



# EL COLEGIO DE MÉXICO

## CENTRO DE ESTUDIOS ECONÓMICOS

### **MAESTRÍA EN ECONOMÍA**

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRA EN ECONOMÍA

**VALUACIÓN ECONÓMICA DE UN PROYECTO DE  
EXTRACCIÓN DE HIDROCARBUROS CONSIDERANDO  
INCERTIDUMBRE**

**YESENIA CRUZ JIMÉNEZ**

**PROMOCIÓN 2020-2022**

**ASESOR:**

**DIANA TERRAZAS SANTAMARÍA**

AGOSTO 2022



# **Agradecimientos**

A mi madre y hermanas por ser mi soporte.

A mis primos, primas, tías y tíos que me apoyaron durante estos dos años.

Al CONACYT por el apoyo económico para lograr concluir la maestría, al Colegio de México y a la Dra. Diana Terrazas Santamaría por brindarme su apoyo y orientación para realizar este trabajo.

# Índice

<b>Índice de tablas</b>	<b>2</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>3</b>
<b>Resumen</b>	<b>5</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>6</b>
<b>2. Objetivos</b>	<b>7</b>
<b>3. Marco teórico</b>	<b>8</b>
3.1. Análisis de Opciones Reales . . . . .	9
3.2. Modelo de Corto y Largo Plazo (STLT) para modelar precios . . . . .	13
3.3. Mínimos cuadrados Monte Carlo (LSM) . . . . .	18
<b>4. Metodología</b>	<b>20</b>
<b>5. Resultados</b>	<b>36</b>
5.1. VPN para cada alternativa considerando incertidumbre . . . . .	36
5.2. Análisis del VPN después de impuestos . . . . .	43
5.3. Opciones reales . . . . .	46
<b>6. Conclusiones</b>	<b>49</b>
<b>7. Bibliografía</b>	<b>51</b>
<b>Apéndice</b>	<b>54</b>

## Índice de tablas

1.	Alternativas consideradas para el desarrollo del campo . . . . .	20
2.	Reservas de aceite . . . . .	21
3.	Reservas de gas . . . . .	21
4.	Inversión anual contemplada con la alternativa 2 en MMUSD . . . . .	24
5.	Premisas utilizadas por la CNH . . . . .	25
6.	VPN antes y después de impuestos . . . . .	26
7.	Parámetros estimados del modelo STLT para precios históricos del crudo WTI . . . . .	28
8.	Parámetros estimados del modelo STLT para precios históricos del Gas Natural Henry Hub . . . . .	30
9.	VPN obtenido con los perfiles de producción aproximados vs el VPN obtenido por la CNH . . . . .	36
10.	VPN obtenido en cada ejercicio realizado . . . . .	41
11.	Análisis de opciones reales . . . . .	47
12.	Parámetros estimados del modelo STLT para precios históricos del crudo WTI. Periodo 2016-2021 . . . . .	55
13.	Parámetros estimados del modelo STLT para precios históricos del gas natural. Periodo 2016-2021 . . . . .	56

## Índice de figuras

1.	Pronósticos de producción de aceite de las diferentes alternativas contempladas en el desarrollo . . . . .	22
2.	Pronósticos de producción de gas de las diferentes alternativas contempladas en el desarrollo . . . . .	23
3.	Precios spot y de equilibrio estimados del aceite crudo WTI . . . . .	29
4.	Precios spot y de equilibrio estimados del gas natural . . . . .	31
5.	Intervalo de confianza del precio del aceite crudo WTI. La línea verde representa el precio utilizado por la CNH . . . . .	32
6.	Intervalo de confianza del precio del gas natural. La línea verde representa el precio utilizado por la CNH . . . . .	33
7.	Ingresos esperados considerando la alternativa 1 por la venta de aceite y gas . . . .	34
8.	Ingresos esperados considerando la alternativa 2 por la venta de aceite y gas . . . .	35
9.	Distribución del VPN de la alternativa 1. La línea vertical representa el VPN obtenido por la CNH . . . . .	37
10.	Distribución del VPN de la alternativa 2. La línea vertical representa el VPN obtenido por la CNH . . . . .	38
11.	Distribución del VPN de la alternativa 2 utilizando la tasa de interés propuesta por CNH. La línea vertical representa el VPN obtenido por la CNH . . . . .	39
12.	Distribución del VPN de la alternativa 2 considerando solo la venta de aceite. La línea vertical representa el VPN obtenido por la CNH . . . . .	40
13.	Diagrama de caja que muestra la distribución del VPN para cada alternativa . . . .	42
14.	Distribución VPN del impuesto por derecho de extracción. . . . .	44
15.	Distribución VPN del impuesto por utilidad compartida. . . . .	45
16.	Distribución del VPN después de impuestos. . . . .	46

17.	Probabilidad acumulada de inversión . . . . .	48
18.	Precios spot y de equilibrio estimados del aceite crudo WTI . . . . .	54
19.	Precios spot y de equilibrio estimados del gas natural . . . . .	57
20.	Precios spot y de equilibrio estimados del aceite crudo WTI. Periodo 2017-2019	58
21.	Precios spot y de equilibrio estimados del gas natural. Periodo 2017-2019 . . . .	59
22.	Precios spot y de equilibrio estimados del aceite crudo WTI. Periodo 2018-2019	60
23.	Precios spot y de equilibrio estimados del gas natural. Periodo 2018-2019 . . . .	61

## Resumen

El desarrollo de proyectos que no son rentables puede afectar las finanzas de las empresas, dado que la inversión no se recupera, lo anterior ha dado pauta a generar una serie de metodologías que obtienen el valor del proyecto, unas más complejas que otras. El procedimiento convencional para obtener el VPN de un proyecto ha sido el más utilizado; sin embargo, existen otras técnicas que aportan mayor certidumbre a la valoración. Considerando que los factores que se involucran en un proyecto se comportan de forma estocástica se valuó un Proyecto de inversión enfocado en la explotación de un campo Petrolero de una Operadora, propiedad del gobierno mexicano, ya que su ejecución puede impactar las finanzas públicas. Se modeló el precio del aceite y gas utilizando el Modelo de Corto Plazo y Largo Plazo (STLT) y se simularon diversas trayectorias considerando el horizonte de vida del proyecto. El resultado se reforzó utilizando el enfoque de análisis de opciones reales para obtener el valor óptimo, el cual se calculó utilizando el método de Mínimos Cuadrados Monte Carlos (LSM) y se determinó si era recomendable invertir en este proyecto o postergarlo hasta que las condiciones del mercado fueran las adecuadas.

# 1. Introducción

El riesgo asociado al desarrollo de proyectos de inversión, principalmente aquellos relacionados con la explotación de recursos naturales ha ido en aumento, debido a que cada día los yacimientos son más difíciles de encontrar y con menores recursos prospectivos. Lo anterior genera que sea fundamental la utilización de mejores herramientas que permitan determinar con mayor precisión la factibilidad y rentabilidad de éstos.

En México el desarrollo de proyectos de inversión relacionados con la exploración y producción de hidrocarburos se ha realizado mediante el análisis convencional de flujos de efectivo con la finalidad de obtener el Valor Presente Neto del Proyecto. Sin embargo, este análisis tiende a menospreciar la incertidumbre y dinámica del mercado, principalmente el asociado al precio de los activos y como resultado a generar una valuación inconsistente con la realidad, ocasionando la sobreestimación o subestimación del valor del proyecto.

Una de las herramientas que ha mostrado mejor definición del riesgo ha sido el análisis de opciones reales, el cual permite considerar la incertidumbre de los diferentes factores que afectan al proyecto de inversión que se pretende realizar y por consiguiente está más ligado al comportamiento del mercado. Por ende, se utilizó este método en la valuación de un proyecto de inversión de extracción de aceite y gas de un campo localizado en aguas del Golfo de México.

Los datos que se examinaron fueron obtenidos del plan de desarrollo que PEMEX le entregó a la Comisión Nacional de Hidrocarburos del campo Tetl en 2019. Así que la valuación del proyecto de inversión se realizó considerando este año como la fecha inicial de la producción de hidrocarburos.

El proyecto tiene la finalidad de producir aceite y gas durante aproximadamente 8 años, en los cuales se utilizarán 399 MMUSD en la construcción de instalaciones, perforación de pozos y gastos operacionales y donde se contemplan obtener ganancias por encima de los 700 MMUSD antes del pago de impuestos. El análisis que realizó PEMEX y la CNH fue considerando que el precio del aceite crudo y del gas se mantendrán constantes durante el tiempo que dure la explotación del yacimiento.

Tomando en cuenta que los precios de estos dos activos se comportan de manera estocástica se simularon diferentes trayectorias que podrían seguir durante los 8 años que durará el proyecto pa-

ra determinar la distribución de los diferentes Valores Presentes Netos que se obtendrían dado el precio y producción de hidrocarburos. Este análisis muestra que el VPN obtenido por la CNH y PEMEX tiene una probabilidad menor al 10 % de ser alcanzado y además señala que al descontar el pago de impuestos, el proyecto deja de ser rentable para la Operadora, ya que a pesar de obtener VPN's positivos en la mayoría de las trayectorias de precios, éstos no logran compensar el pago de impuestos.

Para verificar el resultado obtenido se utilizó el análisis de opciones reales considerando la opción de diferir el desarrollo del proyecto para esperar por mejores condiciones económicas. El resultado apunta a que hubiera sido mejor esperar a que el precio del aceite y gas aumentaran para que el proyecto fuera rentable, por lo que este análisis da soporte al procedimiento previo.

Con la finalidad de mostrar el trasfondo de la metodología utilizada para generar el presente trabajo, se integró una sección con la descripción del análisis de opciones reales, del modelo utilizado para la obtención de la simulación de precios y de la obtención del valor óptimo. Posteriormente se señala cuáles fueron los datos utilizados, así como su fuente. Después se muestran los resultados alcanzados y por último las conclusiones generadas a partir de la interpretación de éstos.

## **2. Objetivos**

- Optimizar la valuación de proyectos de inversión enfocados en la producción de hidrocarburos, mediante el uso de una metodología que considere la incertidumbre y dinámica de precios de los hidrocarburos y del yacimiento asociado.
- Mostrar que el análisis estándar de Valor Presente Neto se debe realizar considerando la incertidumbre de los diferentes factores involucrados en un proyecto
- Obtener por medio del análisis de opciones reales la valoración de un proyecto enfocado en la producción de hidrocarburos

### 3. Marco teórico

A finales de la década de los 70, Myers (1977) propuso clasificar los activos de una empresa en activos reales y opciones reales, estos últimos los consideró como la posibilidad de comprar activos reales en condiciones favorables. A partir de la introducción del análisis de opciones reales diversos autores comenzaron investigaciones sobre como modelar mejor la incertidumbre asociada a los activos, como consecuencia cobró fuerza y se comenzó a implementar en diversos sectores para mejorar la determinación de rentabilidad de los proyectos, principalmente en aquellos donde los costos no fueran reversibles.

Algunos de los sectores que han utilizado esta metodología son los relacionados con la valuación de proyectos de infraestructura (Gamba, 2002), estratégicos o de administración (Smit, 2003), ambientales (Sarkis y Tamarkin, 2007), de energía (Nadarajah, 2017 Y Fernandes et al., 2011). También en proyectos de exploración y explotación de minerales (Savolainen, 2016) y ha cobrado fuerte relevancia en proyectos de exploración y producción de hidrocarburos.

Algunas compañías han implementado la investigación en esta área ya que les permite obtener la relación de la incertidumbre del mercado con la incertidumbre del proyecto. Además, les brinda flexibilidad en el desarrollo del proyecto. Destacan los trabajos de Dias (2002), Dias (2003), Dias (2004), Lund (1999) y Bailey y Weeds (2003).

Algunos de estos trabajos se han enfocado en la exploración y otros en extracción de hidrocarburos. Sin embargo, aún con la gran cantidad de proyectos analizados con ROA no se ha terminado por aplicar en diversos proyectos, debido a la complejidad de considerar la incertidumbre asociada a éstos.

Aunque han cobrado fuerzas en diversas áreas de estudio aún hace falta que los encargados de determinar la aprobación de los proyectos estén abiertos a considerar este análisis. Además, es necesario considerar que los modelos que se utilicen en configurar la incertidumbre del proyecto sean sencillos de explicar para los administradores que no estén al tanto de ROA.

El uso del modelo “Short Term, Long Term” (STLT) ha cobrado relevancia por las características del proceso estocástico que siguen los precios del aceite y gas, ya que considera que el factor de corto plazo describe la reversión a la media que se ha observado en los precios del aceite y gas. Los

ajustes de demanda y oferta provocan una reversión a la media en los precios del gas y aceite. Por el lado de la demanda, cuando el precio del aceite es alto, los consumidores buscarán otros productos que lo sustituyan y la demanda disminuirá provocando la disminución de los precios. Por el lado de la oferta, el aumento en el precio provocará que los productores con altos costos entren al mercado, lo que aumentará la cantidad ofertada, provocando que el precio de los commodities disminuyan (Schwartz, 2013).

Considerando la dinámica del mercado del aceite y gas, es trascendental determinar las características del proyecto que permitan obtener beneficios cuando el estado de los precios admita obtener beneficios dados los costos asociados a la exploración y explotación de los hidrocarburos. Por lo tanto, la implementación del análisis de opciones reales puede apoyar a proponer la temporalidad y decisiones adecuadas para el buen desarrollo del proyecto.

### **3.1. Análisis de Opciones Reales**

La valuación de un proyecto utilizando el concepto de opciones reales es una adaptación de la teoría de opciones financieras para valorar proyectos de inversión, la cual considera que en el mercado dinámico existen factores con incertidumbre y que el valor del proyecto puede ser obtenido considerando cierta flexibilidad (Cortazar, 2008). Por lo tanto, la opción de invertir representa un valor relacionado con el activo subyacente (commodity, acción, etc), el cual puede tener cierto valor en el futuro que garantice una ganancia para el poseedor de la opción. Por ejemplo, si el precio del activo sube, el pago para el inversionista aumenta, pero si el precio disminuye no sería factible realizar la inversión o podría traducirse en pérdidas.

Una opción real es el derecho, pero no la obligación, de tomar una acción (diferir, expandir, contratar o abandonar) a un costo predeterminado llamado precio de ejercicio por un periodo de tiempo (Copeland, 2003). Existen variables claves en el análisis de opciones reales que son análogas a las consideradas en el campo de las finanzas:

- El precio del activo subyacente
- La volatilidad del precio del activo subyacente

- El valor del ejercicio
- El tiempo de vida del proyecto o vencimiento
- La tasa libre de riesgo
- Los ingresos asociados por el desarrollo del proyecto

Aunque existe una diferencia importante entre una opción financiera y una opción real, ya que las decisiones que se toman en el primer caso no pueden cambiar el valor de la empresa, mientras que las decisiones relacionadas con la segunda pueden modificar el valor de la empresa, así como cambiar la disponibilidad de los recursos (Howell et al., 2001). Lo anterior debido a que se considera que el valor de una empresa se representa mediante la suma de los flujos de efectivo actuales y futuros descontados (Rindova, 2005) y el desarrollo de algún proyecto de inversión no rentable puede afectar los flujos de efectivo futuros.

El análisis de opciones reales (ROA, por sus siglas en inglés) puede verse como un proceso de optimización que tiene por objetivo maximizar el Valor Presente Neto (VPN) de un proyecto que está sujeto a incertidumbre. Por lo que el primer paso es estimar el VPN del proyecto, el cual se calcula descontando los flujos de efectivo esperados considerando solo la información que está disponible al momento del análisis.

$$VPN = \sum_{t=0}^n \frac{E(FE)}{(1 + r_d)^t} - I \quad (1)$$

$E(FE)$  representan los flujos de efectivo netos esperados en cada periodo del horizonte de vida del proyecto,  $I$  representa la inversión inicial para desarrollar el proyecto,  $r_d$  la tasa de descuento y  $n$  el horizonte de tiempo en el cual el proyecto estará activo.

Si el VPN es positivo ( $>0$ ) se considera que el proyecto es rentable y si el VPN es negativo ( $<0$ ) el proyecto debería ser rechazado; sin embargo, este método no considera que el precio del activo pueda variar con el tiempo y que las condiciones del mercado también, ya que solo toma un valor puntual por esa razón se considera como un dato determinístico.

Se ha mostrado que existen dos puntos por las que el análisis convencional del VPN o la obtención de flujos de efectivo descontados es inapropiado. El primero es que este método asume que las decisiones de la empresa son fijas desde el principio e ignoran la flexibilidad en la toma de decisiones durante la inversión. Segundo, cuando existen opciones en un proyecto es complicado encontrar la tasa de descuento adecuada por ende sería mejor utilizar el enfoque neutral al riesgo (Schwartz, 2013).

El principal supuesto en el uso de la tasa de descuento para obtener los flujos de efectivo descontados es que existe una tasa de descuento para cada flujo de efectivo; sin embargo, encontrar la tasa de descuento apropiada es complicado o puede no existir cuando el riesgo es en realidad una función de una decisión que requiere de la valuación de flujos de efectivo (Birge y Zhang, 1998). Mientras que el enfoque neutral al riesgo evalúa activos individualmente más que considerando que están afectados en conjunto por un factor de descuento. Por lo que asigna valores sin arbitraje a los activos reales que general los flujos de efectivo riesgosos (Secomandi, 2022).

En el caso discreto, usar el enfoque neutral al riesgo, estima los pagos esperados del activo bajo los estados de la naturaleza que pueden ocurrir y los descuenta con la tasa libre de riesgo (Tham, 2001).

Considerando lo anterior la ecuación para obtener el VPN quedaría de la siguiente forma:

$$\sum_{t=0}^n \frac{P_s Q_{g,o} - Costos}{(1 + r_f)^t} - I \quad (2)$$

$P_s$  representa el precio spot del activo a producir, por ejemplo la extracción de aceite y/o gas  $Q_{g,o}$  y  $r_f$  la tasa libre de riesgo.

En consecuencia, realizar el análisis de opciones reales puede brindar mayores ventajas debido a la flexibilidad intrínseca que posee. De acuerdo a Copeland y Antikarov (2005) existen diversas ventajas en utilizar el enfoque de opciones reales:

- Producen un solo valor presente, el cual refleja el valor del proyecto con flexibilidad y por eso muestra el derecho de retrasar el proyecto.
- El valor del proyecto puede aumentar cuando se considera la flexibilidad

- La incertidumbre de los precios de los commodities es importante aún sin considerar su correlación con la economía.

Existen diversas opciones para determinar cuál es valor del proyecto, la primera sería determinar si se desarrolla el proyecto o si se posterga dadas las condiciones económicas en el momento del análisis. La opción de diferir o esperar un proyecto muestra que es posible obtener un valor mayor si el precio del activo aumenta o si se cuenta con más información que pueda sustentar la viabilidad de éste. La opción de esperar muestra que el VPN es negativo o que tiene altas probabilidades de ser negativo en los diferentes escenarios que podrían seguir los precios.

Una vez iniciado el proyecto y considerando el entorno del mercado se pueden definir otras opciones cuyo objetivo es maximizar los beneficios del inversionista. Una de las opciones sería suspender la operación y posteriormente cuando las condiciones del mercado mejoren reanudarlas. La opción de suspender es conocida como “Moothball” y la opciones de reanudar como “laid up”

Sin embargo, la opción de suspender operaciones implica costos asociados al mantenimiento de las instalaciones, entonces esta opción solo es válida si su costo es menor al costo de seguir operando, mientras que la opción de reanudar solo es óptima cuando su costo es menor que la inversión inicial realizada.

Si se desea analizar si es conveniente iniciar un proyecto de inversión de producción de hidrocarburos, la opción a considerar sería desarrollarlo o diferir la entrada hasta que las condiciones económicas sean las adecuadas. En este caso, el valor óptimo  $F$  de la opción real será (Fedorov, 2021):

$$F = \max\{\mathbb{E}_{t_n}^*[\Pi(t_n, P_{t_n}, Q_{0(desarrollar)})], \Phi(t_n, P_{t_n}, Q_{0(esperar)})]\} \quad (3)$$

$\Pi(t_n, P_{t_n}, Q_{0(desarrollar)})$  se refiere a la decisión de desarrollar el proyecto

$\Phi(t_n, P_{t_n}, Q_{0(esperar)})$  se refiere a esperar

En  $t$  ambos parámetros son desconocidos, para conocer los valores asociados al proyecto, se obtiene el posible valor de los precios del commodity mediante algún modelo que considere la incertidumbre como el propuesto por Smith y Schwartz (2000). Una vez obtenidos los escenarios del precio

spot de los commodities, se comparan los valores de esperar o desarrollar, buscando maximizar el valor en cada periodo utilizando el método planteado por Longstaff y Schwartz (2001).

### 3.2. Modelo de Corto y Largo Plazo (STLT) para modelar precios

El modelo “Short Term, Long Term” (STLT) considera que la dinámica y variación de los precios de los commodities dependen de dos fuentes de incertidumbre y no de una sola como sugiere el modelo Black-Scholes, el cual considera que el precio sigue un Movimiento Geométrico Browniano, es decir, que los precios esperados crecen exponencialmente a una tasa constante a lo largo del tiempo y que la varianza crece con proporción al tiempo.

Schwartz y Smith (2000) descomponen el precio spot  $S_t$  del commodity al tiempo  $t$  en dos factores estocásticos  $\chi_t$  y  $\xi_t$ .

$$\ln(S_t) = \chi_t + \xi_t \quad (4)$$

El término  $\chi_t$  representa la desviación en el corto plazo que se asume revierte hacia la media siguiendo el proceso Ornstein-Uhlenbeck y que está descrito por los siguientes parámetros:  $\kappa$  muestra la tasa a la que la desviación de corto plazo desaparecerá o revertirá a la media y de acuerdo con Smith y Smith (2000) se interpreta como la vida media de las desviaciones ( $-\ln(0.5)/\kappa$ ), mientras  $\sigma_\chi$  describe su volatilidad.

$$d\chi_t = -\kappa\chi_t dt + \sigma_\chi dz_\chi \quad (5)$$

El segundo término  $\xi_t$ , es el nivel de equilibrio de precios que sigue un proceso de movimiento Browniano, en donde  $\mu_\xi$  describe la tendencia y  $\sigma_\xi$  la volatilidad.

$$d\xi_t = \mu_\xi dt + \sigma_\xi dz_\xi \quad (6)$$

Mientras  $dz_\chi$  y  $dz_\xi$  representan incrementos correlacionados del movimiento Browniano, en consecuencia  $dz_\xi dz_\chi = \rho_{\chi\xi} dt$ .

Con la finalidad de incluir diferentes fuentes de incertidumbre que podrían afectar al precio, así como al proyecto a evaluar, se suele utilizar el enfoque de valuación neutral al riesgo. Con esta perspectiva las probabilidades o proceso asociados con los factores estocásticos en el modelo de precios son ajustados al riesgo (Jafarizadeh y Bratvold, 2012).

Para describir la dinámica de las variables de estado y descontar todos los flujos de efectivo a la tasa libre de riesgo se introducen dos parámetros adicionales  $\lambda_\chi$  y  $\lambda_\xi$ , las cuales especifican reducciones constantes en las desviaciones para cada proceso (Schwartz y Smith, 2000), también se conocen como las primas al riesgo y describen la diferencia entre los precios esperados y los precios futuros. De este modo, el proceso estocástico neutral al riesgo es:

$$d\chi_t = (-\kappa\chi_t - \lambda_\chi)dt + \sigma_\chi dz_\chi^* \quad (7)$$

$$d\xi_t = (\mu_\xi - \lambda_\xi)dt + \sigma_\xi dz_\xi^* \quad (8)$$

Donde  $dz_\xi^*$  y  $dz_\chi^*$  son incrementos del proceso browniano con  $dz_\xi^* dz_\chi^* = \rho_{\xi\chi} dt$ . Como resultado, el factor de corto plazo ahora revierte a  $\lambda_\xi/\kappa$  y el factor de largo plazo tiene una tasa de desviación de  $\mu_\xi^* = \mu_\xi - \lambda_\xi$ .

Para obtener los parámetros de las variables de estado se utilizan datos de contratos futuros con diferentes fechas de vencimiento, mientras más contratos se tengan menor será la volatilidad estimada para la variable de estado de corto y largo plazo. Ya que conforme la madurez de los contratos incrementa, las desviaciones que se presentan en el corto plazo tienen una contribución menor a la volatilidad y cuando el vencimiento tiende a infinito, la volatilidad instantánea se aproxima a la volatilidad del precio del nivel de equilibrio (Schwartz y Smith, 2000). Además, las variaciones en los contratos de largo plazo brindan información sobre cambios en el precio de equilibrio y las variaciones en la diferencia entre los precios de contratos con vencimiento corto y largo arrojan información de las desviaciones de corto plazo.

Sin embargo, como estos parámetros no se observan deben ser estimados mediante el filtro de Kalman y una función de máxima verosimilitud, analizando observaciones de precios se obtiene la media y varianza de las variables de estado en  $t$  condicionadas a lo observado en  $t - 1$ . El filtro de Kalman se aplica recursivamente hasta que se obtiene el estimador que arroja la probabilidad

más alta que los datos observados pueden ocurrir (Arnold, 2008). Por ello, en cada iteración se usa la observación en  $t$  y se actualiza la media y la covarianza de los vectores de estado dada la información al tiempo  $t$ .

Asumiendo que las observaciones son serialmente independientes y que tienen una distribución normal se obtiene la función de verosimilitud, así los estimadores resultantes deben ser aquellos que maximicen dicha función. Schwartz y Smith (2000) proponen utilizar el modelo en tiempo discreto para obtener la relación de los precios observados con las variables de estado.

Derivan la ecuación de transición y la ecuación de medida para transformar el modelo en una forma estado-espacio.

$$x_t = c + Gx_{t-1} + \omega_t \quad (9)$$

Donde:

$$t = 1, 2, \dots, n_T)$$

$x_t = [\chi_t, \xi_t]$  un vector 2 x 1 de variables de estado no observadas

$c = [0, \mu_\xi \Delta t]$  un vector 2 x 1

$\omega_t$  es un vector de perturbaciones

$\Delta_t$  representa el espaciado del tiempo

$n_t$  es el número de periodos en el conjunto de datos

$G$  es la matriz de transición de estado

$$G = \begin{bmatrix} e^{-\kappa \Delta t} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$y_t = d_t + F_t' x_t + v_t \quad (10)$$

Donde:

$y_t = [\ln F_{T_1}, \dots, \ln F_{T_n}]$  un vector  $n \times 1$  de los precios observados de contratos futuros con fechas de vencimiento  $T_1, T_2, \dots, T_n$

$v_t$  es un vector  $n \times 1$  de perturbaciones

$d_t = [A(T_1), \dots, A(T_n)]$  un vector  $n \times 1$

$F_t$  es una matriz de  $n \times 2$  y  $d_t$  permite que las estimaciones en  $t$  sean transformadas a predicciones para la observaciones medidas en  $t$  (Godwin, 2013).

$$F'_t = \begin{bmatrix} e^{-\kappa T_1} & 1 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ e^{-\kappa T_n} & 1 \end{bmatrix}$$

$n$  es el número de contratos

Se asume que el vector  $v_t$  y el vector  $\omega_t$  se distribuyen normal sin correlación serial y que son independientes uno del otro en todo  $t$ .  $v_t$  representa los errores que se pueden presentar en los contratos de futuros utilizados.

Se asume que el valor inicial de las variables de estado se distribuye normal multivariada con media  $m_0$  y matriz de covarianzas  $C_0$ . Utilizando la siguientes especificaciones se actualizan estos vectores:

$$Var[\chi_t, \xi_t] = C_t \equiv R_t - A_t Q_t A'_t$$

$$E[\chi_t, \xi_t] = m_t \equiv a_t + A_t(y_t - f_t)$$

Donde  $a_t \equiv c + Gm_{t-1}$  es la media de  $(\chi_t, \xi_t)$  y  $R_T \equiv G_t C_{t-1} G'_t + W$  es la covarianza de  $(\chi_t, \xi_t)$ . En cada iteración se usa la observación en  $t - 1$  y se actualiza la media y la covarianza de los vectores de estado dada la información al tiempo  $t$ .

$f \equiv d_t + F'_t a_t$  es la media y  $Q_t \equiv F'_t R_t F_t + V$  es la covarianza de los precios futuros en  $t$  dada la información de  $t - 1$  y  $A_t \equiv R_t F_t Q_t^{-1}$  es la corrección a la variable de estado calculada a partir

de la diferencia entre el log(precio) observado en  $t$ ,  $(y_t)$  y el vector de precios calculado en  $t$ ,  $(F_t)$  (Schwartz y Smith, 2000).

Una vez obtenidos los parámetros que maximizan la función de verosimilitud se estiman precios a futuros por medio de simulaciones Monte Carlo. Este método crea secuencias de números aleatorios para generar configuraciones de las variables de estado. La estimación se basa en el teorema del límite central y la ley de los grandes números. El primero permite minimizar el error estándar conforme el número de simulaciones aumenta y la segunda permite suponer que las variables de estado se distribuyen normal.

Aspinall et al. (2022) simulan el factor de largo (Ec.11) y corto plazo (Ec. 12) respectivamente utilizando las siguientes ecuaciones:

$$\xi_{t+1} = \xi_t + \mu_{\xi}^* \Delta t + \sigma_{\xi} \Delta t Z_{t+1} \quad (11)$$

$Z_t$  representa la normal estandar en el tiempo  $t$

$$\chi_{t+1} = \chi_0 e^{-\kappa t} - \frac{\lambda_{\chi}}{\kappa} (1 - e^{-\kappa t}) + \int_0^t \sigma_{\chi} e^{\kappa s} dW_s \quad (12)$$

Cuya solución numérica es obtenida discretizando y aproximando la integral usando el método de integración Euler-Maruyama

$$\int_0^t \sigma_{\chi} e^{\kappa s} dW_s = \sum_{j=0}^t \sigma_{\chi} e^{\kappa j} dW_s$$

Con los precios estimados es posible obtener el ingreso esperado por el desarrollo del proyecto, teniendo en cuenta los costos fijos y variables asociados a la operación y la inversión que se pretende realizar ya sea anual o inicial. En el caso de la extracción de hidrocarburos, si se cuenta con el perfil de producción esperada, es posible determinar que ingreso se obtendrá a partir de la comercialización de los volúmenes extraídos.

El análisis de factibilidad de un proyecto de inversión de este tipo puede realizarse considerando que existe la opción de iniciarlo o diferirlo, por lo que es análoga a una opción financiera del tipo

Call Europea.

Boyle, Broadie y Glasserman (1997) proponen estimar el valor de una opción call de la siguiente forma:

- Simular trayectorias de las variables de estado, en este caso el precio del barril de aceite crudo y gas, sobre el horizonte de tiempo de interés.
- Evaluar los flujos de efectivo descontados, usando la tasa libre de riesgo, en cada trayectoria simulada.
- Promediar los flujos de efectivo descontados sobre las trayectorias

### 3.3. Mínimos cuadrados Monte Carlo (LSM)

Para valuar la opción real se puede utilizar el método Mínimos cuadrados Monte Carlo (LSM, por sus siglas en inglés) propuesto por Longstaff y Schwartz (2001) ya que considera que el valor de la opción puede estar afectada por diversos factores de riesgo, producción, costos, precios, etc. Por tal razón el objetivo es resolver para la regla que maximiza el valor de la opción en cada punto a lo largo de cada trayectoria.

El valor de la opción real análoga a una call europea puede ser obtenida utilizando la ecuación 3 y considerando que el valor de esperar es igual a cero. Por lo tanto, el método LSM analizará lo siguiente:

$$F = \max\{\mathbb{E}_{t_n}^*[\Pi(t_n, P_{t_n}, Q_{0(\text{desarrollar})}), 0]\} \quad (13)$$

Longstaff y Schwartz (2001) expresan la forma funcional  $F$  como una combinación de funciones base, cuyo conjunto dependerá del número de variables de estado analizadas ( $X_i$ ), en ese sentido la combinación debe incluir a  $X_i$  así como interacciones entre ellas.

Al considerar como variable estocástica solo el precio de aceite crudo o de gas se puede utilizar la siguiente función de regresión cuya especificación es de las más sencillas:

$$\mathbb{E}(Y|P_t) = a_0 + a_1P + a_2P^2 \quad (14)$$

$Y$  representa los flujos de efectivo y  $P$  el precio del activo subyacente

En cada trayectoria simulada del precio se calcula el valor presente y en cada punto de decisión, el valor de la inversión realizada del siguiente punto de decisión es regresada considerando los precios actuales. Los valores ajustados de esta regresión son estimaciones de la función de continuación esperada y proporcionan información para identificar la estrategia óptima (Jafarizadeh y Bratvold, 2009).

La inversión en el proyecto obtiene la acumulación de flujos netos de efectivo considerando el costo de la inversión anual realizada. La inversión es óptima cuando la opción de desarrollar es mayor a cero, si es menor a cero, entonces la decisión óptima es retrasar la inversión. Aspinall et al. (2021) desarrollaron un algoritmo para valorar opciones reales el cual, en cada periodo de tiempo para cada trayectoria simulada, compara la suma de todos los flujos descontados positivos que se acumulan después de la inversión inmediata en un proyecto hasta el final del horizonte de vida del proyecto con el valor esperado de postergar para comenzar la inversión.

La valuación arroja el VPN del proyecto como un promedio de los pagos descontados considerando que la inversión se realizó inmediatamente y es un aproximación numérica del enfoque más general. También se obtiene el VPN de la opción real (ROV) el cual es el promedio de los pagos descontados de cada trayectoria de precio cuando la inversión es realizada en el tiempo óptimo. La diferencia entre ROV y NPV indica el valor del esperar (WOV) (Aspinall et al., 2021). Como consecuencia, si el WOV es mayor que cero indicaría que es recomendable esperar a invertir para no correr riesgos de invertir en un proyecto que no es rentable bajo las condiciones actuales.

Si el proyecto considera más de dos opciones es posible obtener la distribución de los estados a lo largo de la vida del proyecto y en el caso de contar solo con dos opciones, como invertir o esperar, se pueden obtener curvas que indiquen la probabilidad acumulada anualmente de cada uno de esos escenarios y de esa forma determinar cual es el año óptimo para realizar la inversión.

## 4. Metodología

El análisis de incertidumbre asociada a los factores que intervienen en el desarrollo de un proyecto, principalmente el relacionado con el precio de aceite y gas, se utilizó para determinar la viabilidad de un proyecto de producción de aceite y gas, ubicado en las costas del Golfo de México. La información analizada se obtuvo del plan de desarrollo <sup>1</sup> (PEMEX, 2019) del campo Tetl que PEMEX, en adelante la Operadora, le entregó a la Comisión Nacional de Hidrocarburos (CNH).

El plan contempla que la Operadora comenzaría con las actividades y la extracción de hidrocarburos a partir de 2019, por ese razón los datos analizados corresponden a esta fecha. La estimación de precios se realiza considerando que el proyecto inició en 2019 para que el resultado obtenido mediante la metodología propuesta sea comparable con los resultados obtenidos por la CNH y la Operadora.

Tabla 1: Alternativas consideradas para el desarrollo del campo

Características	A1	A2
Perforación y terminación de pozos de desarrollo	3	3
Recuperación de pozos exploratorios	0	0
Reparaciones Menores	18	19
Reparaciones Mayores	0	0
Peras	0	0
Ductos	2	2
Gastos de operación (MMUSD)	45.84	65.59
Inversiones (MMUSD)	293.37	299.28

<sup>1</sup>Dictamen Técnico del Plan de Desarrollo para la Extracción: [https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/493441/Dictamen\\_Tecnico\\_PD\\_TETL\\_VP\\_PRIORITARIO.pdf](https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/493441/Dictamen_Tecnico_PD_TETL_VP_PRIORITARIO.pdf)

Tabla 2: Reservas de aceite

Producción acumulada (MMb)	alternativa 1	alternativa 2
Operadora	13.30	19.03
Estimada	13.36	18.51

Tabla 3: Reservas de gas

Producción acumulada (MMpce)	alternativa 1	alternativa 2
Operadora	10.43	14.92
Estimada	9.8	15.3

De acuerdo con el plan, la Operadora plantea desarrollar el campo con una de las dos alternativas, las cuales contemplan diferentes actividades para obtener la producción de gas y aceite. Ambas alternativas proyectan la perforación y terminación de 3 pozos, la aplicación de Bombeo Neumático (BN) previo al cese del flujo natural. Adicionalmente, se contemplan realizar diferentes reparaciones menores que incluyen la limpieza de aparejo, cambios de válvula y cambio de aparejo (Tabla 1).

Las dos alternativas también consideran la construcción de ductos para el transporte de la producción de aceite y gas hacia la terminal de almacenamiento más cercana. En la siguiente tabla se muestra el resumen de actividades, los gastos de operación y las inversiones para cada alternativa.

Los perfiles de producción de aceite y gas generados por la Operadora muestran que la producción esperada con el desarrollo de las actividades de la alternativa 1 cesaría en 2026, mientras que con la alternativa 2 sería a partir del 2027 (Figura 1 y 2). Ambas alternativas plantean abandonar las instalaciones un año después de finalizar el proceso de extracción.

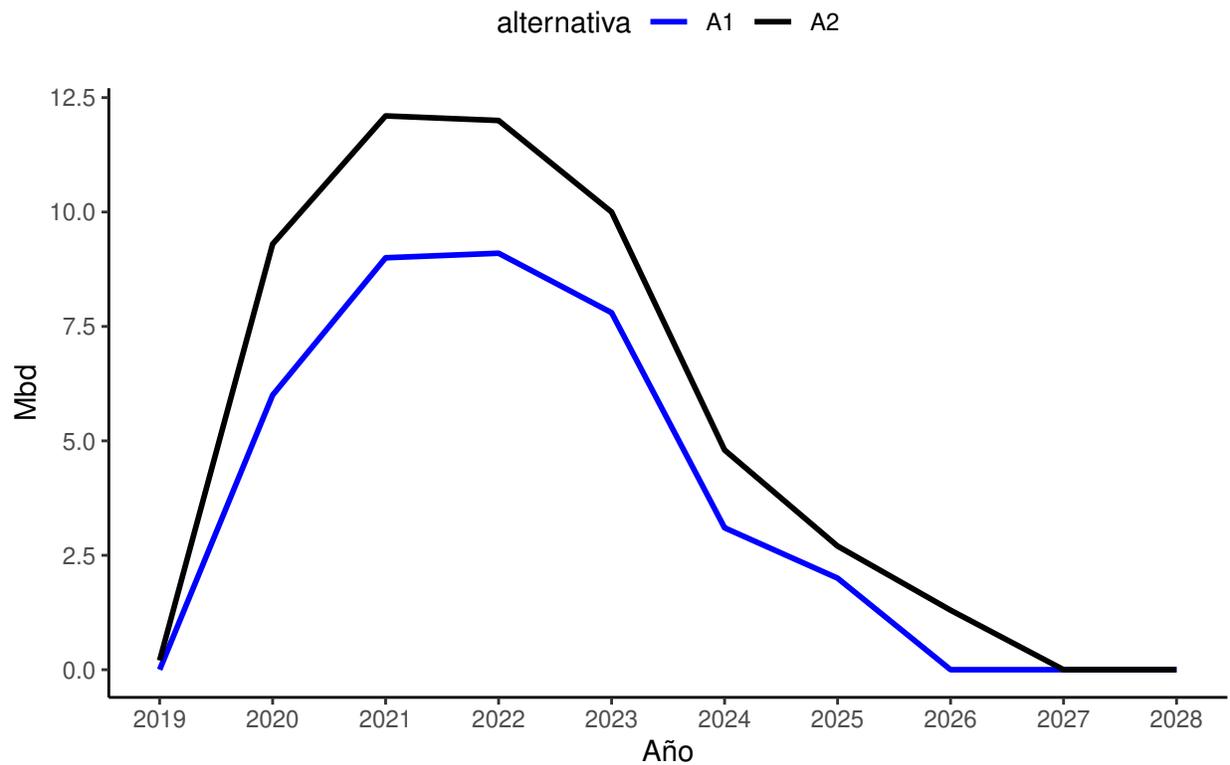


Figura 1: Pronósticos de producción de aceite de las diferentes alternativas contempladas en el desarrollo

Debido que no se contaban con los datos de la producción anual y solo se reportaron gráficas en el plan, se utilizaron funciones polinomiales que se aproximaran a los bosquejos y con ello se obtuvieron los perfiles de producción de aceite y gas para determinar la producción acumulada esperada por año. En las tablas 2 y 3 se muestra la reserva acumulada que proyecta producir la Operadora durante el tiempo en que los pozos estarán en operación contra el resultado obtenido por aproximación polinomial y se observa que se ajusta a lo reportado.

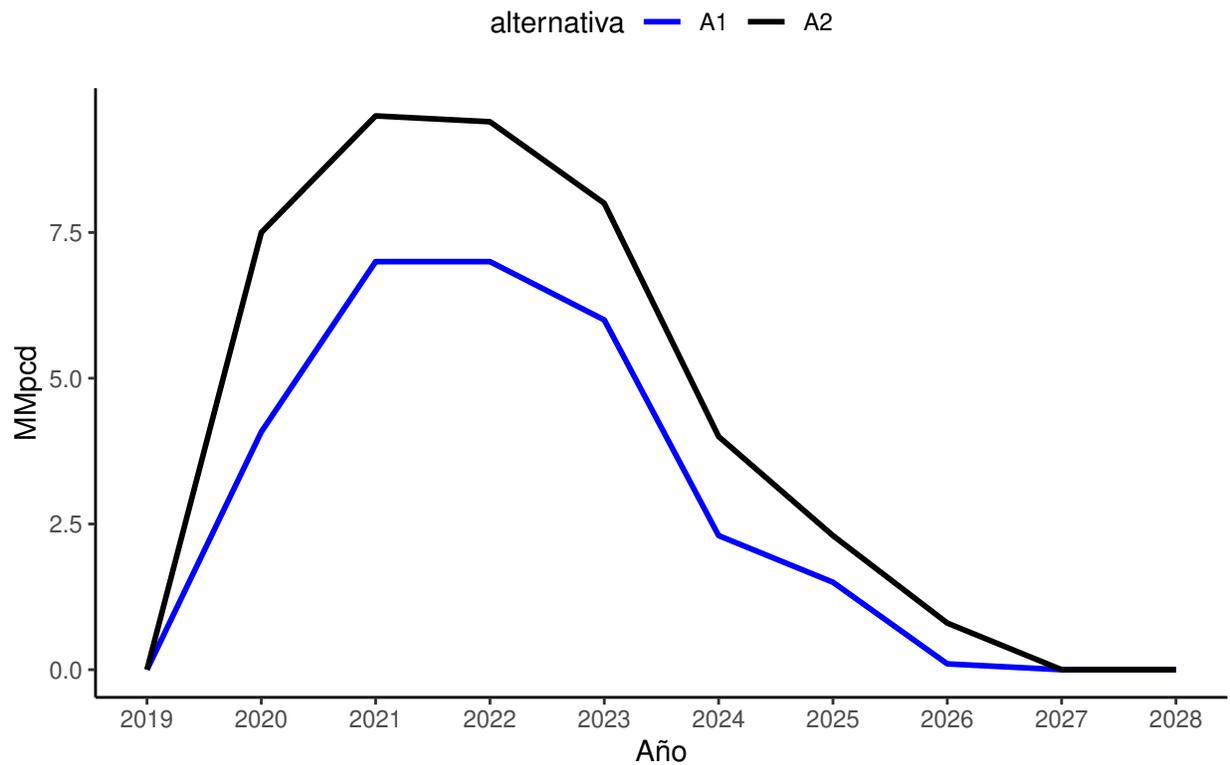


Figura 2: Pronósticos de producción de gas de las diferentes alternativas contempladas en el desarrollo

En la tabla 4 se muestran los costos anuales contemplados para efectuar la operación y desarrollo del proyecto. Aunque el plan de desarrollo solo despliega los costos asociados a la alternativa 2, se determinó que si no se considera la inversión del año 2026 se obtiene el monto presupuestado para la alternativa 1. Para la alternativa 2 se estima un gasto de 399.39 Millones de dólares (MMUSD). 299.28 millones se invertirán en instalaciones y la perforación de pozos (CAPEX), 65.59 millones serán utilizados para realizar las operaciones diarias y los costos asociados al personal (OPEX) y 34.51 millones serán utilizados en otros egresos.

Tabla 4: Inversión anual contemplada con la alternativa 2 en MMUSD

Actividad petrolera	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	Total (MMUSD)
Desarrollo											
General	0.02	11.70	15.09	15.09	12.70	5.97	3.44	1.59	0.00	0.00	65.59
Construcción Instalaciones	120.49	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	120.49
Perforación de pozos	38.89	64.18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	103.04
Producción											
Operación de instalaciones	0.08	0.93	0.93	0.93	0.93	0.94	0.93	0.85	0.00	0.00	6.50
Intervención de pozos	0.00	1.36	2.35	0.99	2.59	17.51	0.00	0.00	0.00	0.00	24.80
Ductos	0.07	0.82	0.82	0.82	0.85	1.15	0.82	0.75	0.00	0.00	6.08
General	3.99	1.82	0.34	0.34	0.34	0.34	0.34	0.31	0.00	0.00	7.82
Abandono											
Desmantelamiento de instalaciones	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	4.04	23.45	3.07	30.56
Total programa de inversiones	163.50	80.80	19.53	18.16	17.40	25.90	5.52	7.53	23.45	3.07	364.87
Otros egresos	0.19	17.71	11.49	2.35	1.37	0.60	0.56	0.23	0.00	0.00	34.51
Total	163.70	98.51	31.02	20.51	18.78	26.50	6.08	7.76	23.45	3.07	399.39

*Todos los montos reportados están en Millones de dólares (MMUSD)*

La Operadora realizó un análisis convencional del VPN para determinar la rentabilidad del proyecto y obtuvo que la alternativa 2 resultaba en un VPN de 808.77 MMUSD antes del pago de impuestos dada la producción acumulada esperada y sus costos asociados. Sin embargo, los datos utilizados para el análisis no se reportan. Con los datos entregados por la Operadora, la Comisión Nacional de Hidrocarburos (CNH) también realiza una valuación del proyecto. El VPN obtenido por la CNH es de 728.77 MMUSD sin descontar el pago de impuestos.

La CNH utilizó los siguientes parámetros para determinar el VPN del proyecto en conjunto con la información sobre la producción que le proporcionó el operador.

Tabla 5: Premisas utilizadas por la CNH

Premisas	Valor	Unidades
Precio del aceite (Promedio)	69.64	USD/b
Precio del gas	3.03	USD/MMBTU
Inversiones	299.28	MMUSD
Gasto operativo	65.69	MMUSD
Otros egresos	34.51	MMUSD
Tasa de descuento	10	%
Tipo de cambio	20.5	MXN/USD

Después de descontar el pago de impuestos, el valor del proyecto para la Operadora es de 105.51 MMUSD y para la CNH es de 17.44 MMUSD. Este último valor discrepa del primero, debido a que la CNH es la encargada de determinar el valor de los impuestos después de analizar el régimen contractual del área donde se desarrollará el proyecto así como el volumen de gas y aceite crudo que se pronostica producir.

Tabla 6: VPN antes y después de impuestos

VPN (MMUSD)	Antes de Impuestos (MMUSD)	Después de Impuestos (MMUSD)	Impuestos (MMUSD)
CNH	728.77	17.44	711.33

Al observar esta diferencia se realizaron cuatro ejercicios para obtener el VPN del proyecto considerando la incertidumbre de los precios. El primer ejercicio consistió en determinar de la forma convencional (Ec.1) el VPN de la alternativa 2 utilizando las premisas de la CNH (Tabla 5) y considerando la producción conjunta de aceite y gas, por lo que solo se obtuvo un valor que representa la valoración del proyecto antes de impuestos.

El segundo ejercicio se realizó considerando la producción de cada una de las alternativas y que los precios se comportan estocásticamente, por ello se obtuvo un VPN para cada trayectoria de precios simulada. Debido a que la estimación de precios se hizo considerando el enfoque neutral al riesgo se utilizó la tasa libre de riesgo de 9% asociada al bono mexicano de 10 años<sup>2</sup> empleado en el mercado secundario, este dato se aproximó ya que en el mercado primario el valor rondaba en 8.8% entre abril y mayo<sup>3</sup>. El tercero fue estimar el VPN para la alternativa 2 sobre todas las trayectorias de precios estimadas utilizando la tasa propuesta por la CNH.

El cuarto ejercicio consistió en obtener el VPN considerando solo los ingresos obtenidos por la comercialización de aceite crudo de la alternativa dos, con el fin de comparar el valor obtenido con el análisis de opciones reales que se aplicó utilizando el mismo criterio. Otro punto fue la obtención del VPN del proyecto después de considerar que los impuestos también estarían afectados por el comportamiento y la incertidumbre de los precios y que esto impactaría en la recaudación. Lo anterior se hizo siguiendo los conceptos descritos en la Ley de Ingresos de Hidrocarburos.

Los precios spot y de contratos futuros de la mezcla mexicana se solicitaron a la secretaría de Energía y a PEMEX por medio del Instituto Nacional de Transparencia, Acceso a la Información y

<sup>2</sup>Mayo de 2022. <https://www.elfinanciero.com.mx/mercados/dinero/bono-mexico-10-anos-mercado-secundario/>

<sup>3</sup><https://www.banxico.org.mx/SieInternet/consultarDirectorioInternetAction.do?accion=consultarCuadro&idCuadro=CF107&sector=22&locale=es>

Protección de Datos Personales (INAI)<sup>4</sup>, sin embargo la respuesta no fue favorable. De modo que se utilizaron los precios del crudo WTI como aproximación considerando la información obtenida de la subsidiaria PMI (2012). El modelo STLT ha sido utilizado para pronosticar escenarios del precio spot considerando precios históricos del crudo WTI (Frithjof, 2012 y Lucena et al., 2019) y se ha analizado para verificar que los parámetros estimados del modelo se ajusten a los datos observados (Sauvageau, 2017).

Para estimar los precios esperados durante los próximos 9 años a partir de 2019 se obtuvieron datos de los precios históricos del aceite crudo WTI y el Gas Natural del Centro de Investigación Moore<sup>5</sup>. Se utilizó como referencia el precio del aceite WTI, dado que la fórmula que se usa para determinar el precio de exportación de la mezcla Mexicana, de acuerdo con la subsidiaria PMI (2012) depende de la valoración de éste en un 65 % más un factor K.

Se utilizaron precios históricos de cierre del aceite crudo WTI y del gas natural Henry Hub que se observaron los días martes de cada semana desde enero de 2016 a diciembre de 2019 de 6 contratos futuros con vencimiento a 1, 4, 7, 10, 13 y 16 meses, así como los precios spot del mismo periodo. Esto considerando que el vencimiento del contrato se da el tercer viernes de cada mes.

Las observaciones se restringieron a este periodo debido a que a partir de 2020 los precios experimentaron una caída significativa por el inicio de la pandemia ocasionada por el virus SARS-CoV-2. Además, ya que la Operadora contempló iniciar actividades y operaciones en 2019, es prudente determinar si la inversión en el desarrollo del campo fue adecuada dadas las condiciones en esa fecha.

La paquetería que se utilizó para determinar los estimadores del modelo fue NFCP (N-Factor Commodity Pricing) desarrollado por Aspinall (2022), la cual se encuentra en R y se basa en la metodología propuesta por Cortazar y Naranjo (2006).

El factor de largo plazo que afecta el proceso de precios del aceite crudo WTI presenta una volatilidad del 20 %, mientras que la del corto plazo tienen una volatilidad de 22 %, lo cual refleja las fluctuaciones comunes del precio spot. Además se observa que la vida media de las desviaciones ( $-\ln(0.5)/\kappa$ ) es de una semana aproximadamente. Los errores de medición dan mayor certidumbre a los parámetros obtenidos<sup>6</sup>.

---

<sup>4</sup>Requerimiento de información con folio 330023822000767

<sup>5</sup><https://www.mrci.com/web/index.php>

<sup>6</sup>Ver apéndice

Tabla 7: Parámetros estimados del modelo STLT para precios históricos del crudo WTI

	Parámetro	Estimación	Error estándar
$\mu_{\xi}$	Tasa de crecimiento de largo plazo del proceso GBM	-0.045611	0.103979
$\mu_{\xi}^*$	Tasa de crecimiento de largo plazo neutral al riesgo	-0.069891	0.003141
$\lambda_{\chi}$	Prima de riesgo del factor de corto plazo	-0.272665	0.112387
$\kappa$	Tasa de reversión del factor de corto plazo	0.889927	0.029289
$\sigma_{\xi}$	Volatilidad instantánea del factor de largo plazo	0.208474	0.010655
$\sigma_{\chi}$	Volatilidad instantánea del factor de corto plazo	0.225357	0.013228
$\rho_{\chi\xi}$	Correlación instantánea entre los factores	0.432251	0.064106

En la figura 3 se aprecian los precios spot observados contra los precios modelados. Se puede notar que el precio spot, asociado al factor de corto plazo sigue la misma tendencia que los observados y que en ciertos periodos es similar, mientras que el precio de equilibrio se mantiene en una banda de 30 a 60 dólares por barril.

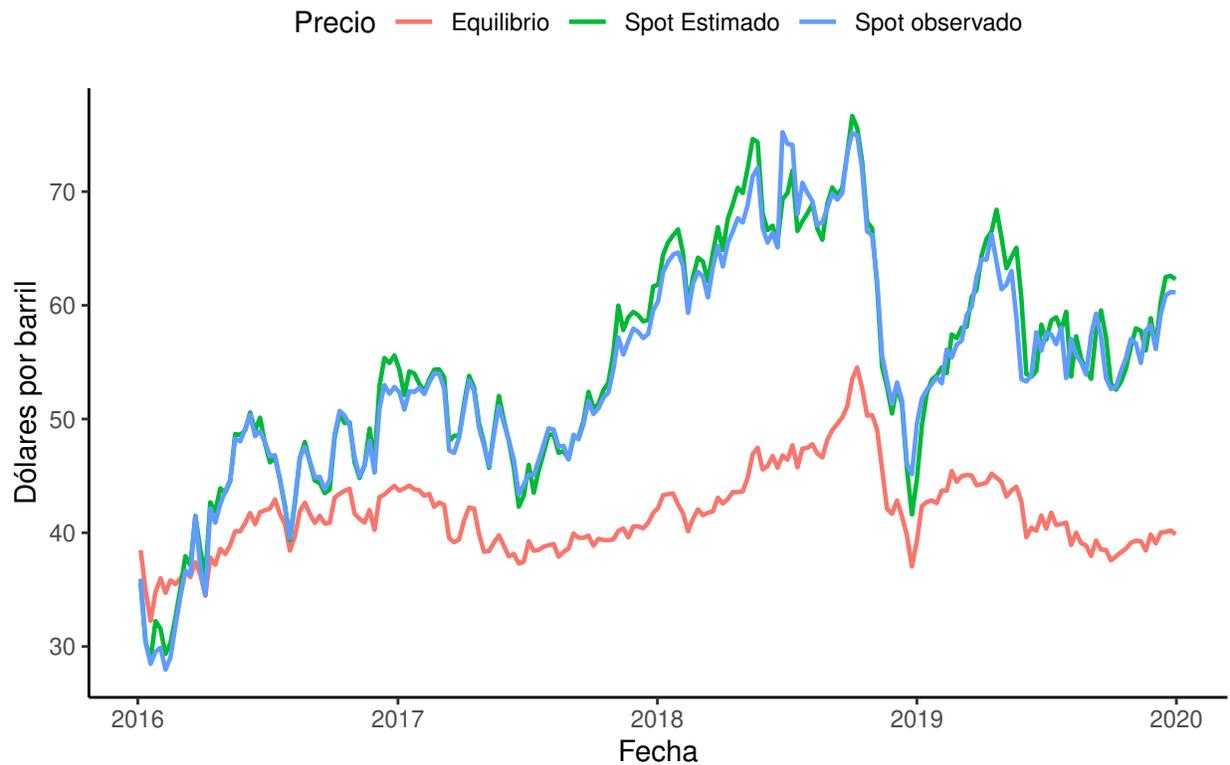


Figura 3: Precios spot y de equilibrio estimados del aceite crudo WTI

El factor de largo plazo que afecta el proceso de precios del gas natural presenta una volatilidad del 16 %, mientras que la del corto plazo tienen una volatilidad de 49 %, lo cual refleja las fluctuaciones comunes del precio spot. Además se observa que la vida media de las desviaciones  $(-\ln(0.5)/\kappa)$  es menor a una semana.

Tabla 8: Parámetros estimados del modelo STLT para precios históricos del Gas Natural Henry Hub

	Parámetro	Estimación	Error estándar
$\mu_{\xi}$	Tasa de crecimiento de largo plazo del proceso GBM	0.041700	0.081408
$\mu_{\xi}^*$	Tasa de crecimiento de largo plazo neutral al riesgo	-0.095919	0.012968
$\lambda_{\chi}$	Prima de riesgo del factor de corto plazo	-0.279594	0.245999
$\kappa$	Tasa de reversión del factor de corto plazo	1.728345	0.154691
$\sigma_{\xi}$	Volatilidad instantánea del factor de largo plazo	0.163493	0.016524
$\sigma_{\chi}$	Volatilidad instantánea del factor de corto plazo	0.490804	0.040352
$\rho_{\chi\xi}$	Correlación instantánea entre los factores	-0.347473	0.100320

En la figura 4 se pueden notar los precios spot observados comparados con el precio spot y el precio de equilibrio modelados. Se aprecia el efecto de la alta volatilidad del factor de corto plazo en el precio spot modelado en el pico que se presenta en 2018 y se observa que la tendencia del precio de largo plazo sigue una banda de 2 a 4 dólares por MMBTU.

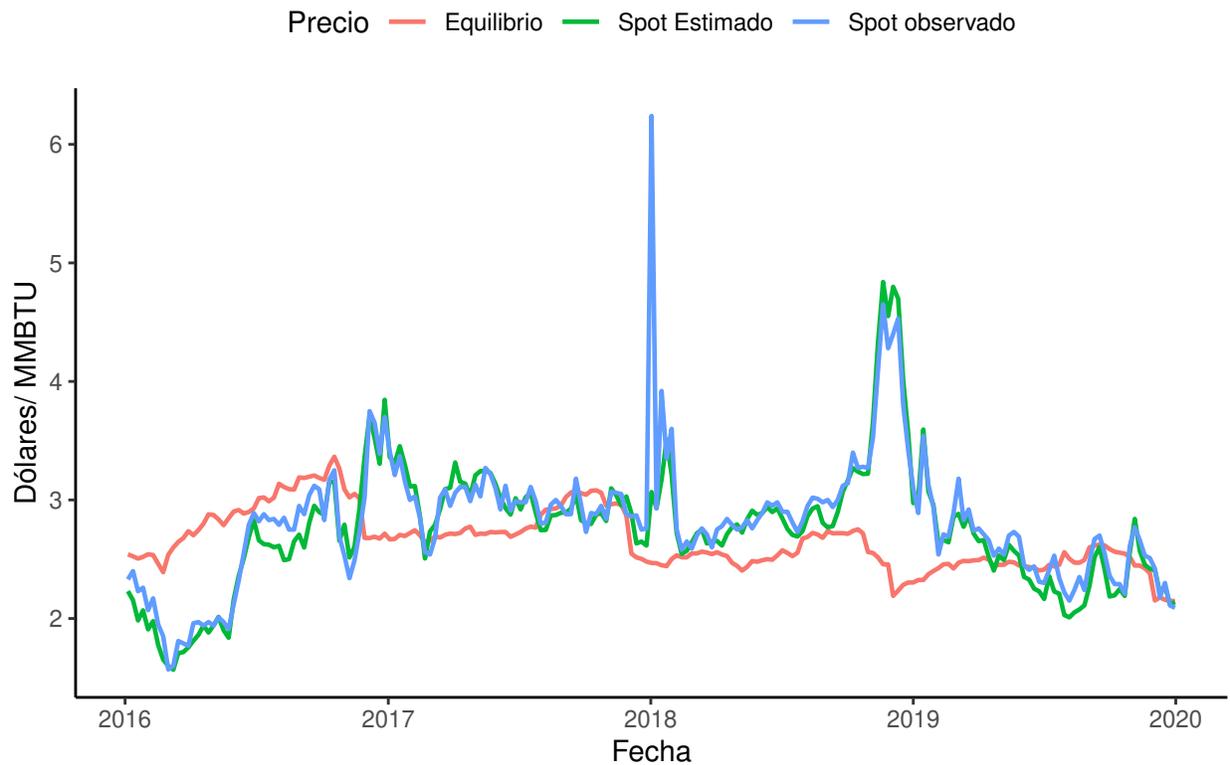


Figura 4: Precios spot y de equilibrio estimados del gas natural

Con los parámetros obtenidos por medio de la aplicación del filtro Kalman, se estimaron los precios que podrían presentarse en el futuro aplicando una simulación Monte Carlo. Se calcularon 30000 trayectorias de precios posibles, guiados por la metodología utilizada por Fedorov (2021) y se determinó el intervalo de confianza de éstos (Figura 5), para verificar el resultado se corrió una simulación con 30000 trayectorias; sin embargo, los resultados no difirieron así que se utilizó la primera simulación.

En la figura 5 la línea horizontal indica el precio de barril utilizado por la CNH para determinar el valor del proyecto, el cual se encuentra por encima de la media y muy cerca de la trayectoria con 10 % de probabilidad de ocurrir.

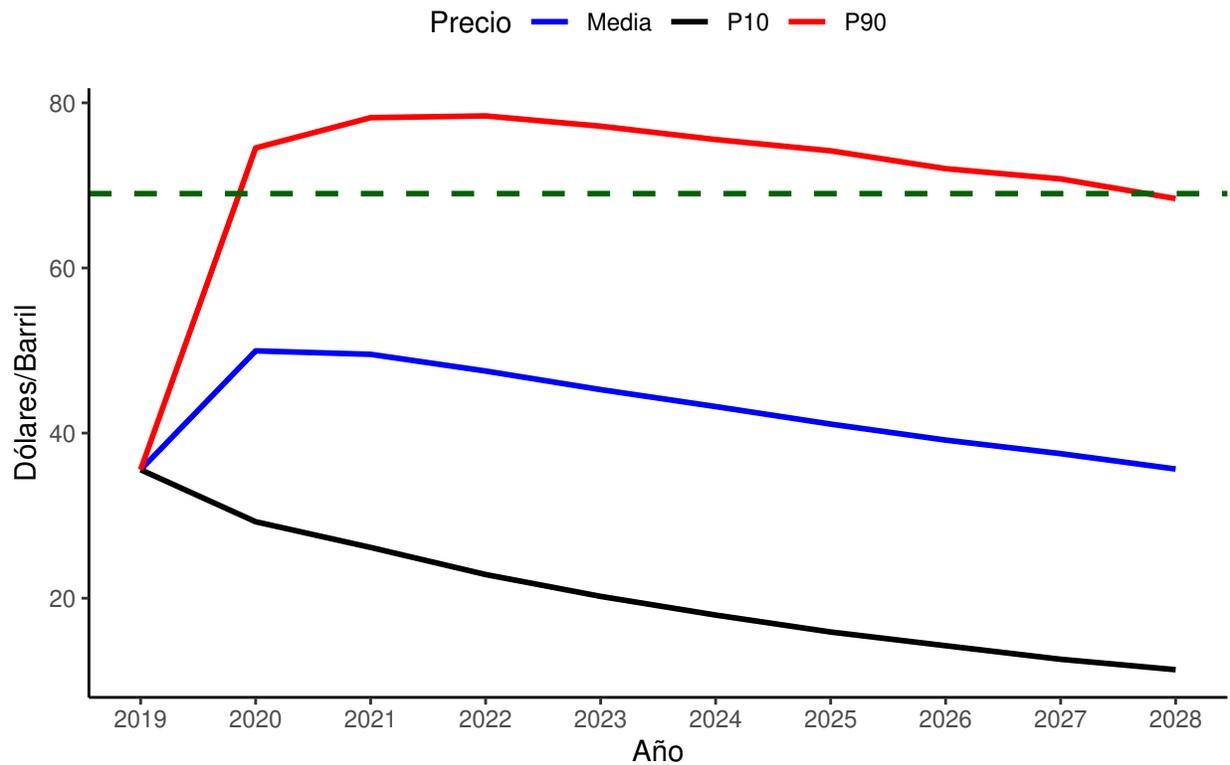


Figura 5: Intervalo de confianza del precio del aceite crudo WTI. La línea verde representa el precio utilizado por la CNH

También se realizó la simulación de precios del gas natural Henry Hub, se obtuvieron estimaciones de los precios de 2019 a 2028 mediante la estimación Monte Carlo y se crearon 1000 trayectorias de precios posibles. La figura 6 muestra el intervalo de los precios esperados. La línea punteada horizontal indica el precio elegido por la CNH para obtener el VPN, en este caso se observa que el precio usado en el análisis determinístico se aproxima a la media de las trayectorias durante los primeros años, pero después del 2022 es superior.

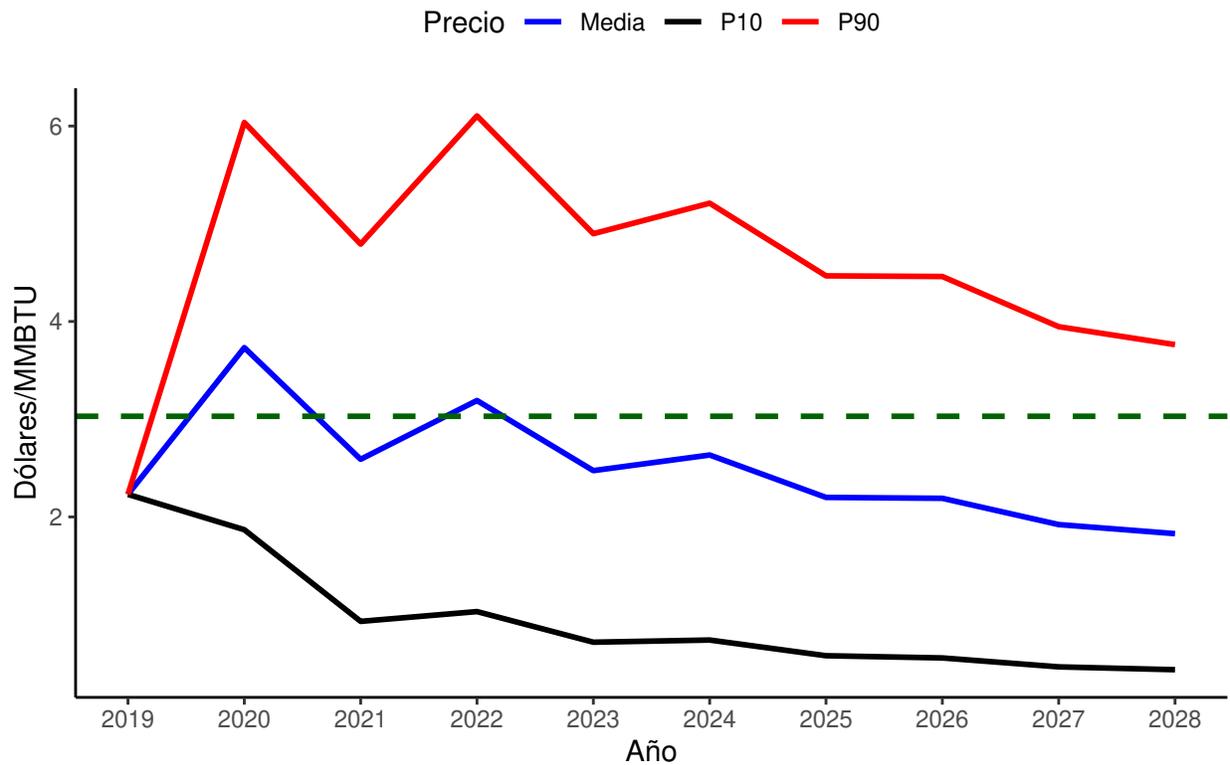


Figura 6: Intervalo de confianza del precio del gas natural. La línea verde representa el precio utilizado por la CNH

Lo anterior indica que posiblemente al considerar el mercado como estático, es decir, utilizar el método determinístico podría provocar una estimación errónea del VPN. Por lo cual se obtuvo el VPN por cada trayectoria de precios. Los flujos de efectivo netos se determinaron considerando que cada alternativa obtendría ingresos por la comercialización de los hidrocarburos menos los costos asociados a la explotación, operación e inversión descontados con la tasa de 9%. Se construyó el histograma de cada una de las alternativas y se distinguió con qué frecuencia se lograba observar el VPN obtenido por la CNH.

Para elaborar los ejercicios del VPN se obtuvieron los ingresos esperados en MMUSD por la venta de aceite y gas. En el caso de la primera alternativa se consideró que la operación terminaría en 2026 y que el abandono de las instalaciones se realizaría en 2027, mientras que para la alternativa 2, el cese de operaciones sería en 2027 y el abandono en 2028.

La figura 7 muestra los ingresos esperados para cada trayectoria considerando que estos dependen de la venta de aceite y gas ( $P_{oil}Q_{oil} + P_{gas}Q_{gas}$ ) producido a partir de las actividades desarrolladas con la alternativa 1.

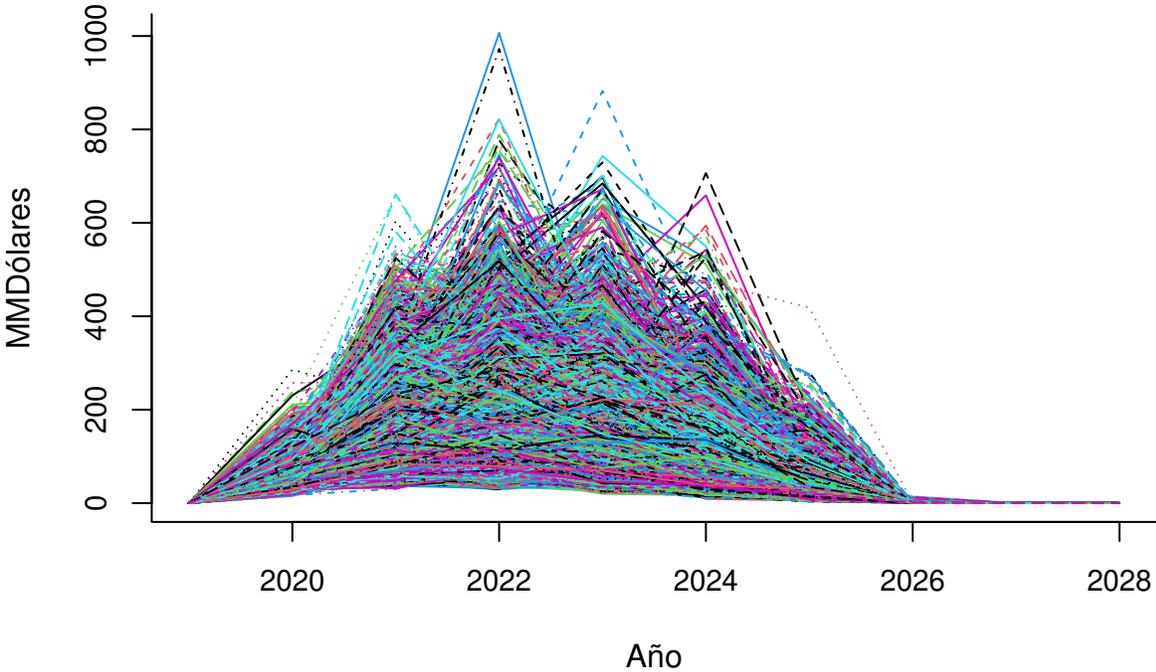


Figura 7: Ingresos esperados considerando la alternativa 1 por la venta de aceite y gas

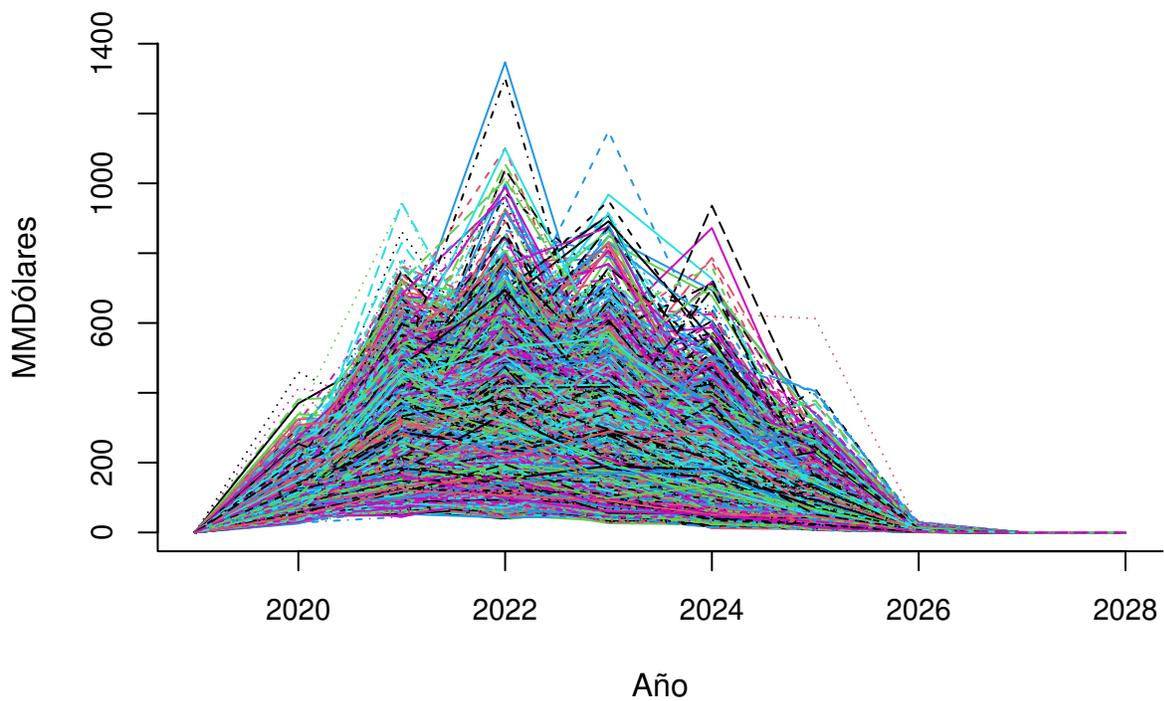


Figura 8: Ingresos esperados considerando la alternativa 2 por la venta de aceite y gas

Para la alternativa 2 también se obtuvo el ingreso anual esperado de la venta de hidrocarburos ( $P_{oil}Q_{oil} + P_{gas}Q_{gas}$ ) para cada trayectoria de precios simulada (Figura 8), adicionalmente para esta alternativa se obtuvo el ingreso esperado considerando solo la venta de aceite crudo ( $P_{oil}Q_{oil}$ ).

## 5. Resultados

### 5.1. VPN para cada alternativa considerando incertidumbre

Para determinar que los datos de producción obtenidos por medio de la aproximación de funciones polinomiales fueran comparables con los datos entregados por la Operadora a la CNH. Se obtuvo el VPN por medio del análisis convencional considerando la información y datos de la alternativa 2 y utilizando las premisas plasmadas en la tabla 5.

En la tabla 9 se observa la comparación del VPN obtenido por la CNH y el VPN obtenido utilizando los datos generados por medio de la aproximación. La diferencia entre valores se atribuye al hecho de que los volúmenes de producción de aceite y gas estimados por la aproximación difieren de los perfiles que utilizó la CNH para hacer la valoración del proyecto.

Tabla 9: VPN obtenido con los perfiles de producción aproximados vs el VPN obtenido por la CNH

	VPN (MMUSD)
CNH	728.77
Aproximación	641.25

La distribución del VPN de la alternativa 1 obtenido para cada trayectoria se observa en la figura 9, se nota que aunque en algunas trayectorias si resultan VPN similares al obtenido por la CNH (línea vertical) estas se encuentran por encima del percentil 95, de modo que es muy poco probable que se presenten.

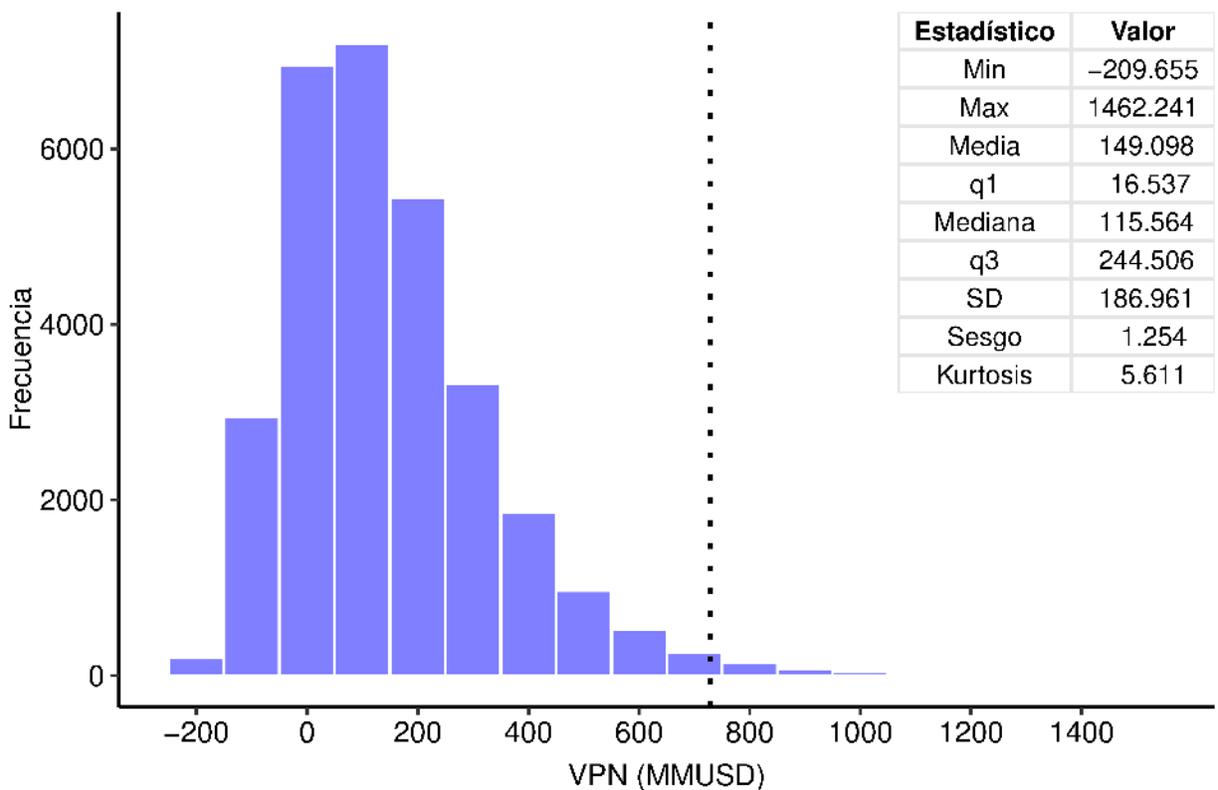


Figura 9: Distribución del VPN de la alternativa 1. La línea vertical representa el VPN obtenido por la CNH

El histograma construido con los VPN obtenidos en cada una de las trayectorias de precios para la alternativa 2 (Figura 10) con producción conjunta, señala que debido a que la producción aumenta entonces los ingresos también. Sin embargo, no son los suficientemente altos para acercarse al VPN antes del pago de impuestos que obtuvo la CNH con sus premisas. Aunque la probabilidad de obtener ese valor aumenta a casi un 10% comparada con la alternativa 1.

Examinando los resultados obtenidos en cada una de las alternativas (Figura 9 y figura 10) se nota que la media de la distribución del VPN de la alternativa 2 es más del doble que la media de la distribución del VPN de la alternativa 1. Por lo tanto, la alternativa 2 es la mejor opción para el desarrollo del campo ya que presenta un VPN mayor y como consecuencia se eligió para realizar los otros ejercicios de comparación.

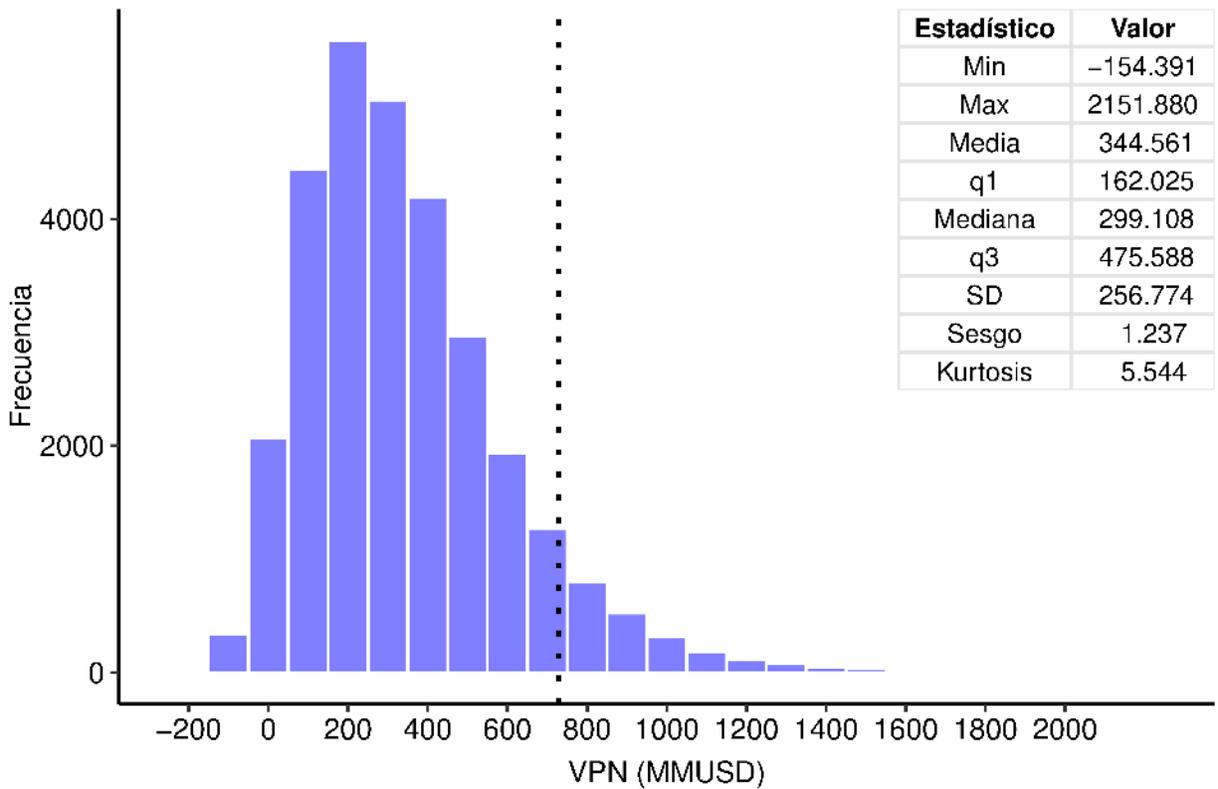


Figura 10: Distribución del VPN de la alternativa 2. La línea vertical representa el VPN obtenido por la CNH

La prueba anterior sobre la alternativa 2 se realizó nuevamente utilizando las trayectorias de precios simuladas, pero se varió la tasa de descuento. En lugar de utilizar la tasa libre de riesgo, se usó la tasa de descuento propuesta por la CNH de 10 %. El resultado muestra que los VPN son menores, por consiguiente sería más conveniente que el análisis elaborado por la Operadora y la CNH se basara en el enfoque neutral al riesgo.

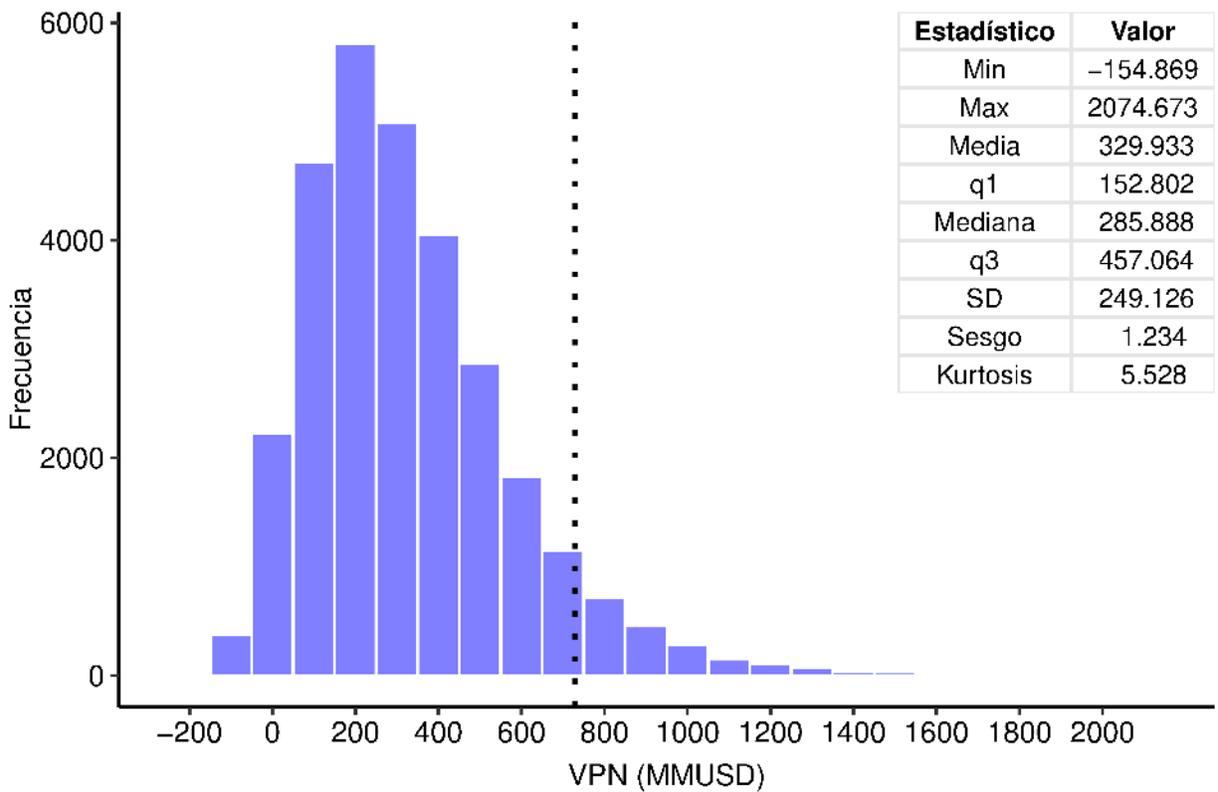


Figura 11: Distribución del VPN de la alternativa 2 utilizando la tasa de interés propuesta por CNH. La línea vertical representa el VPN obtenido por la CNH

El último ejercicio consideró que la Operadora solo obtendría ingresos por la venta del aceite crudo producido a partir del desarrollo de las actividades señaladas en la alternativa 2. Por ello se obtuvo el VPN para cada una de las trayectorias de precios y se observa que el VPN medio no difiere mucho del VPN cuando también se comercializa gas (Figura 12), ya que representa el 90% del VPN considerando la venta conjunta de aceite y gas. Este ejercicio se realizó con el objetivo de analizarlo considerando opciones reales, donde el precio del activo subyacente será el precio del barril de aceite.

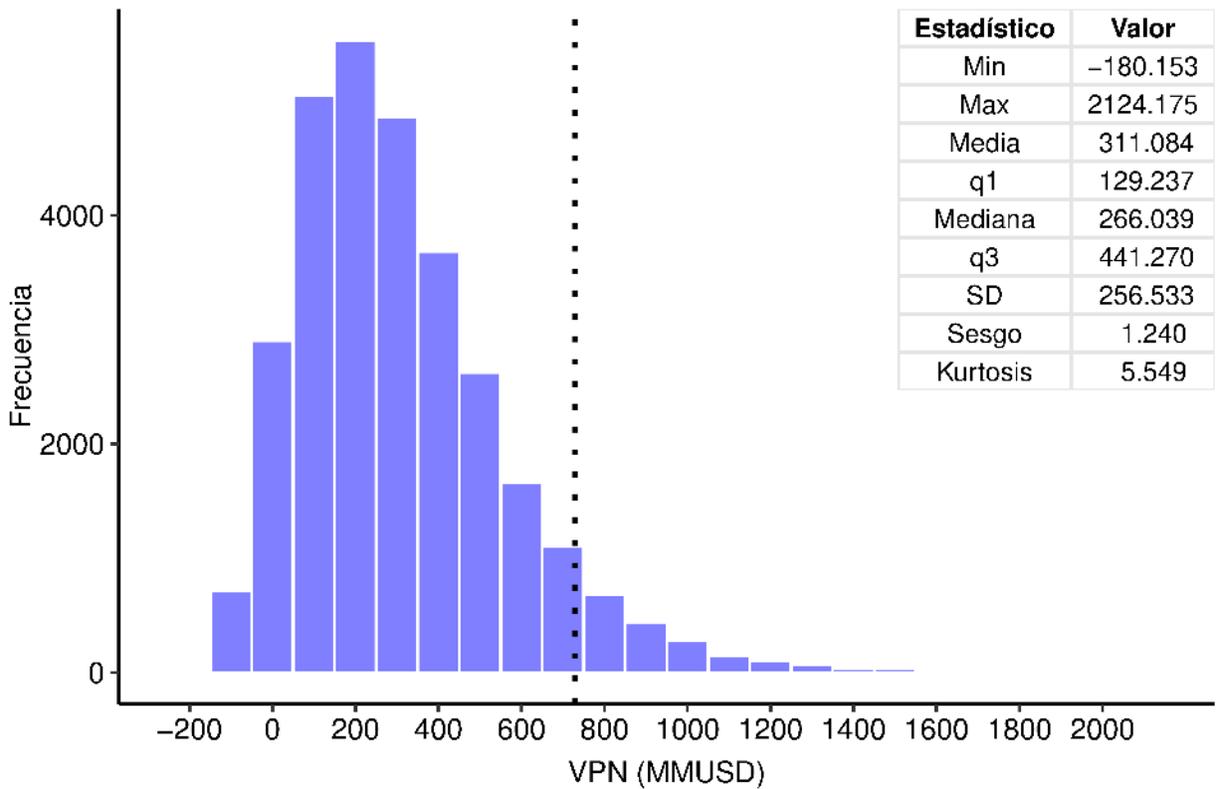


Figura 12: Distribución del VPN de la alternativa 2 considerando solo la venta de aceite. La línea vertical representa el VPN obtenido por la CNH

La tabla 10 muestra el resumen de los VPN obtenidos en cada uno de los ejercicios, la primera fila muestra el VPN obtenido de la alternativa 1 y la segunda fila de la alternativa 2 considerando todas las trayectorias de precios posibles. La tercera y cuarta fila resumen el resultado obtenido de solo considerar la alternativa 2. En el primer caso se observan los datos obtenidos al considerar la tasa propuesta por la CNH (Figura 11) y el segundo caso es el resultado de solo considerar ingresos por la venta de aceite (Figura 12).

Tabla 10: VPN obtenido en cada ejercicio realizado

VPN (MMUSD)		
Ejercicio	Media	Mediana
A1	148.774	116.353
A2	344.010	301.079
A2_CNH	329.379	287.302
A2_Aceite	310.481	268.862

La figura 13 muestra la distribución del VPN obtenido para la alternativa 1 en el ejercicio uno y en el ejercicio dos y tres para la alternativa 2. Todos consideran ingresos por la comercialización de aceite y gas. El punto rojo sobre cada caja representa el VPN obtenido por la CNH reportado en el plan de desarrollo. La caja izquierda muestra la distribución de la alternativa 1 y se logra observar que comparada con la alternativa 2 (caja central) presenta valores muy bajos por lo cual desarrollar el campo a partir de esta alternativa no representa beneficios para la Operadora, además el VPN obtenido por la CNH cae entre los outliers, en consecuencia la probabilidad de presentarse prácticamente es nula.

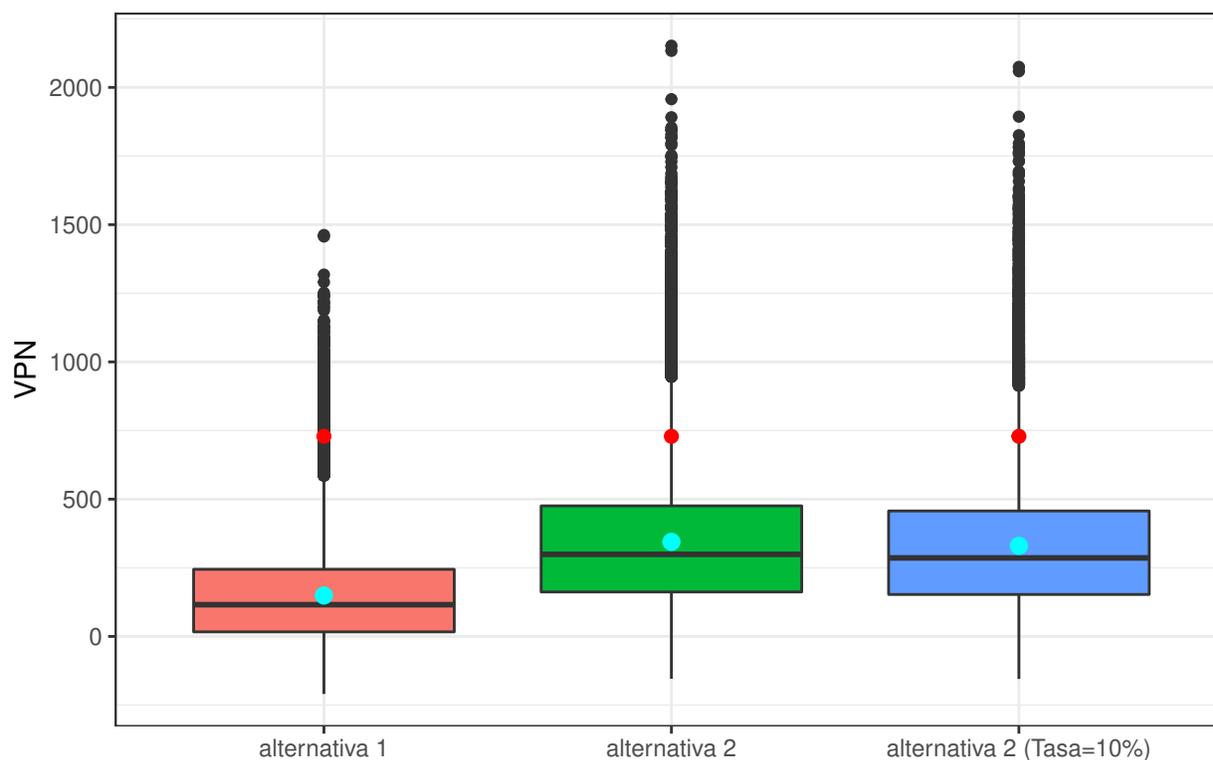


Figura 13: Diagrama de caja que muestra la distribución del VPN para cada alternativa

Comparando la distribución de la alternativa 2 que se obtuvo usando la tasa libre de riesgo (caja central) contra la alternativa 2 que utiliza la tasa de descuento propuesta por la CNH (caja derecha), se observa que las medias (puntos turquesas) y las medianas (recta horizontal negra) son mayores para la primera. También se nota que el VPN obtenido por la CNH (711 MMUSD) se encuentra fuera del rango intercuartil, aunque en ambos casos no forma parte de los outliers, como resultado existe una probabilidad menor al 10 % de obtenerse.

Esto confirma que la explotación del yacimiento con el diseño que aporte mayor valor y el análisis del VPN utilizando el enfoque neutral al riesgo produce una valoración más alta del proyecto y que al considerarse la incertidumbre de los precios del gas y aceite se puede definir la distribución esperada del VPN del proyecto, la cual brinda mayor información y se puede analizar para determinar si la inversión es rentable.

## 5.2. Análisis del VPN después de impuestos

Después de obtener la valoración del proyecto es necesario determinar si después del pago de impuestos, éste sigue siendo rentable, por lo cual se debe calcular el monto de los impuestos que la Operadora debe pagar al estado por el aprovechamiento de los hidrocarburos. La CNH es la encargada de determinar el monto a pagar, considerando el régimen contractual del área donde se desarrollará la explotación de hidrocarburos, así como la producción esperada de gas y aceite crudo.

De acuerdo con la Ley de Ingresos sobre Hidrocarburos (2014) cuando se trata de asignaciones el Operador está obligado a pagar lo siguiente:

- Derecho por la utilidad compartida (Artículo 39) aplicando una tasa del 65 %, el cual se encontraba vigente al momento de la evaluación, a la diferencia que resulte de disminuir del valor de los Hidrocarburos extraídos durante el ejercicio fiscal de que se trate.
- Impuesto por el derecho de extracción que depende del precio de los hidrocarburos, que se deberá pagar mensualmente (Artículo 44, Cámara de Diputados, 2014)
  - Si  $P_b < 48$  USD, entonces la tasa es de 7.5 %
  - Si  $P_b \geq 48$  USD, entonces la tasa es igual  $(0.125P_b + 1.5) \%$
  - Al valor del gas natural asociado la tasa es igual a  $P_{gn}/100$
- Impuesto por la actividad de exploración y extracción de hidrocarburos en asignación, que se deberá pagar mensualmente (Artículo 55, Diario Oficial, 2018).
  - Fase de extracción 7,073.83 pesos/ $km^2$

El tercer concepto representa una cantidad fija a pagar a lo largo de la vida del proyecto. El área de la asignación de extracción donde se encuentra el campo Tetl es de 18.666  $km^2$ <sup>7</sup>. El VPN de este impuesto, bajo el supuesto que el área no se modificará durante los 10 años que dure el proyecto, es de 0.5407 MMUSD.

---

<sup>7</sup><https://campos.hidrocarburos.gob.mx/>

El segundo concepto dependerá de cada trayectoria de precios, cuando los precios sean bajos entonces menor será el monto de impuestos a pagar. Para cada trayectoria de precios se determinó el VPN de los impuestos por el derecho de extracción de aceite y gas de acuerdo a la tasa que le correspondiera. En la figura 14 se observa la distribución del VPN de los impuestos por el derecho de extracción de hidrocarburos. Al considerar el proceso estocástico de los precios, también se logra determinar que es más probable que el estado obtenga impuestos menores a 20 MMUSD.

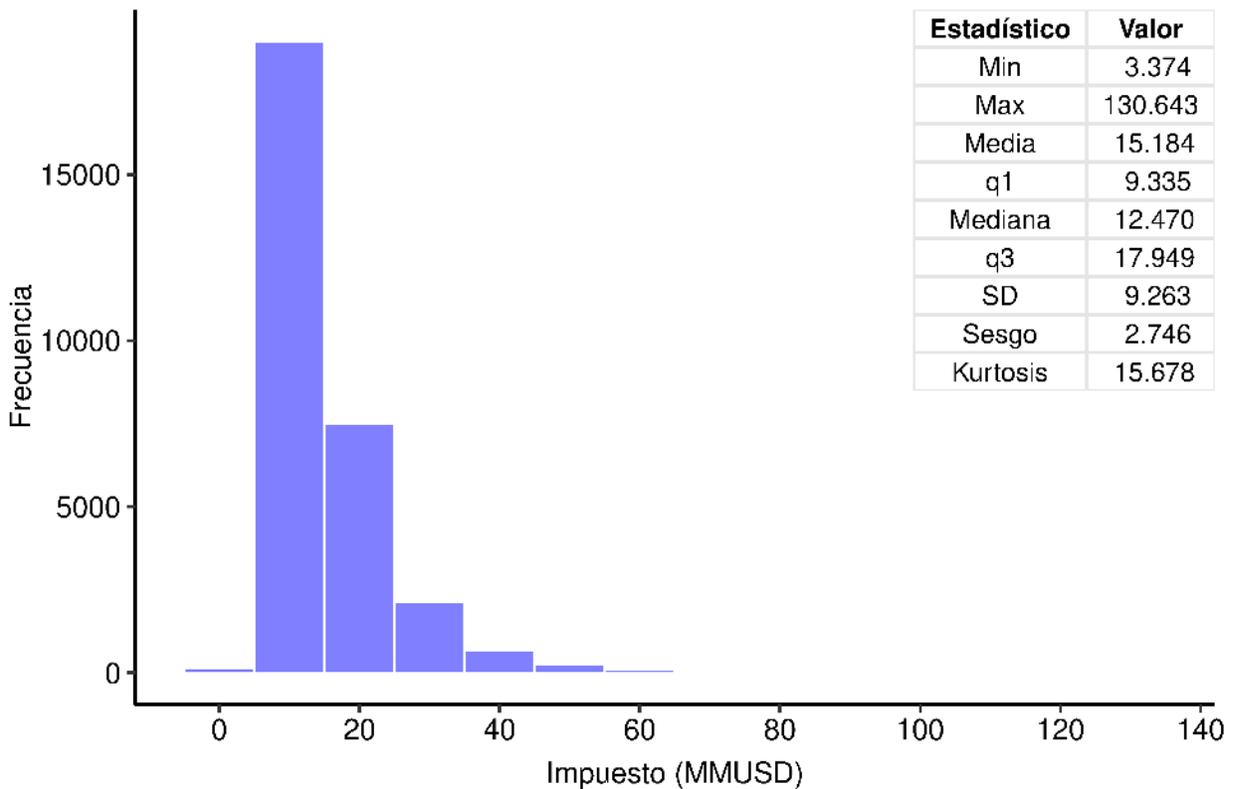


Figura 14: Distribución VPN del impuesto por derecho de extracción.

Por último, el impuesto por utilidad compartida corresponde a una proporción de la diferencia entre los ingresos, la inversión y los costos operativos. Para cada año que estará activo el proyecto, se obtuvo la diferencia entre ingresos y costos para obtener el VPN del impuesto.

La figura 15 muestra que considerando todas las trayectorias que podrían seguir los precios del aceite y del gas natural, el impuesto por utilidad compartida presenta altas probabilidades de encontrarse alrededor de los 100 MMUSD.

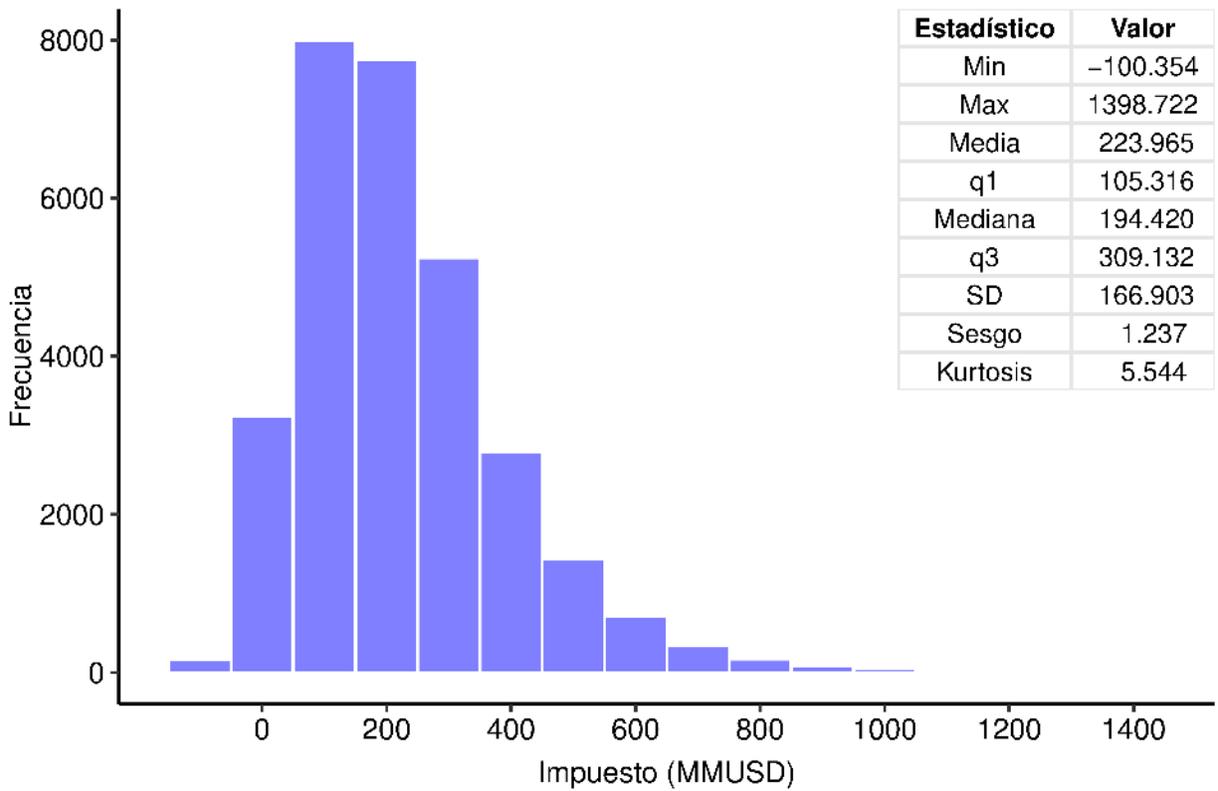


Figura 15: Distribución VPN del impuesto por utilidad compartida.

Finalmente, considerando la variación de los impuestos de acuerdo a los precios de los hidrocarburos, se obtuvo el VPN del proyecto después de impuestos (figura 16), notándose que el proyecto sigue siendo rentable y que a diferencia del análisis realizado por la CNH, es mayor cuando se considera la incertidumbre de los diferentes factores.

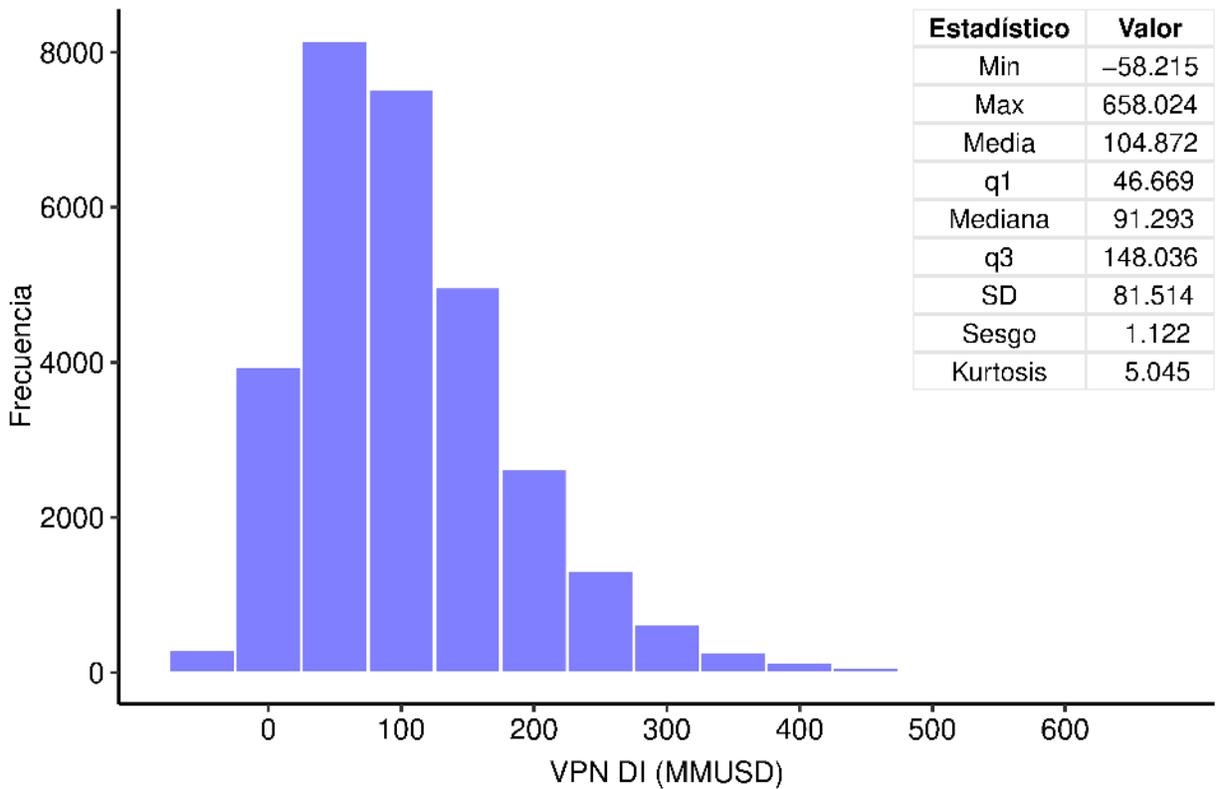


Figura 16: Distribución del VPN después de impuestos.

### 5.3. Opciones reales

Para respaldar el análisis del valor del proyecto considerando la incertidumbre de los factores, se realizó el análisis de opciones reales sobre la alternativa 2, aunque en este escenario solo se consideró que los ingresos dependerían de la venta de aceite, tal como se muestra en la figura 12.

Se analizaron dos opciones, la opción de desarrollar inmediatamente o la opción de esperar a invertir hasta que el precio del aceite crudo fuera lo suficientemente alto que garantizara flujos de efectivo positivos, considerando que cada año se realizarían inversiones para mantenimiento y mejora de las instalaciones y aumento de la producción. Se utilizó la paquetería LSMrealoption en R desarrollada por Aspinall et al. (2021), en donde el valor óptimo se determinó de acuerdo a la ecuación 13.

La tabla 11 muestra el resultado de ROA, la primera columna muestra el valor del proyecto considerando que los precios presentan incertidumbre y que podrían tener diferentes trayectorias (Valor de

la Opción Real-ROV), la segunda columna reporta el VPN y la tercera columna muestra la diferencia de ROV menos el VPN, conocido como el valor de esperar (WOV). Las últimas tres columnas indican el error estándar de cada valor obtenido.

Tabla 11: Análisis de opciones reales

ROV	NPV	WOV	ROV.SE	NPV.SE	WOV.SE
418.8243	407.8332	10.99112	1.447769	1.462436	0.3080328

Los resultados indican que WOVI es mayor y que por lo tanto hubiera sido mejor postergar el desarrollo del proyecto dadas las condiciones del mercado y del precio del barril de aceite en el momento en que se comenzó el proyecto. Ya que aun considerando que los tres pozos que se tienen programados a perforar en el plan de desarrollo fueran exitosos, los ingresos esperados por la producción de crudo no alcanzarían a compensar el costo de operación y la inversión planeada a lo largo de la vida del proyecto.

Este dato refuerza los resultados obtenidos en los ejercicios previos y comprueba que, dadas las condiciones del mercado en 2019, sobre todo del precio de gas y aceite, el proyecto no era rentable para la Operadora después de descontar los impuestos.

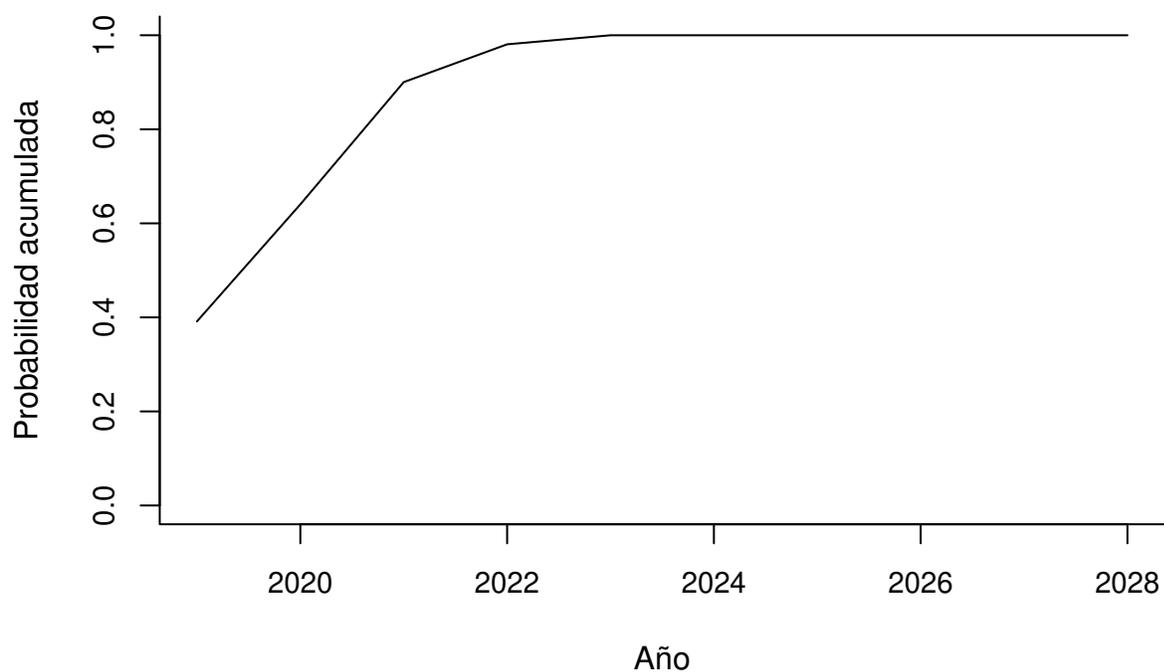


Figura 17: Probabilidad acumulada de inversión

La figura 17 muestra que con las condiciones del mercado que se presentaron en 2019, el 40 % de las trayectorias simuladas indican que la inversión debía realizarse. La proporción de trayectorias con precios adecuados para realizar la inversión aumenta a partir de 2020.

## 6. Conclusiones

Utilizar la metodología convencional del VPN puede crear subestimaciones o sobreestimaciones de la valoración de los proyectos como en el desarrollado por la Operadora e invertir en aquellos que no generarán beneficios para la empresa. En el caso donde la Operadora pertenece al estado, cualquier valoración incorrecta de un proyecto de inversión y que no resulte rentable puede afectar fuertemente a las finanzas públicas, primero porque la inversión no sería recuperable y segundo porque no se lograrían recaudar los impuestos por el aprovechamiento de los hidrocarburos según el régimen contractual.

Aunque se realizó un análisis considerado los impuestos, es necesario profundizar en el tema, dado que se desconocen varios factores y parámetros que la CNH utilizó para determinar el monto que viene plasmado en el plan de desarrollo del campo. Este trabajo queda pendiente para futuras investigaciones y ver como al considerar la incertidumbre de los precios de los activos se puede mejorar la recaudación de impuestos y la valoración de los proyectos.

Al considerar el proceso estocástico del precio y realizar las estimaciones de las diferentes trayectorias que podría seguir el precio del activo se obtiene que desarrollar el campo considerando la alternativa 2 aporta más valor al proyecto que la alternativa 1. Además, si se toma en cuenta la incertidumbre del mercado y del yacimiento es posible obtener la distribución de los VPN's esperados y distinguir si el proyecto es rentable o no.

Las empresas podrían utilizar como alternativa al análisis convencional, el uso de modelos que consideren el proceso estocástico y que estimen diferentes trayectorias de los precios de los activos para obtener el VPN en cada una de éstas para obtener su distribución y considerar si dado el resultado es rentable desarrollar su proyecto.

Realizar el análisis de opciones reales en este tipo de proyectos mejoraría la valoración de éstos, ya que determina el valor óptimo del proyecto y como resultado evitaría realizar la inversión y el desarrollo de proyectos con pocas probabilidades de ser rentables. La aplicación de ROA depende fuertemente de especificar claramente los costos e ingresos asociados. Es por eso, que en el análisis realizado faltaría realizar una simulación conjunta donde se puedan considerar los precios del aceite y gas y de esa forma determinar con mayor precisión el valor del proyecto.

Para añadir mayor flexibilidad en el análisis del proyecto podrían incluirse las opciones de suspender operaciones cuando el precio del aceite o del gas disminuyan y una vez que aumenten reanudarlas. También se podría incluir la opción de abandono en caso de que los precios no se recuperen en un determinado lapso. Sin embargo, para realizar lo anterior es necesario contar con los costos asociados al mantenimiento de las instalaciones mientras no se está operando, así como de los costos de abandono. Sin embargo, por falta de información no se realizó para este proyecto por lo que sería el siguiente paso de la investigación.

También queda pendiente determinar cuál ha sido el efecto del aumento del precio del barril del aceite crudo WTI y del gas natural que se presentó a inicios de marzo de 2022 sobre la valoración del proyecto y establecer cuáles serían las opciones que generarían un mayor valor.

## 7. Bibliografía

- Arnold, Tom., Bertus, M., Godbey, J. (2008). A Simplified Approach to Understanding the Kalman Filter Technique. *The Engineering Economist*, 53:2, 140-155, DOI: 10.1080/00137910802058574
- Aspinall et al. (2022). NFCP: N-Factor Commodity Pricing Through Term Structure Estimation. Bond Business School. <https://CRAN.R-project.org/package=NFCP>
- Aspinall et al.(2022). Modeling, Forecasting and Simulating Commodity Prices through Term Structure Estimation using Kalman Filtering: The R Package ‘NFCP’. <https://cran.r-project.org/web/packages/NFCP/vignettes/NFCP.html>
- Aspinall et al.(2021). Valuing American and Real Options Through Least-Squares Monte Carlo Simulation. <https://cran.r-project.org/web/packages/LSMRealOptions/vignettes/LSMRealOptions.html>
- Aspinall et al.(2021). LSMRealOptions. Bond Business School.<https://CRAN.R-project.org/package=LSMRealOptions>
- Bailey, W. J., Weeds, H. (2003). Unlocking the Value of Real Options. *Oilfield Review*.
- Birge, J., Zhang, R. (1998). Risk neutral option pricing methods for adjusting constrained cash flows. University of Michigan.
- Boyle, P., Broadie, M., Glasserman, P. (1997). Monte Carlo methods for security pricing. *Journal of Economic Dynamics and Control*. 21. 1267-1321.
- Cámara de diputados del H. Congreso de la Unión. (2014). Ley de Ingresos sobre Hidrocarburos. Diario Oficial de la Federación. México
- Copeland, T., Antikarov, V. (2003). *Real Options a practitioner’s guide*. Cengage learning
- Copeland, T., Antikarov, V. (2005). Real Options: Meeting the Georgetown Challenge. *Journal of Applied Corporate Finance* Volume 17 Number 2
- Cortazar, Gravet, M., Urzua, J. (2008) The valuation of multidimensional American real options using the LSM simulation method. *Computers & Operations Research*. 35. 113 – 129.
- Cortazar, G. y Naranjo, L.(2006). An N-Factor Gaussian model of oil futures prices. *The Journal of futures markets*.

- Diario Oficial. (2018). Modificación al Anexo 1-A de la Resolución Miscelánea Fiscal para 2018. [https://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/ref/lih/LIH\\_cant03\\_24dic18.pdf](https://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/ref/lih/LIH_cant03_24dic18.pdf)
- Dias, M. A. G. (2002). Investment in Information in Petroleum, Real Options and Revelation. Working paper Petrobras and PUC-Rio.
- Dias, M. A. G., Rocha, K., Teixeira, J.P. (2004) The Optimal Investment Scale and Timing: A Real Option Approach to Oilfield Development. Working Paper, Petrobras-PUC-Rio.
- Dias, M. A. G. (2004). Valuation of exploration and production assets: an overview of real options models. *Journal of petroleum science and engineering*. 44
- Dixit, A., Pindyck, R. (1994). *Investment under uncertainty*. Princeton University Press
- Fedorov, et al. (2021). Real options approach for a staged field development with optional Wells. *Journal of petroleum science and engineering*. 205.
- Fernandes, B., Cunha, J., Ferreira, P. (2011). The use of real options approach in energy sector investments. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 15. 4491-4497.
- Frithjof, Vassbø. (2012). *A Stochastic Model for Correlated Commodity Prices*. University of Stavanger.
- Gamba, A. (2002). *Real Options Valuation: a Monte Carlo Simulation Approach*. Department of Financial Studies. University of Verona.
- Godwin, D. (2013). *chwartz-Smith Two-Factor Model in the Copper Market: before and after the New Market Dynamics*. School of Economics and Management. Lund University.
- Howell, et al. (2001). *Real options. Evaluate corporate investment opportunities in a dynamic world*. Financial Times Prentice Hall.
- Jafarizadeh, B., Bratvold, R. B. (2009). *Taking Real Options Into the Real World: Asset Valuation Through Option Simulation*. SPE Annual Technical Conference and Exhibition.
- Jafarizadeh, B., Bratvold, R. B. (2012). Two-Factor Oil-Price Model and Real Option Valuation: An Example of Oilfield Abandonment. *SPE Economics and Management*. 158-170.
- Jafarizadeh, B., Bratvold, R. B. (2015). Oil and gas exploration valuation and the value of waiting. *Engineering Economist*. 60. 245-262.
- Lucena Aiube, Fernando Antonio y Levy, Ariel. (2019). Recent movement of oil prices and future scenarios. *Nova Economia*. 29(1). 223-248.
- Longstaff, F.A., Schwartz E. (2001). *Valuing American Options by Simulation: A Simple*

Least-Squares Approach . Rev. Finance Stud.

- Lund, M. W. (1999). Real options in offshore oil field development projects. 3rd annual real options conference.
- Myers, S. (1977). Determinants of corporate borrowing. *Journal of Financial Economics*. 5(2). 147-175.
- Nadarajah, S. et al. (2017). Comparison of least squares Monte Carlo methods with applications to energy real options. *European Journal of Operational Research*. 256. 196-204.
- Pemex. (2019). Dictamen Técnico del Plan de Desarrollo para la Extracción Asignación A E-0006-6 M-Amoca-Yaxché-04 Campo Tetl.
- Pemex PMI. (2012). Fórmulas de los crudos mexicanos de exportación. <https://www.pmi.com.mx/Paginas/Precioscomerciales.aspx?IdSec=14&IdPag=55>
- Rindova, V. (2005). Social Measures of Firm Value. *Encyclopedia of Social Measurement*
- Sarkis, J. y Tamarkin, M. (2005) Real Options Analysis for “Green Trading”: The Case of Greenhouse Gases, *The Engineering Economist*, 50(3), 273-294
- Sauvageau, Mathieu . (2017). Modeling commodity prices for valuation and hedging of mining. McGill University. projects subjected to volatile markets
- Savolainen, J. (2016). Real options in metal mining project valuation: Review of literature. *Resources Policy*. 50. 49-65.
- Schwartz E. (2013). The real options approach to valuation: challenges and opportunities. *Latin American Journal of Economics*. 50 (2). 163-177
- Schwartz E., Smith, J.E. (2000). Short term variations and long term dynamics in commodity prices. *Management Science*. 46. 893-911
- Secomandi, Nicola. (2022). Quadratic hedging of risk neutral values. *Energy Economics*.
- Smit, H.T., & Trigeorgis, L. (2003). *Real Options: Examples and Principles of Valuation and Strategy*. Department of Finance. Erasmus University Rotterdam and NIAS
- Tham, Joseph. (2001). Risk-neutral Valuation: A Gentle Introduction. SSRN Electronic Journal.

## Apéndice

Para evaluar el desempeño del modelo STLT fuera del periodo 2016-2019, se utilizaron precios de los contratos futuros y spot del barril de aceite WTI y del gas natural Henry Hub que se observaron en 2020 y 2021. Las siguientes figuras muestran que la tendencia del precio de equilibrio es similar a la obtenida cuando se considera solo el periodo 2016-2019 y que se mantiene en una ventana de 33 USD/barril y 64 USD/barril.

Para el periodo 2016-2021, el factor de largo plazo tiene una volatilidad de 22 %, 2 % mayor a la volatilidad obtenida cuando se considera el periodo 2016-2019. La volatilidad de corto plazo es la que mayor cambio presenta, ya que pasa de 22 % en el periodo 2016-2019 a 35 % en el periodo 2016-2021.

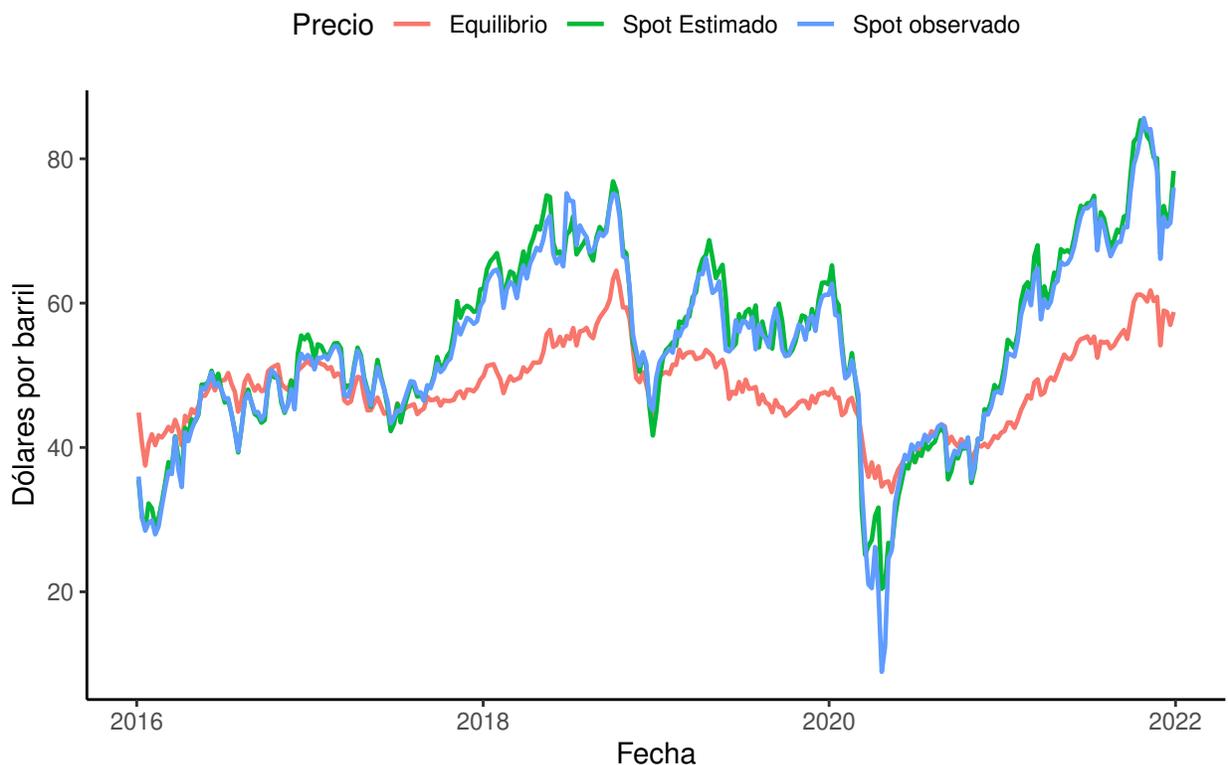


Figura 18: Precios spot y de equilibrio estimados del aceite crudo WTI

Tabla 12: Parámetros estimados del modelo STLT para precios históricos del crudo WTI. Periodo 2016-2021

	Parámetro	Estimación	Error estándar
$\mu_{\xi}$	Tasa de crecimiento de largo plazo del proceso GBM	-0.047564	0.089352
$\mu_{\xi}^*$	Tasa de crecimiento de largo plazo neutral al riesgo	-0.053	0.002667
$\lambda_{\chi}$	Prima de riesgo del factor de corto plazo	-0.065322	0.146116
$\kappa$	Tasa de reversión del factor de corto plazo	0.954225	0.022710
$\sigma_{\xi}$	Volatilidad instantánea del factor de largo plazo	0.220072	0.009159
$\sigma_{\chi}$	Volatilidad instantánea del factor de corto plazo	0.359271	0.016814
$\rho_{\chi\xi}$	Correlación instantánea entre los factores	0.396976	0.053339

En el caso del precio del gas natural, la tendencia del precio de equilibrio obtenida considerando los precios de los años 2020 y 2021 es similar al obtenido solo considerando el periodo 2016-2019.

El factor de largo plazo presenta una volatilidad del 19 %, mientras que la del corto plazo tienen una volatilidad de 47 %. Por lo que los estimadores obtenidos considerando el periodo 2016-2019 son comparables con los estimadores obtenidos utilizando precios históricos del periodo 2016-2021.

Tabla 13: Parámetros estimados del modelo STLT para precios históricos del gas natural. Periodo 2016-2021

	Parámetro	Estimación	Error estándar
$\mu_\xi$	Tasa de crecimiento de largo plazo del proceso GBM	-0.022539	0.081190
$\mu_\xi^*$	Tasa de crecimiento de largo plazo neutral al riesgo	-0.134288	0.011631
$\lambda_\chi$	Prima de riesgo del factor de corto plazo	-0.466965	0.195901
$\kappa$	Tasa de reversión del factor de corto plazo	1.966938	0.126682
$\sigma_\xi$	Volatilidad instantánea del factor de largo plazo	0.199865	0.013856
$\sigma_\chi$	Volatilidad instantánea del factor de corto plazo	0.476448	0.036035
$\rho_{\chi\xi}$	Correlación instantánea entre los factores	-0.144069	0.088086

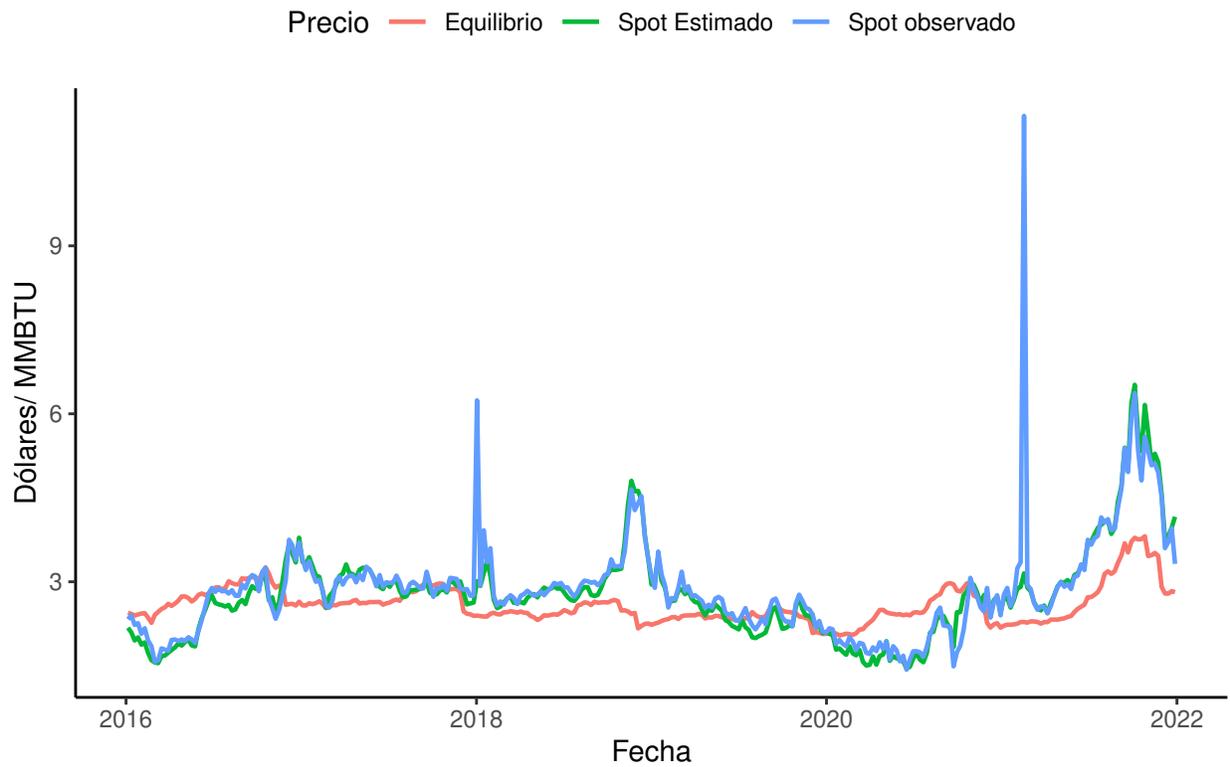


Figura 19: Precios spot y de equilibrio estimados del gas natural

Como ejercicios para mostrar la robustez del modelo se obtuvieron dos ventanas del periodo de estimación 2016-2019. La primera ventana (Figura 20 y Figura 21) considera el periodo 2017-2019 y la segunda ventana (Figura 22 y Figura 23) el periodo 2018-2019.

En ambas ventanas se observa el acoplamiento del precio spot estimado con el precio spot observado para el aceite y el gas.

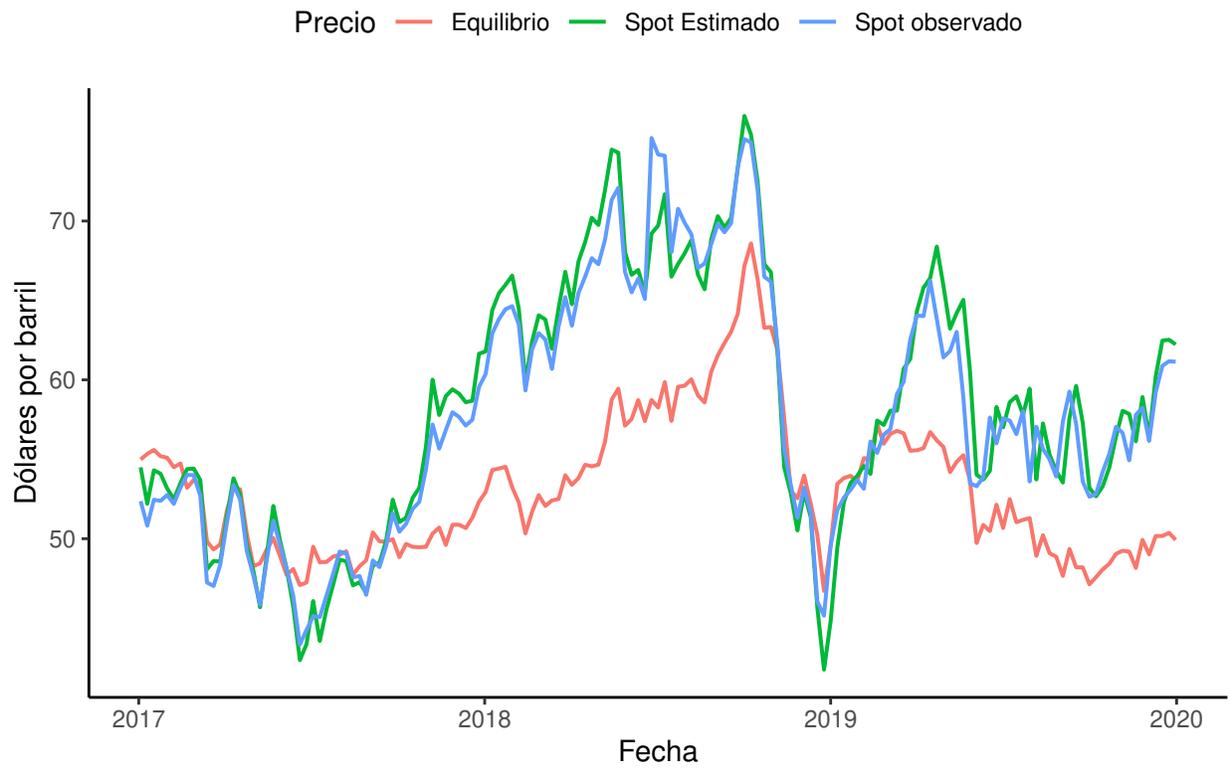


Figura 20: Precios spot y de equilibrio estimados del aceite crudo WTI. Periodo 2017-2019

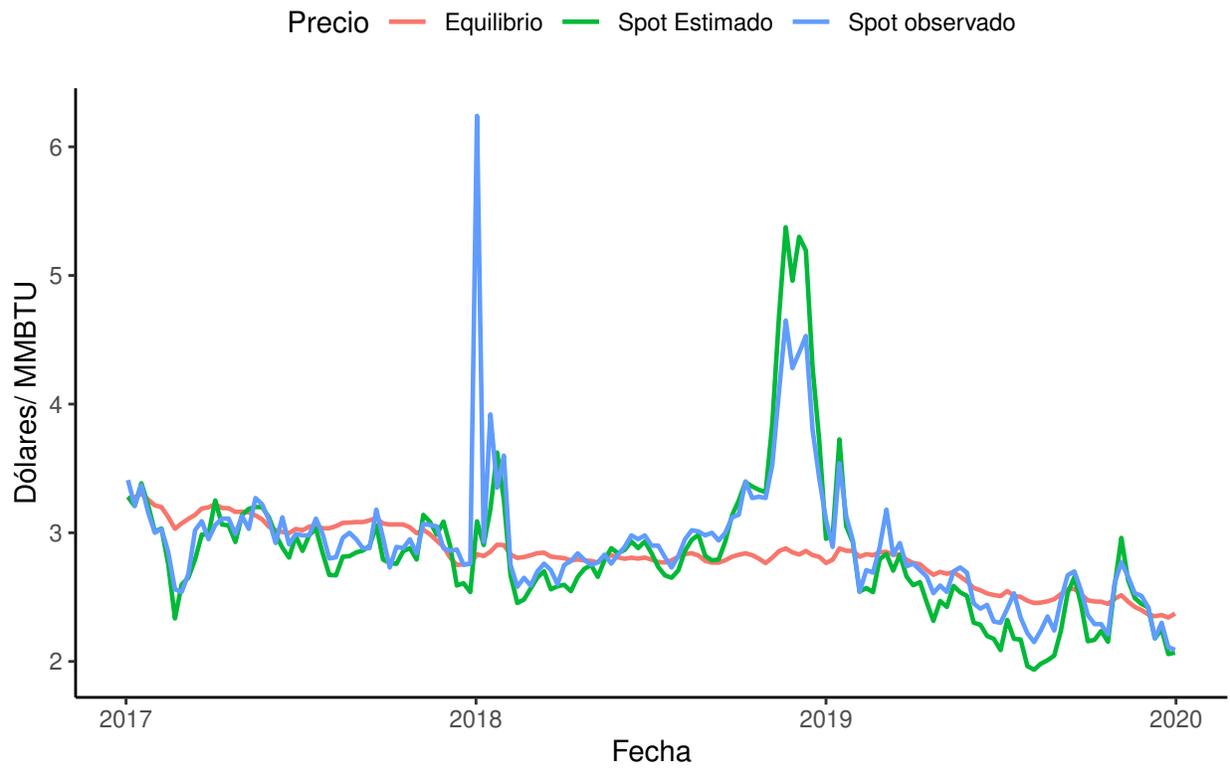


Figura 21: Precios spot y de equilibrio estimados del gas natural. Periodo 2017-2019

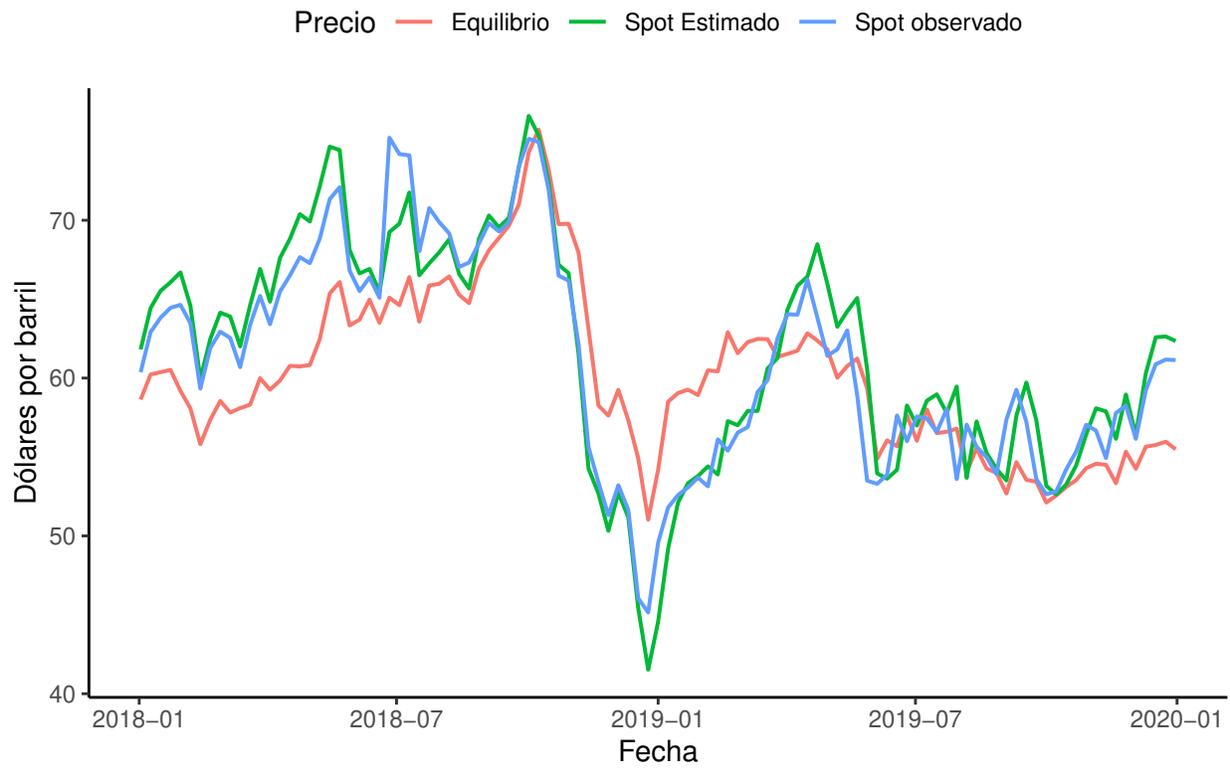


Figura 22: Precios spot y de equilibrio estimados del aceite crudo WTI. Periodo 2018-2019

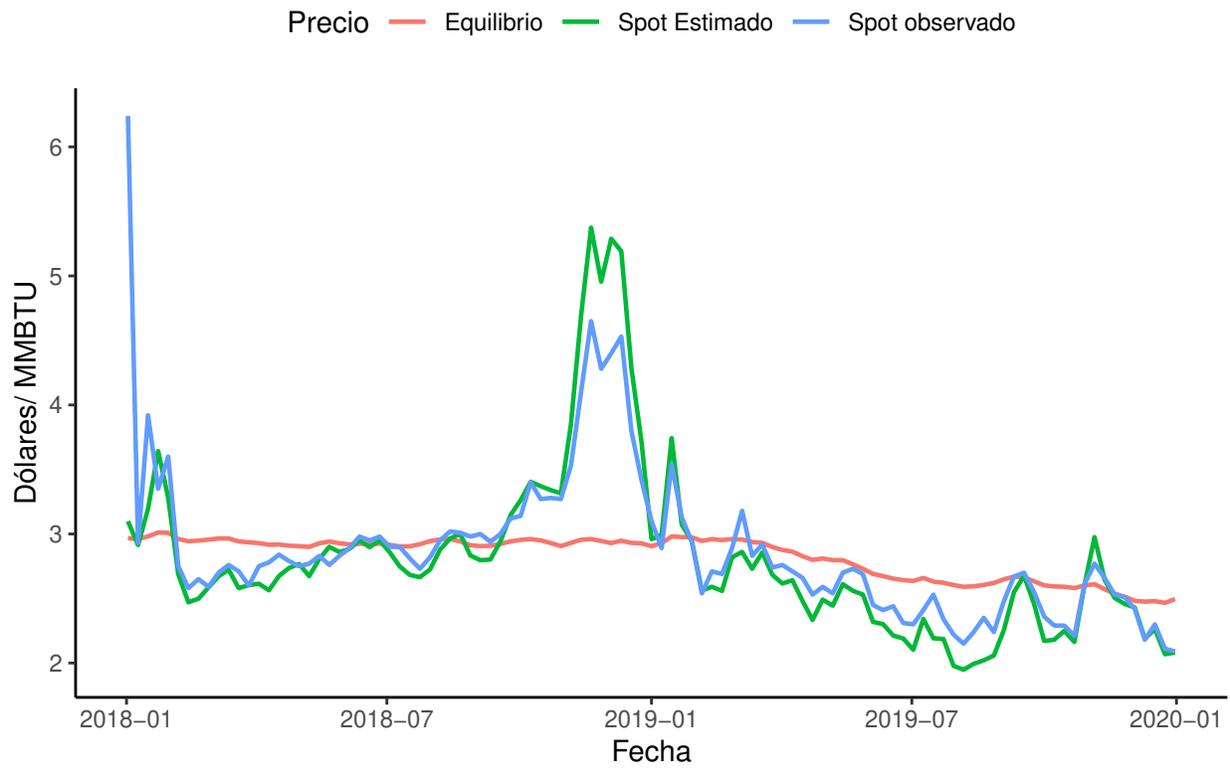


Figura 23: Precios spot y de equilibrio estimados del gas natural. Periodo 2018-2019