fue estimada a través de series de tiempo univariadas y estimadas por el procedimiento de Box y Jenkins [1976].

III.2.2.1 Inflación

La serie utilizada para determinar la sorpresa inflacionaria fue el Índice Nacional de Precios al Consumidor elaborada por Banco de México, la cual se denotará por $INPC_t$.

La inflación no anticipada se definió como:

$$INE_t = I_t - E(I_t | t-1) \quad (3.1)$$

donde:

I_t es la inflación al tiempo t , que se definió como la tasa de crecimiento mensual del $INPC_t$.

¹⁶ En particular, de la Calle filtró el vector autorregresivo con Filtros de Kalman.

$E(I_t|t-1)$ representa la inflación esperada para el tiempo t con información hasta el tiempo $t-1$, la cual se obtuvo por medio de un análisis de series de tiempo, el cual se describe a continuación.

La serie de inflación mensual no tiene media constante, además, las autocorrelaciones de la serie I_t , disminuyen paulatinamente, lo anterior sugiere no estacionariedad y la necesidad de una diferencia regular. Para establecer de una manera más formal si la inflación es estacionaria o no, se realizó una prueba de raíz unitaria. La prueba efectuada fue la de Dickey-Fuller Aumentada, el resultado del estadístico-t fue de -2.921, el cual, a un nivel de significancia de 1% de los valores críticos de MacKinnon, señala que no se permite rechazar la hipótesis nula de no-estacionariedad, por lo tanto se puede afirmar que la inflación posee una raíz unitaria y necesita ser diferenciada. Una vez diferenciada la serie se volvió a aplicar la prueba para verificar la existencia o no de una segunda raíz unitaria. Los resultados indicaron que no.¹⁷

La variable transformada presenta un proceso estacionario y media constante, por lo cual fue la serie base sobre la que se llevó a cabo el proceso estimación. Tomando en consideración el análisis de las funciones de autocorrelación y de la autocorrelación parcial, y discriminando entre varios posibles modelos, se optó por aquél que toma en cuenta un coeficiente autorregresivo regular de primer orden y un coeficiente autorregresivo regular de segundo orden. Los resultados de la estimación se presentan a continuación.

$$(1 - \underset{(0.1138)}{0.2723} B^1 + \underset{(0.1129)}{0.2464} B^2) \nabla^1 I_t = a_t \quad (3.2)$$

donde los términos abajo del coeficiente son los *errores estándares* respectivos. Cabe mencionar que esta convención se seguirá en todo el resto del capítulo incluyendo las tablas.

Los valores de autocorrelación de los errores de la estimación así como el estadístico Q de Box-Pierce para valuar la correlación conjunta, que se presentan en la tabla 1, señalan que no se puede rechazar la hipótesis de que los errores siguen un proceso ruido blanco con una $\alpha = 0.05$

Una vez estimado el modelo, se integró la serie para obtener la inflación estimada y se ajustó un periodo para evitar la contemporaneidad entre la información y la

¹⁷ La prueba realizada se corrió considerando el periodo de diciembre de 1987 a octubre de 1993. El número de rezagos considerados fue de 3. Los valores críticos de MacKinnon se encuentran en MacKinnon (1990)

formación de las expectativas. El residual entre la inflación observada y la inflación esperada constituyó la sorpresa macroeconómica de inflación.

Tabla 1 *Función de Autocorrelación Muestral*

	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5	ρ_6	ρ_7	ρ_8	ρ_9	ρ_{10}	ρ_{11}	ρ_{12}	Q_{BP}^{12}
e_I	-.006	-.197	.097	-.180	-.007	.034	-.055	-.063	-.052	-.012	.038	.138	8.0
e_{M4}	-.049	.133	-.091	-.114	.081	.137	.035	.095	-.035	-.117	-.086	-.206	10.8
e_{DJ}	.079	.015	.034	-.126	-.012	-.22	-.037	-.033	-.031	.063	.175	.049	8.0
e_{PI}	-.167	-.232	.066	-.104	.013	.005	.100	-.083	-.141	.012	.081	.035	10.7

Prueba de hipótesis individual: $\rho_k = 0$ para cualquier k . Si los errores se distribuyen normalmente, los límites propuestos por Bartlett que garantizan una significancia aproximada del 95% se ubican a dos errores estándar $\pm 2\sqrt{T}$, en nuestro caso los límites se ubican en 0.24.

Prueba de hipótesis conjunta: $\rho_k = 0$ para todo $k > 0$. El estadístico Q desarrollado por Box-Pierce se distribuye aproximadamente como una chi-cuadrada con $k-p-q$ grados de libertad. La distribución chi-cuadrada con diez grados de libertad y con un nivel de significancia del 90 por ciento se ubica en 15.99.

III.2.2.2 Agregado Monetario.

Para estimar el impacto de la riqueza financiera sobre el precio de los activos se tomó en cuenta la tasa de crecimiento real mensual del agregado monetario M4 publicado por Banco de México. Los movimientos no anticipados se definieron como:

$$RFNE_t = \dot{M}4_t - E(\dot{M}4_t | t-3) \quad (3.3)$$

donde:

$\dot{M}4_t$ es la tasa de crecimiento mensual real de M4 y, $E(\dot{M}4_t | t-3)$ representa la tasa de crecimiento esperada del agregado monetario M4 para el periodo t cuando se cuenta con información hasta $t-3$, cuyo cálculo se presenta a continuación. La tasa de crecimiento real muestra un comportamiento estacionario y una media relativamente constante, lo que sugiere que no es necesario llevar a cabo transformaciones de la serie. Considerando las funciones de autocorrelación y de autocorrelación parcial, y escogiendo entre varios posibles modelos, se estimó el siguiente:

$$(1 - \underset{(0.1038)}{0.4207B^{12}}) \dot{M}4_t = (1 - \underset{(0.1200)}{0.3217B^1}) a_t \quad (3.4)$$

Como se puede observar en la tabla 1, las pruebas individuales para probar autocorrelación así como la prueba conjunta, señalan que la hipótesis de que los errores de esta estimación siguen un proceso ruido blanco no se puede rechazar con $\alpha = 0.05$

Una vez calculada la variable estimada se ajustó para evitar contemporaneidad entre la formación de expectativas y la información disponible. Los errores calculados de la diferencia entre la variables observada y la estimada constituyó el segundo factor macroeconómico.

III.2.2.3 Producción Industrial

Para la medición de la producción industrial se utilizó el Índice de la Producción Industrial Mensual publicada por INEGI. La sorpresa macroeconómica se evaluó como:

$$PINE_t = \dot{PI}_t - E(\dot{PI}_t | t-3) \quad (3.5)$$

donde:

\dot{PI}_t expresa la tasa de crecimiento mensual del índice de la producción industrial y, $E(\dot{PI}_t | t-3)$ representa el valor esperado en t cuando se cuenta con información hasta $t-3$, el cual fue calculado como a continuación se menciona. La tasa de crecimiento del índice de la producción industrial es estacionaria y presenta media constante. Analizando las funciones de autocorrelación muestral y autocorrelación parcial muestral y eliminando entre varios posibles modelos se decidió por el siguiente:

$$(1 + \underset{(0.0897)}{.5965 B^1}) \dot{PI}_t = (1 - \underset{(0.1127)}{0.3835 B_s^1}) a_t \quad (3.6)$$

Las autocorrelaciones del modelo, así como el estadístico de Box-Pierce se presentan en la Tabla 1. Tanto a nivel individual como en conjunto los errores no están autocorrelacionados bajo los límites de significancia. Se puede concluir que no se puede rechazar la hipótesis de que los errores siguen un proceso ruido blanco.

Al igual que con la inflación y el agregado monetario M4, la variable estimada se ajustó para evitar la contemporaneidad de las expectativas y la información. La diferencia entre la variable observada y la estimada constituyeron la sorpresa macroeconómica.

III.2.2.4 Dow Jones.

Debido a que estamos considerando comportamiento reales, para hacer consistente la variable del Dow Jones, se multiplicó por el tipo de cambio vigente y se deflactó por el INPC, de tal forma que la variable resultante fué la tasa de crecimiento real del Dow Jones en pesos. Esta transformación permite capturar las decisiones de los inversionistas en términos del portafolio de inversión -acciones cotizadas en la BMV o el portafolio del NYSE o acciones representativas del índice- considerando los rendimientos de activos medidos en las mismas bases.¹⁸

El movimiento no anticipado en el indicador del Dow-Jones se definió como:

$$DJNE_t = \dot{DJ}_t - E(\dot{DJ}_t|t) \quad (3.7)$$

donde:

\dot{DJ}_t representa a la tasa de crecimiento promedio mensual real en pesos del índice y, $E(\dot{DJ}_t|t)$ representa a la tasa de crecimiento promedio mensual real esperada en t cuando se cuenta con información en t . Se definió el modelo con información en t debido a que la serie estimada es un promedio del índice diario del Dow-Jones. Los inversionistas observan el Dow-Jones diariamente y afecta a los precios de las acciones de forma diaria, de hecho, los inversionistas cuentan con información para hacer su pronóstico casi contemporáneamente. La estimación de la tasa de crecimiento del Dow-Jones se describe a continuación. La serie es estacionaria y presenta media constante. La función de autocorrelación muestral sugiere un modelo con un promedio móvil regular de 5 orden y un promedio móvil regular de orden 12. Los resultados de la estimación del modelo fueron:

$$\dot{DJ}_t = (1 + 0.4039 B^{(0.1231)} + 0.4737 B^{(0.1249)}) a_t \quad (3.8)$$

La función de autocorrelación muestral así como el estadístico Q de Box-Pierce se puede ver en la Tabla 1. Los resultados señalan que no se puede rechazar la hipótesis de que los errores siguen un proceso ruido blanco. Cabe señalar, que estos errores constituyen la sorpresa macroeconómica.

III.2.2.5 El factor residual de mercado

El factor residual de mercado se estimó siguiendo la metodología propuesta por Burnmeister y McElroy ya mencionada en el capítulo anterior. Los autores

¹⁸ Esto sería equivalente a establecer una paridad no cubierta de rendimiento de un activo mexicano y del índice Dow-Jones, lo que podría señalar posibilidades de arbitraje.

concluyeron que el factor de mercado no es más que el término de error de una regresión de un portafolio bien diversificado o el índice del mercado en función de las variables explicativas originales.

Como rendimiento del portafolio se tomó el rendimiento del IPC¹⁹, asimismo, se calculó, al igual que en el caso de las acciones, como el rendimiento en términos reales en exceso.

De esta forma, el factor no esperado es el término de error de la siguiente regresión:

$$\delta_t = \dot{IPC}_t - E(\dot{IPC}_t) = c + \beta_1 INE_{t-1} + \beta_2 RFNE_{t-3} + \beta_3 PINE_t + \beta_4 DJNE_t + e_t \quad (3.9)$$

donde el valor esperado de la tasa de crecimiento del IPC se calculó suponiendo un modelo de series de tiempo autorregresivo de primer orden.

Esta regresión se estimó por medio de Mínimos Cuadrados Ordinarios. Los resultados se muestran a continuación:

Tabla 2 Regresión del Rendimiento en Exceso de un Portafolio Bien Diversificado en Función de las Cuatro Variables Macroeconómicas.

	Constante	Sorpres Inflacionaria	Cambios en el Agregado Monetario	Cambios en el Índice de la Producción Industrial	Cambios en el Dow-Jones
Coefficiente	0.0125 (0.0082)	-1.0888 (0.5942)	0.6103 (0.4292)	0.1787 (0.2232)	1.1544 (0.3313)
R ² =0.25					
D.W.=2.0					
F=5.2					

La regresión muestra que la sorpresa inflacionaria y el cambio en el Dow-Jones tiene un significativo poder explicativo al 90 por ciento en una prueba a dos colas, en tanto que el agregado monetario es significativo al 85 por ciento bajo la misma base. El índice de la producción industrial no es significativo estadísticamente. Los cuatro factores explican un cuarto de la variación del rendimiento en exceso del portafolio como lo indica la R². Asimismo, no se puede aceptar la hipótesis

¹⁹ El Índice de Precios y Cotizaciones de la BMV no representa en forma estricta el rendimiento de un portafolio bien diversificado. Es un índice de precios cuya fórmula viene dada por un tipo encadenado de Laspeyres. Este proceso de encadenamiento permite la actualización de la base de forma inmediata, tomando para cada periodo, el periodo previo como base. Para el cálculo del IPC se incorporan aproximadamente las 39 acciones más representativas del mercado, dependiendo su bursatilidad, además es revisado cada dos meses.

nula de que los cuatro factores en forma conjunta sean iguales a cero bajo un nivel de significancia del 5 por ciento. Los errores no muestran autocorrelación como lo muestra el indicador Durbin Watson. La serie de los errores representa el quinto factor en la regresión.

Para que estos cinco factores sean válidos dentro del marco teórico de APT, deben ser ortogonales como se mencionó en el capítulo anterior. Con el fin de verificar que los cinco factores son efectivamente ortogonales, se calculó la matriz de correlación de los factores. Generalmente se acepta que si ninguno de los elementos de la matriz es mayor a 0.5 los factores no se encuentran correlacionados. Si además la inversa de la matriz de correlación está definida, lo que implica que no existe dependencia lineal entre los componentes de la matriz, se obtiene evidencia casual en favor de que los elementos de la matriz no se encuentran correlacionados.

En la Tabla 3 y en la Tabla 4 se presentan la matriz de correlación y la matriz inversa de correlación respectivamente. Dado que ninguno de los factores presenta una correlación mayor a 0.5 y que la matriz inversa existe, podemos concluir que los factores son ortogonales y son susceptibles de ser usados en el modelo.

Tabla 3 Matriz de Correlación de los Factores

	INE	RFNE	PINE	DJNE	FRM
INE	1.000	-0.258	0.077	0.100	-2.77E-10
RFNE	-0.258	1.000	0.172	0.122	-2.97E-09
PINE	0.077	0.172	1.000	-0.006	1.41E-09
DJNE	0.100	0.122	-0.006	1.000	1.40E-09
FRM	-2.77E-10	-2.97E-09	1.41E-09	1.40E-09	1.000

Tabla 4 Matriz Inversa de Correlación de los Factores

	INE	RFNE	PINE	DJNE	FRM
INE	1.112	0.330	-0.144	-0.153	4.52E-09
RFNE	0.330	1.145	-0.223	-0.174	4.92E-09
PINE	-0.144	0.223	1.050	0.048	-2.60E-09
DJNE	-0.153	-0.174	0.048	1.037	-2.50E-09
FRM	4.52E-09	4.92E-09	-2.60E-09	-2.50E-09	1.000

III.3 Estimación de las sensibilidades a los factores y de los premios al riesgo.

La estimación se llevó a cabo utilizando el modelo de dos etapas explicado en el Capítulo II. En el primer paso se estimaron las sensibilidades a los factores o matriz de betas. La estimación se realiza para cada uno de los activos a través de Mínimos Cuadrados Ordinarios. Mas específicamente se estimó:

$$\delta = R_{it} - E(R_{it}) = c + \sum_{j=1}^k b_{ij} F_{ij} + e_{it} \quad (3.10)$$

El valor esperado del rendimiento del activo i se calculó a través de un modelo autorregresivo regular de orden 1 y la c , que representa a la constante, se introduce únicamente con fines econométricos. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 5.

Tabla 5 *Betas Estimadas*

	Constante	INE	RFNE	PINE	DJNE	FM	D.W.	Estadístico F
ALFA A	0.0134 (0.0092)	-1.4919 (0.6650)	0.2955 (0.4804)	-0.1297 (0.2497)	1.1482 (0.3707)	0.8946 (0.1410)	2.13	12.6
APASCO A	0.0172 (0.0092)	-2.9704 (0.6635)	0.7603 (0.4793)	0.1307 (0.2492)	1.3816 (0.3699)	0.9410 (0.1407)	2.18	17.3
BANCEN BCP	0.0229 (0.0167)	-1.9716 (1.2062)	0.4244 (0.8713)	0.3450 (0.4530)	2.2350 (0.6724)	0.8030 (0.2557)	2.20	5.0
BANOR BC	0.0435 (0.0174)	-1.9053 (1.1562)	0.4375 (0.9074)	0.4673 (0.4717)	1.5713 (0.7003)	1.5193 (0.2663)	1.99	8.3
CEMEX A	0.0135 (0.0078)	-3.003 (0.5621)	0.9750 (0.4060)	0.4304 (0.2111)	1.8928 (0.3134)	1.2179 (0.1192)	2.00	37.8
CERAMIC A	0.0145 (0.0092)	0.6540 (0.5890)	-0.8047 (0.4255)	0.3446 (0.2105)	0.4906 (0.3001)	0.4928 (0.1249)	1.91	5.2
CIFRA B	0.0326 (0.0107)	-0.2301 (0.7746)	-0.1729 (0.5595)	0.4641 (0.2809)	1.1612 (0.4319)	0.7009 (0.1642)	2.28	5.6
CONDUMEX A	0.0083 (0.0111)	0.4713 (0.7993)	0.6836 (0.5774)	0.6143 (0.3002)	0.5257 (0.4456)	0.5202 (0.1695)	2.00	3.7
CONTAL AC	0.0212 (0.0132)	-0.7943 (0.9514)	1.5466 (0.6872)	-0.1340 (0.3573)	1.1390 (0.5304)	1.5178 (0.2017)	2.18	14.0
CRISOBA A	-0.0023 (0.0070)	1.2035 (0.5043)	0.5088 (0.3243)	0.1534 (0.1894)	0.2750 (0.2811)	0.5168 (0.1069)	1.93	6.6
CYDSASA A	0.0037 (0.0092)	-0.2893 (0.6667)	0.0900 (0.4816)	-0.1183 (0.2504)	1.1996 (0.3717)	0.9090 (0.1414)	2.06	10.5
DESC B	0.0109 (0.0082)	-0.7420 (0.5891)	0.4874 (0.4256)	0.2772 (0.2212)	1.7632 (0.3284)	0.9599 (0.1249)	2.10	19.0
INTENAL BC	0.0231 (0.0166)	-0.8609 (0.1985)	1.2948 (0.8157)	-0.0666 (0.4501)	1.7707 (0.6682)	1.1114 (0.2541)	2.02	6.2
KIMBER A	0.0238 (0.0066)	1.0070 (0.4772)	0.3609 (0.3447)	-0.1450 (0.1792)	0.9968 (0.2661)	0.7296 (0.1012)	2.28	14.9

Tabla 5 Betas Estimadas (continuación)

	Constante	INE	RFNE	PINE	DJNE	FM	D.W.	Estadístico F
LIVERPOL 1	0.0174 (0.0106)	-0.9771 (0.5953)	0.4334 (0.5527)	-0.1372 (0.2874)	0.3790 (0.4266)	0.5909 (0.1622)	1.87	3.5
PONDER B	0.0089 (0.0193)	4.0113 (1.3888)	0.4705 (1.0032)	-0.5408 (0.5215)	0.9588 (0.7742)	0.5930 (0.2944)	1.81	3.2
SAN LUIS A2	-0.0090 (0.0151)	-1.0910 (1.0872)	0.7464 (0.7854)	0.3830 (0.4083)	0.8827 (0.5761)	0.7966 (0.2305)	1.99	4.0
SIDEK	0.0158 (0.0110)	-0.5345 (0.7914)	1.1564 (0.5716)	-0.1423 (0.2972)	1.4523 (0.4412)	0.8482 (0.1678)	2.18	8.8
SORIANA A2CP	0.0159 (0.0099)	0.7013 (0.7137)	1.5954 (0.5155)	-0.4543 (0.2680)	0.5726 (0.3579)	0.8082 (0.1513)	2.12	8.7
SORIMEX A2CP	0.0128 (0.0124)	1.7444 (0.8973)	2.1424 (0.6482)	-0.6096 (0.3370)	0.3316 (0.5003)	0.4980 (0.1902)	1.88	4.3
TAMSA	0.0058 (0.0142)	-2.8940 (1.0238)	-1.1708 (0.7195)	0.1713 (0.3845)	0.4807 (0.5707)	0.5807 (0.2171)	1.94	3.2
TELMEX A	0.0205 (0.0062)	-2.3842 (0.4508)	0.4350 (0.2056)	0.2677 (0.1603)	1.3039 (0.2513)	1.1804 (0.0956)	1.98	43.3
VITRO	0.0023 (0.0063)	-2.0123 (0.4559)	1.0652 (0.3293)	-0.2166 (0.1712)	1.5604 (0.2542)	0.9275 (0.0967)	2.07	34.7

Los números entre paréntesis son los errores estándar. Las pruebas individuales del estadístico t de student con 68 observaciones al 10 por ciento de significancia a ambas colas se ubica en 1.67. El estadístico conjunto F a un nivel de significancia de 5 por ciento con 4 grados de libertad en el numerador y 63 grados de libertad en el denominador se ubica aproximadamente en 2.53.

Las sensibilidades al factor de mercado son en todos los casos muy significativas y generalmente positivas. Las sensibilidades al índice Dow-Jones, a la Inflación y al agregado monetario es significativo en la mayoría de los casos. El primero y el tercero presenta signos positivos generalmente y la inflación mayormente negativo. La producción industrial fue significativa unicamente en 7 casos, siendo los signos variables. La constante resultó no significativa en casi todas las acciones de la muestra. Los errores de cada una de las regresiones no presentan autocorrelación de primer orden como lo demuestra el estadístico Durbin-Watson. Finalmente, cabe mencionar que la bondad de ajuste se ubica entre 0.22 y 0.75 medida por la R^2 . La significancia de las variables es aproximadamente igual a la presentada por de la Calle [1991].

La estimación de los premios al riesgo consiste en estimar en una segunda etapa una modificación de la ecuación 2.2 por medio de Mínimos Cuadrados Ordinarios.

$$\xi = E(\tilde{R}_{it}) - \lambda_{0t} = c + \sum_{j=1}^k \lambda_{jt} \hat{b}_{ij} \quad (3.11)$$

donde ξ respresenta el rendimiento esperado en exceso, λ_{0t} representa, como se comentó anteriormente, la tasa libre de riesgo y c es la constante que se introdujo para fines de estimación. La tasa libre de riesgo se aproximó con la tasa primaria de Cetes a 28 días.

El periodo sobre el cual se realiza el corte transversal es variable. Algunos autores como Chen Roll y Ross [1986] llevan a cabo cortes transversales para cada uno de los doce meses posteriores al periodo de estimación de las series de tiempo, las cuales se estiman para un periodo de 5 años en datos mensuales. Por otro lado, Fama y McBeth [1972] realizan cortes transversales por subperiodos, en tanto que de la Calle [1991] llevó a cabo estimaciones a 25 muestras cambiantes empezando cada trimestre del año. Hasta el momento no se ha definido o limitado el tipo de periodos que debe ser usado en la estimación de la segunda etapa. La elección del periodo ha sido variable en cada investigación y se adapta, en todos los casos, a los objetivos particulares de la misma.

En el presente estudio, se realizaron cortes transversales para el rendimiento mensual, para el anual y para el rendimiento total del periodo. En total se realizaron 75 cortes transversales.

Los resultados muestran que los premios al riesgo son significativos únicamente para el año 1988. En la regresión considerando todo el periodo y en las regresiones de cada uno de los años de 1989 a 1993, los premios al riesgo no fueron significativos estadísticamente. En las regresiones mensuales, se observa que son significativos en la mayoría de ellos, pero que fluctúan de valor, lo que indica premios al riesgo variables. En la tabla 6 se presentan los resultados de la regresión para el año de 1988.

Tabla 6 Premios al Riesgo Estimados en 1988

$\hat{\lambda}_{INE}$	$\hat{\lambda}_{RFNE}$	$\hat{\lambda}_{PINE}$	$\hat{\lambda}_{DJNE}$	$\hat{\lambda}_{FRM}$
-0.0051 (0.0012)	-0.0014 (0.0026)	-0.0173 (0.0056)	-0.0019 (0.0036)	0.0106 (0.0050)

$$R^2 = 0.61$$

$$D.W. = 2.05$$

$$F = 5.4$$

La sorpresa macroeconómica de la inflación, el factor de mercado y el Índice de la Producción Industrial fueron estadísticamente significativos al 95 por ciento en una prueba a dos colas. El primero y el tercero de ellos con signo negativo, en tanto que el último con signo positivo. La riqueza financiera, el Dow-Jones y la constante no resultaron significativos. El estadístico Durbin-Watson señala que no se presentó correlación de primer orden, en tanto que la prueba F indica que no se puede aceptar la hipótesis de que todos los coeficientes sean iguales a cero. La R^2 señala una buena bondad de ajuste.

Una vez estimado el modelo, es importante probar su validez como teoría que explique los determinantes del precio de los activos. Para ello, recordemos que la validez de toda teoría económica radica en describir o modelar correctamente la realidad.

En este sentido, las pruebas de APT son particularmente difíciles de evaluar debido a que la teoría define la estructura funcional de los precios de los activos pero no especifica las variables que inciden en el rendimiento esperado de los mismos. Bajo este escenario, las dos formas de estimación del modelo llevan a probar su validez en distinto grado.

Cuando el modelo es estimado por análisis factorial, los resultados únicamente permiten concluir que los precios de los activos están afectados por más de una variable -o en el mejor de los casos, establecer cual es el número relevante de factores- lo que validaría al APT.

Las pruebas de modelos APT que incluyen variables seleccionadas de forma ex-ante, como en esta investigación, constituyen un ejercicio conjunto en el que se prueba la existencia de múltiples fuentes de riesgo que afectan a los activos y la efectividad de las variables seleccionadas como determinantes de sus rendimientos.

Los estudios que han probado conjuntamente la teoría APT se han basado en demostrar que la consideración de las variables relevantes, explica el rendimiento de los activos y que este, no se determina únicamente por el riesgo de mercado como en el CAPM. La conclusión de los estudios es discriminatoria en la que se apoya un modelo y se niega al otro.

En particular, en Chen, Roll y Ross [1986] se usa este enfoque. Se selecciona a priori los factores relevantes y se prueba su significancia estadística en el modelo, lo que proporciona un indicio de que más de un factor es relevante y de cuáles son esos factores. Para probar formalmente que el precio de los activos no se determinan por el rendimiento de mercado, es decir, para rechazar el CAPM, los autores desarrollan de nuevo el modelo incluyendo el portafolio de mercado para

calcular su sensibilidad (o beta) y prueban su significancia en la segunda etapa. Si la beta del portafolio de mercado es estadísticamente significativa y le resta significancia a las variables originales, se deduce que el portafolio de mercado captura las variables que inciden en el rendimiento de los activos, por lo cual el rendimiento de los activos puede explicarse por el CAPM. Si por el contrario, la beta no resulta significativa, se puede concluir que efectivamente los factores seleccionados a priori explican el rendimiento de los activos, con lo cual se apoya la validez del APT.

Con el fin de probar la validez del modelo APT desarrollado, se sigue la metodología propuesta por Chen, Roll y Ross [1986]. Como se muestra en la tabla 6, la significancia estadística de las variables son una primera prueba para demostrar que los factores macroeconómicos explican el rendimiento de los activos. La prueba formal consistió en correr regresiones de cada una de las acciones consideradas en función de las variables originales y adicionalmente del portafolio de mercado, el cual fue aproximado por el IPC, como un sexto factor en la ecuación (3.10), y que equivale a la beta del CAPM. Posteriormente, se llevó a cabo la estimación de la segunda etapa de acuerdo a la fórmula (3.11) en la que se incluyeron los coeficientes del portafolio de mercado de la primera etapa. La tabla 7 muestra los resultados de la regresión.

Tabla 7 Premios al Riesgo Estimados en 1988 Incluyendo el Portafolio de Mercado

$\hat{\lambda}_{INE}$	$\hat{\lambda}_{RFNE}$	$\hat{\lambda}_{PINE}$	$\hat{\lambda}_{DJNE}$	$\hat{\lambda}_{FRM}$	$\hat{\lambda}_{BETA}$
-0.0050 (0.0012)	-0.0013 (0.0029)	-0.0169 (0.0061)	-0.0016 (0.0041)	-0.0103 (0.0051)	0.0010 (0.0030)
$R^2 = 0.61$					
$D.W. = 2.11$					
$F = 4.3$					

Como se puede observar, el portafolio de mercado no tiene un efecto estadísticamente significativo sobre los rendimientos esperados de los activos. De hecho, las variables macroeconómicas originales tienen aproximadamente la misma significancia de la regresión original. Lo anterior constituye una prueba para concluir que los rendimientos esperados de los activos dependen de las variables macroeconómicas y no del comportamiento del mercado, con lo cual se apoya al APT.

III.4 Interpretación Económica de los Resultados.

Una de las críticas principales al APT se basa en asegurar que no es posible interpretar las estimaciones de los premios al riesgo, como lo ha demostrado Shanken [1982]. No obstante, McElroy y Burmeister [1988] señalan que el uso de factores macroeconómicos es crucial para darle un sentido económico a los premios al riesgo estimados, en tanto que de la Calle [1991] asegura que en un modelo competitivo los premios al riesgo tienen un sentido económico.

Lo cierto es que, no obstante que los premios al riesgo tengan un sentido económico, la forma de cómo es esta interpretación no es algo que se haya aceptado y generalizado. Para llevar a cabo la interpretación, recordemos que en APT, el término $b_{ij}F_j$ es la medida del riesgo para el activo i del factor j y que λ_j representa el premio o descuento (en caso de que sea negativa) de que un inversionista asuma una unidad de riesgo del factor j ; en otras palabras, es el rendimiento esperado o pérdida marginal por estar expuesto a una unidad de riesgo del factor j .

De esta forma, la magnitud de las sensibilidades en combinación con la magnitud y el signos de los premios al riesgo permiten explicar porqué los activos tienen mayores o menores rendimientos esperados.

A mayor sensibilidad del activo a la sorpresa macroeconómica, el rendimiento esperado del activo enfrentaría un riesgo mayor. A menor sensibilidad, el rendimiento esperado estaría expuesto a un riesgo menor.

Por otro lado, a mayor premio al riesgo mayor rendimiento esperado. En tanto que a menor premio al riesgo, menor el rendimiento esperado. Si la lambda tiene signo negativo, a mayor descuento al riesgo, el rendimiento por enfrentar ese riesgo disminuye de "manera significativa", en tanto que a menor descuento al riesgo el efecto de enfrentar el riesgo es un descuento menor. Es importante mencionar, que cuando se considera el efecto de la lambda sobre el rendimiento esperado, el factor que tiene un mayor peso es, evidentemente, el signo.

De esta forma, combinando los resultados de la Tabla 5 con los de la Tabla 6 se puede obtener las siguientes inferencias:

- Todos los activos estuvieron expuestos a un riesgo llamado factor de mercado por lo cual obtuvieron un premio que se reflejó en un rendimiento esperado mayor.
- La mayoría de los activos enfrentaron un riesgo ante la sorpresa inflacionaria; dicha exposición, provocó un descuento en el rendimiento esperado.

- La exposición de los activos al riesgo por sorpresas en la producción industrial provocó un descuento en el rendimiento esperado.
- En particular, 18 acciones presentaron un rendimiento esperado en exceso negativo para 1988, lo que indica que los descuentos debido a la exposición al riesgo por inflación, por sorpresas en el agregado monetario, por la producción industrial y por cambios no esperados en el Dow-Jones fueron mayores que el premio por incurrir en el riesgo de mercado.
- Las restantes 5 acciones que presentaron un rendimiento esperado en exceso positivo se debió por la combinación de una mayor sensibilidad al factor residual del mercado y una menor sensibilidad a las variables restantes o a algunas de ellas.

Es importante señalar que las acciones que presentan un rendimiento esperado alto se caracterizan por ser procíclicas, en el sentido de que a mayor riesgo mayor rendimiento; en contraste, las acciones que registran un bajo rendimiento esperado, es decir, que no tienen una alta exposición al riesgo, son contracíclicas y funcionan como acciones de cobertura ante los riesgos macroeconómicos considerados.

Antes de finalizar, es importante analizar la situación que prevaleció en 1988, año en que se muestra el mayor poder explicativo del modelo.

Si bien, como señala Bazdresch [1992], los eventos macroeconómicos de este año se citan y describen de manera profusa, han sido relativamente poco estudiados desde un punto de vista analítico.

No obstante, todas las investigaciones deben coincidir en que el año 1988 se puede definir por ser un año de inestabilidad económica, caracterizado por fuertes movimientos en las principales variables macroeconómicas y por expectativas inerciales de las mismas, a pesar de que en este año se instrumentó el programa para la estabilidad económica.

En este contexto, es importante mencionar que la inflación se redujo de 159.2 por ciento en 1987 a 51.7 por ciento en 1988 y la tasa de crecimiento del agregado monetario M4 en términos reales pasó de 159.0 por ciento en 1987 a 58.9 por ciento en 1988, las mayores disminuciones registradas desde entonces.

Asimismo, el año 1988 es, con excepción del año 1993, el de menor crecimiento de la producción industrial, la cual se ubicó en 2.4 por ciento. Además de que las expectativas desfavorables de una devaluación y de un congelamiento de pasivos, llevó a que el mercado compensara a los tenedores de deuda pública a través de un

fuerte incremento en las tasas de interés. La tasa de interés de los Cetes a 28 días fueron en 1988 las más altas del periodo y se puede afirmar que fueron excesivamente altas, promediando 2.2 por ciento real mensual.

Las razones se pueden encontrar en el rezago que existe entre la instrumentación de la política y la obtención de los resultados. En este sentido, vale la pena mencionar que el programa de estabilización contemplaba, por un lado, políticas de mediano y largo plazo como las políticas fiscal y monetaria restrictivas y la considerable reducción del gasto público programable, así como la disminución de los aranceles al comercio; y, por el otro, políticas de corte heterodoxo como la fijación del tipo de cambio y de los salarios, así como de algunos precios privados y la mayoría de los precios públicos.

Bajo este escenario, se explica en parte porqué 1988 fue de gran inestabilidad y de expectativas desfavorables para los inversionistas, mientras que en los años posteriores se materializó paulatinamente el esfuerzo llevado a cabo en ese año, como lo indican la relativa estabilidad de las variables macroeconómicas. De hecho, según palabras de Bazdresch [1992], la recuperación de la confianza y el ritmo de la inversión que se observaron a finales de 1988 se mantuvieron casi hasta el final del periodo de estudio.

CONCLUSIONES

El objetivo de esta investigación fue evaluar la factibilidad del modelo APT considerando principalmente variables macroeconómicas para el caso de México. Se utilizó el modelo APT ya que permite identificar la relación existente entre el rendimiento de los activos y distintas fuentes de riesgo. Esta característica constituye una ventaja frente a los modelos de Markowitz y el CAPM que identifican una única fuente de riesgo, que además se encuentra dentro de las variables del mercado. En este sentido, el APT parece ser un modelo más general.

Los resultados fueron únicamente válidos para 1988, año en el que, como ya se mencionó, se observó una fuerte variabilidad de los indicadores macroeconómicos y las expectativas que se tenían de estos. Por otro lado, es importante señalar que si bien la tesina no puede ser concluyente en el sentido de que el modelo APT valuado con factores macroeconómicos identifica de una mejor manera las fuentes de riesgo cuando hay inestabilidad, como en el año de 1988, que en periodos de estabilidad, hay un indicio en este aspecto, que ya había manifestado de la Calle [1991] quien escogió precisamente un periodo fuertemente inestable para llevar a cabo su estimación. Investigaciones futuras pueden hacerse bajo ésta hipótesis.

Este trabajo permitió, al definir los factores macroeconómicos para el modelo, identificar las fuentes macroeconómicas de riesgo relevantes para las principales acciones que cotizan en la BMV, al menos en el periodo de estudio considerado. Las variables internas fueron la sorpresa inflacionaria medida por el Índice Nacional de Precios al Consumidor, la tasa de crecimiento real en el agregado monetario M4 y en el Índice de la Producción Industrial, en tanto que la variable externa relevante, fue la tasa no esperada del Dow-Jones; además se incluyó una variable que capture riesgos no cuantificables en el mercado, como los rumores.

Otro punto importante que se desprende de la investigación es que el riesgo por factores macroeconómicos propició que los activos tuvieran un descuento por incurrir en ellos. De hecho, ante factores macroeconómicos adversos, el rendimiento de la gran mayoría de las acciones en estudio que cotizan en la BMV fueron negativos. Estos resultados se dieron a pesar de que el premio al riesgo por el factor residual del mercado fue positivo.

Además, los resultados del trabajo permiten distinguir entre activos procíclicos y contracíclicos, por lo cual, el uso de un modelo APT permite que los inversionistas elijan las acciones que formarán sus portafolios a fin de tener una cobertura ante los riesgos macroeconómicos.

La forma de estimación llevada a cabo presenta particularidades que no se habían considerado anteriormente, como los rezagos en las variables y la incorporación

del factor residual en un modelo estimado por dos etapas. En este sentido es innovador.

Un aspecto importante a señalar es que los riesgos relevantes fueron casi los mismos que en el estudio de de la Calle [1991]. No obstante, en este trabajo se incorporó la producción industrial en lugar del cambio en el precio del petróleo. El cambio en las variables relevantes es un aspecto delicado y que merece un mayor estudio, no obstante, considero que sin duda debe responder a las condiciones económicas y financieras prevalecientes en el periodo a estimar y en el país en cuestión. Como ejemplo, durante el periodo de estudio de de la Calle, el cual corre de 1977 a 1987, el petróleo tenía una participación significativa en el PIB, en tanto que ahora dicha participación es muy baja, En este sentido era obvio que el precio del petróleo no fuera un factor explicativo en el modelo de este estudio.

Los estudios futuros que se lleguen a realizar analizando el porqué una variable ya no es relevante y otra se vuelve relevante, debe llevarse a cabo considerando su impacto en tres elementos: en la cuestión de la Teoría APT, un espacio euclidiano cambiante; en el ámbito macroeconómico, un modelo macro cambiante; y en el plano econométrico, un cambio estructural.

Finalmente, sería interesante explorar la posibilidad de llevar a cabo la estimación bajo diferentes formas, una de ellas sería, si los premios al riesgo son relativamente estables en el tiempo, llevar a cabo el corte transversal en combinación con los datos en series de tiempo, es decir realizar una estimación por Datos Panel, con lo que se obtendrían premios al riesgo únicos para todo el periodo de estudio.

BIBLIOGRAFÍA

- Barro, Robert Jr. [1990], "The Stock Market and Investment", Review of Financial Studies, 3, pp. 115-131.
- Bazdresch, Carlos [1992], "¿Qué Causó la Desinflación Mexicana?", Economía Mexicana Nueva Epoca, 1, pp. 505-514.
- Black, F., M. Jensen y M. Scholes [1972], "The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests", en Jensen (ed.) Studies in the Theory of Capital Markets, Praeger, Nueva York.
- Box, G.E. y G.M. Jenkins [1976] Time Series Analysis: Forecasting and Control, Revised Edition, Holden Hay, San Francisco.
- Burmeister, Edwin y Marjorie McElroy [1988], "Joint Estimation of Factor Sensitivities and Risk Premia for the Arbitrage Pricing Theory", The Journal of Finance, 43, pp. 721-735.
- Burmeister, Edwin y Kent Wall [1896], "The Arbitrage Pricing Theory and Macroeconomic Factor Measures", The Financial Review, 2, pp. 1-20.
- Capistrana, Ismael. [1992], "Estimación de un modelo APT", trabajo no publicado.
- Chan, K., N. Chen y D. Hsieh [1985], "An explanatory Investigation of the Firm Size Effect", Journal of Financial Economics, 14, pp. 451-471.
- Chen, Nai-Fu [1983], "Some empirical tests of the arbitrage pricing", The Journal of Finance, 38, pp.1394-1414.
- [1991], "Financial Investment Opportunities and the Macroeconomy", The Journal of Finance, 46, pp. 529-553.
- Chen, Nai-Fu, Richard Roll y Stephen Ross [1986], "Economic Forces and the Stock Market.", Journal of Business, 59, pp. 383-403.
- Cho, D., E. Elton y M. Gruber [1984], "On the Robustness of the Roll and Ross Arbitrage Pricing Theory", Journal of Financial and Quantitative Analysis, 19, No. 1, pp. 1-10.

- Connor, G. y R. Korajczyk [1986], "Performance Measurement with the Arbitrage Pricing Theory: A New Framework for Analysis", Journal of Financial Economics, 15, pp. 373-394.
- Copeland, Thomas y J. Fred Weston [1992], Financial Theory and Corporate Policy, 3era edición, Addison-Wesley Publishing Company. Massachusetts.
- Correa, Mauricio [1992], "Análisis Causal y de Correlación entre los Mercados de Capitales de México, E.U.A. y Japón". Tesis, Universidad Iberoamericana, Ciudad de México.
- De la Calle, Luis [1991], "Diversification of Macroeconomic Risk and International Integration of Capital Markets: The Case of Mexico", The World Bank Economic Review, 5, pp. 415-436.
- Dhrymes, Phoebe, Irwin Friend y N. Bulent Gultekin [1984], "A Critical Reexamination of the Empirical Evidence on the Arbitrage Pricing Theory", The Journal of Finance, 39, pp. 323-350.
- Elton, Edwin y Martin Gruber [1991], Modern Portfolio Theory and Investment Analysis, Wiley & Sons, Nueva York.
- Fama, Eugene [1981], "Stock Returns, Real Activity, Inflation and Money", American Economic Review, 71, pp. 545-565.
- [1990], "Stock Returns, Expected Returns, and Real Activity", The Journal of Finance, 45, pp. 1089-1108.
- Fama, Eugene y James MacBeth [1972], "Risk Return and Equilibrium Empirical Tests", Journal of Political Economics, 80, pp. 007-36.
- Fogler, H. Russell [1982], "Common Sense on CAPM, APT and Correlated Residuals", The Journal of Portfolio Management, summer, pp. 20-28.
- French, Kenneth R., G. William Schwert, y Robert F. Stambaugh [1987], "Expected Stock Returns and Volatility", Journal of Financial Economics, 19, pp. 3-29.
- Geske, Robert y Richard Roll [1983], "The Monetary and Fiscal Linkage Between Stock Returns and Inflation", Journal of Finance, 38, pp.1-33.
- Gibbons, Michael R. [1982], "Multivariate Test of Financial Models: A New Approach", Journal of Financial Economics, 1, pp. 3-28.

- González G., Ismael. [1990]. "El Enfoque Markowitz Aplicado a la Regulación: Análisis del Régimen de Inversión del Sector Asegurador", Tesis, Universidad Panamericana. Ciudad de México.
- Harrington, Diana. [1987]. Modern Portfolio Theory, The Capital Asset Pricing Model & Arbitrage Pricing Theory: A User's Guide. 2a edición. Prentice Hall, New Jersey.
- Lintner, John [1965], "The Valuation of Risk Asset and the Selection of Risky Investment in Stock Portfolios and Capital Budgets", Review of Economics and Statistics, Febrero, pp. 13-37.
- [1969], "The Agregation of Inverstor's Diverse Judgment and Preference in Purely Competitive Security Markets", Journal of Financial and Quantitative Analysis, 4, pp. 347-400.
- MacKinnon, C. [1990], "Critical Values for Cointegration Test", Working Paper, University of California, San Diego.
- Markowitz, Harry [1959]. Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments, Wiley & Sons, Nueva York.
- Martikainen, Teppo y Paavo Yli-Olli [1990], "A Test of the Arbitrage Pricing Theory Using Accounting Information", Economic Letters, 34, pp. 55-59.
- McElroy, Marjorie, Edwin Burmeister, and Kent D. Wall [1985], "Two Estimators for the APT Model When Factors Are Measured", Economic Letters, 19, pp. 27-75.
- McElroy, Marjorie, and Edwin Burmeister [1988], "Arbitrage Pricing Theory as a Restricted Nonlinear Multivariate Regression Model: ITNLSUR Estimates", Journal of Business & Economics Statistics, 6, pp. 29-41.
- Miller, M.H. y M. Scholes, [1972]. "Rates of Returns in Relation to Risk: A Re-Examination of Some Recent Findings" en Studies in the Theory of Capital Markets. Praeger, Nueva York.
- Mills Terence [1990], Times Series Techniques for Economists. Cambridge University Press, Cambridge.
- Mossin, J. [1966], "Equilibrium in a Capital Asset Market", Econometrica, Octubre, pp. 768-783.

- Pagan, Adrian [1984], "Econometric Issues in the Analysis of Regressions with Generated Regressors", International Economic Review, 25, pp 221-247.
- Roll, Richard [1977], "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests. Part I. Past and Potential Testability of the Theory", Journal of Financial Economics, 4, pp. 129-76.
- Roll, Richard y Stephen Ross [1980], "An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory", The Journal of Finance, 35, pp. 1073-103.
- Ross, Stephen [1976], "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing", Journal of Economic Theory, 13, pp. 341-60.
- Scholes, M. y J. Williams [1977], "Estimating Betas from Nonsynchronous Data", Journal of Financial Economics, 5, pp. 309-327.
- Shanken, Jay [1982], "The Arbitrage Pricing Theory: Is It Testable?", The Journal of Finance, 37, pp. 1129-1140.
- Sharpe, William [1963], "A Simplified Model for Portfolio Analysis", Management Science, enero, pp. 277-293.
- [1964], "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk", Journal of Finance, septiembre, pp. 425-442.
- Sharpe, William y Alexander Gordon, [1990], Investments. 4a edición. Prentice Hall, New Jersey.
- Shukla, Ravi y Charles Trzcinka [1990], "Sequential Test of the Arbitrage Pricing Theory: A comparison of Principal Components and Maximum Likelihood Factors", The Journal of Finance, 45, pp 1541-1564.
- Tallman, Ellis [1989], "Macroeconomic Factors and Asst Excess Returns", Working Paper 89-7, Federal Reserve Bank of Atlanta.
- Treynor, J. [1961], "Toward a Theory of the Market Value of the Risky Assets" manuscrito no publicado.