

MAESTRÍA EN ECONOMÍA

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN ECONOMÍA

ANÁLISIS DE LA VOLATILIDAD DEL MERCADO FINANCIERO A PARTIR DE LA ENTRADA DE LOS FUTUROS

PATRICIA MERCADO SOLÓRZANO

PROMOCIÓN 2000-2002

ASESOR:

ENEAS CALDIÑO GARCÍA

A mis Papas,
A mis hermanos,
A mis amigos,
En especial a Lazaro y Theurel que me apoyaron para terminar este proyecto.
A mis profesores,

En especial a Eneas por haberme asesorado en esta tesis Y a ti por tener la curiosidad de hojear estas páginas.

Análisis de la Volatilidad del Mercado Financiero a partir de la entrada de los Futuros

INDICE

I. INTRODUCCION	
II. CONTEXTO HISTORICO	
III. REVISION DE LA LITERATURA	
3.1 Debates teóricos	
3.2 Análisis Empírico	6
IV. MODELACIÓN DE LA VOLATILIDAD	9
Modelos GARCH	9
5. DESCRIPCIÓN DE LOS DATOS Y METODOLOGÍA	15
6. RESULTADOS	18
7. CONCLUSIONES	25
R BIBLIOGRAFÍA	26

I. INTRODUCCION

La volatilidad en el precio *spot* de cualquier mercancía perjudica al funcionamiento del mercado en el que se intercambia. El precio spot es el que se paga cuando se intercambian las mercancías o los instrumentos financieros día a día en el mercado. En particular, en los mercados financieros, la volatilidad afecta fuertemente las decisiones de inversión debido a que incrementan la incertidumbre y el riesgo financiero. En un ambiente en el que la incertidumbre y el riesgo son singularmente importantes, la posibilidad de que las pérdidas esperadas crezcan exponencialmente se incrementa y, conjuntamente con un aumento de la especulación, se propicia una reducción en la cantidad de inversión destinada a esos mercados.

En México, en los últimos años han ocurrido abruptos cambios en los precios *spot* de algunos instrumentos financieros. Tales cambios han estimulado el interés en la volatilidad del mercado con la intención de diseñar productos financieros capaces de reducirla. Dentro de dichos productos se encuentran los derivados financieros, que son instrumentos cuyo precio depende del valor de una mercancía subyacente, que puede ser cualquier producto financiero con valor intrínseco propio o incluso otro derivado, y son usados, generalmente, para reducir la incertidumbre del precio del instrumento subyacente. ¹

Los productos derivados comenzaron a intercambiarse formalmente en el país a partir de 1999. Dentro de los productos derivados más utilizados en el país se encuentran los futuros, que son contratos que garantizan a su tenedor la compra o venta de una mercancía subyacente en una fecha futura fija a un precio determinado al momento de elaborar el contrato.

Aunque los futuros fueron pensados como instrumentos para reducir la volatilidad en el precio de algunas mercancías, en diferentes documentos se ha mostrado que en otros países la entrada de los futuros ha aumentado la volatilidad del precio de los subyacentes,

¹ "Los futuros son productos derivados que pueden ser usados como un instrumento para la formación eficiente de precios en el mercado *spot* y como un medio de especulación, de inversión o de protección contra riesgos.", Díaz Tinoco, J. (1994)

contrariamente a lo esperado. En México existe cierta preocupación de que la entrada de los futuros haya influido en el aumento de la volatilidad del precio de los activos subyacentes. La hipótesis mencionada ha intentado comprobarse a través de diversas metodologías. Algunos autores adjudican el aumento de la volatilidad a la especulación que genera la entrada de los futuros.

El objetivo del presente trabajo es probar que, en México, la entrada de los futuros ha influido en la volatilidad del precio de la TIIE. Para lograrlo, se utilizará un modelo de la familia GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity), en concreto se utilizará la especificación TARCH (Threshold Autoregressive Conditional Heteroskedasticity).

El trabajo se divide en seis partes: en la primera, se proporciona una breve historia del desarrollo de los contratos de futuros en el mundo y en México; en la segunda parte se realiza una breve revisión de la literatura y se mencionan y explican los artículos más relevantes en esta materia; en la tercera se presentan los modelos analíticos que van a ser utilizados para la modelación de la volatilidad; la siguiente sección presenta la metodología utilizada para este estudio así como las características de las base de datos empleada; en la quinta se presenta el análisis del caso mexicano y, por último, se presentan las conclusiones.

II. CONTEXTO HISTORICO

La utilización de los futuros de mercancías se remonta a la edad media. Sin embargo, no fue sino hasta 1848 cuando se establece la Chicago Board of Trade (CBOT) con el fin de estandarizar la cantidad y calidad del grano de referencia y reunir a los comerciantes con los agricultores (inicialmente los futuros se utilizaron para productos agrícolas). Posteriormente, en 1865, se negociaron en el CBOT los primeros Contratos de Futuro estandarizados. En 1874 se establece el Chicago Produce Exchange para la negociación a futuro de productos perecederos y, en 1898, surgió el Chicago Butter and Egg Board. Ambas instituciones dieron origen al Chicago Mercantile Exchange (CME) que se constituyó como bolsa de futuros sobre diversos productos agroindustriales. El mercado de futuros financieros surgió formalmente en 1972, cuando el CME creó el International Monetary Market (IMM), una división destinada a operar futuros sobre divisas.

En México se realizaron diversos intentos de introducir derivados. Estos productos financieros se cotizaban en la Bolsa Mexicana de Valores. Por la relevancia que adquirieron en su momento son dignos de mencionar algunos ejemplos como los siguientes: en 1978 se cotizaron futuros sobre el tipo de cambio peso/dólar, pero se suspendieron en 1982; más adelante, en 1983, la BMV listó futuros sobre acciones individuales y petrobonos, los cuales registraron operaciones hasta 1986; en la década de los noventa se negociaron contratos forward over the counter (OTC) sobre tasas de interés de títulos gubernamentales, pactados en forma interinstitucional, sin un marco operativo formal y fueron suspendidos a mediados de 1992.

No fue sino hasta diciembre de 1998 que comenzó a funcionar el Mercado de Derivados (MexDer). Para julio de 1999, se listaron los principales contratos que se cotizan actualmente en este mercado. En el MexDer se cotizan diversos productos derivados, destacando las opciones y los futuros. Los futuros existentes son sobre acciones individuales (Telmex, GFBBB, Gcarso, Cemex y Femsa), sobre el IPC, sobre el tipo de cambio peso/dólar, la TIIE a 28 días, CETES a 91 días y el agregado monetario M3. De

acuerdo al MexDer se prevé que más adelante, además de los futuros y las opciones, se dispondrá de otros tipos de derivados.

III. REVISION DE LA LITERATURA

3.1 Debates teóricos

Los autores Hicks y Grossman sustentan una tesis sobre la eficiencia de los mercados de futuros (Diaz Tinoco, J., 1994). Hicks señala que estos mercados sirven para reducir o compensar las fuentes potenciales de desequilibrio y/o ineficiencia del mercado de bienes. Sostiene que la operación de estos mercados sirve para hacer que los precios futuros sean observables, con lo que el mercado *spot* logra un equilibrio eficiente. Grossman, por otro lado, afirma que en una economía que cuenta exclusivamente con mercados *spot* es necesario reproducir varias veces las situaciones que enfrenta ese mercado en un modelo de expectativas racionales para generar la información relevante de mercado. Sin embargo, una economía que cuenta con mercado de futuros dispone de información diaria sobre precios futuros de los bienes. Ésta información incrementa la eficiencia de los mercados, dado que los agentes incorporan tal información en sus planes futuros.

Friedman (1953) señala que las especulaciones estabilizan los precios pues los especuladores exitosos tienden a comprar cuando el precio es bajo, lo que aumenta el precio, y tienden a vender cuando los precios son altos, lo que hace que éstos bajen. Aquellos especuladores no exitosos serán eliminados rápidamente del mercado, en un proceso de "selección natural".

En contraste con las tesis anteriores, a lo largo de los últimos años se ha visto un incremento en la volatilidad de los precios en los mercados *spot* tanto de mercancías como de productos financieros, pese a la existencia de los contratos futuros. Esto ha preocupado a los inversionistas que realizan transacciones en estos mercados debido a que se incrementa el riesgo financiero y existe mayor incertidumbre.

Una de las principales explicaciones para la volatilidad de los mercados *spot* es que la entrada de los futuros la ha afectado positivamente. Debido a la inserción de futuros se argumenta que ha aumentado la actividad de especulación y una consecuente desestabilización en los mercados *spot*. Kaldor (1939) argumenta que la especulación no es beneficiosa (en cuanto a las ganancias) en el agregado, ya que sólo una pequeña parte de los especuladores con información suficiente podría obtener ganancias a expensas de un grupo grande y constantemente cambiante de especuladores no sofisticados que pierden grandes cantidades de dinero. Luego, la especulación podría desestabilizar los precios en virtud de que los especuladores sofisticados estarían dispuestos a comprar a precios por encima del precio competitivo, si tienen la esperanza de vender a un precio más alto a los especuladores no sofisticados. En este caso, Baumol (1957) indica que los argumentos de estabilización sólo consideran el nivel de precios, ignorando el tiempo en que se realizan los movimientos en los precios. De acuerdo a Baumol, los especuladores compran o venden después de que un movimiento ha comenzado, lo que acelera la tendencia y la volatilidad de los precios.

Una explicación alternativa es la que brinda Shiller (1986). Este autor afirma que cambios caprichosos en los sentimientos de los inversionistas, así como cambios de "las modas y novedades" pueden influenciar fuertemente a los precios en los mercados financieros. Esta hipótesis no ha sido muy aceptada pues la mayor parte de los autores sigue atribuyendo el cambio en la volatilidad a la entrada de los futuros. Por tal motivo la mayor parte de los análisis teóricos se han enfocado a explicar cómo la especulación podría influenciar los precios de los futuros.

En el mercado de futuros se cree que los especuladores no informados o irracionales comercian en ambos mercados, el *spot* y el de futuros. Según esta perspectiva los futuros incrementan la volatilidad. Se argumenta que estos especuladores conducen los precios hacia arriba o hacia abajo esperando obtener ganancias a corto plazo. Sin embargo, no es posible saber hasta qué punto los especuladores de futuros comercian irracionalmente. Los economistas que han estudiado teóricamente la "especulación irracional" concluyen que

sería necesaria una cantidad muy grande de esa especulación para lograr desestabilizar al mercado *spot*.

Distintos autores han utilizado estas hipótesis sobre especulación en los mercados de futuros y spot para realizar investigaciones empíricas sobre el cambio en la volatilidad de estos últimos. La mayor parte de los autores sugieren que un incremento en la volatilidad es no deseable. No obstante, como se puede encontrar en el artículo de Antoniou y Holmes (1995) pocos autores han reconocido el vínculo entre información y volatilidad. Los precios, después de todo, dependen de la información disponible en el mercado. Como argumenta Cox (1976), la transacción de futuros puede alterar la información disponible por dos razones, la primera es que el mercado de futuros atrae nuevos inversionistas; se provoca así que el inventario de activos aumente, hecho que no ocurriría sin la existencia del mercado de futuros, lo cual cambia las expectativas de los precios. Una segunda razón, es que un mercado formal de futuros reduce los costos de transacción dado que el comercio es centralizado. La información de la oferta y la demanda se concentra en un mismo lugar y esta ganancia en eficiencia se refleja en el precio del futuro.

3.2 Análisis Empírico

Como se había mencionado, distintos autores han examinado la idea de si la introducción de los mercados de futuros es responsable del incremento en la volatilidad de los mercados *spot*. Los resultados han sido mixtos, algunos de ellos encontraron evidencia que corrobora que los futuros desestabilizan el mercado *spot* y otros que esto no es así. Diversas han sido las metodologías utilizadas para analizar el problema.

Simpson, et al (1982) estiman un modelo multivariado de series de tiempo sugerido por Helmer y Johansson. Este modelo multivariado se compone de dos ecuaciones. Ellos corrieron el modelo para tres pares de variables dependientes, los datos que utilizaron fueron los certificados Government National Mortgage Association (GNMA) a diez años, con periodicidad diaria y semanal, así como datos diarios y semanales de los Bonos del

Tesoro de EUA. También se utilizaron datos diarios y semanales de la Federal National Mortgage Association (FNMA). En el modelo introducen una variable *dummy* para tomar en cuenta la entrada de los futuros, misma que asumirá un valor de cero en el periodo previo a la entrada de los futuros y 1 en el periodo posterior a ella. Más adelante los autores realizaron pruebas estructurales para indagar si las transacciones de los futuros tuvieron un impacto en la variable dependiente. Finalmente llegan a la conclusión de que la entrada de los futuros no tuvo impacto en la volatilidad.

Por su parte, la metodología que sigue Edwards (1988) es la de realizar un análisis de la volatilidad del mercado *spot* antes y después de la entrada de futuros, estimando la varianza por diversos métodos (diferencias logarítmicas de los precios, estimador de varianza utilizando el precio más alto y más bajo y un estimador "intradía"). La idea es comparar las varianzas en los dos periodos. El estudio lo lleva a cabo sobre S&P 500, T-Bills, Depósitos de Eurodólar. Los resultados que obtiene indican que la entrada de los futuros no ha desestabilizado los mercados *spot*.

Moriarty y Tosini (1985) utilizan un modelo de regresión lineal corrido en dos sub etapas, encontrando colinealidad entre las variables. Para evitar este problema utilizan un modelo ARIMA. El estudio lo realizan con el GNMA. De igual forma, estos autores no encuentran evidencia de que lo futuros afecten al mercado *spot*.

Bhattacharya, A. K., y Ramjee, B. (1986) también utilizan los datos del GNMA, pero empleando el concepto de causalidad de Granger estiman un modelo ARIMA. Los resultados fueron que, en ciertas ocasiones, la volatilidad del mercado de futuros tiene influencia causal en el mercado *spot*, aunque la relación que encuentran no es muy fuerte. Por ello, no pueden comprobar de forma contundente que los futuros desestabilizan al mercado *spot*.

En el artículo de Baldauf y Santoni (1991) se rechaza la hipótesis de que el program trading (los agentes realizan transacciones en los mercados spot, de futuros y de opciones al mismo tiempo) tenga impacto en la volatilidad de los precios spot. El método utilizado

para corroborar esta hipótesis fue un modelo ARCH y la introducción de una *dummy* que intenta capturar si al comienzo del *program trading* se afectó la volatilidad del mercado *spot*. Por tal razón la variable dicotómica toma el valor de uno antes del comienzo del *program trading* y cero después de él.

Brorsen (1991) corrobora la hipótesis haciendo un análisis de auto correlación. Él menciona que al introducirse los futuros se reducen ciertas "fricciones" (costos de transacción, rapidez para obtención de información, costo de información cero, etc.) y esto ocasiona que la auto correlación disminuya. El resultado es que la volatilidad ha aumentado pero esto puede ser una consecuencia de que el mercado sea más eficiente, dado que se han reducido las fricciones.

Cox (1976) es de los pocos que toma en cuenta que existe una relación entre mayor información con mayor volatilidad. Desarrolla un modelo teórico, corre una regresión lineal ordinaria con un parámetro auto regresivo y llega a la conclusión de que el mercado *spot* trabaja más eficientemente a causa de la entrada de los futuros. Él realiza las estimaciones con mercancías en lugar de instrumentos financieros.

Como se ha visto, diversas son las metodologías empleadas para comprobar si los futuros han desestabilizado al mercado *spot*. Empero, la metodología que se va a utilizar en este estudio es un modelo de la familia GARCH.

IV. MODELACIÓN DE LA VOLATILIDAD

Diversos estudios como los de Mandelbrot (1963a, 1963b, 1967), Fama (1965) y Ramírez, José Carlos y Sandoval., han encontrado evidencia de que la distribución empírica de las series de tiempo de los rendimientos diarios de los instrumentos financieros difiere significativamente de una distribución gaussiana. Los estudios empíricos han encontrado que los datos presentan leptocurtosis (colas más gordas que en la distribución normal), sesgo y agrupamiento de volatilidad (gran volatilidad es seguida por gran volatilidad y viceversa). Kon (1994) hizo un estudio extensivo sobre la distribución que más se adecuaba a los rendimientos, primero utilizando modelos de heteroscedasticidad condicional tempo independientes (mezcla de normales, t de Student, proceso de difusión con salto) y más adelante realizando las pruebas con modelos de heteroscedasticidad tempo-dependientes. El llegó a la conclusión de que el modelo que mejor capta la distribución de la varianza condicional en los rendimientos, es el TARCH, un modelo que pertenece a la familia GARCH. Por esta razón, será utilizado en este estudio un modelo de la familia GARCH para comprobar la hipótesis de que la volatilidad ha cambiado a partir de la entrada de los futuros, haciendo uso de una variable dummy que represente esta entrada. Tal variable tomará un valor de cero antes de la entrada de los futuros en México y un valor de uno después de la misma.

Modelos GARCH

Uno de los supuestos más comunes dentro del análisis de series de tiempo es que las observaciones siguen un proceso covarianza – estacionario. Los supuestos de dicho proceso son que tanto la media como la varianza son constantes e independientes del tiempo y la covarianza entre dos observaciones no depende del momento en que éstas ocurren, sino que sólo depende de la magnitud del intervalo entre ellas. Este último supuesto es muy importante debido a que si la relación entre las variables en el tiempo no cambia, es mucho más sencillo poder predecir o pronosticar el comportamiento de la serie en el futuro.

Sin embargo, Engle (1982) encuentra que el supuesto de que la varianza es constante e independiente del tiempo no siempre es plausible dado que tanto la esperanza condicional como la varianza condicional pueden depender de la información disponible al tiempo t-1, Ψ_{t-1} .

De esta forma, la media y la varianza condicional pueden representarse por las siguientes ecuaciones:

$$m_{t} = E(R_{t}|\Psi_{t-1}),$$

$$h_{t} = V(R_{t}|\Psi_{t-1})$$

Donde R_t son los rendimientos al tiempo t, m_t es la media condicional y h_t la varianza condicional. Por su parte, los residuales o rendimientos no anticipados vienen dados por

$$\varepsilon_t = R_t - m_t$$
.

La media condicional se puede modelar con componentes auto regresivos y de promedios móviles de diferente orden, para así poder captar alguna característica que sea relevante en las distribuciones de rendimientos no normales.

La especificación que da Engle (1982) para la media y la varianza condicional son las siguientes:

$$R_{t}|\Psi_{t-1} \sim N(x_{t}\beta, h_{t}),$$

$$h_{t} = \alpha_{0} + \sum_{t=1}^{q} \alpha_{t} \varepsilon_{t-t}^{2},$$

$$\varepsilon_{t} = R_{t} - x_{t}\beta.$$

Donde x_t puede incluir variables rezagadas dependientes y variables exógenas, donde β hace referencia al coeficiente de x_t . Es importante que la varianza no condicional se

mantenga constante para que se siga un proceso covarianza – estacionario, esta especificación no altera tal supuesto.

Más tarde, Bollerslev (1986) desarrolla un modelo más general que permite una estructura más flexible en los rezagos. Este proceso es precisamente el conocido como GARCH. El autor argumenta que la extensión del proceso ARCH al proceso GARCH es muy parecida a la de un proceso AR a un proceso ARMA, permitiendo así una descripción más parsimoniosa, condición que más adelante será explicada. Esta extensión la realiza porque encuentra que en el modelo planteado por Engle, generalmente resulta una ecuación de la varianza condicional relativamente larga en los rezagos. Así se impone una estructura fija de rezagos para evitar problemas con estimaciones de los parámetros negativos de la varianza.

La manera en que Bollerslev especifica su modelo es la siguiente:

Sea $\varepsilon_{\rm r}$ una variable aleatoria que denota un proceso estocástico discreto y $\Psi_{\rm t}$ es el conjunto de toda la información (campo σ) disponible hasta el tiempo t. El proceso GARCH (p, q) viene dado por:

$$\varepsilon_{t}|\Psi_{t-1}\sim N(0,h_{t}), \tag{1}$$

$$h_{t} = \alpha_{0} + \sum_{i=1}^{q} \alpha_{i} \varepsilon_{t-i}^{2} + \sum_{i=1}^{p} \beta_{i} h_{t-i}$$
 (2)

donde,

$$p \ge 0$$
, $q > 0$,
 $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \ge 0$, $i = 1,...,q$,
 $\beta_i \ge 0$, $i = 1,...,p$.

Para p =0 el proceso se reduce a un ARCH(q), en tanto que para p=q =0, ε_l se trata simplemente de ruido blanco. En el proceso ARCH(q), la varianza condicional solamente es especificada como una función lineal de varianzas muestrales, mientras que el proceso GARCH(p,q) permite varianzas condicionales rezagadas. Esto corresponde a un tipo de mecanismo de asimilación adaptativa.

De manera más formal se presenta el siguiente teorema (Bollerslev, 1986), mismo que será utilizado posteriormente:

Teorema 1. El proceso GARCH (p,q) definido en (1) y (2) es estacionario con $E(\varepsilon_t)=0$, $var(\varepsilon_t)=\alpha_0[1-A(1)-B(1)]^{-1}$ y $cov(\varepsilon_t,\varepsilon_s)=0$ para $s\neq t\in N$, si y solo si A(1)+B(1)<1,

Donde A(1) + B(1) =
$$\sum_{i=1}^{q} \alpha_i + \sum_{i=1}^{p} \beta_i$$
.

Sin embargo, como hace mención Nelson (1991), la estructura impuesta en los modelos ARCH y GARCH elaborados por Engle y Bollerslev, respectivamente, presenta algunas limitaciones. Por este motivo, Nelson propone otro modelo, el cual es conocido como EGARCH.

Entre las limitaciones que menciona en su artículo se tiene que algunos investigadores han encontrado evidencia de que los rendimientos de las acciones se hallan correlacionados negativamente con los cambios en la volatilidad de los retornos, *i.e.* la volatilidad tiende a incrementarse como respuesta a las "malas noticias" (rendimientos excedentes más bajos de los esperados) y a descender en reacción a las "buenas noticias". Los modelos GARCH, por el contrario, asumen que sólo importa la magnitud de los excedentes en los rendimientos no esperados para determinar la varianza futura, sin tomar en cuenta si son negativos o positivos.

Otra limitación de los modelos GARCH resulta de las restricciones de no negatividad sobre la constante, los parámetros de la varianza rezagada y de los errores rezagados. Estas son impuestas para asegurar que la varianza permanezca no negativa para toda *t* con probabilidad 1.

Por último, comenta que en los modelos EGARCH es capturada efectivamente la "persistencia" de los choques en la varianza condicional. Los momentos condicionales

pueden explotar en un GARCH (1,1) aun cuando el proceso mismo sea estacionario, estricto y ergódico.

Para asegurar en el modelo GARCH una varianza no negativa, ésta se plantea como una combinación lineal de variables aleatorias positivas. La especificación de un EGARCH (p,q) viene dada por:

$$\ln h_{i} = \omega + \sum_{i=1}^{p} \beta_{i} \ln h_{i-i} + \sum_{j=1}^{q} \left(\alpha_{j} \left| \frac{\varepsilon_{i-j}}{h_{i-j}^{V/2}} - \left(\frac{2}{\pi} \right)^{.5} \right| + \gamma_{j} \frac{\varepsilon_{i-j}}{h_{i-j}^{V/2}} \right)^{.2}$$

Donde $\omega \in (-\infty, \infty)$ y B > 0.

Si $\alpha_j > 0$, entonces la volatilidad condicional tiende a aumentar (disminuir) cuando el valor absoluto del residual estandarizado es más grande (pequeño). Una α positiva representa la observación empírica de que cambios grandes en los rendimientos tienden a seguir cambios grandes en los rendimientos y viceversa. De esta forma es como captura el agrupamiento de la volatilidad. Si $\gamma_j < 0$, la volatilidad condicional tiende a disminuir (aumentar) cuando los residuales estandarizados son negativos (positivos). En otras palabras, malas noticias disminuyen los rendimientos de los activos, incrementan el apalancamiento financiero y aumentan la volatilidad.

Por último, Glosten, L, Jaganathan, R, y Runkle, D., (1993) consideran una especificación más general del modelo GARCH, debido a que encuentran que en la teoría existe un conflicto acerca del intercambio presente entre el riesgo y los rendimientos. Algunos autores arguyen que éstos se encuentran correlacionados positivamente y otros que lo hacen negativamente. Por ello, en el referido trabajo se menciona que incorporando una variable *dummy* para tomar en cuenta los efectos estacionarios, se podría capturar la asimetría en la ecuación de la varianza condicional. La especificación que ellos dan para el modelo TARCH (p,q) es la siguiente:

$$h_{t} = \omega + \sum_{i=1}^{p} \beta_{i} h_{t-i} + \sum_{i=1}^{q} \alpha_{j} \varepsilon_{t-j}^{2} + \gamma_{1} S_{t-1}^{-} \varepsilon_{t-1}^{2}.$$

-

² Eviews Help

donde $S_{t-1}^-=1$ si ε_t <0, y $S_{t-1}^-=0$ de otra forma. Esto permite que el impacto del residual al cuadrado, en la volatilidad condicional, sea diferente cuando el primer rezago del residual es negativo que cuando es positivo. Con ello se captura el efecto de apalancamiento con la hipótesis de que γ_1 >0.

Con esto finaliza la revisión de los modelos de la familia GARCH. Para poder seguir adelante es necesario tomar en cuenta lo que Engle comenta: el tipo de heteroscedasticidad puede ser resuelto secuencialmente, primero corrigiendo el componente x que afecta a la variable en estudio y después ajustando el modelo GARCH en los datos transformados.

5. DESCRIPCIÓN DE LOS DATOS Y METODOLOGÍA

El objetivo de este estudio es aceptar o rechazar la hipótesis de que la entrada de los futuros afectó en la volatilidad de la TIIE en México. Para comprobar esta hipótesis se utilizan los modelos de la familia GARCH. Los modelos son el GARCH mismo, el EGARCH y el TARCH. A los tres modelos se les agrega una variable dummy que representa la entrada de los futuros en México. Dicha variable se introduce en la ecuación de la varianza condicional. Si es significativa esto implicaría que sí existe alguna relación entre el cambio en la volatilidad y la entrada de los futuros. La variable dummy toma el valor de cero para antes de la entrada de los futuros y el valor de uno a partir de entonces. La fecha exacta de la introducción de los futuros en México es el 29 de julio de 1999.

De manera más formal los modelos que se utilizan para la comprobación de la hipótesis son los siguientes:

GARCH:

$$R_{t} = aD_{L} + \sum_{i=1}^{p_{i}} \varphi R_{t-i} + \sum_{i=1}^{q_{i}} \theta \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_{t},$$

$$h_{t} = \alpha_{0} + \sum_{i=1}^{q} \alpha_{i} \varepsilon_{t-i}^{2} + \sum_{i=1}^{p} \beta_{i} h_{t-i} + \gamma_{2} D_{F}.$$

EGARCH:

$$R_{\iota} = aD_{\iota} + \sum_{i=1}^{p_{\iota}} \varphi R_{\iota-\iota} + \sum_{i=1}^{q_{\iota}} \theta \varepsilon_{\iota-\iota} + \varepsilon_{\iota},$$

$$\ln h_{t} = \omega + \sum_{i=1}^{p} \beta_{i} \ln h_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} \left(\alpha_{j} \left| \frac{\varepsilon_{t-j}}{h_{t-j}^{1/2}} - \left(\frac{2}{\pi} \right)^{.5} \right| + \gamma_{j} \frac{\varepsilon_{t-j}}{h_{t-j}^{1/2}} \right).$$

TARCH:

$$R_{\iota} = aD_{\iota} + \sum_{i=1}^{p_{\iota}} \varphi R_{\iota-\iota} + \sum_{j=1}^{q_{\iota}} \theta \varepsilon_{\iota-j} + \varepsilon_{\iota},$$

$$h_{t} = \omega + \sum_{i=1}^{p} \beta_{i} h_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} \alpha_{j} \varepsilon_{t-j}^{2} + \gamma_{1} S_{t-1}^{-} \varepsilon_{t-1}^{2} + \gamma_{2} D_{F}.$$

Donde R_t es la diferencia de la TIIE, h_t es la varianza condicional, D_L es la variable dummy que captura los efectos de los lunes y los días feriados y D_F es la variable dummy que se introduce a la ecuación de la varianza condicional para ver si la entrada de los futuros afecta la volatilidad del mercado spot.

La serie de datos utilizada para comprobar esta hipótesis es la TIIE (Tasa de Interés Interbancaria de Equilibrio). Se utilizaron datos diarios que van del 28 de marzo de 1996 al 2 de mayo del 2003. En el cálculo de la serie se hicieron los ajustes correspondientes para los lunes de cada semana, así como para los días festivos, esto con la finalidad de tomar en cuenta los efectos en los rendimientos reportados por French(1980), así como Gibbons y Hess (1981). Esto es, se incluye una variable *dummy* en la media condicional para capturar los efectos de los lunes y días festivos, la cual en la mayoría de los casos resultó ser significativa. Se emplearon los datos de la TIIE debido a que el porcentaje de transacciones de futuros sobre esta tasa es relativamente alto.

Existen 3 formas de captar las variaciones en las tasas de interés, la primera esta dada por la simple diferencia aritmética entre las tasas. La segunda se refiere al cociente de las mismas. Una tercera está compuesta por la razón de los logaritmos de tales tasas. En este trabajo se eligió la primera.

La siguiente expresión muestra la transformación hecha a los datos:

$$R_{t} = TIIE_{t} - TIIE_{t-1}$$

Para confirmar que esta serie es covarianza – estacionaria (condición necesaria para el análisis de series de tiempo) se pueden utilizar las pruebas de Dickey-Fuller aumentada y Phillips –Perron. Como se puede observar en ambas pruebas el valor de los estadísticos es mayor, en términos absolutos, al valor crítico de la prueba, lo que nos permite decidir el rechazo de la hipótesis nula de que existe raíz unitaria en los cambios de la tasa de interés. En otras palabras, la serie es estacionaria y se pueden realizar las estimaciones utilizadas en el análisis de las series de tiempo. Por lo que se está en condiciones de estimar el modelo que más se ajuste.

Dickey-Fuller Aumentada

Prueba Estadística ADF	-25.4918	1% Valor Crítico *		-2.5669
		5% Valor Crítico		-1.9395
		10% Valor Crítico		-1.6157
Variable	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico t	Probabilidad.
TIIE1(-1)	-0.779456	0.030577	-25.49182	0.0000
D(TIIE1(-1))	-0.066057	0.023673	-2.790352	0.0053

Prueba Phillips –Perron

Prueba Estadística PP	-35.89134	1% Valor Crítico *		-2.5669
		5% Valor Crítico		-1.9395
		10% Valor Crítico		-1.6157
Variable	Coeficiente	Error Estándar	Estadístico t	Probabilidad
TIIE1(-1)	-0.833928	0.023407	-35.62705	0.0000

6. RESULTADOS

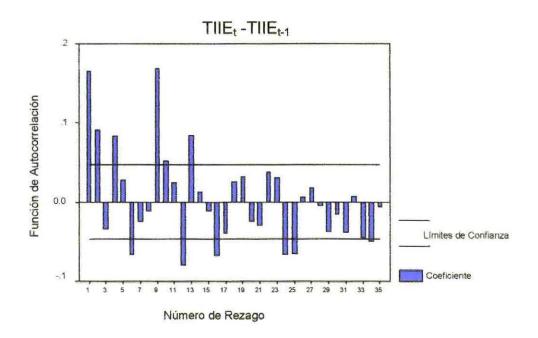
Haciendo una comparación, de alguna manera ingenua, antes de comenzar las estimaciones de los cambios en la varianza, se puede ver que el año con mayor volatilidad fue 1998. Esto no es de sorprender dado que ese año se tuvo una crisis a nivel mundial. No obstante, al observar la entrada de los futuros, en 1999, no se vio un ascenso en la varianza, al contrario ésta disminuyó. Sin embargo, no es posible hacer una afirmación antes de realizar las estimaciones. Esta tabla da cuenta de algún movimiento cíclico en la varianza, sugiriendo que las observaciones pueden seguir un proceso ARCH.

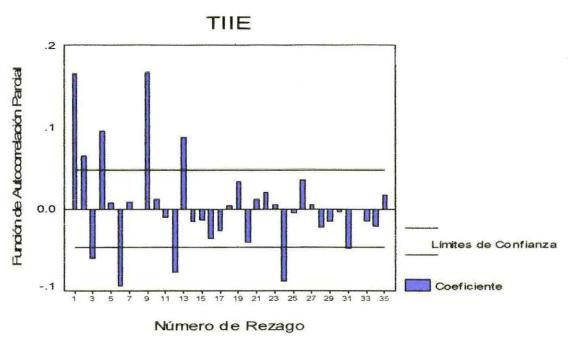
Año	Media	Varianza
1996	-0.061911	0.486100
1997	-0.034400	0.309136
1998	0.058795	0.911387
1999	-0.063194	0.258623
2000	0.000400	0.059518
2001	-0.043472	0.047122
2002	0.002530	0.043119
2003	-0.022378	0.025970

Algo que se encuentra comúnmente en las series de tiempo es que los procesos se encuentran correlacionados con sus propios valores rezagados. La manera más simple y más utilizada para modelar esta situación es emplear un proceso ARMA (p_1 , q_1), donde la p_1 o la q_1 pueden tomar el valor de cero, en tal caso solo se tendría un proceso AR(p_1) o MA(q_1), respectivamente. Tanto la función de auto correlación como la función de auto correlación parcial son de gran ayuda para descubrir cuál es el comportamiento que sigue la serie de tiempo a estudiar.

Se sugiere un MA (q_1) si las auto correlaciones de orden q_1 y mayores son estadísticamente no significativas o iguales a cero y las respectivas auto correlaciones parciales presentan un decaimiento. Por otro lado, se propone un AR (p_1) si las auto correlaciones de orden p_1 y mayores presentan un decaimiento y las respectivas auto correlaciones parciales son estadísticamente no significativas o iguales a cero. Se sugiere un ARMA (p_1, q_1) si se presenta un decaimiento en ambas. El patrón general es que, eventualmente, las auto

correlaciones en un ARMA (p_1, q_1) siguen un patrón AR (p_1) . Mientras que las auto correlaciones parciales siguen un comportamiento de un MA (q_1) .





³ Jorge W. Ludlow, http://www.desarrollolatino.org/web2/box_derecha.htm,

Como se puede apreciar en los gráficos anteriores se observa un decaimiento en ambas, por lo que se sugiere un ARMA (p₁, q₁). Sin embargo al realizar las estimaciones correspondientes para modelar la media condicional se encuentra que el coeficiente del proceso MA no es significativo al 5%. Este resultado puede ser debido a que existen problemas de heteroscedasticidad, los cuales pudieran estar afectando a las funciones de auto correlación. Por lo que la media condicional se modela como un AR (1), que es la que captura mejor el movimiento de la serie.

Además, como se había comentado en párrafos precedentes, se utiliza una variable *dummy* para capturar los efectos de los lunes y los días festivos, que toma el valor de 1 para estos días y cero para los demás días.

Se estimaron los modelos GARCH, EGARCH y TARCH para los valores de p= 1, 2, 3, 4, 5 y q= 1, 2, 3, 4, 5 para ver cual fue la mejor especificación. Aquí no se presentan todas las estimaciones. La especificación tanto de la media como la varianza condicional se muestran a continuación:

GARCH(p, q):

$$R_{t} = aD_{L} + \varphi R_{t-1} + \varepsilon_{t},$$

$$h_{i} = \alpha_{0} + \sum_{i=1}^{p} \beta_{i} h_{i-i} + \sum_{i=1}^{q} \alpha_{i} \varepsilon_{i-i}^{2} + \gamma_{2} D_{F}.$$

EGARCH:

$$R_{t} = aD_{L} + \varphi R_{t-1} + \varepsilon_{t},$$

$$\ln h_{t} = \omega + \sum_{i=1}^{p} \beta_{i} \ln h_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} \left(\alpha_{j} \left| \frac{\varepsilon_{t-j}}{h_{t-j}^{1/2}} - \left(\frac{2}{\Pi} \right)^{5} \right| + \gamma_{j} \frac{\varepsilon_{t-j}}{h_{t-j}^{1/2}} \right) + \gamma_{2} D_{F}.$$

TARCH(p, q):

$$R_{t} = aD_{L} + \varphi R_{t-1} + \varepsilon_{t},$$

$$h_{t} = \omega + \sum_{i=1}^{p} \beta_{i} h_{t-i} + \sum_{i=1}^{q} \alpha_{j} \varepsilon_{i-j}^{2} + \gamma_{1} S_{i-1}^{-} \varepsilon_{i-1}^{2} + \gamma_{2} D_{F}.$$

Donde R_t es la diferencia de la TIIE, h_t es la varianza condicional, D_L es la variable dummy que captura los efectos de los lunes y los días feriados y D_F es la variable dummy que se introduce a la ecuación de la varianza condicional para ver si la entrada de los futuros afecta la volatilidad del mercado spot. Si esta variable es significativa esto implicaría que sí existe alguna relación entre el cambio en la volatilidad y la entrada de los futuros.

Los modelos se eligieron con base en el criterio de información de Schwartz, el cual se basa en la parsimonia y la calidad de ajuste que tiene el modelo. La idea de parsimonia es que un buen modelo debe tener pocos parámetros ya que con ellos logra capturar las propiedades intrínsecas de la serie que analiza; un modelo con demasiados parámetros, pues, es un modelo sin parsimonia.

Este criterio usa la historia de los datos para después extrapolar hacia adelante la serie. La idea es que un modelo que reproduce adecuadamente la realización observada ha capturado el proceso y por tanto sirve para pronosticar. En este sentido, el criterio de información de Schwartz ajusta por el tamaño de la muestra. Esta cifra mide la habilidad del modelo para reproducir la misma. El modelo a escoger es el que tenga el valor mínimo y el criterio de Schwartz esta definido por:

$$S(M) = -2\frac{l}{n} + \frac{k \log n}{n}$$

Donde n es el tamaño de muestra

k es el número de parámetros

l es el valor de la función de máximo verosimilitud utilizando los k parámetros

Luego de realizar los procesos correspondientes, los modelos que presentaron los valores mínimos del criterio de Schwartz fueron GARCH (3,3), el EGARCH(1,1) y el TARCH(1,1), de tal forma que la especificación a tomarse en cuenta es la siguiente:

GARCH (3,3):

$$R_{\iota} = aD_{L} + \varphi R_{\iota-1} + \varepsilon_{\iota} \,,$$

$$h_{t} = \alpha_{0} + \sum_{i=1}^{3} \beta_{i} h_{t-1} + \sum_{i=1}^{3} \alpha_{i} \varepsilon_{t-i}^{2} + \gamma_{2} D_{F}.$$

EGARCH(1,1)

$$R_{t} = aD_{L} + \varphi R_{t-1} + \varepsilon_{t},$$

$$\ln h_{t} = \alpha_{0} + \beta_{1} \ln h_{t-1} + \alpha_{1} \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{h_{t-1}^{1/2}} - \left(\frac{2}{\pi}\right)^{5} \right| + \lambda_{1} \frac{\varepsilon_{t-1}}{h_{t-1}^{1/2}} + \gamma_{2} D_{F}.$$

TARCH(1,1):

$$R_t = aD_L + \varphi R_{t-1} + \varepsilon_t,$$

$$h_{t} = \alpha_{0} + \beta_{1} h_{t-1} + \alpha_{1} \varepsilon_{t-1}^{2} + \gamma_{1} S_{t-1}^{-} \varepsilon_{t-1}^{2} + \gamma_{2} D_{F}.$$

En la siguiente tabla se muestran los resultados de las estimaciones:

	а	φ	α_0	α_1	α_2	α_3	β_1	β_2	β3	λ_1	γι	γ ₂
GARCH	0.0210	0.2939	0.0341	0.2477	-0.2939	0.2234	1.8435	-1.7192	0.6274			-0.0293
	(0.08)**	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)			(0.00)
EGARCH	0.0249	0.2543	-0.4420	0.3572			0.8273			0.1391		-0.3190
	(0.03)	(0.00)	(0.00)	(0.00)			(0.00)			(0.00)		(0.00)
TARCH	0.0310	0.2991	0.0540	0.3993			0.6192				-0.2796	-0.0448
	(0.02)	(0.00)	(0.00)	(0.00)			(0.00)				(0.00)	(0.00)

Los números entre paréntesis son las probabilidades. Un valor menor al 5% rechaza la hipótesis de que el coeficiente sea igual a cero

El teorema 1 mencionaba que el proceso GARCH es estacionario si y solo si $\sum_{i=1}^{q} \alpha_i + \sum_{i=1}^{p} \beta_i < 1$. En esta especificación tal suma de coeficientes es de 0.929, claramente menor que 1.

Como se puede observar, todos los coeficientes son significativos, a excepción del correspondiente a la variable *dummy* que captura los efectos de los lunes y los días feriados modelo GARCH.

^{**} Coeficiente no significativo

Utilizando el criterio de información de Schwartz para poder discriminar el mejor modelo, se encuentra que el TARCH (1,1) tiene el valor mínimo, presentado a continuación:

	а	φ	α_0	α_1	β_1	γι	γ ₂
TARCH	0.0310	0.2991	0.0540	0.3993	0.6192	-0.2796	-0.0448
	(0.02)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)

Los números entre paréntesis son las probabilidades.

En estos resultados se encuentra que la entrada de los futuros afecta la volatilidad de la TIIE, esto se comprueba con la variable *dummy* que captura la entrada de los futuros que en este caso es estadísticamente significativa. Es decir, se rechaza la hipótesis de que γ_2 =0. El parámetro estimado de la dummy tiene signo negativo, por lo que se deduce que la entrada de los futuros reduce la volatilidad de la TIIE.

Se le hicieron al modelo las pruebas de auto correlación y de heteroscedasticidad y no presenta ningún problema. En lo que respecta a la prueba de normalidad, ésta es rechazada. No es de sorprender este resultado, dado que, como se había comentado, el comportamiento de los rendimientos por lo general no es el de una normal sino que tiene colas más gordas y presenta sesgo.

Por último para ver que realmente este es el modelo que mejor se ajusta, se verifica la asimetría. Esto es, los modelos EGARCH y TARCH especifican una asimetría en el comportamiento de los datos, refiriéndose a que la volatilidad no solo depende de la magnitud sino que también depende del signo. Una manera de verificar los efectos asimétricos es probando si los coeficientes asimétricos son o no significativos. Una forma alternativa es observando la correlación cruzada entre los residuales estandarizados al cuadrado z_i^2 y los residuales rezagados estandarizados z_{i-k}^2 . Estas correlaciones cruzadas deben ser cero para un modelo GARCH y negativos para un modelo EGARCH o TARCH asimétrico.

STDRES1^2,STDRES1(-i)	STDRES1^2,STDRES1(+i)	i	lag	lead
. **	. **	0	0.1806	0.1806
. 1		1	0.0235	0.0152
.1	.	2	-0.0087	-0.0187
.	.	3	-0.0152	-0.0385
.	.	4	0.0128	-0.0011
1 1	.	5	-0.0155	0.0131
.	.	6	-0.0076	-0.0013
. 1	.	7	-0.0176	0.0272
.	.	8	-0.0043	0.0100
.	.	9	0.0051	-0.0124
.	.	10	0.0265	0.0018
.	.	11	0.0100	-0.0084
.1 1	*	12	0.0431	-0.0527
.	.	13	0.0092	0.0100
.	. 1	14	0.0133	0.0048
.	.	15	0.0022	-0.0283
.	*	16	-0.0110	-0.0464
.	. 1	17	0.0051	0.0159
.	*	18	-0.0252	-0.0420
.	.	19	0.0164	-0.0276
.	.	20	-0.0069	-0.0315
*	. 1	21	-0.0642	0.0161
·ĺ	.i i	22	0.0024	-0.0269
.i i	i i	23	-0.0153	0.0038
.i i	i i	24	-0.0392	0.0127

Como se puede ver, la correlación cruzada no es cero, por lo que el modelo es asimétrico. Las implicaciones de este resultado son que el modelo que mejor ajusta es un modelo asimétrico, en este caso un TARCH, por lo que se descarta la posibilidad de un GARCH.

7. CONCLUSIONES

En este estudio lo que se intenta es aceptar o rechazar la hipótesis de que la entrada de los futuros afectó a la volatilidad del mercado financiero mexicano. La forma de corroborar esta hipótesis fue utilizando modelos de la familia GARCH. Pese a que casi todos los autores han encontrado que para diferentes circunstancias la entrada de los futuros no ha afectado la volatilidad, en este trabajo, para el caso mexicano, se utiliza una metodología diferente.

Dentro de los modelos de la familia GARCH el modelo que mejor capturó el comportamiento de los cambios en la tasa de interés en el mercado *spot* fue el TARCH, teniendo como implicación que existe agrupamiento en la varianza condicional pero que, además, este agrupamiento se ve afectado por el signo. Es decir, que este modelo considera la frecuencia y la dirección de los cambios en la volatilidad, así como la amplitud de los movimientos en las tasas.

Asimismo, en el presente trabajo se ha utilizado una variable *dummy* como instrumento preciso para detectar la posible validez de la hipótesis en cuestión. Como se verificó, esta variable *dummy* resulto ser significativa, por lo que se puede concluir que en el caso de México, la volatilidad de la TIIE se vio reducida por la entrada de los futuros.

Es prudente señalar que los resultados obtenidos han descansado sobre una variación respecto a los GARCH's asimétricos, lo que no representa ningún problema. En los modelos GARCH's asimétricos las malas noticias representan movimientos hacia abajo del indicador en cuestión. Por obvias razones, en este caso, en el que se emplearon tasas de interés, las malas noticias se presentarían cuando hubiera un cambio hacia arriba.

En este orden de ideas, también vale la pena aclarar que el umbral del modelo TARCH utilizado fue el cero, lo cual no necesariamente es certero si se considera que los agentes económicos suelen instalar su umbral con referencia en algún otro indicador, como podría ser el rendimiento de los CETES. Con esto queda abierta la posibilidad de explorar el fenómeno con un umbral diferente en estudios futuros.

8. BIBLIOGRAFÍA

- Antoniu, A., and Holmes, P. 1995. "Futures Trading, Information and Spot Price Volatility:
 Evidence for the FTSE-100 Stock Index Futures Contract using GARCH". Journal of Banking & Finance 19. pp. 117-129.
- Baldauf, B., and G. J. Santoni. 1991. "Stock Price Volatility: Some Evidence from an ARCH Model". The Journal of Futures Markets. Vol. 11, No. 2, pp 191-200.
- Baumol, W. J. 1957. "Speculation, Profitability, and Stability", Review of Economics and Statistics. August. Pp. 263-271.
- Bhattacharya, A. K, and Ramjee, B. 1986. "The Causal Relationship between Futures Price Volatility and The Cash Price Volatility of GNMA Securities". The Journal of Futures Markets. Vol. 6, No. 1, pp 29-39.
- Bollerslev, Tim. 1986. "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity". Journal of Econometrics, Vol. 31. PP 307-327.
- Bravo Pliego, J. 2000. "Valoración de Opciones en Ausencia de los Supuestos de Independencia y Normalidad en los Rendimientos Instantáneos del Activo Subyacente. Comparación con el Modelo de Black- Scholes". (Trabajo de Investigación). Centro de Estudios Económicos. El Colegio de México. México, D.F.
- Brorsen, B. W., 1991. "Futures Trading, Transactions Costs, and Stock Market Volatility". The journal of futures markets, Vol. 11, No. 2, 153-163.
- Canavos, G.C. 1994. Probabilidad y Estadística, Aplicaciones y Métodos. McGrawHill. México, D.F.
- Cox, Charles C. 1976. "Futures Trading and Market Information". Journal of Political Economy. Vol. 84, No. 6, pp 1215-1237.
- Diaz Tinoco, J. 1994. "Factibilidad del Mercado de Futuros Agropecuarios en México Análisis de Relaciones de Arbitraje" (trabajo de investigación). México Centro de Estudios Económicos, El Colegio de México, México, D.F.
- Edwards, Franklin R. 1988. "Futures Trading and Cash Market Volatility: Stock Index and Interest Rate Futures". The Journal of Futures Markets. Vol. 8, No. 4, pp 421-439.
- Engle, R. F. 1982. "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U. K. Inflation". Econometrica 50. pp. 987-1008.
- Fama, E. F. 1965. "The Behaviour of Stock Market Prices". Journal of Business 38, pp. 34-105.

- French, K.R. 1980. "Stock Returns and the Weekend Effect". Journal of Financial Economics 8 (March): 55-70
- Friedman, M. 1953. "The Case for Flexible Exchange Rates". Essays in Positive Economics.
 University of Chicago Press, Chicago.
- Gibbons, M.R., and Hess, P. 1981. "Day of the Week Effects and Asset Returns". Journal of Business 54 (Octubre): 579-96.
- Glosten, L, Jaganathan, R., and Runkle, D., 1993." On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return of Stocks". The Journal of Finance, Vol. 48, No. 5, pp. 1779-1801.
- Greene, W. H. 1999. Análisis Econométrico. Prentice Hall. Traducción de la 3a Edición. USA, pp. 709-747.
- Hamilton, J.D. 1994. Time Series Análisis. Prentice Hall, New Jersey, USA.
- Harris, Lawrence. 1989. "S&P 500 Cash Stock Price Volatilities". The Journal of Finance. Vol. XLVI, No. 5.
- Hull, J. 1995. "Introduction to Futures and Options Markets". Prentice Hall, New Jersey, USA.
- Kaldor, N. 1939. "Speculation and Economic Stability". Review of Economic Studies.
 Primavera, pp. 1-27.
- Kon, S. J. 1994. "Alternative Models for the Conditional Heteroscedasticity of Stock Returns".
 Journal of Business. Vol. 67, No. 4. pp. 563-598.
- Mandelbrot, B. 1963a. "New Method in Statistical Economics." Journal of Political Economy Vol. 71. pp. 421-440.
- Mandelbrot, B. 1963b. "The Variation of Certain Speculative Prices." Journal of Business Vol. 36. pp. 394 -419.
- Mandelbrot, B. 1967. "The Variation of some other Speculative Prices." Journal of Business Vol. 40. pp. 393 -413.
- Moore, A. 1962. "A Statistical Analysis of Common-Stock Prices". Disertación no publicada de Ph. D, Universidad de Chicago.
- Moriarty, Eugene J., and Tosini, Paula A. 1985. "Futures Trading and the Price Volatility of GNMA Certificates- Further Evidence". The Journal of Futures Markets. Vol. 5, No. 4, pp. 633-641.
- Nelson, Daniel. 1991. "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach".
 Econometrica. Vol. 59, No. 2, pp 347-370.

- Ramírez, José Carlos y Sandoval Saavedra, Rogelio. "Los pronósticos de series de rendimientos de acciones con distribuciones no normales."
- Simpson, Gary, Ireland, and Timothy C.. 1982 "The effect of futures trading on the price volatility of GNMA securities." The Journal of Futures Markets. Vol 2, No. 4, pp 357-366
- Shiller, R. 1986. "Fashions, Fads and Bubbles in Financial Markets". Unpublished.
- http://table.finance.yahoo.com/k?s=^mxx&g=d
- http://www.mexder.com
- http://www.desarrollolatino.org/web2/box_derecha.htm, Jorge W. Ludlow
- http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/apr/section2/apr233.htm
- E-views