EL COLEGIO DE MÉXICO
CENTRO DE ESTUDIOS ECONÓMICOS

MAESTRÍA EN ECONOMÍA

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN ECONOMÍA

TAMAÑO Y TIEMPO ÓPTIMOS DE AJUSTE DEL TIPO DE CAMBIO REAL EN UNA BANDA CON BARRERAS SUPERIOR E INFERIOR

GUILLERMO SIERRA JUÁREZ

PROMOCIÓN 1996-1998

ASESOR:

DR. ANGEL CALDERÓN MADRID

MARZO DE 2003

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo no hubiera podido llegar a su fin sin la excelente asesoría y conducción del Dr. Ángel Calderón Madrid. De la misma forma, deseo agradecer al Colegio de México, en especial al Director de Programa Dr. Jaime Sempere Campillo y a los profesores, investigadores y al personal administrativo del Centro de Estudios Económicos por su empeño y dedicación en la formación de nuevas generaciones de economistas.

RESUMEN

En este trabajo se considera una economía de un país con controles de capital y donde el tipo de cambio real sigue un comportamiento estocástico regulado y puede moverse dentro de una franja con limites tanto en la parte superior e inferior. Las autoridades tienen como objetivo minimizar una función de costos y de la solución de este problema se encuentra las relaciones de las variables del tamaño y tiempo de los ajustes del tipo de cambio real con los parámetros estocásticos del modelo y con el tamaño de la franja.

Se considera como un antecedente importante el articulo de Flood y Marion "The Size and Timing of Devaluations in Capital-Controlled Economies"* en el cual se propone una función de costos similar pero con la diferencia de que los autores establecen un solo un limite inferior, además de que su análisis se basa solo en la relación de las variables de ajuste con los parámetros de la media y varianza del proceso estocástico.

El presente trabajo hace énfasis en el análisis de los resultados de los casos extremos, es decir en los casos de franjas donde se mueve el tipo de cambio real que pueden ser muy delgadas o muy grandes

La primera parte del trabajo consiste de una revisión de los trabajos previos relacionados con bandas y tipo de cambio. Postériormente en la segunda parte se hace una introducción y una breve revisión del trabajo de Flood y Marion, además de una revisión general del trabajo propuesto en comparación con el artículo base. En la tercera parte se plantea el modelo y se resuelve matemáticamente utilizando el cálculo estocástico. En la cuarta sección, a partir de la solución se establecen una serie de resultados a partir de las variables que solucionaron el problema, haciendo énfasis en los casos extremos. Y en la última parte se presenta las conclusiones generales del trabajo, así como los apéndices necesarios de los pasos intermedios de las soluciones.

* Véase Flood y Marion(1997)

1 REVISIÓN DE ALGUNOS TRABAJOS PREVIOS

En esta sección se presenta un breve resumen de trabajos previos importantes sobre el tema de bandas objetivo y tipo de cambio que tienen relación con el tema de tesis y que sirven de introducción al modelo planteado. En primer lugar se hace una revisión de dos artículos de Krugman y enseguida presentamos otros resúmenes de los trabajos de Cagan, Flood y Marion y Flood y Garber que están relacionados con el tema.El artículo de Krugman[1] de "Crisis de balanza de pagos" es un clásico en el tema y en los siguientes párrafos se presenta un breve resumen de su modelo.

1.1 Modelo de Crisis de Balanza de Pagos

El gobierno de un país puede manejar su tipo de cambio de diversas maneras, pero cualquiera de los instrumentos políticos y económicos que quiera utilizar tendrá sus ventajas, desventajas y limitaciones. Por ejemplo, un gobierno que desea evitar la depreciación de su moneda, bajo ciertas condiciones, puede en un momento dado agotar sus reservas. Por el otro lado, un gobierno que acepta la depreciación de su moneda encontrará una inflación que no es bien aceptada por la sociedad. Cuando un gobierno ya no es capaz de defender la paridad fija debido a la restricción de sus acciones entonces ocurre una crisis de balanza de pagos. Este artículo de Krugman revisa principalmente este tipo de casos.

Una crisis de balanza de pagos estándar ocurre cuando en un país con un tipo de cambio fijo, que logra a través de las intervenciones directas en el mercado de tipo de cambio, agota gradualmente las reservas y unos instantes antes de terminarse, ocurre un ataque especulativo y el gobierno ya no será capaz de defender su tipo de cambio.

Krugman utiliza el siguiente argumento para explicar la crisis de balanza de pagos: Un ataque especulativo sobre las reservas de un gobierno puede ser vistas como un proceso por el cual los inversionistas cambian su composición de portafolios, reduciendo la proporción de moneda domestica y aumentando la proporción de la moneda extranjera. El cambio en la composición es justificado por las ganancias relativas y cuando el gobierno ya no puede defender más el tipo de cambio la moneda comienza a depreciarse.

El modelo macroeconómico tiene dos características principales: la demanda de dinero domestico depende de tipo de cambio y el tipo de cambio limpia los cambios del mercado de dinero domestico.

La balanza comercial esta determinada por la diferencia entre lo que se produce y lo que se gasta y solo hay dos tipos de activos: moneda domestica y extranjera y además no se considera la tasa de interés. Se supone la riqueza total de los residentes como la suma de sus posesiones de monedas domesticas y extranjeras y la primera es proporcional a la riqueza.

[1] Véase Krugman (1979)

Se propone un primer caso, con un comportamiento dinámico del tipo de cambio libre y con los siguientes supuestos obtenemos ciertos resultados.

Si el gobierno no fija el tipo de cambio, este puede cambiar por alguna de estas tres razones; Por un cambio en la cantidad de posesión de moneda doméstica, por un cambio en la posesión doméstica de activos extranjeros o bien por un cambio en la tasa esperada de inflación

Supongamos que la creación de moneda es dictada por las necesidades de financiar al gobierno, es decir el dinero es creado por el déficit del gobierno. Una suposición artificial es que el gobierno ajusta el gasto para mantener el déficit como una constante de la oferta monetaria. La tasa de acumulación de moneda extranjera debe ser igual a la cuenta corriente. Por otra parte la inflación cumple la previsión perfecta

De las características y supuestos se obtiene un sistema dinámico en las variables de estado de las ofertas monetarias domestica y extranjera.

El sistema dinámico presenta dos resultados importantes. El primero de ellos es que el tipo de cambio es un sistema inestable y por lo tanto solo existe una trayectoria convergente al estado estacionario, en otras palabras, no cualquier trayectoria inicial converge. Para resolver esta dificultad, se toma el supuesto que los inversionistas no creen en la posibilidad de burbujas especulativas y el tipo de cambio de ser tal que implica la convergencia al estado estacionario.En el segundo caso es sobre el comportamiento dinámico del tipo de cambio fijo. Ahora supongamos que el gobierno posee un stock de moneda extranjera y la utiliza para estabilizar el tipo de cambio que es equivalente a estabilizar el nivel de precios.

De las restricciones presupuestarias del sector privado y gubernamental, el primero puede adquirir activos solo si gasta menos que lo que recibe. De esta restricción, y del hecho que el nivel de precios es fijo, tenemos que la riqueza es igual al cambio de las ofertas monetarias domesticas y extranjera. Además de que el ahorro privado es función de la riqueza privada.

Los inversionistas creen que el tipo de cambio seguirá fijo y habrá una relación estable entre riqueza y dinero que se posee. Del cambio en la riqueza una proporción será para moneda domestica y otra para moneda extranjera.

Por otra parte, el gobierno puede pagar su déficit emitiendo nuevo dinero domestico o con sus reservas. Como el gobierno esta comprometido con el tipo de cambio, este no tiene control sobre el déficit que es financiado. Si el gobierno emite más el dinero domestico que el sector privado esta dispuesto a pagar, los inversionistas privados siempre pueden sacar el exceso de circulación comerciando dinero extranjero en el tipo de cambio de ventanilla. Como resultado con el excedente el gobierno financia su propio déficit. Este esta determinado por los deseos del sector privado para adquirir moneda nacional

Si la economía alcanza un equilibrio con algunas reservas, el modelo desarrollado es justamente un caso particular de los mecanismos de precio espacio cuando no es posible fijar el tipo de cambio por siempre.

Como conclusiones generales del artículo, este ha sido escrito bajo las circunstancias de una crisis de balanza de pagos. Definida en una situación en la cual un país esta gradualmente perdiendo reservas llega a un momento de crisis en que los especuladores atacan al tipo de cambio. En el modelo revisado las crisis de balanza de pagos son un producto natural de la maximización de los inversionistas.

Cuando un gobierno utiliza sus reservas para defender el tipo de cambio hay incertidumbre, ya que puede haber una serie de crisis en la cual un flujo de capital sale del país y este regresa hasta que este asunto sea resuelto.

Como conclusión, a pesar de las limitaciones del modelo debido a las simplificaciones y la irrealidad de las acciones del gobierno, se ofrecen explicaciones bastante aceptables de los esfuerzos encaminados para defender el tipo de cambio fijo conducen a crisis.

1.2 Modelo de Zonas Objetivo

Otro artículo relacionado con el tema, también de Krugman es resumido en los siguientes párrafos.

Krugman presentó su artículo en 1998[2] e inicio una serie de investigaciones sobre esta línea. El comenzó con las suposiciones de que el tipo de cambio como cualquier otro activo depende de algunas fundamentales corrientes y de la expectativa de valores futuros del tipo de cambio. Con el objeto de simplificar, se asume una dependencia lineal del tipo de cambio con el agregado fundamental, incorporando los diferencias fundamentales del tipo de cambio (como PIB, oferta monetaria, tasa de interés, oferta monetaria, nivel de precio etc.) y el valor esperado futuro de la moneda.

Se asume que el fundamental consiste de dos componentes: uno es la "velocidad " que es exógena al banco central y estocástica; La otra componente es la "oferta monetaria" controlada por el Banco Central. A partir del control de la oferta monetaria el Banco Central puede controlar el fundamental agregado y por lo tanto el tipo de cambio. Cuando la moneda es débil (y el tipo de cambio elevado) el Banco central reduce la oferta monetaria "interviniendo" ya sea con la venta de bonos de operaciones de mercado abierto o bien vendiendo moneda extranjera de las reservas en una intervención del tipo de cambio con el fin de fortalecer la moneda. En un tipo de cambio en zonas objetivo, el banco central controla la oferta monetaria para mantenerlo dentro de una banda específica alrededor de una paridad central.

Este modelo tiene dos supuestos básicos; El primero de ellos es que el tipo de cambio en la Zona objetivo es perfectamente creíble, los agentes de mercado creen que las orillas superiores e inferiores permanecerán fijas por siempre y que el tipo de cambio permanece siempre dentro de la banda. Y el segundo supuesto es que la zona objetivo es solamente defendida con intervenciones "marginales".

---

[2] Véase Krugman(1991) o Svensson (1992)

Esto significa que la oferta monetaria se mantiene constante y ninguna intervención ocurre mientras el tipo de cambio este dentro de la banda. Cuando el tipo de cambio alcanza alguna de las orillas de la banda como la superior entonces la moneda es débil y la oferta monetaria se reduce para prevenir que la moneda siga debilitándose. Lo anterior ocurre de manera contraria cuando se alcanza la orilla inferior de la banda.

Para resolver el modelo debe especificarse el proceso estocástico para la componente exógena del fundamental (la velocidad). Krugman hizo la suposición de que la velocidad se comporta como un movimiento Browniano sin tendencia, esto implica que el tipo de cambio de libre flotación también será un movimiento browniano, lo cual parece estar de acuerdo con las observaciones en que los tipos de cambio de libre flotación se comportan como caminatas aleatorias.

En el modelo (log) del tipo de cambio este llega a ser igual que los fundamentales agregados (bajo libre flotación), ya que bajo la libre flotación la oferta monetaria se mantiene constante por lo que el fundamental agregado se mueve solo con la velocidad y entonces también es un movimiento browniano.

Recordemos que el tipo de cambio, por suposición, depende linealmente del fundamental agregado y del tipo de cambio esperado en el futuro. Si el tipo de cambio es un movimiento browniano sin tendencia, el cambio esperado en el tipo de cambio es cero entonces el tipo de cambio depende linealmente del fundamental. Por lo tanto, si el fundamental es un movimiento browniano sin tendencia, entonces el tipo de cambio tendrá las mismas características y bajo una cierta normalización será igual al fundamental.

Las dos suposiciones cruciales del modelo de zonas objetivo, junto con la suposición acerca de la velocidad, permiten al tipo de cambio en esa zona ser expresado como una función de un fundamental agregado. La función tipo de cambio de la zona objetivo es una curva en forma de S mientras que la libre flotación el tipo de cambio es una línea de 45·

Existen dos principales resultados del modelo de Krugman como resultado de la forma S de la función de tipo de cambio. El primero es que la pendiente de la curva en forma de S es siempre menor a 1. Este efecto es conocido como "honeymoon" y la intuición de este efecto es que cuando en tipo de cambio tiene un valor alto (o bien la moneda es débil) y cercano a la orilla superior de la banda del tipo de cambio, la probabilidad de alcanzar este limite en un tiempo finito cada vez es mayor. Como resultado la probabilidad de una intervención futura para reducir la oferta monetaria y fortalecer la moneda es mayor. Esto significa que una apreciación futura de la moneda es esperada con lo cual el mercado actúa en una inmediata apreciación de la moneda y en bajar el tipo de cambio. En este caso el tipo de cambio es menor al predicho solo por el fundamental debido a que una apreciación esperada de la moneda es tomada en cuenta. Simétricamente ocurre lo mismo cuando el tipo de cambio es fuerte y cercano a la orilla inferior de la banda. El efecto “honeymoon” conduce a un importante resultado de que una zona objetivo es inherente estabilizadora. Las expectativas de intervenciones futuras para estabilizar el tipo de cambio producen que el tipo de cambio sea más estable que sin el fundamental. Colocar diferentes zonas objetivo significa estabilización de fundamentales en las bandas.

El otro resultado importante es la forma de la curva S cuya pendiente se va acostando hasta llegar a ser cero en la orilla de la banda. En las orillas de la banda la función del tipo de cambio es tangencial. Este efecto es conocido como "smooth pasting"[3] y su intuición no es de muy fácil de explicar. Una pendiente de valor cero del tipo de cambio en la frontera significa que en este punto el tipo de cambio es insensible al fundamental. Esto puede suceder por alguna discontinuidad en el cambio esperado del fundamental o en la orilla de la banda. En el interior de la banda el fundamental es un movimiento browniano sin tendencia y su expectativa de cambio es cero. En las orillas de la banda el fundamental puede permanecer en la orilla o bien regresarse al interior de la banda y la tasa esperada de cambio es repentinamente diferente de cero, en la orilla superior es negativa mientras en la orilla inferior es positiva.

El modelo tiene claras implicaciones empíricas para el tipo de cambio y los diferenciales de la tasa de interés y las implicaciones empíricas para los fundamentales (que no son observados directamente, pero pueden ser estimados). Estas implicaciones han sido probadas extensivamente en países nórdicos, sistema monetario europeo, el sistema de oro y en el sistema Bretton Woods. Estas pruebas han consistentemente rechazado el modelo.

Las suposiciones claves del modelo de Krugman de perfecta credibilidad e intervenciones marginales únicamente pueden probarse por separado. La credibilidad perfecta parece algo irrealista dada las frecuentes realineaciones que ocurren en la práctica. En resumen, el modelo de Krugman con ambas suposiciones ha sido rechazado por los datos. Posteriormente han aparecido dos extensiones al modelo que pretenden resolver estas dificultades teóricas.

Respecto de la credibilidad perfecta, se ha demostrado de los datos históricos que las bandas del tipo de cambio algunas veces se desplazan o realinean. Entonces la paridad central- o centro de la banda- hace un salto a un nuevo nivel. Puede ser que el salto en la paridad central sea tan grande que la nueva banda y no se traslapa con la anterior, entonces el tipo de cambio también debe saltar. Si hay traslape de la nueva banda con la anterior entonces el tipo de cambio pudiera no saltar. Una obvia extensión del modelo deberá ser aquel que incorporé la realineaciones del tipo de cambio.

La credibilidad o ausencia de ella en las zonas objetivo del tipo de cambio es siempre asunto de gran interés. La aproximación con nuevos métodos para medir las expectativas de alineación pueden llegar a ser de gran utilidad.

Para el caso de las intervenciones intra marginales, la distribución empírica del tipo de cambio dentro de la banda y cuenta con más observaciones dentro de la misma en contraste con la predicha en el modelo de Krugman que predice más observaciones en la orilla de la banda. La explicación más obvia para esta diferencia, es que el tipo de cambio se mantiene en medio debido a las intervenciones intra marginales esto es que las intervenciones del banco central ocurren en el interior de la banda del tipo de cambio.

---

[3] Véase Dixit (1993)

En el mundo real, el comportamiento intervencionista de los Bancos Centrales debe ser tomado en cuenta. La primera aproximación de este complicado comportamiento es proponer que la adición a las intervenciones marginales en las orillas de la banda hay intervenciones intra marginales, esto es, intervenciones que hacen regresar al tipo de cambio a un nivel especifico dentro de la banda. Una simple forma para modelar tales intervenciones en términos de la zona objetivo con credibilidad imperfecta es especificar que las intervenciones intra marginales afectan en la tasa esperada de cambio, la tendencia de la fundamental compuesta seguida de la paridad central es proporcional a la distancia a la paridad central.

1.3 Revisión de otros Modelos

Existe una gran cantidad de artículos relacionados con el mismo tema, de los cuales algunos de los más cercanos al trabajo se explican de forma breve a continuación.

El modelo de Cagan[4] retoma las ideas y supuestos más importantes de Krugman y desarrolla con más detalle algunos de sus puntos, como son el tiempo esperado de un ataque especulativo. En su artículo introduce el término tipo de cambio sombra, que es definido como el tipo de cambio que prevalecería si el ataque especulativo ya hubiera ocurrido. Conociendo este tipo de cambio y el valor del tipo de cambio fijo y por las condiciones de continuidad, pude determinarse que tiempo se dará un ataque en antes de que las reservas se agoten. En el mismo instante en que las reservas caen, también cae la oferta monetaria. Aunque inmediatamente después, empiezan a crecer para compensar el déficit y posteriormente los precios comienzan a aumentar pero por saltos ya que el tipo de cambio nunca dio un salto.

El articulo de Flood y Marion continua el estudio sobre el mismo problema de determinar el tiempo esperado de una devaluación, como en los artículos de Krugman y Cagan, pero atacándolo desde un punto de vista diferente. Estos autores fijan el tipo de cambio real como un proceso estocástico y que para algunos países en vías de desarrollo donde su tipo de cambio se fija al del dólar este podría tener una tendencia negativa. Esta desviación del tipo de cambio real con respecto a un cierto nivel deseado es conocida como un tipo de cambio desalineado. El movimiento del tipo de cambio entre los dos países puede ser originado entre otras cosas por las diferentes tasas de inflación entre los países.

Según estos autores el objetivo del tomador de decisiones es minimizar el valor presente esperado los costos en un horizonte de planeación infinito para mantener un tipo de cambio nominal fijo y reajustarlo periódicamente. El problema puede ser caracterizado por medio de una función de perdida que identifica el flujo de costos de un tipo de cambio desalineado de su nivel deseado y el costo de control cuando un reajuste ocurre.

[4] Véase Cagan(1971)

En él articulo determina el tamaño y tiempo esperado de una devaluación que dependerá de las decisiones políticas que minimizan el flujo de costos. Según el modelo apoyado por la evidencia empírica de tipo de cambio fijo de países de Latinoamérica, una mayor varianza del tipo de cambio real aumenta el tiempo en que se sostiene el tipo de cambio fijo.

El modelo considera un país en vías de desarrollo con control del capital en donde las decisiones acerca de la fijación del tipo de cambio recaen en las autoridades. Se identifica la desviación del tipo de cambio de su nivel deseado que es llamada desalineación del tipo de cambio como la sola distorsión que influencia el tipo de cambio.

Cuando un país fija el valor de su moneda en términos de la de otro país, su tipo de cambio nunca varía en el tiempo. El movimiento del tipo de cambio viene de dos países que experimentan diferentes tasas de inflación y porque los precios domésticos y extranjeros sufren choques aleatorios. En algún punto real el tipo de cambio puede alejarse mucho del nivel deseado.

Como conclusión, cuando un país controla el capital y su moneda, el tamaño y tiempo de una devaluación están conjuntamente determinados por la política de las autoridades. En él articulo se considera que el tomador de decisiones quien fija el tipo de cambio nominal y que lo ajusta periódicamente para minimizar el flujo de costos de las alineaciones del tipo de cambio real desalineado y costo de un reajuste.

Afortunadamente, el tipo de cambio real sigue siendo un movimiento browniano y el problema de minimización de costos puede ser resuelto explícitamente para una banda optima dentro del cual el tipo de cambio puede fluctuar sin disparar una devaluación para un tiempo esperado cuando el tipo de cambio toca la banda inferior provocando la devaluación.

En el trabajo de Flood y Garber[5] se consideran algunos ejemplos lineales de colapso de regímenes de tipo de cambio en donde al modelo de Krugman se le agrega la existencia de bonos domésticos y bonos en moneda extranjera (perfectos sustitutos). En el modelo se introduce la tasa de interés en la ecuación para la demanda de dinero y en la ecuación del arbitraje para la inversión domestica y extranjera. La oferta monetaria esta compuesta por el crédito interno y las reservas y los precios son proporcionales al tipo de cambio.

Nuevamente se llegan a los resultado de Krugman y Cagan en donde para evitar ganancias infinitas debe existir un ataque especulativo a las reservas del gobierno antes de que estas se agoten. Otra vez se construye un tipo de cambio sombra y su intersección con el tipo de cambio fijo determina el tiempo esperado de un ataque. En un segundo apartado consideran el proceso con incertidumbre pero en un tiempo discreto. Al final se concluye que existen dos alternativas bajo las cuales un tipo de cambio puede colapsarse. En primer lugar un choque impredecible tal que el tipo de cambio no pueda sostenerse y una segunda situación donde la secuencia acumulativa de pequeños eventos anunciarían un colapso.

---

[5] Véase Flood y Garber(1991)

Por último desde una perspectiva diferente a los artículos anteriores se considera el artículo de Obsfeld[6] donde las reservas se toman como una variable de estado y dependiendo del estado en que se encuentren ante un ataque especulativo podrá la economía responder a equilibrios diferentes donde los agentes puedan acordar un equilibrio alto, bajo o múltiple.

2 ANTECEDENTES

2.1 Introducción

En el presente trabajo al igual que en el articulo de Flood y Marion[7] se propone un modelo para un país en desarrollo con controles de capital en donde las decisiones de fijar o mover el tipo de cambio recaen en las autoridades.

Flood y Marion suponen que en un país el valor de su moneda se fija en términos de la de un país desarrollado y que su tipo de cambio real variará en el tiempo debido a que ambos países poseen diferentes tasas de inflación. Suponen también suponen que los precios domésticos y externos pueden estar sujetos a choques aleatorios.

Una característica importante de su modelo es que el tipo de cambio real tiene un comportamiento estocástico y debido a las restricciones que imponen a la estructura de este proceso, esta variable solamente puede tener tendencia negativa. Esto implica que la única posibilidad del tomador de decisiones de ajustar el tipo de cambio real es a través de movimiento hacia arriba del tipo de cambio nominal

Como se explicará más adelante la reformulación de este modelo no es tan restrictiva: Por un lado el proceso estocástico no tiene necesariamente una tendencia negativa, la estructura que planteamos puede aceptar un movimiento hacia arriba o hacia abajo del tipo de cambio nominal. Por otro lado y a partir de una reformulación más general, el tomador de decisiones puede también realizar ajustes en cualquier dirección.

2.2 Revisión del articulo base

Debido a que el tipo de cambio real tiene esta tendencia negativa, éste alcanza en un momento determinado un límite inferior seleccionado por el tomador de decisiones. En ese instante se produce un ajuste o devaluación regresando el tipo de cambio real al valor que tenia inicialmente. El tamaño del ajuste, que es igual a la diferencia entre el valor de la posición inicial del tipo de cambio real y él limite inferior, es considerado por los autores como el tamaño del ajuste óptimo o bien como el ancho de una cierta banda de tamaño óptimo. Por otra parte, se denomina como tiempo esperado de una devaluación, al momento en que el tipo de cambio real toca por primera vez el límite inferior preestablecido con anterioridad.

---

[6] Véase Obsfeld(1996)

[7] Véase Flood y Marion (1997)

Los autores postulan que el tipo de cambio real se comporta de acuerdo a un movimiento browniano y después de una normalización, se realiza un cambio de variables para que el movimiento browniano pase a ser de no regulado a regulado y de esta forma poder obtener una solución matemática.

El modelo supone que el tomador de decisiones tendrá la tarea de minimizar una función de costos sobre un horizonte de planeación infinito considerando tener un tipo de cambio nominal fijo pero donde también es posible realizar ajustes periódicos.

En el modelo se postula la existencia de un nivel ideal o deseado para el tipo de cambio real. Y cada vez que el tipo de cambio real se aleja de este nivel ideal, cuando se dice que ocurre una desalineación, se produce un cierto costo ya que los bienes y servicios llegan a ser menos competitivos empeorando la balanza de pagos y reduciendo el empleo del sector comercial. Por el otro lado, cada vez que el tipo de cambio real llega al límite inferior y se produce un ajuste que también se generara un costo, ya que al mover el tipo de cambio nominal, las autoridades tendrán una perdida de reputación o de credibilidad.

La función de costos la construyen tomando en cuenta los dos tipos de costos ya mencionados, considerando un horizonte de planeación infinito traídos a valor presente a una determinada tasa de interés. Proceden después a minimizar dicha función; de las condiciones de primer orden obtienen el valor ideal del tipo de cambio, así como el tamaño óptimo de una devaluación que estará dado por el valor de la posición inicial del tipo de cambio real.

Este modelo les permite establecer que relación existe entre las características propias del tipo de cambio como proceso estocástico (principalmente la media y la varianza) con el tamaño y el tiempo de una devaluación. A partir de esta relación pueden, por ejemplo, deducir que si se reduce el valor de la media del tipo de cambio real, el tipo de cambio tocara con mayor frecuencia la barrera inferior provocando una cantidad mayor de ajustes. En este caso el tomador de decisiones procederá a reducir el número de estos, ampliando el ancho de la banda aceptando a cambio los costos asociados a una cantidad mayor de desalineaciones. También se analiza el caso cuando se presenta un incremento en la varianza. En este otro caso, también se incrementa el ancho de la banda para que el tipo de cambio pueda fluctuar sin tantas devaluaciones. Intuitivamente podría pensarse que para una franja dada, una mayor varianza incrementaría el número de veces que el tipo de cambio toca él limite inferior. Por lo tanto un tomador de decisiones desearía ampliar la banda y tolerar más desalineaciones.

De forma análoga, los autores buscan la forma de relacionar la media y varianza del tipo de cambio real como proceso estocástico, con el tiempo esperado de una devaluación. Sin embargo, los efectos no se aprecian tan directos como en el caso anterior ya que los incrementos en la media y varianza producen efectos en direcciones diferentes dentro de las variables. Por ejemplo, un incremento negativo de la media del tipo de cambio real tiene un efecto incierto en una devaluación ya que por un lado un incremento negativo reduciría el tiempo esperado en alcanzar la barrera inferior. Por el otro lado, como se mencionó en el párrafo anterior, un incremento negativo aumenta en ancho de la franja y por lo tanto retarda en tiempo esperado de una devaluación.

De esta forma cualquiera de los dos efectos puede predominar. En el caso de la varianza se presenta la misma ambigüedad.

2.3 Revisión del trabajo propuesto con el artículo base

Suponemos que el tipo de cambio real sigue un proceso estocástico sin alguna tendencia en especial. A diferencia del artículo en donde se presupone solamente una tendencia negativa en este trabajo el tomador de decisiones puede entonces ajustar el tipo de cambio real con un movimiento en el tipo de cambio nominal en cualquiera de las dos direcciones.

El movimiento el tipo de cambio real alcanzara en cualquier momento un limite superior o inferior, fijados inicialmente por las autoridades. En ese instante se producirá un ajuste pudiendo ser de reevaluación o devaluación. El tamaño del ajuste estará dado por la diferencia entre el valor del tipo de cambio real y el nivel ideal del tipo de cambio. Debido a que el proceso estocástico que proponemos en el modelo es mas general, existen por tanto, dos diferencias importantes con respecto al articulo de Flood y Marion: en este modelo que se propone la existencia tanto limite superior como inferior, y no solamente el inferior. La otra diferencia es que el ajuste aplicado por las autoridades es respecto al nivel ideal del tipo de cambio y no al inicial como sucede en el modelo de estos autores.

Con esta estructura alternativa, podemos plantear en nuestro modelo un tamaño de banda que resulta independiente de la posición inicial del tipo de cambio real. A diferencia del modelo de Flood y Marion en donde el tipo de cambio inicial si importaba para definir el tamaño de la franja.

Respecto el tamaño del ajuste que es considerado equivalente a la posición inicial del tipo de cambio por Flood y Marion, en este trabajo se propone que el ajuste se realice respecto al nivel deseado del tipo de cambio ideal, tanto para el limite inferior como para el superior. De igual manera se denominara tiempo esperado del ajuste, al momento en que el tipo de cambio toca por primera vez ya sea el limite superior o inferior de la franja.

En nuestro modelo, el tipo de cambio sigue un movimiento browniano asociado a un proceso Wiener y después de una normalización que traslada el limite inferior del tipo de cambio al eje cero horizontal y al superior en un cierto valor b y posteriormente se convierte de un movimiento browniano no regulado a regulado, lo que nos permitirá poder resolver el problema.

Para construir la función de costos tomamos en consideración los costos asociados a los ajustes y las desalineaciones sobre un horizonte de planeación infinito y traídos a valor presente considerando una cierta tasa de interés.

Demostraremos que en nuestro modelo es posible analizar distintos casos a partir las relaciones de las variables del tipo de cambio inicial e ideal con los distintos parámetros. Aunque algunas de las relaciones ya se establecen en el modelo de Flood y Marion en nuestra formulación establecemos algunas nuevas como por ejemplo la dependencia de las variables con el ancho de la franja.

Como primer caso analizamos que sucede cuando el ancho de la banda es muy pequeño, este caso podría ser similar al de un tipo de cambio real estrictamente fijo. En un segundo caso se analiza el valor de la franja cuando esta aumenta considerablemente a un valor muy grande, es decir si el ancho tiende al infinito, este caso podría ser semejante a un tipo de cambio libre.

Otro resultado que se deduce es la relación de cambio entre el tamaño de un ajuste y el ancho de la franja, así como también con respecto a los parámetros propios del movimiento estocástico del tipo de cambio como puede ser la media y la varianza principalmente en los casos limite de barreras muy delgadas o muy anchas,

Un resultado final consiste en establecer la relación entre en tiempo esperado de un ajuste cuando toca el limite superior o inferior, con los parámetros de la media y la varianza del proceso estocástico del tipo de cambio. También estos casos son revisados en los límites de barreras muy delgadas o muy anchas.

El trabajo se estructura en dos secciones adicionales más la de conclusiones y apéndice.

En el Capítulo 3 planteamos los supuestos y la solución del modelo. Mas específicamente, apoyados por el cálculo estocástico, se construye una función de costos que posteriormente se minimiza obteniéndose los valores de las variables relacionadas con el tamaño del ajuste.

En el Capitulo 4 a partir de la solución de la sección anterior se deducen algunas relaciones importantes de los parámetros con las variables de tamaño y tiempo de un ajuste, especialmente en los casos de franjas muy delgadas y muy anchas.

En la última parte del trabajo se presentan las conclusiones generales además de una sección de apéndices matemáticos.

3 EL MODELO

3.1 Antecedentes del modelo

Consideremos un modelo muy simplificado de una economía con controles de capital, en donde la decisión de fijar el tipo de cambio se encuentra en manos de las autoridades.

Si este país fija su moneda en función de la moneda de otro país, su tipo de cambio real puede variar en el tiempo. Este movimiento puede explicarse por la diferencia en las tasas de inflación de cada uno de los países y porque los precios domésticos y externos pueden tener choques exógenos

La expresión para el tipo de cambio real q_t en función del tipo de cambio nominal y los precios estará dada por

$$q_t = \frac{e_t P_t *}{P_t} \tag{1}$$

donde e_t es el tipo de cambio nominal, P_t* el nivel de precios externos y P_t el nivel de precios domésticos. En el inicio, el tipo de cambio real y nominal son q_o y e_o y el nivel deseado o de equilibrio es $q*$. Hasta este momento las suposiciones son las mismas que en el modelo de Flood y Marion

Ahora supongamos que el tipo de cambio real q_t sigue un proceso estocástico y puede moverse solamente dentro de una banda de ancho b, además de que q_o, q_t, $q*$ también se encuentran dentro de la banda., es decir, el tipo de cambio real estocástico puede moverse libremente dentro de una banda que se encuentra limitada inferiormente en b_1 y en la parte superior por b_2, de tal forma que $b_2 - b_1 = b$. En el instante en que el tipo de cambio real alcanza alguna de los límites, las autoridades realizan un ajuste instantáneo en el tipo de cambio nominal que regresa el tipo de cambio real a lo que se ha denominado su nivel ideal. Por otra parte, a las desviaciones del tipo de cambio de su nivel deseado se les llaman desalineaciones del tipo de cambio real.

En este punto existe una diferencia respecto al modelo, ya que los autores proponen únicamente un límite inferior y hacen la suposición de que el tipo de cambio real tiene una tendencia negativa. Ambos supuestos no son necesarios en este modelo.

El tamaño ideal del ajuste (de una devaluación o reevaluación) cuando el tipo de cambio real toca alguna de las orillas es la diferencia con respecto al tipo de cambio ideal. Es decir, si alcanza la orilla inferior es de $q*- b_1$ y si el limite que se alcanza el nivel superior entonces el ajuste es b_2-q*. Aquí se presenta otra diferencia respecto al modelo de Flood y Marion, ya que ellos consideran el tamaño óptimo del ajuste óptimo como la diferencia entre el valor inicial que poseía el tipo de cambio real y el límite de la barrera inferior.

Para resolver el problema utilizando el flujo éstocástico planteado por Harrison[8](1983), realizaremos una normalización, restando a todas nuestras variables el valor b_1 de tal manera que ahora el límite inferior coincida con el eje de las abscisas y el correspondiente limite superior en el punto b. Entonces tenemos

$0 = b_1 - b_1$ (2 a)
$b = b_2 - b_1$ (2 b)
$X_o = q_o - b_1$ (2 c)
$X^* = q^* - b_1$ (2 d)
$X_t = q_t - b_1$ (2 e)

En ausencia de intervenciones proponemos al igual que en el modelo de Flood y Marion que el tipo de cambio real sigue un movimiento browniano (μ, σ).

$$X(t) = X_o + \mu t + \sigma \omega_t \tag{3}$$

Donde ωt es un proceso Weiner con choques diferenciales independientes y normalmente distribuidos con media 0 y varianza igual a 1, en donde μ y σ^2 son respectivamente las media y varianza de X.

La normalización y el supuesto del tipo de cambio real como movimiento browniano son también tomados en cuenta en el modelo original, pero se plantea el problema con un solo límite inferior.

Debido a que el modelo presenta dos barreras y de acuerdo a las condiciones del tipo de cambio, si este alcanza alguno de los límites, ya sea superior o inferior de la banda tenemos lo siguiente:

Supongamos $X_o \geq 0$ y consideremos el proceso (l, u, z) el cual es obtenido de X imponiendo una barrera de control superior e inferior. Las variables tienen las siguientes propiedades[9]

a) l y u se incrementan y son continuas con $l_o = u_o = 0$
b) $z_t = (x_t + l_t - u_t)$ pertenece $[0,b]$ $\forall t \geq 0$ (4)
c) l y u se incrementan cuando z =0 y z =b respectivamente

en donde z_t si es un movimiento Browniano regulado mientras que x_t es un movimiento browniano no regulado. Podemos interpretar l_t y u_t como los incrementos acumulados en el tipo de cambio real efectuados por el tomador de decisiones en el tiempo t.

[8] Véase Harrison (1985)

[9] Véase Harrison(1985).

3.2 Planteamiento del modelo

Como primer paso construimos una función de costos que sume a valor presente los costos incurridos en tener un tipo de cambio real alejado, ya sea por la parte superior o inferior, de su nivel deseado u optimo X*. Consideramos un horizonte de planeación infinito y una tasa de descuento λ. El costo de esta desalineación puede expresarse por $(z_t - x^*)^2$. En esta función de costos es necesario tomar en cuenta todos los ajustes realizados en el tipo de cambio real cuando alcanza alguno de los límites de la franja y que se han denominado c y r para las orillas inferior y superior respectivamente.

El problema del tomador de decisiones esta caracterizado por una función que refleje los supuestos del párrafo anterior. Una función de costos que expresa lo que buscamos queda representada por medio de la siguiente ecuación:

$$k(X_o) = E_{xo}\left\{\int_0^{\infty} e^{-\lambda t}\left[(zt - x)^2 dt + cdl - rdu\right]\right\} : 0 \le X_o \le b \tag{5}$$

Donde $k(X_o)$ representa el valor esperado de los costos y E_{xo} es el operador de expectativas condicionado al valor esperado dado un valor inicial del tipo de cambio X_o . Se supone que el tomador de decisiones posee expectativas racionales y que minimiza el valor de X* y X_o; además como z_t es un movimiento browniano regulado la ecuación (5) tiene una solución cerrada.

Supongamos los siguientes valores a la frontera para la función de costos que cabe señalar involucran a los costos de ajuste:

$$k'(0) = c \tag{6 a}$$
$$k'(b) = r \tag{6 b}$$

Cada vez que hay un movimiento de alineación hay una pérdida de reputación y de credibilidad para el gobierno(c y r cuando alcanza las orillas superior e inferior de la banda respectivamente) y por otro lado, los costos de una desalineación provienen de que los bienes y servicios llegan a ser menos competitivos y por lo tanto se deteriora la balanza de pagos.

Es importante hacer notar que la función de costos fue construida de manera similar al modelo de Flood y Marion, sin embargo, estos autores únicamente toman los costos asociados al ajuste de la barra inferior dentro de la función de costos. Es importante también aclarar que las condiciones a la frontera del problema de dos límites son diferentes.

3.3 Solución del modelo

El objetivo del tomador de decisiones será el de minimizar la función de costos (5) sujeto a las condiciones de frontera (6ª y 6b).

En el apéndice I se presenta la deducción de la solución para el problema planteado y se llega a que el valor de la función de costos k(X_o) esta dada por

$$k(X_o) = f(X_o) + Ae^{-\alpha(\lambda)Xo} + Be^{\alpha*(\lambda)Xo} \tag{7}$$

donde f(X_o) esta dado por la expresión siguiente

$$f(X_o) = E_{X_o}\left\{\int_0^{\infty} e - \lambda t(zt - x^*)dt\right\} : 0 \leq X_o \leq b \tag{8}$$

Sustituyendo el valor de f(X_o) [10] llegamos a la expresión final para la expresión de costos

$$k(X_o) = \frac{(X_o - X^*)^2}{\lambda} + \frac{2\mu^2}{\lambda^3} + \frac{2(X_o - X^*)\mu + \sigma^2}{\lambda^2} + \mathrm{A}e^{-\alpha(\lambda)Xo} + \mathrm{B}^{\alpha*(\lambda)Xo} \tag{9}$$

en donde α, α* [11] tienen los siguientes valores:

$$\alpha = \frac{\left(\mu^2 + 2\sigma^2\lambda\right)^{1/2} + \mu}{\sigma^2} > 0 \tag{10 a}$$

$$\alpha^* = \frac{\left(\mu^2 + 2\sigma^2\lambda\right)^{1/2} - \mu}{\sigma^2} > 0 \tag{10 b}$$

---

[10] cfr. Apéndice I

[11] Véase Harrison (1985)

La función de costos es diferente de la que originalmente obtuvieron de Flood y Marion, debido a la existencia de dos barreras y a que cambiaron los valores de frontera.

De las ecuaciones (6 a) y (6 b), y de la expresión (9) es posible deducir que los valores de las constantes A, B[12]

$$A = \frac{r - \dfrac{2(b - x^*)}{\lambda} - \dfrac{2\mu}{\lambda^2} - \left(c + \dfrac{2x^*}{\lambda} - \dfrac{2\mu}{\lambda^2}\right)e^{\alpha^* b}}{-\alpha\left(e^{-\alpha b} - e^{\alpha^* b}\right)} \tag{11 a}$$

$$B = \frac{-r + \dfrac{2(b - x^*)}{\lambda} + \dfrac{2\mu}{\lambda^2} + \left(c + \dfrac{2x^*}{\lambda} - \dfrac{2\mu}{\lambda^2}\right)e^{-\alpha b}}{\alpha^*\left(e^{-\alpha b} - e^{\alpha^* b}\right)} \tag{11 b}$$

Finalmente podemos escribir la función de costos (9) para un nivel inicial de tipo de cambio X_o sustituyendo los coeficientes A y B de las ecuaciones (11 a) y (11 b) tenemos

$$k(X_o) = \left[\frac{(X_o - X^*)^2}{\lambda} + \frac{2\mu^2}{\lambda^3} + \frac{2(X_o - X^*)\mu + \sigma^2}{\lambda^2}\right] + \left[\frac{-r + \dfrac{2(b-x^*)}{\lambda} + \dfrac{2\mu}{\lambda^2} + \left(c + \dfrac{2x^*}{\lambda} - \dfrac{2\mu}{\lambda^2}\right)e^{\alpha^* b}}{\alpha\left(e^{-\alpha b} - e^{\alpha^* b}\right)} e^{-\alpha(\lambda)X_o}\right] +$$

$$\left[\frac{-r + \dfrac{2(b-x^*)}{\lambda} + \dfrac{2\mu}{\lambda^2} + \left(c + \dfrac{2x^*}{\lambda} - \dfrac{2\mu}{\lambda^2}\right)e^{-\alpha b}}{\alpha^*\left(e^{-\alpha b} - e^{\alpha^* b}\right)} e^{*(\lambda)X_o}\right] \tag{12}$$

Como siguiente paso, se minimiza la expresión anterior aplicando las condiciones de primer orden y a partir de estas es posible determinar el nivel óptimo de la banda, el valor inicial del tipo de cambio real X* y X_o[13]. Hay que recordar que los valores de estas variables son importantes porque esencialmente nos determinan los tamaños de los ajustes

A continuación aparecen las expresiones para los valores de X* y X_o

(13a)

$$X^* = \frac{\frac{1}{\alpha}(1 - e^{\alpha^* b})e^{-\alpha Xo} + \frac{1}{\alpha^*}(1 - e^{-\alpha b})e^{\alpha^* Xo} + (\frac{\lambda}{2}r - b - \frac{\mu}{\lambda})(e^{\alpha^* Xo} - e^{-\alpha Xo}) + (\frac{c\lambda}{2} - \frac{\mu}{\lambda})(e^{\alpha^* b}e^{-\alpha Xo} - e^{\alpha^* Xo}e^{-\alpha b})}{e^{-\alpha Xo}(1 - e^{\alpha^* b}) - e^{\alpha^* Xo}(1 - e^{-\alpha b})}$$

(13 b)

$$Xo = -\frac{\mu}{\lambda} + \frac{1}{e^{-\alpha b} - e^{\alpha^* b}}\left[\frac{1}{\alpha}\left(1 - e^{\alpha^* b}\right)e^{-\alpha Xo} + \frac{1}{\alpha^*}\left(1 - e^{-\alpha b}\right)e^{\alpha^* Xo}\right] +$$

$$\frac{\frac{1}{\alpha}(1 - e^{\alpha^* b})e^{-\alpha Xo} + \frac{1}{\alpha^*}(1 - e^{-\alpha b})e^{\alpha^* Xo} + (\frac{\lambda}{2}r - b - \frac{\mu}{\lambda})(e^{\alpha^* Xo} - e^{-\alpha Xo}) + (\frac{c\lambda}{2} - \frac{\mu}{\lambda})(e^{\alpha^* b}e^{-\alpha Xo} - e^{\alpha^* Xo}e^{-\alpha b})}{e^{-\alpha Xo}(1 - e^{\alpha^* b}) - e^{\alpha^* Xo}(1 - e^{-\alpha b})}$$

---

[12] cfr. Apéndice II

[13] cfr. Apéndice III

Podemos observar que (13b) es una ecuación implícita para X_o y a partir de conocer este valor, se podría determinar X* de (13 a).

El nivel ideal del tipo de cambio real, que prácticamente es el tamaño del ajuste dependerá de características estocásticas propias del tipo de movimiento estocástico (la media y la varianza del tipo de cambio real como movimiento browniano), de la tasa de descuento, del ancho de la banda, de los costos de ajuste y de la posición inicial del tipo de cambio que suponemos se encuentra dentro de los limites, es decir $X^* = X^*(X_o)$.

De la ecuación (13b) al igual que en el caso anterior, X_o dependerá de las características propias del tipo de cambio como movimiento browniano, media, varianza, de la tasa de descuento y de los costos de ajuste y del ancho de la banda.

Hay que recordar que las α y α^*, a su vez depende de μ y σ. A diferencia del modelo de Flood y Marion los resultados son expresiones mas complicadas para ambas variables, aunque en ambos modelos prácticamente dependen de las mismas variables y se obtienen una ecuación implícita para X_o.

4 RESULTADOS

4.1 Solución de casos limite

De las expresiones (13 a) y (13 b) no es directo obtener resultados generales, por lo que se analizaran algunos casos extremos relacionados con el tamaño de la franja b. Como primer ejercicio se determinara el nivel de la banda ideal cuando el ancho de es extremadamente pequeño, es decir cuando matemáticamente b→ 0. En la práctica esto correspondería a un tipo de cambio real que pudiera moverse dentro del ancho de una línea que pasa por el eje de las abscisas. Es decir, como si fuera un tipo de cambio estrictamente fijo. Ninguno de los ejercicios de los casos límite de esta sección son considerados en el modelo original de Flood y Marion.

4.1.1 Cuando el tamaño de la banda tiende a cero

Aplicamos el limite cuando b→ 0 a las ecuaciones (13 a) y (13 b) y utilizando un supuesto sobre los costos para todas las secciones [14] y obtenemos los siguientes valores:

$$X_{b\to 0}^{*} \to \frac{\frac{\alpha}{\alpha^{*}}e^{\alpha^{*}Xo}-\frac{\alpha^{*}}{\alpha}e^{-\alpha Xo}}{\alpha e^{\alpha^{*}Xo}+\alpha^{*}e^{-\alpha Xo}} \qquad (14\text{ a})$$

$$X_{o}{}^{b\to 0} \to -\frac{\mu}{\lambda}+\frac{\frac{\alpha^{*}}{\alpha}e^{-\alpha Xo}-\frac{\alpha}{\alpha^{*}}e^{\alpha^{*}Xo}}{\alpha+\alpha^{*}}+\frac{\frac{\alpha}{\alpha^{*}}e^{\alpha^{*}Xo}-\frac{\alpha^{*}}{\alpha}e^{-\alpha Xo}}{\alpha e^{\alpha^{*}Xo}+\alpha^{*}e^{-\alpha Xo}} \qquad (14\text{ b})$$

Una solución particular para las variables X* y X_o cuando la banda y la media del tipo de cambio real son de tamaño cero es:

$$X_{b\to 0}^{*} \to 0 \qquad (15\text{ a})$$

$$X_{ob\to 0} \to 0 \qquad (15\text{ b})$$

El anterior valor de X* en el limite $X^{*}{}_{b\to 0}$, corresponde al nivel optimo de un tipo de cambio real fijo, que como podemos observar este resultado parecería lógico. Si se tiene una banda de tamaño cero y con media cero entonces el ajuste de una pequeña devaluación dentro de esa banda también se esperaría que fuera cero. En otras palabras, en una banda de tamaño cero, el tipo de cambio real con media cero permanecerá en ese nivel y sin ajustes.

---

[14] Utilizando el supuesto sobre los costos de r =c+2b/λ

4.1.2 Cuando el tamaño de la banda tiende a infinito

Un segundo ejercicio resulta si el ancho de la banda es muy ancha, en otras palabras cuando b tiende a infinito y el tipo de cambio real puede moverse libremente dentro de una gran banda. Entonces este caso seria muy parecido a un tipo de cambio real libre.

Aplicamos el límite cuando $b \to \propto$ a las ecuaciones (13a) y (13b) y obtenemos las expresiones siguientes:

$$X_{b\to\infty}{}^{*} \to \frac{\mu}{\lambda} + \frac{1}{\alpha} - \frac{c\lambda}{2} \qquad (16\text{ a})$$

$$X_{ob\to\infty} \to \frac{\mu}{\lambda} + \frac{1}{\alpha}(1 - e^{-\alpha Xo}) - \frac{c\lambda}{2} \qquad (16\text{ b})$$

Los valores del tipo de cambio ideal e inicial en una banda muy ancha dependen principalmente de α, la media, la varianza del proceso estocástico, la tasa de descuento y el costo c. Es importante notar que estas variables no depende de α^*, ni del costo r asociados al limite superior además de que ambas expresiones son muy similares, y solo se diferencian por la pequeña corrección del la exponencial del X_o que si también adquiere valores muy grandes desaparece.

De las ecuaciones (16 a) y (16 b) notamos que el tamaño de los posibles ajustes disminuye cuando aumenta la tasa de descuento o el valor de α. Por el contrario estos aumentan cuando la media del tipo de cambio aumenta.

4.2 Tamaño del ajuste

4.2.1Como cambia X* con b

Un caso interesante en este modelo consiste en saber como depende el tamaño de un ajuste del ancho de la franja. Como la función de la variable del ajuste ideal depende de b entonces al derivar la ecuación (13 a) tenemos la expresión siguiente:

$$\frac{dX^*}{db} = e^{-\alpha Xo} e^{\alpha^* Xo}\left[e^{-\alpha b}\left(1 - e^{\alpha^* b}\right)\left(\frac{\alpha}{\alpha^*}+1\right) + e^{\alpha^* b}\left(1 - e^{-\alpha b}\right)\left(\frac{\alpha^*}{\alpha}+1\right)\right] +$$
$$\left(e^{\alpha^* Xo} - e^{-\alpha Xo}\right)\left[e^{-\alpha Xo}\left(1 - e^{\alpha^* b} + \alpha^*\left(\frac{\lambda}{2}r - b - \frac{\mu}{\lambda}\right)e^{\alpha^* b}\right) + e^{\alpha^* Xo}\left(1 - e^{-\alpha b} + \alpha\left(\frac{\lambda}{2}r - b - \frac{\mu}{\lambda}\right)e^{-\alpha b}\right)\right] -$$
$$\left(e^{\alpha^* Xo} - e^{-\alpha Xo}\right)\left[\left(\frac{c\lambda}{2} - \frac{\mu}{\lambda}\right)\left(\alpha^* e^{-\alpha X^o} e^{\alpha^* b} + \alpha e^{\alpha^* Xo} e^{-\alpha b}\right)\right]$$

(17)

Como se puede observar, no es posible sacar una conclusión general, únicamente que el cambio de X* con respecto a b depende de α, α^*, μ, λ, X_o, r, c y b.

Como el tamaño de la corrección depende del ancho de la banda, nuevamente podemos revisar los casos extremos para obtener resultados más claros. En el primer caso donde el ancho de la banda tiende a cero y donde las otras variables (μ, b, X_o y X^*) también tienden a cero. Y en el segundo cuando el ancho de la banda es muy grande y las variables tienden a las ecuaciones (16) tenemos que:

$$\frac{dX^*}{db}_{b \to 0} \to 0 \tag{18 a}$$

$$\frac{dX^*}{db}_{b \to \infty} \to e^{-\alpha X_o} e^{\alpha^* b} \left[\left(\frac{\alpha^*}{\alpha} + 1 \right) e^{\alpha^* X_o} + e^{-\alpha X_o} \right] \tag{18 b}$$

En el caso de una banda muy delgada un pequeño cambio en el tamaño de la banda no afectas el tamaño del ajuste. Y cuando la banda es muy ancha el valor del ajuste depende de X_o, α y α^*. En el caso de cuando X_o es muy grande también los ajustes de X^* con respecto a b tampoco no son afectados por un cambio en b.

4.2.2 Como cambia X* con la media y la varianza

Es interesante encontrar como varia el tamaño del ajuste, es decir X^*, como función de los parámetros del movimiento browniano, la media y la varianza. Este ejercicio si se aplica en el modelo de Flood y Marion, pero en este trabajo revisaremos nuevamente los casos limites cuando el ancho de la banda es muy pequeño o muy grande

Aplicando la regla de la cadena al valor ideal del tipo de cambio real X^* para conocer como cambia al variar la media y la varianza tenemos las siguientes expresiones[15]:

$$\begin{gathered} \frac{\partial X^*}{\partial \mu} > 0 \\ \frac{\partial X^*}{\partial \sigma 2} < 0 \\ si \\ \alpha^{*2} < 1 + \frac{\alpha}{\alpha^{*2}} - \frac{\alpha}{\alpha^*}, \alpha^2 \leq 1, \left(\mu^2 + 2\sigma^2 \lambda\right) < \mu \end{gathered} \tag{19}$$

Puede determinarse la dirección del cambio de X^* con respecto la media y la varianza si se cumplen todas las condiciones sobre α y α^*. Pero en el caso de todas las variables y parámetros cero tenemos también que los parámetros de media y varianza no influyen en el tamaño del ajuste.

$$\begin{gathered} \frac{\partial X^*}{\partial \mu} \to 0 \\ \frac{\partial X^*}{\partial \sigma^2} \to 0 \end{gathered} \tag{20}$$

---

[15] cfr. Apéndice IV

Y en el caso limite cuando la banda es muy ancha, es decir cuando b tiende a infinito

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial X^*}{\partial \mu} < 0 \\
&\frac{\partial X^*}{\partial \sigma^2} > 0
\end{aligned}
\qquad (21)
$$

Tenemos entonces como resultado de la ecuación (21) en el caso cuando b→ ∝, que un pequeño incremento en la media produce una disminución en el tamaño del ajuste y cuando hay una incremento en la varianza, aumenta el tamaño del ajuste. De acuerdo a lo anterior un incremento grande en la varianza aumenta el tamaño del valor ideal del tipo de cambio, lo que produce ajustes más fuertes.

4.3 Tiempo Esperado de un Ajuste

Es posible[16] determinar el valor el tiempo del primer ajuste o bien de la primera devaluación o reevaluación, que esta sección es respecto a X_o. En el modelo de Flood y Marion[17] también se calcula el tiempo esperado de una devaluación pero en el trabajo propuesto, a diferencia del original, se determina el tiempo esperado en que el tipo de cambio real alcanza alguna de las orillas, que puede ser la inferior y superior.

A partir de la transformada de Laplace Ex[exp(-λt)] de T(0) y T(b) y de las probabilidades de alcanzar las orillas, tenemos las siguientes expresiones para determinar el tiempo esperado en que el tipo de cambio alcanzará alguno de sus bordes:

$$E_{X_o}\left[e^{-\lambda T(0)}\right] = \theta(X_o), 0 \le X_o \le b \qquad (22\text{ a})$$

$$E_{X_o}\left[e^{-\lambda T(b)}\right] = \theta^*(X_o), 0 \le X_o \le b \qquad (22\text{ b})$$

Utilizando la deducción que realiza Harrison[18] para el cálculo del tiempo esperado de ajuste de un movimiento estocástico con dos barreras y a partir de la transformada de Laplace tenemos

$$\theta(X_o) = e^{-\frac{X_o}{\sigma^2}\left\{(\mu^2+2\sigma^2\lambda)^{1/2}+\mu\right\}} \quad ,0 \le X_o \le b \qquad (23\text{ a})$$

$$\theta^*(X_o) = e^{-\frac{(b-X_o)}{\sigma^2}\left\{(\mu^2+2\sigma^2\lambda)^{1/2}-\mu\right\}} \quad ,0 \le X_o \le b \qquad (23\text{ b})$$

---

[16] Para mayores detalles de la deducción del tiempo esperado de ajuste Véase Harrison(1985)

[17] Véase Flood y Marion (1997)

[18] Véase Harrison (1985)

Si consideramos las expectativas racionales, de tal suerte que el tiempo esperado cuando el tipo de cambio real alcanza alguna de las orillas de la banda es igual al tiempo actual del momento que toca la barrera más un ajuste por un error no correlacionado con X_o, es decir

$$E_{X_o}\left[e^{-\lambda T(0)}\right] = e^{-\lambda T(0)} e^{\varepsilon 1}, 0 \leq X_o \leq b \qquad (24\text{ a})$$

$$E_{X_o}\left[e^{-\lambda T(b)}\right] = e^{-\lambda T(b)} e^{\varepsilon 2}, 0 \leq X_o \leq b \qquad (24\text{ b})$$

A partir de las ecuaciones (22), (23) y (24) llegamos al tiempo esperado en que el tipo de cambio llega a alguna de las orillas y que entonces se provoca un ajuste y que esta dado por las siguientes expresiones:

$$T(0) = \frac{X_o}{\lambda\sigma^2}\left[(\mu^2 + 2\sigma^2\lambda)^{1/2} + \mu\right] + \frac{\varepsilon_1 t}{\lambda} \qquad (25\text{ a})$$

$$T(b) = \frac{(b - X_o)}{\lambda\sigma^2}\left[(\mu^2 + 2\sigma^2\lambda)^{1/2} - \mu\right] + \frac{\varepsilon_2 t}{\lambda} \qquad (25\text{ b})$$

4.3.1 Tiempo esperado de ajuste en una banda que tiende a cero.

Nuevamente restringiéndonos al caso limite de una franja de tamaño cero, ya que de la expresión general no se obtienen resultados directos[19]. Del apéndice V tenemos que:

$$\frac{\partial T(0)}{\partial \mu} > 0 \qquad (26\text{ a})$$

$$\frac{\partial T(b)}{\partial \mu} < 0 \qquad (26\text{ b})$$

En este caso de un incremento de la media, se retrasara el tiempo esperado de un ajuste para la barrera inferior y en cambio este pequeño incremento adelantara el tiempo esperado del ajuste para el límite superior. Este resultado concuerda con el sentido común y fue también obtenido en el modelo de Flood y Marion.

Pero en el mismo caso limite, el ajuste es independiente de la varianza y tenemos que

$$\frac{\partial T(0)}{\partial \sigma^2} \to 0 \qquad (27\text{ a})$$

$$\frac{\partial T(b)}{\partial \sigma^2} \to 0 \qquad (27\text{b})$$

---

[19] cfr. Apéndice V

4.3.2 Tiempo esperado de ajuste en una banda que tiende a infinito

En el caso de una barrea muy grande, cuando b→ $\propto$ no es posible determinar de forma general como dependen los tiempos de espera de una devaluación o reevaluación como función de la media y la varianza para ninguno de los dos limites.

CONCLUSIONES

- En una economía con controles de capital se propone que el tipo de cambio se comporte como un movimiento browniano y pueda moverse dentro de una franja de un cierto tamaño. Del objetivo de minimizar la función de costos, derivados estos de ajustes periódicos, así como de las desalineaciones, se obtienen los valores de las variables del nivel ideal y el nivel inicial del tipo de cambio. Estos valores dependen fundamentalmente de los parámetros asociados del tipo de cambio y su característica estocástica, como son la media, la varianza, así como de la tasa de descuento, el ancho de la banda y los costos de ajuste.

- En el primer caso limite, cuando el ancho de la banda tiende a cero y que puede pensarse como una situación en donde el de tipo de cambio es estrictamente fijo, se encuentra que el tamaño de un ajuste o el valor de la variable de tipo de cambio ideal también es cero. En este caso, el tamaño de un ajuste tampoco se ve afectado por pequeños incrementos en el tamaño de la banda, ni por cambios en las variables de la media y varianza del movimiento estocástico del tipo de cambio. Es decir en el caso de una franja de tamaño casi cero, las variables y los ajustes son también cero e insensibles a pequeños incrementos de los parámetros.

- En segundo caso limite de una banda cuyo ancho tiende a infinito y que representaría un tipo de cambio libre. Los valores ideales e iniciales o bien el tamaño de un ajuste dependen inversamente de la tasa de descuento, así como de la variable de alfa, que a su vez depende de los valores de la media, la varianza y la tasa de descuento. Aunque para este caso del tipo de cambio optimo es indiferente a pequeños cambios en el ancho de la franja, este nivel ideal del tipo de cambio real si es sensible a cambios de la media y la varianza. Un incremento en la media del tipo de cambio, disminuirá el tamaño de un ajuste y un pequeño incremento en la varianza reduciría el tamaño del ajuste.

- En el caso del tiempo esperado de un ajuste también en el caso de una barrera muy delgada puede concluirse que si el tamaño de la media del comportamiento estocástico del tipo de cambio real se incrementa, el tiempo esperado de un ajuste tocar el limite inferior el tipo de cambio también aumenta y por el contrario para el tiempo esperado para que el tipo de cambio alcance la barrera superior se reduce. Para esta misma banda un incremento en la varianza es indiferente para el tiempo esperado de un ajuste para los dos límites. Desafortunadamente no es posible obtener conclusiones generales para el caso de una barrera de tamaño infinito.

- El modelo presentado es una generalización a dos barreras con algunas aportaciones adicionales de los casos limites respecto del modelo teórico de Flood y Marion que gracias a las matemáticas del movimiento browniano es posible resolver.

APÉNDICE

I Deducción de la función de costos

Debido a que la función de costos y las condiciones de frontera cambian respecto del modelo de Flood y Marion, para la solución se tomara en cuenta el trabajo de Harrison en su Capitulo 5[20].

La solución de la ecuación (5) del capitulo es la misma que la misma solución de la ecuación diferencial ordinaria siguiente

$$\lambda K X_o) - \Gamma(X_o) = u(X_o)$$

Donde Γ aplicada a una función es

$$\Gamma f = \frac{1}{2}\sigma\frac{d^2 f}{dx^2} + \mu\frac{df}{dx}$$

Y u (X_o) esta dado por:

$u(X_o) = (z_t - x^*)^2$

Que además debe de cumplir las condiciones a la frontera (6)

Debido a que zt es un movimiento browniano, la solución para una funcion de costos de un movimiento browniano regulado con dos barreras esta planteado en Harrison [14] donde se llega a la expresión siguiente:

$k(X_o) = f(X_o) + A\,e^{-\alpha(\lambda)Xo} + B\,e^{\alpha^*(\lambda)Xo}$

donde f(Xo) es la expresión siguiente

$$f(X_o) = E_{X_o}\left\{\int_0^{\infty} e^{-\lambda t}(zt - x^*)dt\right\} : 0 \le X_o \le b$$

Y de acuerdo con el apéndice A de Flood y Marion

$$E_{Xo}\left\{\int_0^{\infty} e^{-\lambda t}(xt - x^*)^2 dt\right\} = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} E_{Xo}\left[(x_t - x^*)^2\right]dt$$

Y el valor esperado de la expresión anterior es:

$$E_{Xo}(x_t - x^*)^2 = (x_o - x^*)^2 + \mu^2 t^2 + 2(x_o - x^*)\mu t + t\sigma^2$$

---

[20] Véase Harrison(1985) p.86

Sustituyendo E_{xo} dentro de la integral llegamos a que f(xo) es

$$f(X_o)=(x_o-x^*)^2\int_0^{\infty}e^{-\lambda t}dt+\mu 2\int_0^{\infty}e^{-\lambda t}t^2dt+\left(2(x_o-x^*)\mu t+t\sigma^2\right)\int_0^{\infty}e^{-\lambda t}dt$$

donde finalmente se llega a que el valor de f(Xo) es:

$$f(X_o)=\frac{(X_o-X^*)^2}{\lambda}+\frac{2\mu^2}{\lambda^3}+\frac{2(X_o-X^*)\mu+\sigma^2}{\lambda^2}$$

Sustituyendo f(xo) se llega al valor de la función de costos k(Xo) tenemos

$$k(X_o)=\frac{(X_o-X^*)^2}{\lambda}+\frac{2\mu^2}{\lambda^3}+\frac{2(X_o-X^*)\mu+\sigma^2}{\lambda^2}+\mathrm{A}e^{-\alpha(\lambda)Xo}+\mathrm{B}^{\alpha^*(\lambda)Xo}$$

II Deducción de los coeficientes A y B de la Función de Costos

A partir de la ecuación (9)

$$k(X)=f(X)+A\,e^{-\alpha(\lambda)X}+B\,e^{\alpha^*(\lambda)X}$$

Derivamos con respecto a X

$$k'(X)=f'(X)-\alpha A\,e^{-\alpha(\lambda)X}+\alpha^*B\,e^{\alpha^*(\lambda)X}$$

Y del valor de f(X) del apéndice I

$$f'(X)=\frac{2(X-X^*)}{\lambda}+\frac{2\mu}{\lambda^2}$$

Sustituyendo las expresiones anteriores en las condiciones de frontera (6)

$$k'(0)=c=-\frac{2X^*}{\lambda}+\frac{2\mu}{\lambda^2}-\alpha A+\alpha^*B$$

$$k'(b)=r=\frac{2(b-X^*)}{\lambda}+\frac{2\mu}{\lambda^2}-\alpha Ae^{-\alpha b}+\alpha^*Be^{\alpha^*b}$$

Arreglando tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas

$$-\alpha A+\alpha^*B=\frac{2X^*}{\lambda}-\frac{2\mu}{\lambda^2}+c$$

$$-\alpha e^{-\alpha b}A+\alpha^*e^{\alpha^*b}B=\frac{-2(b-X^*)}{\lambda}-\frac{2\mu}{\lambda^2}+r$$

Y del sistema anterior despejamos y obtenemos los valores para A y B son:

$$A = \frac{r - \dfrac{2(b - x^*)}{\lambda} - \dfrac{2\mu}{\lambda^2} - \left(c + \dfrac{2x^*}{\lambda} - \dfrac{2\mu}{\lambda^2}\right) e\alpha^* b}{-\alpha\left(e^{-\alpha b} - e^{\alpha^* b}\right)}$$

$$B = \frac{-r + \dfrac{2(b - x^*)}{\lambda} + \dfrac{2\mu}{\lambda^2} + \left(c + \dfrac{2x^*}{\lambda} - \dfrac{2\mu}{\lambda^2}\right) e^{-\alpha b}}{\alpha^*\left(e^{-\alpha b} - e^{\alpha^* b}\right)}$$

Y si las expresiones anteriores se derivan con respecto a X* se obtiene

$$A' = -\frac{(2/\alpha\lambda)[1 - e^{\alpha^* b}]}{(e^{-\alpha b} - e^{\alpha^* b})}$$

$$B' = -\frac{(2/\alpha^*\lambda)\,[1 - e^{-\alpha b}]}{(e^{-\alpha b} - e^{\alpha^* b})}$$

Estos valores serán utilizados en otras secciones

III Cálculo de las variables X_o y X^*

De las condiciones de primer orden de acuerdo a nuestras variables

$$\frac{\partial k(X_o)}{\partial X_o} = 0$$

$$\frac{\partial k(X_o)}{\partial X^*} = 0$$

Aplicándolas a la ecuación siguiente

$$k(X_o) = \frac{(X_o - X^*)^2}{\lambda} + \frac{2\mu^2}{\lambda^3} + \frac{2(X_o - X^*)\mu + \sigma^2}{\lambda^2} + \frac{-r + \dfrac{2(b - x^*)}{\lambda} + \dfrac{2\mu}{\lambda^2} + \left(c + \dfrac{2x^*}{\lambda} - \dfrac{2\mu}{\lambda^2}\right) e\alpha^* b}{\alpha\left(e^{-\alpha b} - e^{\alpha^* b}\right)} e^{-\alpha(\lambda)X_o} + \frac{-r + \dfrac{2(b - x^*)}{\lambda} + \dfrac{2\mu}{\lambda^2} + \left(c + \dfrac{2x^*}{\lambda} - \dfrac{2\mu}{\lambda^2}\right) e^{-\alpha b}}{\alpha^*\left(e^{-\alpha b} - e^{\alpha^* b}\right)} e^{\alpha^*(\lambda)X_o}$$

Obtenemos las siguiente expresiones que involucran a Xo y X*

$$X^* = X_o + \frac{\mu}{\lambda} + \frac{1}{\alpha}\frac{1 - e^{\alpha^* b}}{e^{-\alpha b} - e^{\alpha^* b}} e^{-\alpha X_o} + \frac{1}{\alpha^*}\frac{1 - e^{-\alpha b}}{e^{-\alpha b} - e^{\alpha^* b}} e^{\alpha^* X_o}$$

$$X_o = X^* - \frac{\mu}{\lambda} - \frac{\lambda}{2} e^{-\alpha X_o}\left[\frac{r - \dfrac{2(b - X^*)}{\lambda} - \dfrac{2\mu}{\lambda^2} - e^{\alpha^* b}\left(c + \dfrac{2X^*}{\lambda} - \dfrac{2\mu}{\lambda^2}\right)}{e^{-\alpha b} - e^{\alpha^* b}}\right] -$$

$$\frac{\lambda}{2} e^{\alpha^* X_o}\left[\frac{-r + \dfrac{2(b - X^*)}{\lambda} + \dfrac{2\mu}{\lambda^2} + e^{-\alpha b}\left(c + \dfrac{2X^*}{\lambda} - \dfrac{2\mu}{\lambda^2}\right)}{e^{-\alpha b} - e^{\alpha^* b}}\right]$$

Despejando X* de la segunda ecuación y sustituyéndola en la primera y reacomodando términos llegamos a las expresiones siguientes para X* y X_o:

$$X^* = \frac{\frac{1}{\alpha}(1-e^{\alpha^* b})e^{-\alpha Xo} + \frac{1}{\alpha^*}(1-e^{-\alpha b})e^{\alpha^* Xo} + (\frac{\lambda}{2}r - b - \frac{\mu}{\lambda})(e^{\alpha^* Xo} - e^{-\alpha Xo}) + (\frac{c\lambda}{2} - \frac{\mu}{\lambda})(e^{\alpha^* b}e^{-\alpha Xo} - e^{\alpha^* Xo}e^{-\alpha b})}{e^{-\alpha Xo}(1-e^{\alpha^* b}) - e^{\alpha^* Xo}(1-e^{-\alpha b})}$$

$$Xo = -\frac{\mu}{\lambda} + \frac{1}{e^{-\alpha b} - e^{\alpha^* b}}\left[\frac{1}{\alpha}\left(1 - e^{\alpha^* b}\right)e^{-\alpha Xo} + \frac{1}{\alpha^*}\left(1 - e^{-\alpha b}\right)e^{\alpha^* Xo}\right] +$$

$$\frac{\frac{1}{\alpha}(1-e^{\alpha^* b})e^{-\alpha Xo} + \frac{1}{\alpha^*}(1-e^{-\alpha b})e^{\alpha^* Xo} + (\frac{\lambda}{2}r - b - \frac{\mu}{\lambda})(e^{\alpha^* Xo} - e^{-\alpha Xo}) + (\frac{c\lambda}{2} - \frac{\mu}{\lambda})(e^{\alpha^* b}e^{-\alpha Xo} - e^{\alpha^* Xo}e^{-\alpha b})}{e^{-\alpha Xo}(1-e^{\alpha^* b}) - e^{\alpha^* Xo}(1-e^{-\alpha b})}$$

IV X* como función de los parámetros estocásticos

Para determinar la funcion de X* respecto a la media y al varianza tenemos que aplicar la regla de la cadena de la froma siguiente

$$\frac{dX^*}{d\mu} = \frac{\partial X^*}{\partial \alpha^*}\frac{\partial \alpha^*}{\partial \mu} + \frac{\partial X^*}{\partial \alpha}\frac{\partial \alpha}{\partial \mu}$$

$$\frac{dX^*}{d\sigma^2} = \frac{\partial X^*}{\partial \alpha^*}\frac{\partial \alpha^*}{\partial \sigma^2} + \frac{\partial X^*}{\partial \alpha}\frac{\partial \alpha}{\partial \sigma^2}$$

De las ecuaciones (10a) y (10b) donde se tienen los valores de α y α^* como función de μ y σ^2 tenemos los siguientes resultados de las derivadas parciales y algunas de las desigualdades son validas en ciertas condiciones:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \mu} > 0$$

$$\frac{\partial \alpha^*}{\partial \mu} > si(\mu^2 + 2\sigma^2\lambda)^{1/2} < \mu$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \sigma^2} < 0$$

$$\frac{\partial \alpha^*}{\partial \sigma^2} < 0 si\left\{\frac{\mu 2 + \sigma 2\lambda}{(\mu 2 + 2\sigma 2\lambda)1/2}\right\} > \mu$$

Y en el caso cuando la barrera tiende a cero de las ecuaciones (14 a) y (14 b)

$$\frac{\partial X^*}{\partial \alpha} > si\alpha^2 < 1$$
$$\frac{\partial X^*}{\partial \alpha^*} > si\alpha^{*2} > 1 + \frac{\alpha}{\alpha^*} - \frac{\alpha}{\alpha 2}$$

Combinando todas las derivadas, en el caso límite cuando b tiende a cero y explicitando las restricciones llegamos a:

$$\frac{\partial X^*}{\partial \mu} \geq 0$$
$$\frac{\partial X^*}{\partial \sigma 2} \leq 0$$
$$si$$
$$\alpha^{*2} \leq 1 + \frac{\alpha}{\alpha^{*2}} - \frac{\alpha}{\alpha^*}, \alpha^2 \leq 1, \left(\mu^2 + 2\sigma^2\lambda\right) \leq \mu$$

Y en el caso cuando la barrera tiende infinito de las ecuaciones (16)

$$\frac{\partial X^*}{\partial \alpha} = -\alpha^2 < 0$$
$$\frac{\partial X^*}{\partial \alpha^*} = 0$$

Que finalmente lleva a que en este caso cuando b es muy grande

$$\frac{\partial X^*}{\partial \mu} \leq 0$$
$$\frac{\partial X^*}{\partial \sigma 2} \geq 0$$

V Tiempo esperado de un ajuste como función de las variables estocásticas

De las ecuaciones (25 a) y (25 b)

$$T(0) = \frac{X_o}{\lambda\sigma^2}\left[(\mu^2 + 2\sigma^2\lambda)^{1/2} + \mu\right] + \frac{\varepsilon_1 t}{\lambda}$$

$$T(b) = \frac{(b - X_o)}{\lambda\sigma^2}\left[(\mu^2 + 2\sigma^2\lambda)^{1/2} - \mu\right] + \frac{\varepsilon_2 t}{\lambda}$$

Y para saber como varía el tiempo esperado de un ajuste al tocar la barrera inferior o superior con respecto a μ y σ^2, tenemos que la expresión general en el caso de la media es:
Derivando respecto de μ, las expresiones anteriores en el caso limite cuando b es casi cero llegamos a

$$\frac{\partial T(0)}{\partial \mu}=\frac{1}{\lambda\sigma^2}\left[Xo\left(\mu(\mu^2+2\sigma^2\lambda)^{-1/2}+1\right)+\left((\mu^2+2\sigma^2\lambda)^{1/2}+\mu\right)\left(\frac{\partial Xo}{\partial \alpha^*}\frac{\partial \alpha^*}{\partial \mu}+\frac{\partial Xo}{\partial \alpha}\frac{\partial \alpha}{\partial \mu}\right)\right]=\frac{1}{\lambda\sigma^2}$$

$$\frac{\partial T(b)}{\partial \mu}=\frac{1}{\lambda\sigma^2}\left[(b-Xo)\left(\mu(\mu^2+2\sigma^2\lambda)^{-1/2}-1\right)+\left((\mu^2+2\sigma^2\lambda)^{1/2}-\mu\right)\left(\frac{\partial Xo}{\partial \alpha^*}\frac{\partial \alpha^*}{\partial \mu}+\frac{\partial Xo}{\partial \alpha}\frac{\partial \alpha}{\partial \mu}\right)\right]=-\frac{1}{\lambda\sigma^2}$$

Y para el tiempo esperado de una ajuste en la barrera de cero o b como es función de la varianza tenemos que

$$\frac{\partial T(b)}{\partial \sigma^2}=\frac{1}{\lambda\sigma^2}\begin{bmatrix}(Xo)\left[\left((\mu^2+2\sigma^2\lambda)^{-1/2}\lambda\right)-\frac{1}{\sigma^2}\left((\mu^2+2\sigma^2\lambda)^{1/2}+\mu\right)\right]+\\((\mu^2+2\sigma^2\lambda)^{1/2}+\mu)\left(\frac{\partial Xo}{\partial \alpha^*}\frac{\partial \alpha^*}{\partial \sigma^2}+\frac{\partial Xo}{\partial \alpha}\frac{\partial \alpha}{\partial \sigma^2}\right)\end{bmatrix}\rightarrow 0$$

$$\frac{\partial T(b)}{\partial \sigma^2}=\frac{1}{\lambda\sigma^2}\begin{bmatrix}(b-Xo)\left[\left((\mu^2+2\sigma^2\lambda)^{-1/2}\lambda\right)-\frac{1}{\sigma^2}\left((\mu^2+2\sigma^2\lambda)^{1/2}-\mu\right)\right]+\\((\mu^2+2\sigma^2\lambda)^{1/2}-\mu)\left(\frac{\partial Xo}{\partial \alpha^*}\frac{\partial \alpha^*}{\partial \sigma^2}+\frac{\partial Xo}{\partial \alpha}\frac{\partial \alpha}{\partial \sigma^2}\right)\end{bmatrix}\rightarrow 0$$

En el caso infinito no es posible obtener resultados generales ya que en cada una de las funciones se tienen signos alternados, lo que no produce efectos claros.

BIBLIOGRAFIA

1) Cagan P 1971,The Monetary Dynamics of Hyperinflation, Centro de Estudios Monetarios Latinoamericanos

2) Dixit A, 1993 The Art of Smoth Pasting, Harwood Academic Publishers Switzerland

3) Flood R. Garber Peter, 1991, The Linkage between Speculative Attacks and Target Zone Models of Exchange Rates, Quaterly Journal of economics, 106 1367-72

4) Flood R and Marion N. , 1997. The Size and Timing of Devaluations in Capital Controlled Economies. Journal of Development Economics, 123-147

5) Froot, K. Obstfeld M. 1991, Exchange Rate dynamics under stochastic regime shift: A Unified Approach. Journal of International Economics

6) Harrison J.M. 1985. Brownian Motion and Stochastic Flow Systems. Wiley.NY

7) Krugman Paul, ,1979, A Model of Balance Payment Crises. Journal of Money, Credit and Banking, Vol II, No 3, pp 311-325

8) Krugman Paul, 1991,Target Zones and Exchange Rate Dynamics, The Quaterly Journal of Economics, Vol 106. No 3, pp 669-682

9) Mallaris A.G., 1987, Ito's Calculus and Black-Scholes Option Pricing Model, Fourth Draft

10) Oksedal Bernt, 1989, Stochastic Differential Equations, Third Edition, Springer Verlag

11) Obstfeld, 1996,Models of Currency Crises with self-fulfilling features, London Centre for Economic Policy Research

12) Svensson Lars, 1992. An Interpretation of Recent Research on Exchange Rate Target Zone. Journal of Economics Perspectives Vol 6 Number 4 Fall ,pp119-144.

13) Svensson Lars,1991, The Term Structure of Interest Rate Differentials in Target Zone, Journal of Monetary Economics 28, North Holland, pp87-116

14) Svensson Lars,1991, Target Zone and Interest rate Variability, Journal of Economics 31, North Holland pp27-54