EL COLEGIO DE MÉXICO, A.C.

CENTRO DE ESTUDIOS DEMOGRÁFICOS Y DE DESARROLLO URBANO

UN MODELO DE OPTIMIZACIÓN. CONCEPCIÓN, DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN.

Tesis presentada por

MIGUEL OCHOA TORRES

Para optar por el grado de

MAESTRÍA EN ESTADÍSTICA

Director de Tesis

Dr. Tomás Garza Hernández

MÉXICO, D.F.
2004

Prólogo

En 1967 El Colegio de México inició, dentro de su Centro de Estudios Económicos y Demográficos, un Programa de Maestría en Estadística e Investigación de Operaciones. El autor del presente trabajo formó parte de la primera promoción de ese Programa. Cursó y aprobó todas las asignaturas según el plan de estudios de 1967 a 1969. Desafortunadamente, en el año de 1972 las autoridades de El Colegio decidieron suspender dicho Programa. Con ello se interrumpió el proceso natural para que los egresados pudieran completar todos los requisitos y obtener el grado.

En 1985, la Dirección Académica de El Colegio tomó la iniciativa de invitar a los egresados a entregar el trabajo de tesis requerido por el plan de estudios para concluir el proceso y obtener el grado. En respuesta a esa iniciativa institucional, nació la versión preliminar de este trabajo, que fue entregada en 1986. Por diversas razones —probablemente por falta de seguimiento por parte del suscrito— la expedición del grado y del título correspondiente quedaron en suspenso. El autor ha decidido actualizar este trabajo para satisfacer el requisito. Gracias al apoyo y la amplia experiencia académica del Dr. Tomás Garza Hernández, promotor y primer Director de la Maestría en Estadística de El Colegio, hemos incorporado métodos e instrumental disponibles en del bagaje actual de la Investigación de Operaciones. El Dr. Manuel Ordorica, profesor del CEDDU, contribuyó también, de manera significativa, a revisar críticamente este trabajo.

Agradecemos profundamente a las autoridades de El Colegio de México por contribuir —de manera tan valiosa— a nuestro perfeccionamiento académico. Dejamos constancia de nuestra gratitud a esos dos distinguidos profesores por su ayuda exigente, rigor analítico, crítica constructiva y apoyo decidido. A la Dra. Silvia E. Giorguli Saucedo, Coordinadora Académica de la Maestría en Demografía, por su diligencia y espíritu de servicio.

Sometemos el presente trabajo de investigación para dar por concluido el proceso y obtener el grado correspondiente.

Miguel Ochoa Torres.

Índice

Definición del problema y objetivo

La industria automotriz se ha desarrollado a un ritmo acelerado desde la década de los años setenta hasta principio de los ochenta. Ha generado empleos y valor económico agregado tanto para las plantas armadoras, como para sus redes de distribuidores.

Sin embargo, el proceso inflacionario de la década de los años ochenta propició una serie de tensiones en la cadena de valor de este mercado.

Adjuntamos la serie de tiempo que muestra, mes a mes, la producción y las ventas agregadas, excluyendo camiones, desde enero de 1976 hasta diciembre de 1985 por toda la industria automotriz.[1] En ese período, se fabricaron en México 2,630,791 automóviles, y se vendieron 1,833,277.

Producción mensual de automóviles en México. 1976-1985

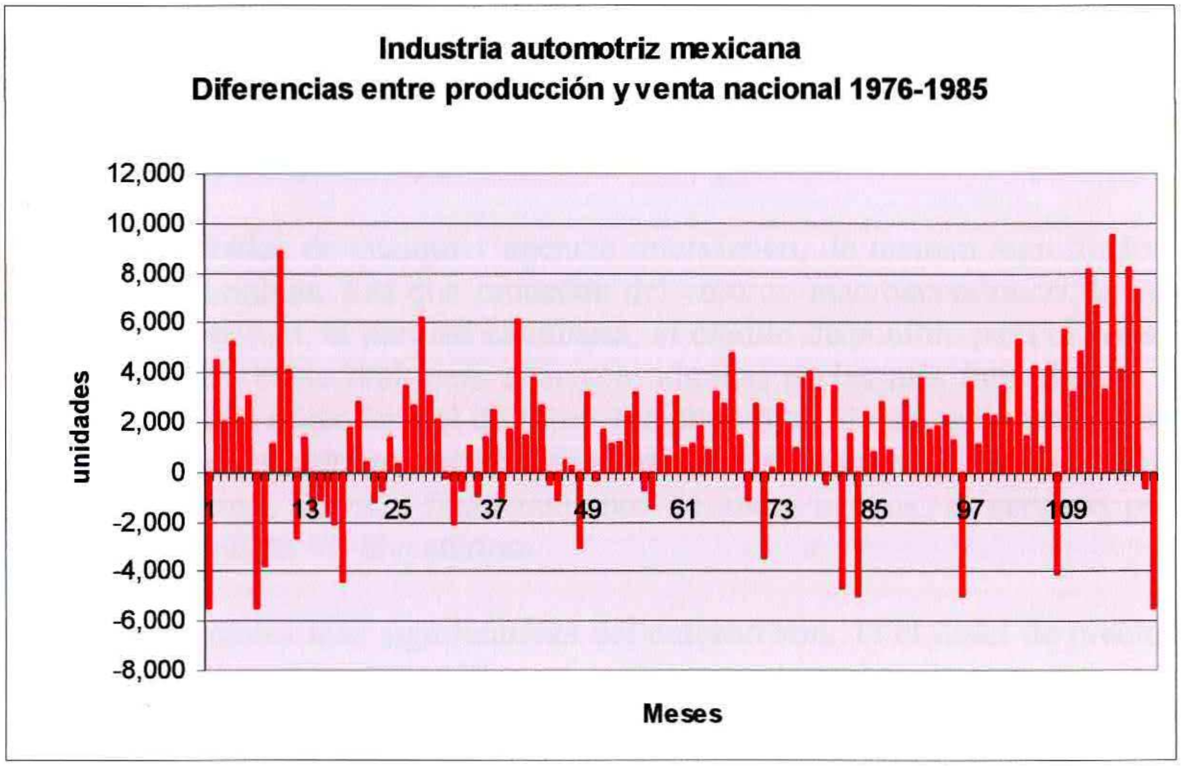
año	ene	feb	mar	Abr	may	jun	jul	Ago	sep	oct	nov	Dic
1976	21,045	19,942	21,738	21,475	18,853	21,075	15,204	14,818	11,404	19,294	17,483	10,218
1977	15,349	12,218	14,034	12,880	15,787	18,843	16,429	15,189	11,309	15,744	20,636	19,219
1978	19,380	21,618	19,046	24,659	23,590	21,586	16,086	16,089	13,994	23,249	21,510	21,712
1979	26,866	21,332	23,916	23,226	23,955	25,783	25,410	19,352	14,605	29,265	25,998	20,341
1980	28,524	22,248	26,017	20,919	23,835	29,506	31,384	22,594	16,908	26,150	27,130	27,841
1981	30,100	29,573	31,763	26,973	32,419	33,792	38,597	28,737	22,896	28,163	25,378	27,106
1982	31,885	26,207	34,850	30,831	30,652	29,196	18,059	26,587	16,276	21,232	19,793	15,011
1983	19,765	19,184	21,043	18,609	17,137	17,975	16,382	17,620	12,365	17,812	16,952	12,293
1984	18,575	17,711	18,902	16,210	22,652	22,575	22,688	21,256	20,693	20,838	24,153	18,451
1985	25,522	26,598	26,804	24,838	26,211	25,473	30,054	21,766	20,510	27,249	23,565	18,474

Venta mensual de automóviles en México. 1976-1985

año	ene	feb	mar	Abr	may	jun	jul	ago	sep	oct	nov	Dic
1976	26,544	15,473	19,743	16,231	16,724	18,006	20,724	18,635	10,294	10,446	13,419	12,888
1977	14,032	13,755	15,165	14,678	17,888	23,332	14,661	12,401	10,906	16,956	21,392	17,847
1978	19,087	18,168	16,434	18,498	20,567	19,509	16,338	18,212	14,756	22,189	22,492	20,337
1979	24,347	22,393	22,213	17,135	22,491	22,002	22,746	19,885	15,769	28,803	25,736	23,386
1980	25,280	22,573	24,362	19,783	22,674	27,078	28,149	23,320	18,352	23,124	26,529	24,817
1981	29,129	28,449	29,918	26,107	29,199	31,100	33,880	27,284	24,021	25,436	28,898	26,942
1982	29,193	24,283	33,901	27,073	26,654	25,794	18,580	23,098	20,994	19,716	24,837	12,638
1983	18,942	16,402	20,175	18,613	14,282	15,994	12,602	15,944	10,551	15,544	15,661	17,342
1984	14,947	16,562	16,542	13,980	19,227	20,436	17,346	19,845	16,438	19,829	19,899	22,599
1985	19,809	23,368	22,021	16,749	19,508	22,188	20,517	17,670	12,291	19,905	24,193	23,968

[1] Ver Boletín número 241 de la Asociación Mexicana de la Industria Automotriz, A. C., enero de 1986.

A partir de esos datos, elaboramos la siguiente gráfica. En ella aparecen las diferencias mensuales entre lo producido y lo vendido. Se puede observar cómo, a partir de 1982, esa industria ha experimentado una baja en el volumen de ventas y, en consecuencia, ha tenido que hacer frente a un inventario consistentemente excesivo respecto de la demanda normal.



Como resultado de esta realidad del mercado, se produjo una seria contracción que ha generado el despido de varios miles de obreros de la mayoría de las plantas y la liquidación o venta de algunas agencias distribuidoras. Baste recordar que, en 1986, la planta Renault dejó de operar en México, y sus agencias distribuidoras tuvieron que cerrar, o cambiar de marca.

Durante 1983, en una de las plantas más importantes de México conservaron su empleo sólo cinco mil de los diez mil empleados totales que había en ella un año antes. Y muchos de los dueños de agencias de esa misma marca se han planteado la posibilidad de venderlas.

Por esas razones, entre la planta y las agencias se produjo un arduo proceso de negociación. Las plantas quieren ejercer su poder de negociación por el interés que tienen en desplazar todas las unidades que han producido y que pretenden que el mercado adquiera a través de su red de distribuidores. Por el contrario, las agencias perciben la imperiosa necesidad de protegerse contra el riesgo de estar sobre inventariadas a un costo financiero que en dos meses y medio erosiona totalmente su margen de utilidad y las hace incurrir en pérdidas. Peor aún, si por la presión de alcanzar los objetivos de venta exigidos por las plantas concediesen descuentos elevados, ese período de dos meses y medio se reduciría todavía más.

Como primera etapa en el proceso de análisis, empezaremos por hacer un breve resumen conceptual del problema desde el punto de vista de la agencia.

En los resultados de cualquier agencia intervienen, de manera significativa, dos tipos de variables. Las que proceden del entorno macroeconómico: la tasa de inflación mensual, la paridad cambiaria, el crédito disponible para el consumo, así como su costo real, para citar sólo algunas de las más importantes. Y aquellas otras que proceden del dintorno económico en el que se desenvuelven: sus medidas internas de productividad, su eficiencia operativa, sus procesos de aprovisionamiento, venta y financiamiento de autos nuevos, el servicio post venta y el manejo de sus inventarios.

Las tres variables más significativas del entorno son: 1) el nivel de precios, 2) el monto del crédito disponible, así como su costo real y, 3) el beneficio, o escudo fiscal para quien compra un auto. El nivel de precios, no obstante ser una variable muy importante, se puede volver poco significativa —en comparación con las otras dos— en caso, por ejemplo, de haber crédito abundante y barato, es decir, proporcionado a la inflación. Esto es especialmente cierto en el marco de los autos caros y altamente diferenciados que no sólo representan una capacidad de transporte, sino un estatus social. En éstos, el impacto en los aumentos de precio es inferior, comparativamente, con aquellos otros, más austeros, y que sirven para atender tareas más específicas de transporte.

En cualquiera de estos casos, utilizando la metodología denominada *stepwise regression*, hemos encontrado que, para explicar el comportamiento de las ventas, el crédito es un factor de mayor relieve que el precio mismo[2], sobre todo si

---

[2] Esto ocurre también en otros sectores. ***El Puerto de Liverpool*** afirma: 'El factor clave sigue siendo el crédito. Al cierre del 2002 nuestro portafolio de crédito fue de seis mil setecientos millones de pesos, 22% superior al del año 2001. Ver Reporte de esta empresa a sus accionistas del año 2002.

se consideran aisladamente. La paridad cambiaria es una variable importante dado que ésta es una industria significativamente sensible a este respecto. La parte fiscal es también importante. En 1984, el año en que más se ha abatido el mercado automotriz en los últimos veinte años, las autoridades correspondientes, como apoyo a esa industria —que representa del orden del 6% del PIB mexicano— concedieron la tasa de depreciación anual más elevada de ese mismo período: el 75%. Sin esa ayuda, muy probablemente se habría presentado una caída, expresada en número de unidades vendidas, significativamente mayor a la observada.

Sobre las variables macroeconómicas del entorno la agencia no tiene intervención directa. En cambio, sobre las primeras variables —las que provienen del dintorno— la agencia sí puede, y debe, ejercer un control estricto para buscar una eficiencia operativa que es fundamental para su propia supervivencia.

Los responsables de estas decisiones temen que, independientemente del activismo que desarrollan, y no obstante su *apariencia* financiera sana, puedan estar incurriendo en una especie de espejismo pasajero que les induzca finalmente, debido a su incompetencia para enfrentarse a estas realidades, a suponer que están generando valor mientras que, de hecho, pueden estar perdiéndolo a costa de su capital social. Cierta o no esta afirmación, justificable o no ese miedo, el hecho inobjetable es que hay muchos que lo piensan de verdad.

Sería una pena incurrir en cualquiera de los dos posibles errores —tipo uno y tipo dos— de los que habla la inferencia estadística cuando se plantea una prueba de hipótesis: rechazar una hipótesis cierta, o aceptar una falsa. En el contexto planteado, eso equivaldría a liquidar equivocadamente la agencia al suponer que es un mal negocio, generando con ello un costo de oportunidad, personal y social, por el desempleo que esto podría propiciar o, por el contrario, no saber cerrarla a tiempo y acabar descapitalizándose a pasos agigantados. En este contexto, ambos, planta y red de distribuidores, tienen que hacer un esfuerzo permanente y cuidadoso por ser más eficientes en su operación. En este contexto, desarrollar e implementar un modelo de optimización financiera reviste especial importancia.

A la luz de esta realidad, las agencias automotrices han visto la imperiosa necesidad de buscar el modo de ser más eficientes. En este trabajo de investigación, de naturaleza académica, propondremos algunos métodos y modelos de Investigación de Operaciones y Estadística que ofrezcan una solución potencial a los responsables del manejo de una agencia automotriz de tal manera que puedan optimizar sus resultados. Tal modelo debe ser completo, ágil, versátil y de fácil comprensión y comunicación.

En este trabajo decidimos concentrarnos en la micro economía de una agencia. Propondremos modelos de optimización que incidan en aquellos aspectos en los que sí puede ejercer control para lograr la eficiencia financiera interna. Por ejemplo, el manejo de sus inventarios. Propondremos un modelo de optimización que ayude al responsable de la decisión a asignar, de la mejor manera posible, sus recursos financieros a la luz 1) de las restricciones crediticias del momento y 2) al hecho de estar acostumbrados —quizá mal acostumbrados— a vivir en un entorno menos agresivo y 3) a las circunstancias peculiares de esta industria.

Algunos académicos, como F. M. Scherer, han hecho investigación enfocándola desde el punto de vista macro económico de la realidad norteamericana.[3] Otros han hecho un análisis estratégico.[4] Nuestro objetivo es sólo micro económico. Buscaremos la optimización de dos cuentas de su balance: *inventarios* de autos nuevos y las repercusiones que tal cuenta tenga en el *flujo de efectivo*. El saldo de la cuenta de inventarios depende, a su vez, de la oportunidad en las adquisiciones y las ventas. Es en este terreno donde la agencia distribuidora recibe de la planta las principales presiones. Y donde debe estar mejor preparado para negociar con ésta.

Desarrollar instrumental analítico para que los responsables puedan fundamentar sus decisiones es la razón de ser de este trabajo.

Metodología

La programación matemática es un método que se ha empleado con éxito en el análisis de proyectos de inversión. *Martin Weingartner* ha escrito una obra clásica que ha generado una gran cantidad de documentos en esa misma línea de pensamiento.[5] En su trabajo, este académico propone modelos concretos para analizar y jerarquizar proyectos de inversión mediante Programación Lineal. Recomienda utilizarlos especialmente en aquellas ocasiones en las que, por la naturaleza misma de los proyectos, éstos se pueden tomar o dejar de manera

---

[3] Ver Scherer, F. M., ***Industrial Market Structure and Economic Performance, Rand Mc. Nally Publishing Co.,*** 1980.
[4] Ver Hamel, Gary, Pahalad, C. K., ***Competing for the future***. Harvard Business School Press, 1994.
[5] Ver Weingartner, Martin, ***Mathematical Programming and the Analysis of Capital Budgeting Problems***, Prentice Hall, 1974.

fraccionada. Es decir, el resultado de las variables de decisión es un número real cualquiera. Por ejemplo, en el caso de un portafolio de inversión en acciones, tiene sentido práctico que el usuario delegue en el modelo la elección óptima, sin restringirlas para que asuman sólo valores en enteros.

Pero también propone el uso de la Programación en Enteros para aquellos casos en los cuales los proyectos han de seleccionarse o no, pero sólo de manera integral.[6] Ése sería el caso, por ejemplo, si se tratara de invertir en una planta industrial que no puede realizarse de manera fraccionaria. Simplemente se hace, o se deja de hacer, pero de manera integral. Eso no significa que el desembolso tenga que hacerse en un solo instante. Significa que el proyecto se toma o se deja. En este segundo tipo de casos habría que plantear el modelo incorporándole restricciones adicionales para que las variables de decisión puedan asumir, exclusivamente, soluciones en enteros.[7] Y ése sería precisamente el caso en una distribuidora ya que no es factible adquirir fracciones de automóvil. Hay restricciones —que en la jerga de ese medio, se conocen con el nombre de *paquetes*— mediante las cuales la planta obliga al distribuidor, por ejemplo, condicionándole de tal forma que la venta de cinco unidades del modelo A, que tiene gran demanda, esté supeditada a que, simultáneamente, adquiera al menos otro modelo B, cuya demanda es inferior.

Las finanzas básicas de corto plazo en una empresa se pueden expresar en flujos de efectivo. Por ello, es conveniente expresar el problema en esos términos. Concretamente, es factible modelar un período, anual por ejemplo, de operación de la distribuidora, considerándolo como un proyecto de inversión. Para conseguirlo, es preciso establecer, período por período, las relaciones que ligan los costos de adquisición y los precios de venta para cada uno de los tipos de unidades a vender; con el número de unidades a comprar, y con la expectativa de ventas. Se pueden incorporar incluso restricciones para condicionar la solución a enteros, así como las restricciones necesarias para incluir los paquetes. Y, si fuera necesario, el número de períodos se puede ampliar para ajustarlo a las circunstancias particulares.[8]

---

[6] González Zubieta, Rómulo, ***On some aspects of Integer Linear Programming, Tesis para obtener el grado de doctor en Investigación de Operaciones***, MIT, Cambridge, Mass, 1965.
[7] Ochoa Rosso, Felipe, ***Applications of Discrete Optimization Techniques to Capital Investment and Network Synthesis Problems***. Research Report, MIT, Cambridge, Mass., 1968.
[8] A este respecto, la única limitación es la capacidad de la computadora a utilizar.

El algoritmo para resolver un problema de programación matemática es algo sumamente conocido y difundido. [9]

Hay una enorme variedad de paquetes de cómputo que utilizan el método *Simplex* o variaciones del mismo, para atender el caso de la Programación en Enteros. En este trabajo utilizaremos ***LINDO***.

Diseño de un modelo 'a escala'

Para plantear un modelo que refleje a través de la programación matemática las necesidades expresadas, hemos descrito, en términos de desigualdades, el proceso de adquisición y venta de la agencia distribuidora. Deliberadamente hemos querido plantear, a modo de ejemplo, una versión preliminar simplificada del modelo porque estamos convencidos de que el modelo 'real' no sería sino una versión más voluminosa del que ahora presentamos. Empezar por un modelo simple mejora notablemente la comprensión del problema y las posibilidades de su implantación posterior. Una vez construido, mostraremos una síntesis de los resultados. Sugeriremos también el modo concreto como se puede mejorar e implementar exitosamente este modelo abreviado.

El punto de partida es el inventario inicial de vehículos. A partir de este punto supondremos un plan de adquisiciones para los próximos tres meses con el cual la empresa planea atender su propio pronóstico de ventas. Supondremos también que el distribuidor preferiría minimizar el riesgo de inventariarse en exceso que el no vender ya que, en el mercado de vendedores que se observa en el mercado mexicano de 1985, es menos probable conseguir un cliente que una unidad de la planta.

Para empezar, y sabiendo perfectamente que en el modelo perfeccionado sería preferible utilizar la Programación Entera Mixta, iniciaremos el planteamiento utilizando solamente la Programación Lineal convencional. Consideramos que las variables continuas nos llevan a una primera aproximación suficientemente buena.

A continuación, describiremos el modelo, variable por variable, y restricción por restricción. Para hacerlo más fácilmente manejable, vamos a suponer que la agencia sólo vende dos tipos de vehículos: **A**utomóviles, y **C**amiones. Esto no

---

[9] Shapiro, Roy. ***Optimization methods for planning and allocation. Text and cases in Mathematical Programming***. John Wiley & Sons, 1984.

significa ninguna pérdida de generalidad ya que, una vez diseñado, se podrán incorporar en él tantas variables como la realidad pudiera exigir. Los algoritmos de cómputo disponibles son abundantes, robustos y eficientes.

En cuanto al horizonte de planeación, consideraremos un período trimestral. De nuevo, una vez diseñada la estructura, ese horizonte se podrá ampliar a tantos meses como hiciera falta. Aun en el caso de que la computadora tuviera limitaciones de memoria, se podrían concatenar modelos de manera sucesiva.

Como ya hemos señalado, las variables fundamentales del modelo son cuatro: ***Caja***, ***Compras***, ***Inventario*** y ***Ventas***.

Para marcar claramente la dinámica de la Caja definiremos, utilizando cuatro variables, el saldo en caja en cada uno de los tres meses a considerar incluyendo el saldo inicial: C_0, C_1, C_2 y C_3. Para identificar al ***I***nventario ***I***nicial de cada uno de los dos modelos utilizaremos las variables I_{A0} e I_{C0}.

Por lo que se refiere a las ***C***ompras y a las ***V***entas de cada uno de los dos tipos de vehículos en cada uno de los tres trimestres utilizaremos las siguientes variables cuyo significado mnemotécnico es fácilmente interpretable:

C_{A1} : compras del modelo A en el mes 1
C_{C1} : compras del modelo C en el mes 1
V_{A1} : ventas del modelo A en el mes 1
V_{C2} : ventas del modelo C en el mes 2
I_{A1} : inventario del modelo A al principio del mes 1
I_{C1} : inventario del modelo C al principio del mes 1
C_{A2} : ...
C_{C2} :
V_{A2} :
V_{C2} :
I_{A2} :
I_{C2} : ... etcétera

A continuación, estructuraremos la función objetivo y las restricciones agrupándolas por bloques homogéneos. Un primer grupo de restricciones son aquellas que se refieren a la dinámica de los ***I***nventarios e, implícitamente, a las ***C***ompras y a las ***V***entas. Genéricamente, y para un tipo cualquiera de vehículo, esta relación podría expresarse de la siguiente manera:

***I**nventario inicial + **C**ompras = **V**entas + **I**nventario final*

O, más brevemente:

$$V_{A1} + I_{A1} - I_{A0} - C_{A1} = 0$$

De manera semejante, se puede estructurar el primer grupo de restricciones a las que llamaremos, genéricamente, de existencias. Las primeras seis desigualdades que presentamos en formato de computadora recogen este primer grupo de restricciones.

Otra restricción muy simple, aunque fundamental, se refiere a la disponibilidad en caja al momento cero. Esto es, C_0. Esta restricción expresa, en pesos o en miles, el efectivo disponible al iniciar operaciones.

$$C_0 = 20$$

A continuación estructuraremos otro grupo de restricciones a las que podríamos denominar de capacidad de compra. Estas restricciones tienen por objeto relacionar la disponibilidad de efectivo en caja con la mezcla de ambos productos que se pueden adquirir de la planta. En el ejemplo numérico supondremos que el vehículo ***A*** cuesta 2.7 en millones de pesos. El ***C***, 4 millones.

Utilizando estos elementos, podremos expresar este género de relaciones diciendo que las compras totales, de un vehículo cualquiera, tienen necesariamente que ser inferiores a la disponibilidad financiera en caja. Simbólicamente:

$$- C_0 + 2.7\ C_{A1} + 4\ C_{C1} <= 0$$

Si suponemos que los precios se mantienen constantes el mes siguiente, la restricción se puede expresar de la siguiente manera:

$$- C_1 + 2.7\ C_{A2} + 4\ C_{C2} <= 0$$

Para ilustrar la realidad del actual proceso inflacionario, supongamos que el siguiente mes los precios de los vehículos ***A*** y ***C*** aumentaran respectivamente a 2.9 y 4.2 millones de pesos. En consecuencia, la restricción del mes siguiente tendría esta forma:

$$- C_2 + 2.9\ C_{A3} + 4.2\ C_{C3} <= 0$$

De este modo se genera otro grupo de restricciones que vinculan el efectivo disponible con las adquisiciones. En la tabla sintética que aparece al final de este apartado mostraremos todas las restricciones señaladas.

Otro género de restricciones sirve para indicar al modelo las existencias iniciales expresadas en términos de número de unidades de cada uno de los vehículos considerados. Simbólicamente:

$$I_{A0} = 5$$

$$I_{C0} = 7$$

A continuación estructuraremos un grupo importante de relaciones con el que se busca reflejar los movimientos y las interacciones en el flujo de efectivo como consecuencia del proceso de compra de unidades. Hay dos opciones en las que se puede aplicar el efectivo disponible. Cada una de éstas ofrece rendimientos diferentes. Una, es la compra de unidades. La otra, es dejar el efectivo en la caja para mejorar la liquidez. La compra de unidades ofrece como atractivo el diferencial entre el precio de venta y el costo de adquisición. Ese atractivo compite con el que ofrece la liquidez y que está manifestado por el rendimiento financiero del dinero si éste permanece en caja. Si el rendimiento financiero fuera más importante que el margen bruto, esto restaría importancia relativa a la opción de compra-venta. Esto equivale a una 'transacción potencial en competencia'.

Para ilustrar numéricamente este proceso, supondremos que cada peso en caja genera un rendimiento del seis por ciento mensual efectivo. Ese remanente en caja se puede expresar relacionando la caja inicial y lo asignado para las compras de vehículos del primer mes. Simbólicamente se expresa de la siguiente manera:

$$(C_0 - 2.7\ C_{A1} - 4.0\ C_{C1})$$

Sobre esta cantidad se habría de calcular el rendimiento financiero que, al término de un mes, y al seis por ciento mensual efectivo, es igual a:

$$(C_0 - 2.7\ C_{A1} - 4.0\ C_{C1})\ (1.06)$$

En consecuencia, el siguiente mes, el uno, habría un saldo que tendría que ser igual a los ingresos por venta más los ingresos por productos financieros. Simbólicamente:

$$C_1 - 3.2\, V_{A1} - 4.8\, C_1 - [(1.06)\,(C_2 - 2.7C_{A1} - 4.0C_{C1})] = 0$$

De esta manera se gestan las tres restricciones a las que llamaremos ***Flujo***$_1$, ***Flujo***$_2$ y ***Flujo***$_3$.

Para facilitar la interpretación de los resultados es necesario hacer una aclaración. Supondremos que en el tercer mes aumentan los costos de adquisición, respectivamente, a 3.1 y 4.3 millones de pesos. A su vez, supondremos que los precios respectivos han aumentado a 3.4 y 4.9 millones.

Para terminar, debemos integrar un grupo de restricciones que expresen la demanda por tipo de vehículo y por mes. Ilustraremos genéricamente sólo dos de ellas.

$$V_{A1} = 20$$

$$V_{C2} = 20$$

Vale la pena destacar la conveniencia de hacer un análisis mucho más fundamentado estadísticamente. No obstante, en esta primera etapa en el diseño del modelo, utilizaremos estas dos restricciones para hacer un primer boceto del mismo. En una segunda etapa propondremos utilizar la probabilidad subjetiva como una manera eficiente para atender esta necesidad.

Una vez agrupadas las restricciones por el concepto que las hace homogéneas entre sí, resta solamente decir que el objetivo a maximizar es el saldo en caja al final del tercer período. Simbólicamente:

$$Z_{máx} = C_3$$

En síntesis, disponemos ya de una serie de restricciones por grupos homogéneos de actividad y una función objetivo. Todo ello configura el programa lineal abreviado cuyo planteamiento integral adjuntamos en el Apéndice acompañado de su correspondiente solución óptima y su análisis de sensibilidad.

Solución, interpretación y recomendaciones

Planteado y resuelto [10] el primer programa lineal, restan tres tareas importantes: 1) interpretar los resultados; 2) hacer las sugerencias concretas de cómo perfeccionar el planteamiento y, 3) implantarlo.

1) Interpretación de los resultados. El impreso de la computadora muestra cuatro apartados. El primero presenta el resultado numérico de cada una de las variables de decisión en la solución óptima del problema. Comentaremos sólo algunas. Por ejemplo, la evolución de la caja durante el período en estudio queda de manifiesto en los valores: $C_0 = 20$, que fue el punto de partida. Es decir, partimos de suponer una disponibilidad de veinte millones de pesos en efectivo como saldo inicial en caja. $C_1 = 162.0$, $C_2 = 304.00$ y $C_3 = 446.0$, que es el valor óptimo de la función objetivo. En otras palabras, al final del proceso trimestral de compra-venta de vehículos automotores, el saldo en caja es igual a 446 millones de pesos.

Las variables I_{A0} e I_{C0} tienen una interpretación análoga puesto que, de nuevo, se trata de datos proporcionados al Programa. Los siguientes resultados sí proceden de la solución óptima generada por el programa lineal. Indica que lo mejor es comprar dieciocho unidades del modelo ***A*** y veinte del modelo ***C*** en el primer mes. Con éstas, en adición al inventario inicial, el modelo sugiere vender, durante el primer mes, veinte unidades modelo ***A*** y veinte del ***C***. Esas compras satisfacen el pronóstico de demanda establecido, como un supuesto de trabajo, en las restricciones.

En el apartado de las variables duales, lo más significativo aparece en las restricciones de demanda. Informan al responsable de las decisiones que no vender una unidad adicional tanto de autos, como de camiones, representa un costo de oportunidad del ingreso de venta correspondiente.

Con esta información a mano, el responsable del manejo de la agencia puede negociar más eficientemente con la planta sabiendo cómo y cuándo comprar.

2) Perfeccionar el modelo. Para dar más realismo a la solución, convendría incorporar más períodos, todos y cada uno de los modelos que se fabrican y comercializan, así como sus posibles colores y atributos que los distinguen tales como dos y cuatro puertas, *Station Wagon*, etc. Esta incorporación no cambia

---

[10] En el Apéndice presentamos el modelo, la solución óptima y el análisis de sensibilidad.

significativamente los conceptos expresados ni tampoco la interpretación de los resultados. Significa, simplemente, un cambio en las dimensiones y, quizá, en la laboriosidad computacional al tener que resolver un modelo de Programación matemática cuyas matrices habrán de tener mayores dimensiones.

Una de las restricciones más sensibles a cualquier tipo de movimiento es la que se refiere a la demanda de automóviles. De hecho, si se cambia ésta, aunque sea en cantidades pequeñas, se modificaría consistentemente el resultado de la función objetivo.

Otra posibilidad para perfeccionar el modelo sería la de agregar variables que den al responsable de tomar las decisiones algunas otras opciones que por brevedad no hemos incluido. Por ejemplo, no necesariamente ha de circunscribirse a vender utilizando fondos propios. Se podría añadir la opción de apoyarse en créditos bancarios y, por supuesto, también de concederlos a los clientes. Esto no tendría otra dificultad que la de añadir variables y restricciones al modelo de optimización. Por ejemplo, la variable $Cred_1$ para recoger en ella la cantidad de efectivo a solicitar el primer mes de operaciones. Adicionalmente, habría que incorporar tantas de éstas como períodos tuviese el modelo: $Cred_2$ ...

Otra posible limitación importante de este modelo es la de suponer un 'mercado perfecto'. Es decir, suponer que en cada ocasión que el modelo indique la conveniencia 'óptima' de comprar un vehículo, bastará con llamar a la planta para conseguirlo. Esto no es así de fácil. Podría ocurrir que la agencia necesite atender a un cliente con una necesidad específica que la planta no esté en posibilidad de surtir de inmediato por compromisos previamente contraídos.

A la luz de nuestra experiencia real, la dificultad más seria en la implementación de este modelo reside en la escasa capacidad de asimilación del usuario, o en su resistencia al cambio. Paradójicamente, ha sido ésta la principal barrera a superar en el uso del instrumental planteado en este trabajo. Hay pocas distribuidoras de vehículos automotores que tengan las capacidades organizacionales y la determinación requeridas para participar en el diseño, actualización y mantenimiento periódico de un modelo de programación matemática del tamaño que éste supondría en la realidad. En la vida real, la mayoría de los que hemos tratado se resiste a aceptar el reto. Probablemente no hemos sido capaces de comunicar, con la elocuencia que hace falta, las ventajas respecto de las exigencias. Paradójico, pero cierto. La dificultad preponderante no es para el técnico que diseña el modelo. Ésas se pueden resolver con relativa facilidad. La dificultad en la implantación de esta metodología tiene mucho más relación con los antecedentes académicos y con las capacidades personales y organizacionales de la agencia en la que trabaja. Y ésas son realidades que el técnico habrá de cuidar con esmero, si de verdad quiere implantar con éxito estas herramientas.

Como ya señalamos, una opción adicional sería la de utilizar la Programación Entera Mixta para imponer la restricción de que las variables que se refieren al número óptimo de vehículos puedan tomar sólo valores enteros no negativos. A la luz de los medios computacionales disponibles, esta opción es muy factible. Hay diversas herramientas eficientes que, a un costo asequible, permiten resolver el problema señalado.[11] Entre éstas podemos citar cuatro: ***LINDO***, ***Management Scientist***, ***Solver*** de ***Excel*** y ***What's best***. Cualquiera de éstas ofrece como opción la Programación Entera Mixta. Si utilizamos el ***LINDO***, después de la instrucción ***END*** basta con añadir otra —***GIN***— acompañada del nombre de las variables cuya solución está restringida de esa manera. Sin embargo, en la realidad hemos encontrado que la Programación Lineal es mejor opción porque ofrece más riqueza de posibilidades en el análisis de sensibilidad, concretamente en caso de las variables duales y los costos reducidos.[12] Las variables duales, que matemáticamente son la derivada parcial de la función objetivo respecto de cada una de las restricciones, permiten conocer de manera explícita el valor marginal unitario del recurso correspondiente.

$$\partial Z / \partial b_i$$

En la práctica, por ejemplo, esa información ofrece al responsable de la decisión los elementos para asignar eficientemente sus recursos escasos —como vendedores y publicidad— con objeto de estimular la venta de algún tipo de vehículo.

Podemos afirmar, con hechos, que las empresas que han implantado estas herramientas de análisis han observado resultados espectaculares.

---

[11] Ver Calloway, R., Cummins, M., and Freeland, J., ***Solving Spreadsheet-Based Integer Programming Models: An Example from International Telecommunications***, Decision Sciences 21, 1990: 808-824.

[12] "LINDO can be used to solve pure or mixed IPs. In addition to the optimal solution, the LINDO output for an IP gives shadow prices and reduced costs. Unfortunately, these refer to sub problems generated during the branch and bound solution, not to the IP. Unlike linear programming, there is no well-developed theory of sensitivity analysis for integer programming". Ver ***Introduction to Mathematical Programming, Applications and Algorithms***, Wayne L. Winston, Indiana University, Wadsworth Publishing Co., 1995, página 500.

Cómo estimar la demanda

Hay ocasiones en las que una persona tiene que estimar el comportamiento futuro de la demanda de un producto o servicio como ingrediente central para decidir respecto al aprovisionamiento y la producción de ese bien. Una *distribución acumulada de probabilidad* es un instrumento eficiente para realizar esta tarea.

Por ejemplo, si una casa editorial publica un libro, tiene que decidir el número de ejemplares que va a reproducir. La estimación de la demanda resulta crucial porque, si se subestima, la empresa incurrirá en un costo de oportunidad por dejar una demanda insatisfecha al menos por el tiempo que requiera una nueva corrida de producción. Esto podría significar un costo importante por mal servicio a sus clientes y por falta de agilidad para atenderlos bien. Por el contrario, si se sobrestima, incurrirá en un costo financiero por tener almacenados improductivamente sus libros durante varios meses.

Con los nuevos avances en tecnología de la información, el diseño y la reproducción de textos es cada día más ágil y barata. No obstante, la estimación fidedigna de la demanda sigue siendo un aspecto fundamental para competir con eficacia.

Todo fabricante de ropa de moda enfrenta un problema similar. A principios de la temporada tiene que anticiparse y comprar certeramente cada uno de los componentes de su prenda a la luz del número de piezas que espera vender. En ocasiones, es posible hacer compras tardías para corregir errores en la estimación de las ventas. No obstante, dados los tiempos de entrega y confección, es muy importante tener buen tino en la estimación de la demanda.

Otro ejemplo, simple y muy próximo, en la literatura de los métodos cuantitativos para la toma de decisiones, se conoce como el problema del vendedor de periódicos. La Dirección del periódico Reforma ha promovido, entre sus expendedores, la figura del micro empresario. Se trata de una persona a la que se le brindan estímulos y apoyos para que se gane la vida vendiendo periódicos en la calles de la Ciudad de México. Algo similar han hecho con los expendios de periódicos en la Ciudad de Monterrey. Interesa mucho que esta persona sea consciente y responsable de sus actos. Por ello, no se aceptan devoluciones de los diarios solicitados y no vendidos al final del día; ésos se vuelven papel de envoltura. El voceador debe afinar su estimación porque los periódicos que adquiere muy temprano por la mañana tienen que quedar vendidos por la tarde o pierden su valor casi por completo. Esas personas afrontan dos posibles equivocaciones: por una parte, absorber la pérdida correspondiente si les quedan ejemplares sin vender. Por la otra, es casi imposible corregir su decisión de compra si su inventario de piezas se les acaba antes de terminar el día, con lo cual habrían perdido oportunidades de venta.

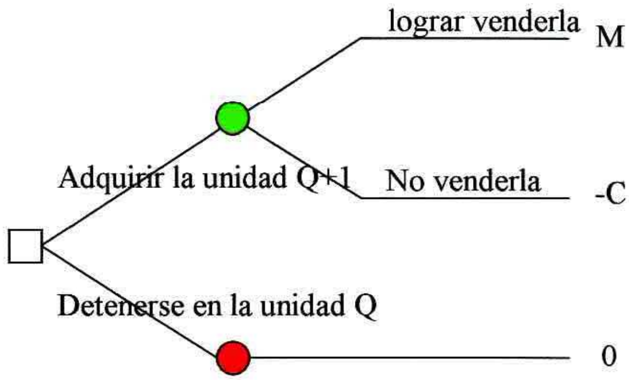
Los ejemplos anteriores sugieren la necesidad de disponer de un instrumental eficiente para hacer una buena estimación de la demanda. Algunas personas suelen hacer una estimación puntual que pretende reflejar la realidad de sus ventas, casi siempre incierta. Tal estimación puntual podría ser un modo equivocado de proceder, sobre todo si las consecuencias económicas de comprar de más son significativamente distintas de las que supone comprar de menos.

Uso de la función acumulada de probabilidad

Tomemos para ello el último ejemplo. Lo haga implícita o explícitamente; intuitiva o formalmente, todo expendedor de periódicos de un estanquillo en cualquier parte del mundo debe resolver el tema de cuántos ejemplares adquirir al día. Por experiencia sabe que la demanda promedio en un día laboral cualquiera es, digamos, de ***Q*** unidades. No obstante, como su nombre lo indica, se trata de un promedio que no necesariamente refleja la demanda de todos los días. Alrededor de ese promedio hay también una variancia. Dependiendo de una serie de factores que están fuera de su control, como el clima —soleado o lluvioso— los acontecimientos políticos y económicos, la demanda diaria varía en mayor o menor grado.

Si el voceador compra siempre ***Q*** piezas, a veces se quedará corto y a veces largo. Supongamos que cada ejemplar le cuesta 2 pesos y lo vende en 5 lo que significa que tiene un costo (desembolso) inferior al margen. Si eso es verdad, es peor equivocarse teniendo más demanda que productos, que lo contrario. En consecuencia, parece conveniente adquirir algunas piezas *extra* respecto del promedio ***Q***. Concretamente, ¿será conveniente adquirir la unidad marginal ***(Q+1)***?, ¿la ***(Q+2)***?, ¿la ***(Q+3)***?

Utilicemos un diagrama de árbol para representar la pregunta respecto de si debemos comprar, o no, la unidad ***(Q+1)ésima***. Como estamos hablando de una unidad *marginal* respecto del promedio, si se piden sólo ***Q*** piezas, el ingreso *marginal* es igual a cero. En caso de adquirir esa unidad adicional, y venderla, el ingreso marginal está representado por ***M***. Si ocurre lo contrario, es decir, se adquiere y no se vende, el ingreso marginal es negativo, concretamente, ***-C***.



Ahora bien, la unidad adicional ***(Q+1)*** se venderá si, y sólo si, la demanda es superior a ***Q***. En caso contrario, no se venderá. Simbólicamente hablando, la probabilidad de que se venda se expresa de la siguiente manera: ***P{d>Q}***. La probabilidad de que no se venda es igual a: ***P{d<=Q}***. Ambas expresiones nos remiten al concepto de *función acumulada de probabilidad*. Tal distribución acumulada de probabilidad representa la experiencia del responsable de la decisión y se puede obtener como se indica a continuación.

En el diagrama de árbol que hemos presentado, el valor esperado de la rama inferior, titulada **Detenerse en la unidad Q**, es igual a cero. El valor esperado de la rama superior, titulada **Adquirir la unidad (Q+1)**, es igual, simbólicamente, a:

$$M\,[P\{d>Q\}] - C\,[P\{d<=Q\}]$$

Si el valor de esta expresión es mayor que cero, significa que hay una promesa económica que atrae al responsable de la decisión en el sentido de inclinarse por pedir la unidad ***(Q+1)ésima***. Si el valor numérico fuese inferior a cero, seguramente preferiría quedarse en la unidad original, la ***Q***. El valor cero marca el *punto de indiferencia*. Hagamos algunas transformaciones algebraicas para darle otra apariencia a la expresión anterior.

Por ejemplo, sustituyamos ***P{d>Q}*** por ***[1-P{<=Q}]***. En cuanto lo hagamos, obtendremos:

$$M\,[1-P\{d<=Q\}] - C\,P\{d<=Q\} = 0$$

Que es equivalente a:

$$M - M\, P\{d<=Q\} - C\, P\{d<=Q\} = 0$$

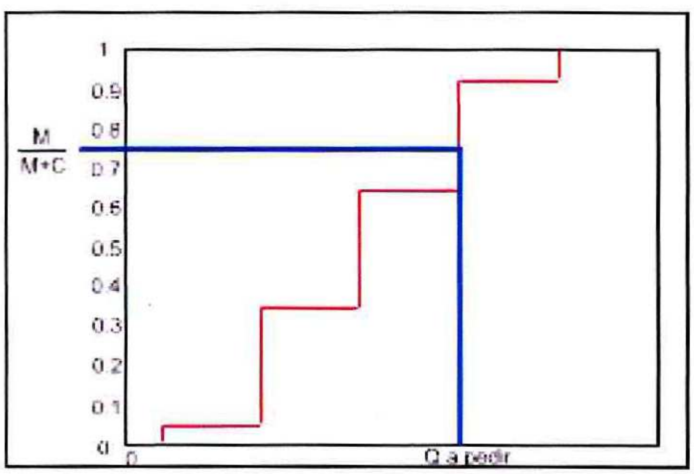
La cual, a su vez, equivale a:

$$(M + C)\, [P\{d<=Q\}] = M$$

y también, finalmente, a:

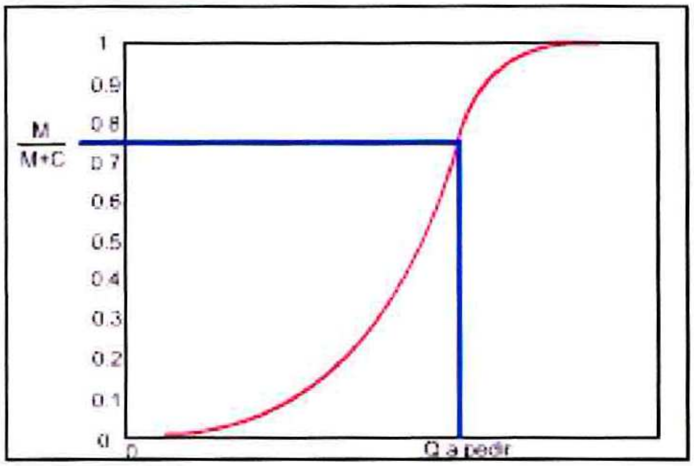
$$P\{d<=Q\} = M / (M + C)$$

Lo cual indica que la mejor decisión, en cuanto a la cantidad de piezas adquiridas, es aquella cantidad ***Q*** para la cual la probabilidad acumulada ***P{d<=Q}*** sea igual a la fracción ***M/(M+C)***, llamada también la **fracción crítica**, o **fractila crítica,** que siempre se puede obtener si disponemos del costo, del margen y de la distribución acumulada de probabilidad.[13] A continuación presentamos la gráfica correspondiente para el caso de una distribución acumulada discreta:



[13] ***Smart choices. A practical Guide to Making Better Decisions***. Hammond, John S., Keeney, Ralph., Raiffa, Howard, Harvard Business School Press. Boston, Mass, 1999.

Y para una distribución acumulada continua:



Cómo encontrar una distribución de probabilidad subjetiva para estimar la demanda de un producto

Hay multitud de ocasiones en la vida empresarial en las que la persona responsable de tomar una decisión tiene que hacer un esfuerzo serio y consistente por enfrentarse a la incertidumbre, estimarla, evaluar sus consecuencias y tomar un curso de acción, de manera muy concreta, ante este tipo de eventualidades ineludibles.

Las vivencias: un punto de apoyo

Los conocimientos más importantes e imborrables en la vida de las personas se adquieren mucho mejor por la vía de las vivencias que a través del conocimiento puramente intelectual.

Expresémoslo mediante la broma didáctica de aquella persona que afirmaba que, al menos en su caso, su madre jamás habría intentado enseñarle a caminar explicándole teóricamente cómo conservar en equilibrio su centro de gravedad. Es decir, cuidar lo que en Mecánica clásica se conoce sintéticamente como el *primer momento de inercia* y se expresa con todo rigor, formalidad y precisión mediante una integral:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

Por más rigor que se le quiera imprimir a la explicación formal, las madres, aunque sepan mucho de física teórica, prefieren ayudar a sus hijos a descubrir, por la vía de la experiencia directa —ineludiblemente personal— lo que significa caminar, caer, levantarse y, desde luego, *aprender durante el proceso.* Saben que difícilmente hay algo que sustituya a la experiencia *personal* de sufrir una caída. Sin duda, caerse es algo poco agradable. Pero todos hemos aprendido a caminar por la vía de la experiencia directa. Aprender de la mano de una persona en la que hayamos depositado la confianza suele facilitar el proceso.

En muchas otras instancias de la vida ocurre algo similar. Una persona puede saber mucho, intelectualmente hablando, por ejemplo, de térmica. Más aún, sus conocimientos *intelectuales* pueden ser superlativos. Pero aprenderá mucho más y de modo indeleble el día que sufra, en carne propia, una quemadura.[14] Podría ocurrir incluso, que la persona que sufre una quemadura sea incapaz de expresar con rigor lo que le ha ocurrido. Pero sin duda alguna habrá aprendido mucho respecto al fuego; entre otras cosas, tomará muchas precauciones para evitarlo.

Toda proporción guardada —y tomando en consideración que lo anterior ha sido sólo una glosa didáctica para facilitar la comunicación— queremos insistir en que los conocimientos más importantes del ser humano se adquieren por la vía de las vivencias. Hay quien recomienda que aprendamos en cabeza ajena. Es verdad. Lamentablemente, en ocasiones la persona no tiene la capacidad de asimilar la experiencia ajena hasta que la ha vivido. Peor aún, mientras no la sufra en carne propia, a veces llega a imaginar que sí la tiene. Hay también, por desgracia, quien no sabe ni siquiera lo que ignora. Quienes así se comportan, suelen ser personas muy peligrosas tanto por ignorantes, como por soberbias.

Cuántas veces ocurre que un joven de quince años está convencido de que ya lo sabe todo respecto, por ejemplo, al matrimonio. Que entiende perfectamente a sus padres y que, cuando él sea adulto, hará sin duda las cosas mucho mejor que ellos. Cuando le llega su turno y tiene él mismo un hijo de quince años, que le hace reclamos similares a los que él mismo solía hacer, comprende mucho mejor esa realidad. Aunque es muy probable que no lo reconozca en público, y quizá tampoco tenga la oportunidad de decirlo a sus padres[15], en el fondo de su conciencia tiene una clara certidumbre que le lleva a barruntar en silencio: *'qué sabia era mi madre'.*

---

[14] Schoon, Donald, ***Epistemology of Science***, MIT Press, Cambridge, Mass, 1984.

[15] Es probable que ya hayan muerto.

Al médico le ocurre algo semejante. Su aprendizaje de la medicina no proviene, predominantemente, del libro de anatomía, o de fisiología, sino de sus vivencias frente a los enfermos. La clínica forma (ojalá que se practique de la mano de un médico prudente, culto, experto, responsable, con vocación, dispuesto a enseñar con mucho cariño, disciplina, y de manera exigente). Aunque cueste aceptarlo, para una persona madura que sepa valorar la realidad, incluso el dolor y la muerte contribuyen a su formación.[16]

En síntesis, reiteramos lo dicho: el aprendizaje más importante en la vida de las personas se adquiere por la vía de las vivencias.

La acción perfecciona

Con el hombre de acción ocurre algo similar: aprende por vivencias. El conocimiento profundo que posee es un fruto maduro de su experiencia capitalizada en el crisol del manejo de los procesos de negocio que lidera. Muy probablemente los ha adquirido de manera vivencial. Sin embargo, es una ironía que teniendo tal conocimiento profundo y enriquecedor, indeleble, la mayor parte de las veces no disponga del lenguaje apropiado, riguroso, sintético y preciso para expresar su experiencia y su sensibilidad frente a las contingencias que le plantea la vida real.[17]

Lo que ocurre es que normalmente, el suyo es un conocimiento no formalizado, poco sistematizado. Por lo anterior, tenemos el atrevimiento de hacer un par de afirmaciones:

1. Gracias precisamente a su experiencia, el director sabe de probabilidad y de teoría de la contingencia mucho más de lo que cree saber.

2. Irónicamente, no obstante su conocimiento práctico, no es capaz de expresar con elocuencia esos conocimientos, mucho menos con el rigor y la precisión típicas del académico. Cuando quiere comunicar su experiencia a un tercero, o reflexionar sistemáticamente sobre ello, se produce en él un cierto temor, un respeto reverencial infundado que lo inhibe y dificulta la comunicación.

---

[16] *"La sabiduría se puede aprender sólo de alguien que sea sabio"*. Eurípides.

[17] Christensen, Roland, ***Education for Judgment, Artistry of Discussion Leading***, Harvard Business School Press, Boston, Mass, 1991.

Qué puede y debe aportar el técnico

En el otro extremo, el académico dispone de un instrumental muy preciso y riguroso, fruto de sus conocimientos en *teoría de la probabilidad.* Pero desafortunadamente suele proyectar en el hombre de acción la imagen de una persona que se deleita mucho más en la elegancia de su metodología, que en atender las necesidades que plantea la vida real en un campo de trabajo particular.

Beneficios del intercambio entre ambos mundos

Lamentablemente, entre el hombre de acción y el técnico suele producirse un vacío, un diálogo de sordos poco productivo; una especie de divorcio, de distanciamiento que carece de sentido porque, en el fondo, se necesitan recíprocamente. El primero sabe mucho, tiene una gran experiencia práctica, pero no encuentra cómo expresarla ni cómo manejarla explícitamente. El segundo, tiene una metodología y un lenguaje riguroso, preciso y elegante que no acierta a utilizar con eficacia en beneficio común.[18]

Esta realidad parece indicar la conveniencia de hacer un esfuerzo por tender un puente entre esas dos conductas extremas. Hemos de ser capaces de conseguir que se comuniquen mejor pues el trabajo en equipo entre estos dos tipos de personas, cuando se produce, enriquece a ambos.

Pero... ¿cómo conseguirlo?

Necesidad de medir qué tan probable es lo posible

Aun en las ciencias que se suelen calificar como 'suaves', ha habido un esfuerzo serio por medir lo medible. Por ejemplo, en el ámbito de los servicios, que está tan de moda hoy en el mundo, se ha dicho enfáticamente que no se trata de ofrecer buenas intenciones a nuestros clientes, sino de entender y mejorar, paulatina pero consistentemente, los procesos de negocio involucrados. Y esto requiere una medición precisa, consistente y elocuente. [19]

[18] Ver Pfeffer, Jeffrey, ***The Knowing–Doing gap. How Smart Companies Turn Knowledge into Action***, Harvard Business School Press, 2000.
[19] Ver Heskett, J. L., Sasser, W. E., and Schlesinger, L. A., ***The Value Profit Chain,*** The Free Press, 2003.

Parece que conviene hacer un esfuerzo serio por medir lo medible, en tanto que se pueda. Además, esa medición ha de ser suficientemente simple para que sea útil.

Jack Welch, CEO de General Electric, una de las empresas más prestigiosas, sólidas y productivas del mundo, ha sugerido la conveniencia de buscar la simplicidad a la vez que la eficacia en el proceso de medición.[20]

Estamos profundamente convencidos de que un tema se conoce de verdad sólo cuando se puede explicar de manera simple, sin complicaciones. Pero las palabras del señor Welch nos permiten enfatizar, con la fuerza de su enorme éxito profesional, la conveniencia de esforzarnos por evitar la complicación innecesaria.

Unas pinceladas de teoría

La teoría de la probabilidad ha desarrollado un instrumental poderoso. Ofrece distribuciones —*Binomial, Hipergeométrica, Poisson, Exponencial, Normal, Weibull*... — potencialmente útiles en la medición de fenómenos aleatorios que se manifiestan en la vida real. La *Poisson* y la *Exponencial* son un par de distribuciones útiles para buscar el equilibrio, por ejemplo, entre el número de personas que se espera que demanden determinados servicios bancarios por unidad de tiempo y el número de cajeras necesarias en la operación a la luz de su capacidad de atender x número de clientes por unidad de tiempo. En palabras técnicas, utilizando ese tipo de funciones, se puede calcular la probabilidad de que el número de personas que demanden servicio, por unidad de tiempo, sea *igual a* determinado valor. Para cualquier valor entero de x desde cero teóricamente hasta infinito, es posible calcularla mediante la siguiente función de probabilidad tipo *Poisson*:

$$P\{X = x\} = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

[20] *'Simplicity applies to measurement. Too often we measure everything and understand nothing.'* Tichy, Noel M., Sherman, S., ***Control your destiny... or someone else will***, Harper Collins, New York, N. Y. 1993.

A partir de esa expresión analítica, se puede encontrar, *acumulativamente,* la probabilidad de que el número de personas que demanden servicio, por unidad de tiempo, sea *menor o igual* a un determinado valor, llamémoslo *z:*

$$P\{X \leq z\} = \sum_{x=0}^{z} \frac{e^{-\lambda} \lambda^{x}}{x!}$$

No obstante su poderío, este tipo de instrumentos *podrían* resultar poco útiles para el hombre de acción por varias razones. La primera, porque este modo de expresión lo inhibe, le resulta intimidante y poco comprensible. La segunda, porque su utilización exige estimar los parámetros de la distribución, concretamente el valor de *lambda*; esto es, la *media* de la distribución. Lo cual, a su vez, exige saber cuál es el mejor estimador de ese parámetro. Y, tercera, porque si, por ejemplo, se tratara de un nuevo negocio, podría ocurrir que no hubiera todavía datos disponibles para estimar ese parámetro.

El rigor, por sí mismo, no conduce a la verdad.

Distribución de Poisson

Para ilustrar mejor los conceptos anteriores, analicemos un ejemplo deliberadamente simple. Suponga que le han encomendado preparar el presupuesto anual de ingresos de una distribuidora de automóviles. Por facilidad, suponga que vende un solo tipo de auto.

Revisando la historia de esa empresa encuentra usted que el promedio de ventas de ese tipo de vehículo por día es igual a .4. Esto equivale a decir que cada dos días y medio se produce una venta. Técnicamente, se dice que *lambda,* la media de la distribución, es igual a *.4.*

Analicemos, en dos versiones, la información que ofrece la función de probabilidad y su distribución acumulativa: primero mediante una *tabla* y, después, mediante una *gráfica.*

Ventas por unidad de tiempo (en este caso, día)	*P{X=x; lambda =.4}*	*P{X<=x; lambda = .4}*
0	67.03%	67.03%
1	26.81%	93.84%
2	5.36%	99.21%
3	0.72%	99.92%
4	0.07%	99.99%
5	0.01%	100.00%
6	0.00%	100.00%
7	0.00%	100.00%

La cantidad incierta[21], es decir, el número de autos vendidos por día, puede tomar valores enteros desde cero en adelante con la probabilidad correspondiente que se presenta en la segunda columna. Por ejemplo, la probabilidad de que en un día tomado al azar no se venda ningún auto es de 67.3%; de que se venda uno, es de 26.81% y así sucesivamente. [22] A partir del valor cinco, la probabilidad es despreciablemente pequeña.

En otras palabras, a la luz de la experiencia y mientras no cambien significativamente las circunstancias, es *posible* que se produzca una venta de siete autos en un día, pero es un evento muy poco *probable*. Sería sumamente raro.

Coloquialmente hablando, la probabilidad acumulativa, ***P{X<=x}***, será siempre una gráfica escalonada respecto del cien por ciento.[23] La gráfica expresa exactamente la misma información aunque en diferente modalidad. Dice, por ejemplo, que en el 26.81% de los días (columna 2, tercer renglón) se producirá una venta; que el 5.36% de los días (columna 2, cuarto renglón) se producirán dos ventas...

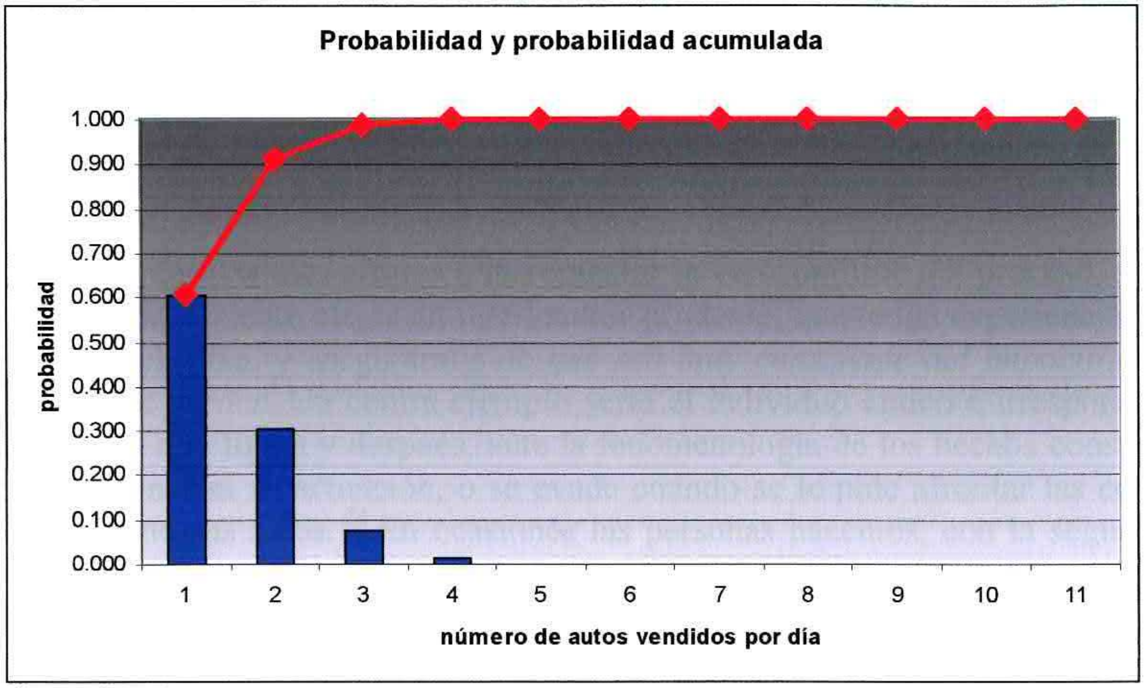
Esta distribución acumulativa de probabilidad nos permite afirmar con seguridad, es decir, con una probabilidad igual a cien por ciento, que la venta diaria será inferior a 7 autos. Cuando se den las premisas bajo las cuales fue elaborada, siempre ocurrirá así. Ver la gráfica siguiente.

---

[21] Le llamamos así para facilitar la comprensión de la persona no experta. Teóricamente se conoce como *variable aleatoria* aunque, en estricto sentido, no es *variable* puesto que es una *función* cuyo dominio es el espacio muestral y cuyo contra dominio es un conjunto de números reales. Tampoco es aleatoria puesto que está totalmente determinada. Ver Goldberg, S., ***Probability, An Introduction***, Prentice Hall, 1960, página 159.

[22] Verifique que los valores de la tabla sean correctos. Sustituya en la *Poisson* el valor de *.4* para *lambda* y calcule la probabilidad para cada uno de los valores de *x*.

[23] En lenguaje matemático diríamos que se trata de una *función monótona no decreciente*.



Con esa información a mano, podríamos generar números aleatorios (uniformemente distribuidos entre cero y uno) y proyectarlos en el eje vertical de la gráfica. Utilizando la función acumulativa, podríamos encontrar valores correspondientes de la variable con el objeto de hacer un simulacro de flujo de efectivo de la situación descrita.

En el lenguaje de los expertos que se dedican a diseñar *simulacros* y preparar *escenarios*, a eso se le llama *muestreo de Monte Carlo.*

Conviene afrontar las consecuencias de nuestros actos

Reiteramos: la persona de acción sabe mucho —intuitivamente– de probabilidad. Pero habitualmente no encuentra cómo expresar sus conocimientos, o sus convicciones. Posee un conocimiento adquirido y avalado por sus vivencias. Sin embargo, suele inhibirse cuando su interlocutor se dirige a él hablándole en términos de funciones exponenciales.

Procederemos a explicar un método alterno para construir una función acumulativa de probabilidad, referida a cualquier *cantidad incierta,* cuyo comportamiento probabilístico interese estimar. A diferencia del método analítico, apelaremos mucho más al sentido común y a la experiencia, que al lenguaje formal.

Con objeto de asegurar que el método produzca resultados, sugerimos partir de un principio muy útil en la vida: las personas debemos afrontar las consecuencias de nuestros actos. Es conveniente elegir un interlocutor con experiencia, sentido de responsabilidad y conocimiento de la trascendencia de su elección. De lo contrario, se corre el riesgo de invalidar el proceso.

Para evitar posibles errores e incrementar la verosimilitud del proceso, sugerimos enfáticamente elegir un interlocutor prudente, que tenga experiencia personal en el tema, y asegurarnos de *que sea muy consciente del impacto de lo que puede perder*. Un contra ejemplo sería el individuo cínico e irresponsable que opina a la ligera y después, ante la fenomenología de los hechos consumados, racionaliza su actuación, o se evade cuando se le pide afrontar las consecuencias de sus actos. [24] En ocasiones las personas hacemos, con la seguridad de un clarividente, declaraciones superficiales y falsamente optimistas respecto de la expectativa de las variables macroeconómicas: '*... la inflación de los próximos doce meses no llegará al 15%*'.

Cuando se trata de una persona prudente, es factible ayudarle a reflexionar y perfeccionar su estimación si lo inducimos a ubicarse en la realidad propiciando así su compromiso vivencial. [25] Se le puede pedir, por ejemplo, que imagine que hay para él una cantidad importante de dinero asociada al acierto de su estimación. Es decir, *si* doce meses después el Banco de México informa que la tasa real de inflación resultó inferior a su pronóstico, su patrimonio se vería incrementado en esa cantidad importante. No sólo eso. Recibiría un reconocimiento público por su capacidad de pronóstico. Pero *si,* por cualquier azar del destino, la tasa de inflación real llegara a superar el 15% pronosticado por él con plena seguridad, de su patrimonio tendría que entregar inexorablemente esa misma cantidad.

Su reacción ante tal planteamiento nos diría, con claridad meridiana, si de verdad está *tan* seguro, o no. En caso de rechazar ese pacto, esa persona estaría manifestando, con el lenguaje elocuente de los hechos, que no está *tan* seguro, al menos, no al 100%. [26] Habría tenido quizá menos resistencia a aceptar el

---

[24] Conviene tener cuidado al negociar con aquellas personas que no tienen nada que perder, o no les importa perder lo que tienen. Sir Winston Churchill solía decir: '*Never wrestle with a pig. You get dirt, and the pig seems to enjoy it.*' Ver ***The Churchill Wit,*** Edited by Bill Adler, Coward-McCann, Inc, New York, 1965.

[25] Esto es cierto incluso en situaciones tan críticas como el desastre de las Torres gemelas del 9/11/01. Ver en el ejemplar de la *Harvard Business Review* de marzo de 2003, página 72, el artículo de *Max H. Bazerman*, titulado ***Predictable surprises: The Disasters You Should Have Seen Coming***.

[26] '*Common sense is a thing all need, few have, and none think they lack.*' Humes, James C., ***The Wit & Wisdom of Benjamin Franklin***, Harper Collins Publishers, 1995.

planteamiento si ese límite para la tasa de inflación estuviese muy por encima de lo que en realidad espera, digamos 20%. Si se viera forzado a jugársela, quizá esa persona habría preferido darse un margen y asegurar que la inflación anual va a ser menor al 20% o, para tener más seguridad, a un porcentaje incluso mayor.

Antes de jugar así *nuestro* patrimonio habría que estar mucho más seguros del desenlace. [27] Y, para hablar de *qué tan seguro* se está, vale la pena tener clara conciencia de lo que se puede perder si las cosas salieran mal. En otras palabras, debemos ponderar y sentirnos responsables, vivencialmente, de las consecuencias de nuestras predicciones.

Uno parte... y el otro escoge

Para ilustrar aún más el proceso, sugerimos al lector que asuma temporalmente la responsabilidad de encontrar el mejor modo de partir equitativamente un bien, digamos una Coca-Cola, entre dos antagonistas. Quizá su primera reacción sea la de involucrarse él mismo y buscar los mejores instrumentos de precisión para erigirse en juez y compartir aquel bien entre las dos personas y dejarlas satisfechas. Sin embargo, la naturaleza humana es tal que, aun con los instrumentos descritos, podría encontrar dificultades para juzgar.

Un procedimiento alterno —salomónico— sería establecer la siguiente norma y dejar que los propios antagonistas resuelvan entre sí el problema: que uno haga las partes sabiendo que el otro tiene el privilegio de escoger: *tú partes y yo escojo.*

Si ambos aceptan la norma, no será necesario disponer de instrumentos de precisión ni tampoco intervenir directamente. El responsable de partir —sin importar cuál sea— lo hará con un cuidado exquisito ya que no hacerlo atenta contra sus propios intereses.

No hay mejor control que aquel que no hace falta.

Invitamos al lector a que detenga su lectura y reflexione sobre la eficacia de la sugerencia que acabamos de hacer. Por ejemplo, suponga que dos personas son dueñas del cien por ciento de las acciones de un negocio. Suponga además

[27] Con su agudo y penetrante sentido del humor, Benjamin Franklin dijo una vez: *'seguro, lo que se puede llamar seguro, sólo la muerte y los impuestos'*. Todo lo demás es *probable*. Humes, James C., *Op. Cit.*

que, por algún motivo, se tienen que separar y deben fijar el precio de las acciones del negocio para liquidar al que se vaya. Llegar a un acuerdo no debe ser fácil. Sin embargo, les ayudaría dejarse conducir por la norma propuesta: tú tienes el derecho de poner el precio de las acciones. Una vez que lo hagas, yo tengo el derecho de decidir si, a ese precio, compro las tuyas, o vendo las mías.

Si el primero tratara de abusar fijando un precio elevado, el segundo tendría derecho de exigir que le pagara sus acciones a ese precio. Y si tratara de abusar fijándolo muy bajo, entonces estaría obligado a aceptar que el socio compre las suyas a ese precio y él se quede fuera. Estamos seguros de que, ante tal planteamiento, el que fija el precio sería sumamente cuidadoso al seleccionar aquel que resulte más equitativo. No hacerlo así iría en su contra.

La experiencia indica que ésta *—tú partes y yo escojo—* es una norma útil porque logra equilibrar no sólo el rigor, sino la relevancia; que armoniza la lógica con el sentido común, con la vida real. [28]

Cómo vincular esa norma con el cálculo de una probabilidad

Imagine que quiere encontrar la distribución de probabilidad de que una *cantidad incierta*, por ejemplo el número de automóviles vendidos de cierto modelo, tome en una agencia determinado valor en un período de tiempo. Salvo los clarividentes —que suelen ser escasos— nadie puede estar cien por ciento seguro del valor que finalmente tendrá esa variable tan importante para la supervivencia de la empresa. No obstante, las vivencias y la capacidad de observación nos pueden ayudar a estimarla. [29]

La experiencia nos sugiere fijar con cuidado las unidades en las que se debe medir el comportamiento de la *cantidad incierta*. Debe ser una unidad que apele al sentido común del responsable de la decisión. Como un contra ejemplo, si no tuviéramos certidumbre de la distancia entre Nueva York y Moscú, carecería de sentido tratar de estimarla expresándola en centímetros cúbicos (y terminar luego sacando la raíz cúbica, pirueta numérica engañosa y estéril). Sería mucho mejor estimar esa incógnita expresándola en miles de kilómetros.

---

[28] *"If you want to convince, do not speak of reason, speak of interest."* Benjamin Franklin, Humes, J. *Op. cit.*
[29] John Maynard Keynes explica con detalle un concepto estimulante al que llama ***Degrees of belief.*** Ver Keynes, J. M., ***A Treatise on Probability***, London, Macmillan, 1921. Ver ***Against the Gods: The Remarkable Story of Risk***, Bernstein, Peter, John Wiley & Sons, New York, 1996.

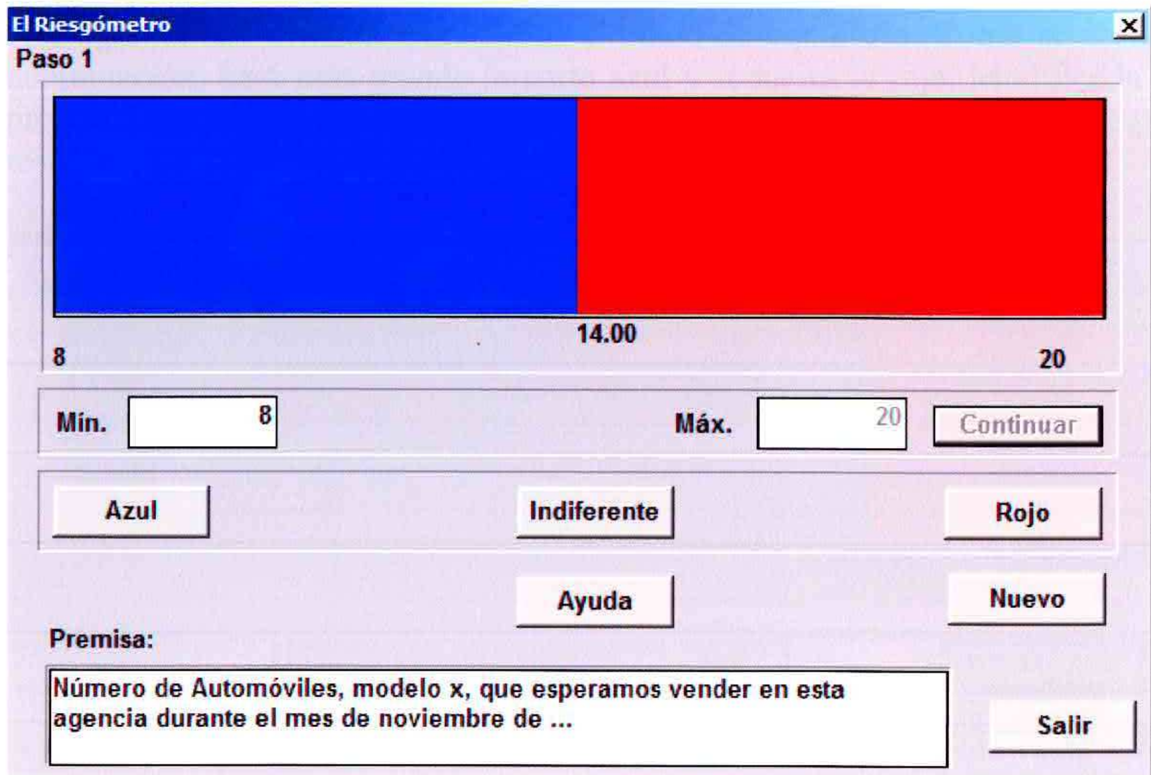
Para ayudar al responsable a reflexionar con seriedad, conviene utilizar alguna analogía que exprese, con elocuencia, el significado de los valores de la cantidad a estimar. Por ejemplo, hace tiempo hubo una campaña en la radio que nos invitaba a vigilar el consumo de agua. Para una persona sin experiencia y sin demasiada sensibilidad, descuidar un grifo que tirase intermitentemente una gota de agua podría parecer despreciable. No obstante, en la radio nos estuvieron bombardeando con la idea de que una gota de agua por segundo equivale a *x* barriles por día; lo cual sería suficiente para dar de beber a *n* número de vacas a la semana; lo cual, a su vez, equivale a la leche de tantos niños. Traducido de ese modo, el desperdicio de una gota de agua por unidad de tiempo adquiere un relieve muy cercano a la realidad que debería inducirnos a ser más cuidadosos y evitar el desperdicio de ese vital líquido. Cuando las personas decimos haber considerado todo lo necesario para resolver un problema, esto suele ser falso hasta que hacemos un *esfuerzo serio por poner las cosas por escrito.* Por ello, conviene escribir la cantidad incierta que queremos estimar, con todos los matices que puedan condicionar su interpretación, los factores que influyen en que su comportamiento se produzca de determinada manera, así como los supuestos básicos que se consideren pertinentes.

En nuestro ejemplo particular, queremos estimar la demanda de automóviles del modelo *x* durante el mes en curso. La definición del problema debe ser clara, concisa y precisa al punto de no permitir interpretaciones ambiguas. Dos personas que la lean deben entender lo mismo. Debe quedar inconfundiblemente claro si nos estamos refiriendo a determinado modelo, con tales atributos y condiciones de pago, con impuestos o sin ellos, *et cétera.*

Un segundo paso sería el de encontrar dos valores extremos fuera de los cuales no creemos que se puedan producir observaciones de la variable. Por ejemplo, invitar al interlocutor a responder brevemente y por escrito esta pregunta: *¿Cuál consideraría usted un valor muy alto? ¿Por qué y cómo puede ocurrir tal valor?* En el extremo inferior, convendría invitarle a responder a esta pregunta: *¿Cuál consideraría usted como un valor extremadamente bajo pero todavía factible? ¿Por qué razones y cómo podría ocurrir tal valor? Por favor fundamente más su afirmación.*

Para responder a estas preguntas, conviene no olvidar que la realidad no siempre es tan apetecible como creemos a la ligera, ni tan imperfecta como tememos. Conviene reflexionar serenamente sobre ella y fundamentar más nuestras opiniones *comparándolas* con las de otras personas. Para hacer eficiente este proceso, hemos diseñado una aplicación de *software.*

En cuanto se ejecuta, la computadora le presentará una pantalla solicitándole la información correspondiente: 1) el nombre de la variable a estimar: **Número de Automóviles, modelo *x*, que esperamos vender en esta agencia durante el mes de noviembre de...** 2) dos números para acotar ese resultado probable entre dos valores extremos completamente verosímiles. Para ejemplificar el proceso, supondremos 8 y 20 respectivamente.

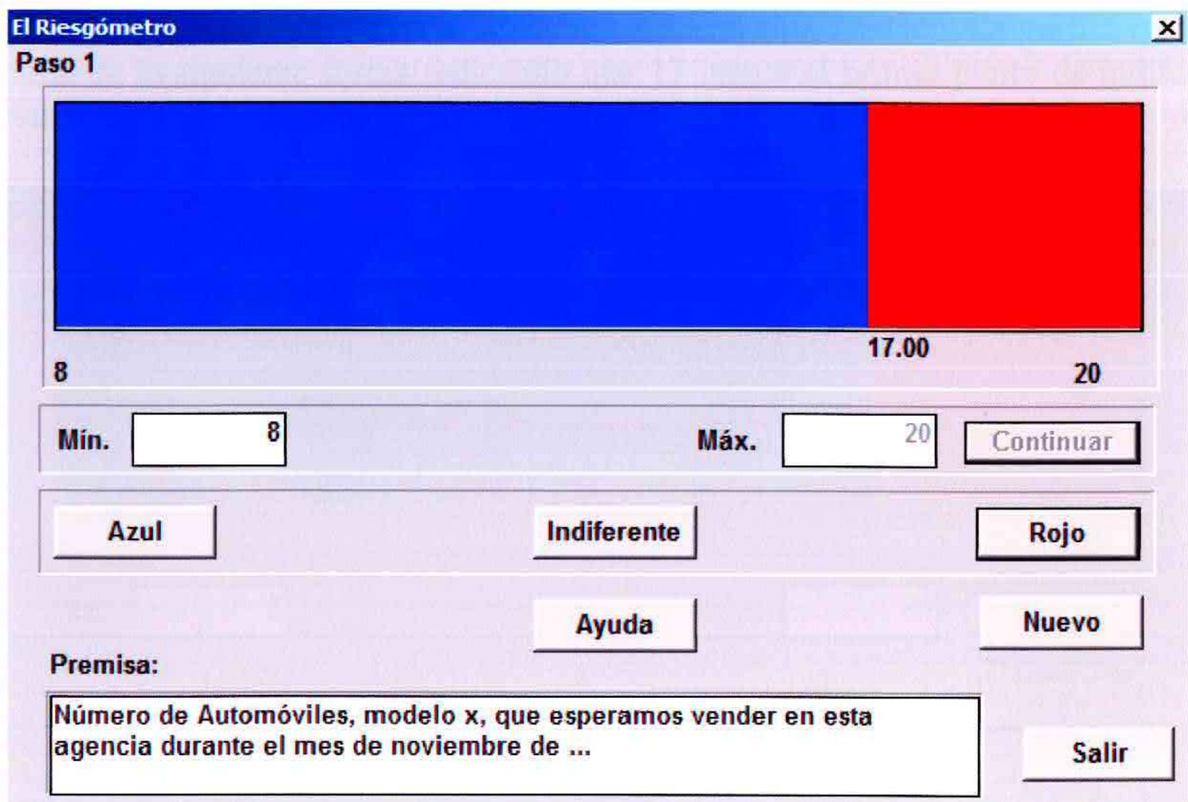


El paquete de software hace una partición visual del rango de posibles valores de esa variable. La izquierda, en color azul, va desde 8 que es la cota inferior, hasta 14, que es el valor central *equidistante* respecto del extremo superior. La derecha, en rojo, desde 14 hasta 20, que es el límite superior.[30] La pregunta es la siguiente. *Si tuviéramos que comprometernos porque de nuestra opinión profesional depende algo importante, ¿en cuál de las dos partes, azul o roja, preferiríamos apostar a que dentro de un mes se encontrará la cifra que ahora queremos estimar?* El paquete parte y nosotros debemos escoger. Si, por ejemplo, eligiéramos el rojo, querría decir que, aunque los dos trozos son *equidistantes*, no nos parecen *equiprobables* puesto que preferiríamos apostar a que el va-

[30] El ***Decision Analysis Group*** del ***Stanford Research Institute*** desarrolló en 1974 un ejemplar plástico de este ingenioso dispositivo para estimar la probabilidad subjetiva de un evento incierto. Nosotros hemos desarrollado el código para ejecutarlo en una microcomputadora, o incluso en un PDA como la ***Palm®***, o la ***iPAQ®***.

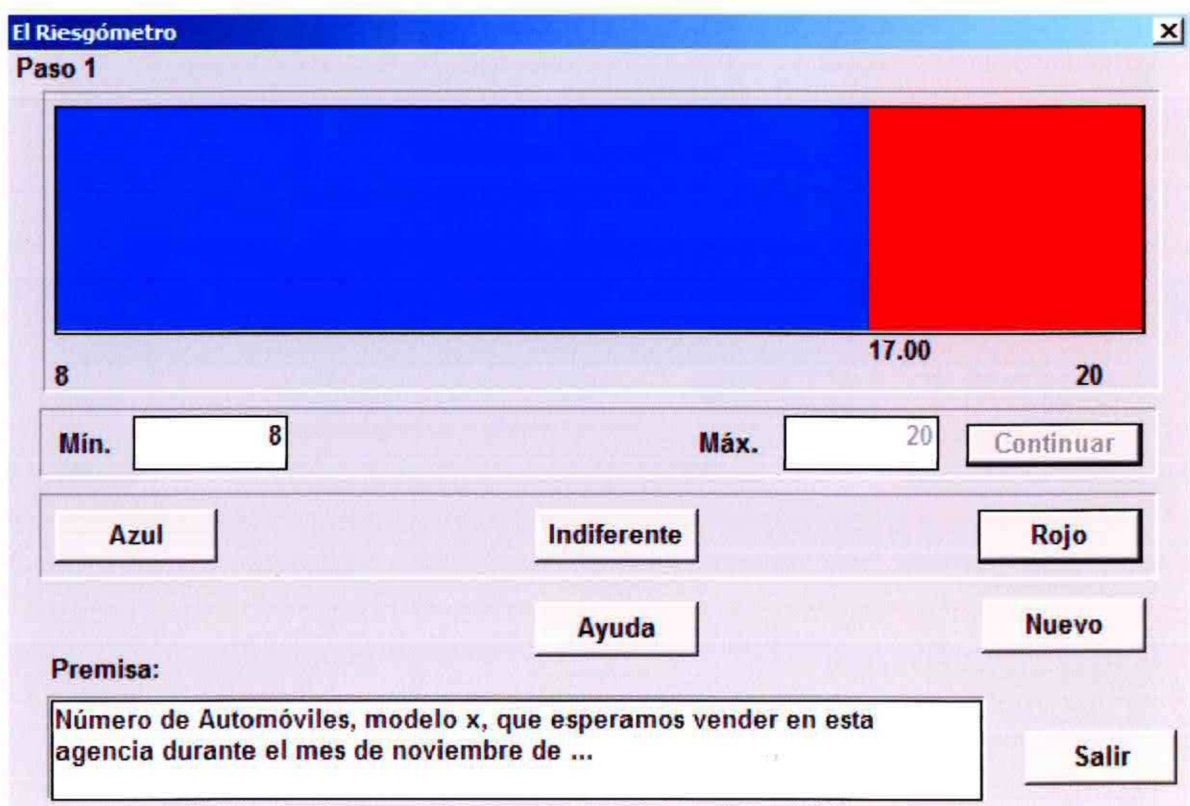
lor de la variable quedará finalmente en el área roja. Es decir, estimamos subjetivamente que en ésta hay una mayor probabilidad y, por lo tanto, nos resulta más atractiva.

Dicho en términos físicos, si se tratara de una balanza, de acuerdo a nuestra experiencia, la parte roja tendría, probabilísticamente hablando, más *peso*. Para mostrar esa preferencia, utilizando el *mouse* señalemos la parte roja y hagamos *click* una vez. En cuanto hayamos indicado nuestra preferencia por la parte roja, el programa nos ayudará a encontrar el punto de equilibrio. Como se indica a continuación, hará más grande la parte azul y reducirá la roja. Modificada esa proporción, insistirá con la misma pregunta: ¿qué es preferible?: ¿lo azul?, ¿o lo rojo?



Ante cada pregunta consecutiva el interpelado sólo puede dar una respuesta binaria: *o prefiere la parte azul, o la roja.* Al manifestar su preferencia, de hecho, esa persona estará indicando a cuál de las dos partes le asigna, subjetivamente, la mayor probabilidad. A modo de ejemplo, suponga que vuelve a preferir la parte roja sobre la azul. De ser así, estaría indicando que, de acuerdo a su experiencia, es más probable que la venta de este auto se aproxime más al 20, que al 8.

Pero, si es verdad que los extremos fijados por el responsable del proceso de estimación reflejan la realidad del fenómeno, llegará *necesariamente* el punto de equilibrio en el que su preferencia se invierta y le sugiera elegir la parte azul. Eso querría decir que la partición inmediata anterior fue excesiva. Cuando llegue a ese punto, el programa dará marcha atrás. De manera semejante a lo que ocurre con cualquier balanza, tendrá necesariamente que haber un *punto de indiferencia* en el que ambas partes —azul y roja— se vuelvan *tan atractivas una como la otra* y, por lo tanto, *equiprobables*. Ése es un punto de particular interés porque en él se ha producido un equilibrio importante. Querría decir que para ese valor de la variable habría tanta probabilidad acumulada en la parte azul, como en la parte roja. Técnicamente, se dice que habríamos encontrado entonces la *mediana de la distribución*.[31] En lenguaje coloquial diríamos que el 17 marca un *punto de indiferencia* que tiene especial significación. La gráfica quedaría de la siguiente forma indicando que 17 marca el primer punto de indiferencia, que es la mediana de la distribución:

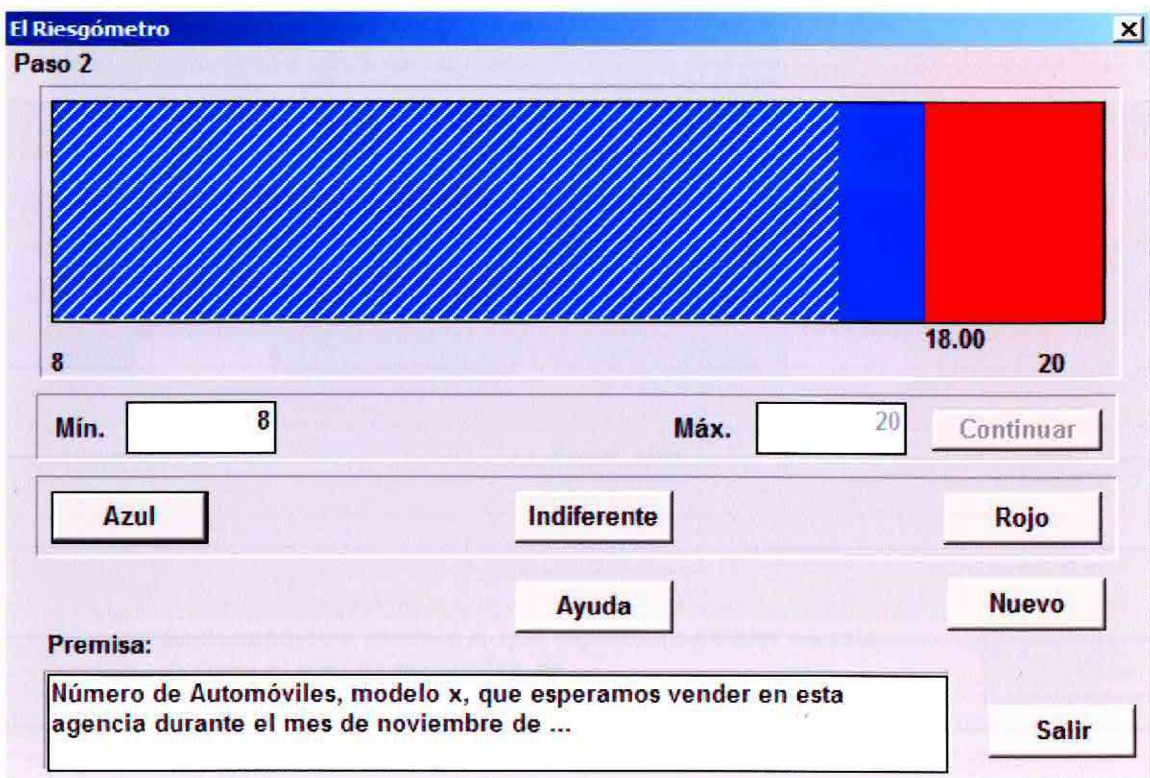


[31] Aquel punto en una distribución de probabilidad a la izquierda del cual y a la derecha del cual hay exactamente la misma probabilidad.

Esto equivale a decir que, de acuerdo a la experiencia de quien está haciendo la estimación, la probabilidad de que la tasa real (la que ocurra de verdad) sea inferior a 17 es igual a la probabilidad de que sea superior a esa misma cifra. Expresémoslo también en lenguaje simbólico:

$$P\{unidades\ vendidas <= 17\} = P\{unidades\ vendidas >= 17\} = (1/2)$$

En otras palabras, 17 es la *mediana de esa distribución subjetiva de probabilidad.* Sigamos explorando. ¿Es posible, y probable, que las unidades vendidas de ese auto en ese período sea un número inferior a 17? Sí. ¿Y que sea mayor? También. A la luz de lo expresado, hemos concluido que esos dos eventos son *tan probables uno como el otro.*[32] Nos debería dar lo mismo utilizar una moneda para jugar un volado, que utilizar la partición que acabamos de obtener. Si eso es verdad, concentraremos la atención en la parte derecha para obtener una *probabilidad condicional* que se expresaría así: suponiendo que supiéramos que el valor de la *variable aleatoria* fue superior a 17, ¿cómo se distribuye la probabilidad en ese espacio? De nuevo la misma pregunta: ¿azul?, ¿o rojo?

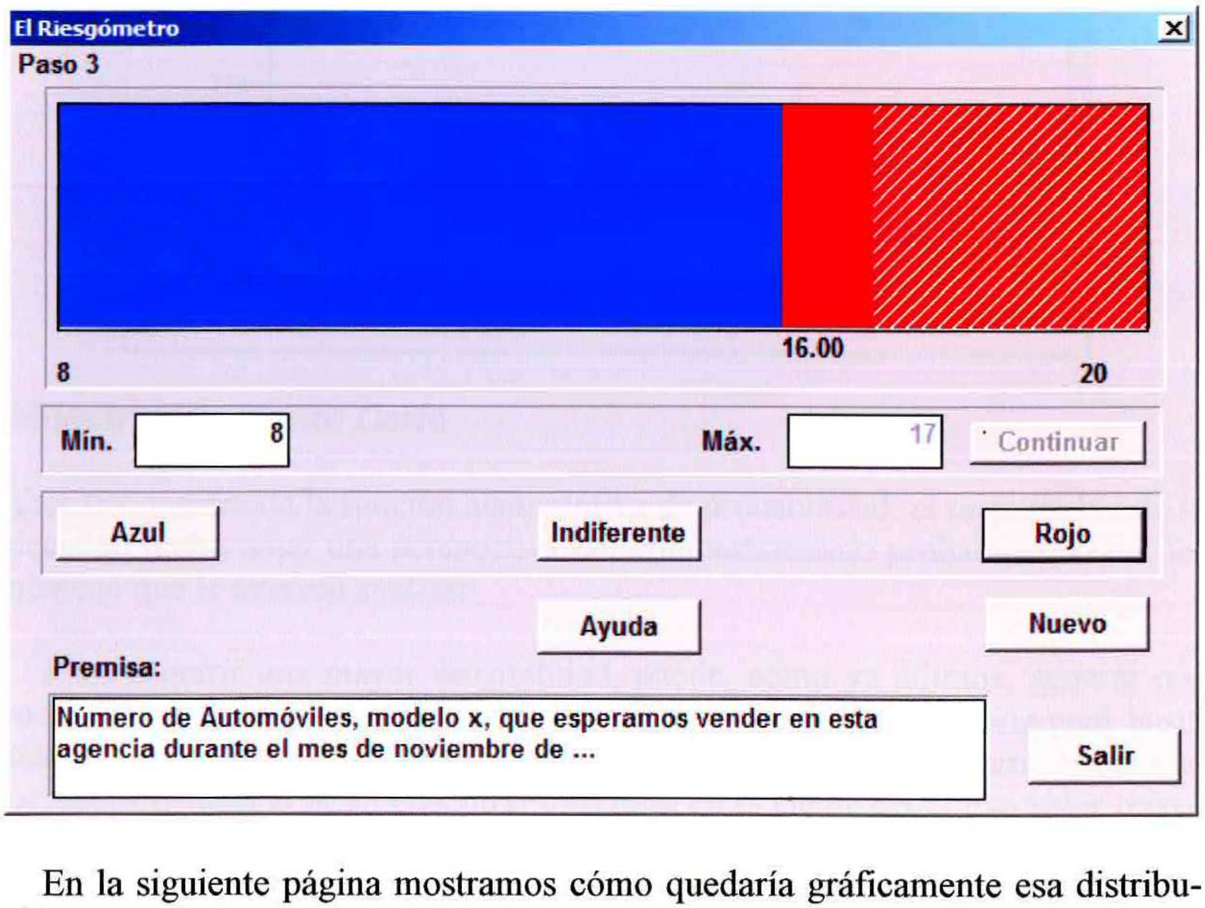


[32] Se trata de una *probabilidad condicional* del valor de la variable dado que lo suponemos superior a la *mediana.*

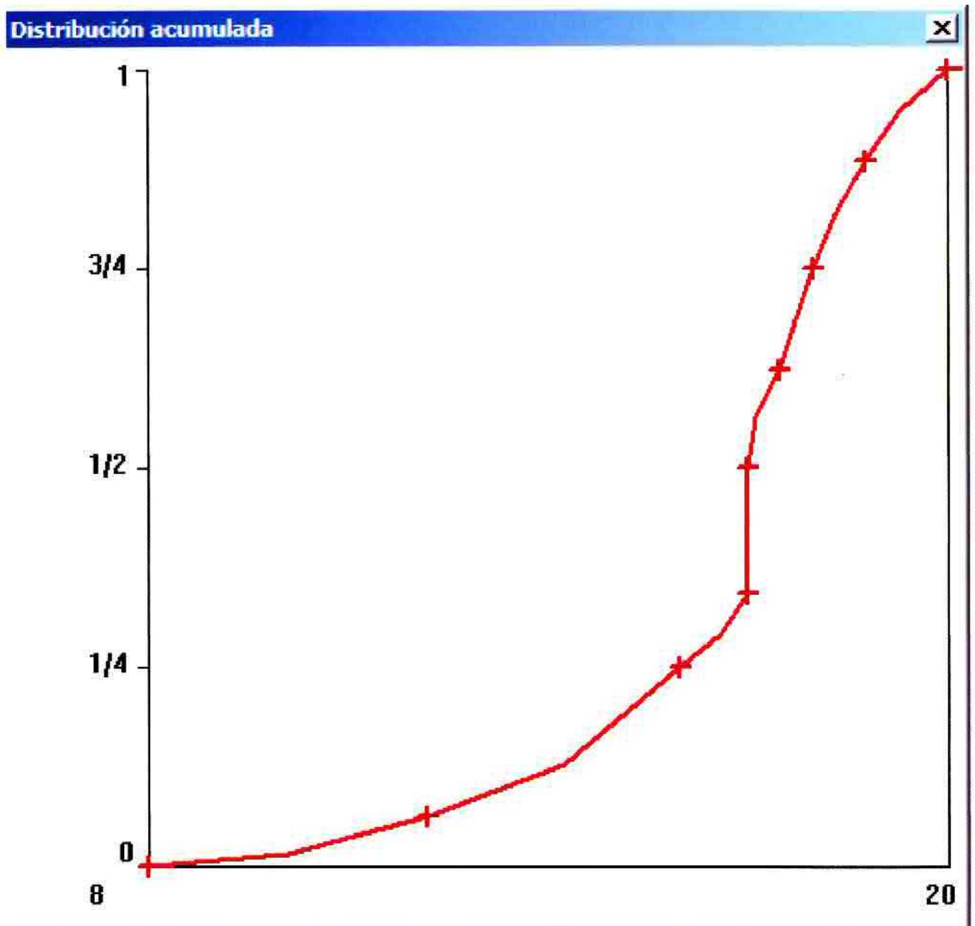
Supongamos que en ese punto el interpelado manifiesta su indiferencia. Si ocurriese así, habría encontrado lo que técnicamente se conoce como el percentil .75, el valor que marca el 75% en la función acumulativa de probabilidad. En el ejemplo que estamos utilizando, el valor 18 marcaría precisamente ese percentil.

Para concluir, falta analizar la parte izquierda de la mediana —la que no está surcada— que fue igual a 17.

El programa analizará ahora la parte marcada dividiéndola en dos partes. Como siempre, azul y rojo. Suponga que elige rojo en dos ocasiones y que ante el valor 16 se muestra indiferente. Habría encontrado entonces el percentil .25. Es decir, el valor que marca el 25% en la función acumulativa de probabilidad. Eso querría decir que ha terminado de *perfilar* el primer boceto de la distribución acumulativa de probabilidad de esa variable aleatoria.



En la siguiente página mostramos cómo quedaría gráficamente esa distribución acumulativa de probabilidad. Invitamos al lector a que la interprete y comente sobre su significado e importancia en su trabajo cotidiano como hombre de acción. Aunque se refieren a ejemplos diferentes, le sugerimos que comprare la gráfica de la siguiente distribución acumulada de probabilidad subjetiva con la expresión analítica de las páginas veintiuno y veintidós.



Muestreo de Monte Carlo

Una vez construida la función acumulativa de probabilidad, el responsable de la decisión podrá tener una perspectiva del comportamiento probabilístico del fenómeno que le interesa analizar.

Para adquirir una mayor sensibilidad, puede, como ya dijimos, generar números aleatorios entre 0.00 y 1.00 y proyectarlos en sentido horizontal hasta que crucen la línea de la función acumulativa. En cuanto esto ocurra, hacer una proyección vertical hasta encontrar el reflejo en el eje de las x. Ese valor representa un resultado posible de lo que puede ocurrir en cuanto realice el experimento. Le invitamos a comprobarlo pasando a la acción, aunque sea a modo de un simulacro. [33]

Conclusiones

Utilizando el modelo de Programación matemática en conjunción con el modelo para construir la función acumulada de probabilidad subjetiva, el responsable puede analizar mejor sus decisiones y llevarlas a cabo con mayores probabilidades de éxito en tres dimensiones vitales: 1) la negociación con la planta, 2) la atención y el servicio a sus clientes [34] y 3) la grave responsabilidad que debe a sus accionistas.

El modelo ha sido implementado en varias empresas del ramo automotriz con resultados espectaculares en su desempeño financiero.

En 2003 la industria automotriz está pasando por circunstancias similares a las que se vivieron en 1986 agravadas por la inminencia de la apertura comercial del 2004. En consecuencia, este tipo de modelos cuantitativos tienen enorme vigencia y utilidad potencial que aconsejan su utilización.[35]

[33] Howard, Ronald, ***The foundations of Decision Analysis, IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics***, SSC4 211 219. 1968.
[34] Sewel, Carl, ***Customers for life***, Doubleday, 1990. Éste es uno de los distribuidores automotrices más exitosos en la Unión Americana. Opera sus agencias en Dallas, Texas.
[35] ***Apertura automotriz desbiela a los distribuidores nacionales***. Hiroshi Takahashi. Ver El Financiero del 9 de diciembre de 2003.

Apéndice

Modelo de Programación Lineal 'a escala' (*)

Por brevedad incluye sólo dos modelos, A y C, y un período de tres meses de venta.
Esos parámetros pueden incrementarse tanto cuanto sea necesario dependiendo de la capacidad del equipo de cómputo.

1 = Z max

	C0	IA0	IC0	CA1	CC1	VA1	VC1	IA1	IC1	C1	CA2	CC2	VA2	VC2	IA2	IC2	C2	CA3	CC3	VA3	VC3	IA3	IC3	C3		
Ini A		1																							=	2
Ini C			1																						=	2
Invent A1		-1		-1		1		1																	<=	0
Invent C1			-1		-1		1		1																<=	0
Invent A2								-1			-1		1		1										<=	0
Invent C2									-1			-1		1		1									<=	0
Invent A3															-1			-1		1		1			<=	0
Invent C3																-1			-1		1		1		<=	0
$ Disp'0	1																								=	20
Compr 1	-1			2.7	4	-2.9	-4.2			1															<=	0
Compr 2										-1	2.7	4	-2.9	-4.2			1								<=	0
Compr 3																	-1	2.7	4	-2.9	-4.2			1	<=	0
Inv ini A		1																							=	5
Inv ini C			1																						=	10
Fefvo 1	-1.06			2.86	4.2	-3.2	-4.8			1															<=	0
Fefvo 2										-1.06	2.86	4.24	-3.2	-4.8			1								<=	0
Fefvo 3																	-1.06	3.1	4.3	-3.4	-4.9			1	<=	0
Dem A1						1																			=	20
Dem A2													1												=	20
Dem A3																				1					=	20
Dem C1							1																		=	20
Dem C2														1											=	20
Dem C3																					1				=	20

(*) Este modelo muestra sólo la estructura básica de las operaciones de la agencia. Puede y debe expandirse para cubrir las necesidades específicas.

Apéndice 1
El Colegio de México, CEDDU, Miguel Ochoa, 2004.

El Colegio de México, CEDDU.

Resultados del Simplex
utilizando el Programa LINDO

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 13

OBJECTIVE FUNCTION VALUE: 446.0000

Variable	Value	Reduced cost
C0	20.0000	0.0000
IA0	2.0000	0.0000
IC0	2.0000	0.0000
CA1	0.0000	2.7000
CC1	0.0000	4.0000
VA1	20.0000	0.0000
VC1	20.0000	0.0000
IA1	0.0000	0.0000
IC1	20.0000	0.0000
C1	162.0000	0.0000
CA2	0.0000	2.7000
CC2	0.0000	4.0000
VA2	20.0000	0.0000
VC2	20.0000	0.0000
IA2	0.0000	0.0000
IC2	0.0000	0.0000
C2	304.0000	0.0000
CA3	0.0000	2.7000
CC3	0.0000	4.0000
VA3	20.0000	0.0000
VC3	20.0000	0.0000
IA3	0.0000	0.0000
IC3	0.0000	0.0000
C3	446.0000	0.0000
INVENT	0.0000	0.0000
A1	18.0000	0.0000
C1	38.0000	0.0000
A2	20.0000	0.0000
C2	0.0000	0.0000
A3	20.0000	0.0000
C3	20.0000	0.0000
INV	8.0000	0.0000
INIC	0.0000	0.0000
A	5.0000	0.0000
C	0.0000	0.0000

El Colegio de México, CEDDU.

Resultados del Simplex
utilizando el Programa LINDO

ROW	Slack or surplus	Dual prices
INIA	0.0000	0.0000
INIB	0.0000	0.0000
4)	0.0000	0.0000
5)	0.0000	0.0000
6)	0.0000	0.0000
7)	0.0000	0.0000
8)	0.0000	0.0000
9)	0.0000	0.0000
$_DISP-0	0.0000	1.0000
COMPR-1	0.0000	1.0000
COMPR-2	0.0000	1.0000
COMPR-3	0.0000	1.0000
FEFVO-1	19.2000	0.0000
FEFVO-2	27.7200	0.0000
FEFVO-3	42.2400	0.0000
DEM A-1	0.0000	2.9000
DEM A-2	0.0000	2.9000
DEM A-3	0.0000	2.9000
DEM C-1	0.0000	4.2000
DEM C-2	0.0000	4.2000
DEM C-3	0.0000	4.2000

NO. ITERATIONS=13

El Colegio de México, CEDDU.

Resultados del Simplex
utilizando el Programa LINDO

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

Variable	Obj coefficient ranges Current coef	Allowable increase	Allowable decrease
C0	0.0000	Infinity	Infinity
IA0	0.0000	Infinity	Infinity
IC0	0.0000	Infinity	Infinity
CA1	0.0000	2.7000	Infinity
CC1	0.0000	4.0000	Infinity
VA1	0.0000	Infinity	Infinity
VC1	0.0000	Infinity	Infinity
IA1	0.0000	0.0000	Infinity
IC1	0.0000	0.0000	0.0000
C1	0.0000	Infinity	1.0000
CA2	0.0000	2.7000	Infinity
CC2	0.0000	4.0000	Infinity
VA2	0.0000	Infinity	Infinity
VC2	0.0000	Infinity	Infinity
IA2	0.0000	0.0000	Infinity
IC2	0.0000	0.0000	Infinity
C2	0.0000	Infinity	1.0000
CA3	0.0000	2.7000	Infinity
CC3	0.0000	4.0000	Infinity
VA3	0.0000	Infinity	Infinity
VC3	0.0000	Infinity	Infinity
IA3	0.0000	0.0000	Infinity
IC3	0.0000	0.0000	Infinity
C3	1.0000	Infinity	1.0000
INVENT	0.0000	0.0000	Infinity
A1	0.0000	0.0000	2.7000
C1	0.0000	0.0000	0.0000
A2	0.0000	0.0000	0.0000
C2	0.0000	0.0000	Infinity
A3	0.0000	0.0000	0.0000
C3	0.0000	0.0000	0.0000
INV	0.0000	0.0000	Infinity
INIC	0.0000	0.0000	Infinity
A	0.0000	0.0000	Infinity
C	0.0000	0.0000	Infinity

El Colegio de México, CEDDU.
Resultados del Simplex
utilizando el Programa LINDO

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	Current RHS	Allowable increase	Allowable decrease
INIA	2.0000	18.0000	2.0000
INIB	2.0000	5.0000	2.0000
4	0.0000	18.0000	Infinity
5	0.0000	38.0000	Infinity
6	0.0000	20.0000	Infinity
7	0.0000	20.0000	Infinity
8	0.0000	20.0000	Infinity
9	0.0000	20.0000	Infinity
$_DISP-0	20.0000	Infinity	20.0000
COMPR-1	0.0000	19.2000	162.0000
COMPR-2	0.0000	27.7200	304.0000
COMPR-3	0.0000	42.2400	446.0000
14	5.0000	5.0000	Infinity
15	10.0000	Infinity	5.0000
FEFVO-1	0.0000	Infinity	19.2000
FEFVO-2	0.0000	Infinity	27.7200
FEFVO-3	0.0000	Infinity	42.2400
DEM A-1	20.0000	Infinity	18.0000
DEM A-2	20.0000	Infinity	20.0000
DEM A-3	20.0000	Infinity	20.0000
DEM C-1	20.0000	Infinity	20.0000
DEM C-2	20.0000	Infinity	20.0000
DEM C-3	20.0000	Infinity	20.0000