

EL COLEGIO DE MEXICO  
CENTRO DE ESTUDIOS ECONOMICOS

TRABAJO DE INVESTIGACION PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRIA EN ECONOMIA

Un Análisis Econométrico de la Inversión  
Privada en México 1960-81

Alfonso Salinas Ruiz

Promoción 1977-79

Asesor: Profr. Pascual García Alba I.

Revisor: Profr. Roberto Villarreal

## I N T R O D U C C I O N

La función inversión privada no ha sido lo suficientemente estudiada en nuestro país. La escasez de trabajos es notable. Los modelos macroeconómicos que incluyen alguna especificación de la inversión son, sorprendentemente, casi los únicos que estudian esta función. El primer trabajo que se analizará será el de Fernando Clavijo, titulado: Aspectos Dinámicos de la Economía Mexicana: Un Modelo Macroeconómico<sup>1/</sup>.

El modelo, como lo clasifica el propio autor, es Keynesiano e integra las relaciones básicas de este género de instrumentos; esto es, el acelerador, el multiplicador y el esquema IS - LM. Los precios y los salarios se calculan de acuerdo a una curva de Philips modificada. Finalmente, se integra el sistema financiero a través de relaciones de demanda de activos financieros, que determinan, a su vez, la disponibilidad total de crédito bancario, mientras que la oferta monetaria es determinada por las decisiones del público y por los resultados de la balanza de pagos y otras fuentes menos importantes de la base monetaria<sup>2/</sup>.

<sup>1/</sup> Clavijo, Fernando, Aspectos Dinámicos de la Economía Mexicana: Un Modelo Macroeconómico, Dirección General de Planeación Hacendaria, S.H. C.P., 1974.

<sup>2/</sup> Clavijo, op. cit, Página 22.

Clavijo supone la inversión privada como función del flujo de efectivo<sup>3/</sup> (beneficios netos más depreciación) retardado un período; de la diferencia entre el producto real y una serie que se genera en forma exógena, partiendo de un sendero de evolución económica considerado como el mínimo necesario para inducir las decisiones de inversión, esta diferencia se normaliza por el acervo de capital; de un promedio de los dos últimos años de la inversión pública y una variable muda para 1974 donde se observa una discontinuidad<sup>4/</sup>.

Obtiene el siguiente resultado:

$$\text{INVR}_t = 9125.2 + 10799 Z_t + 1642.2 \text{ LN1} + 9613.5 \text{ INEX} - .4747 \text{ P12}$$

(1.49)            (2.70)            (3.71)            (3.4)            (-2.8)

$$R^2 = .977 \quad \text{D.W.} = 2.5$$

3/ Utilizó esta variable ya que:

"La inversión privada debería, de acuerdo a la hipótesis de la restricción financiera, ser sensible a las variaciones en la disponibilidad real de crédito; sin embargo, en las estimaciones que incluyen esta variable en diversas definiciones no resulta estadísticamente significativa. Este resultado no es sorprendente si se considera que la inversión privada en México se ha realizado tradicionalmente a través del ahorro interno de las empresas recurriéndose al crédito interno sólo en forma complementaria o para necesidades de capital de trabajo:"(pags. 32 y 33).

4/ Clavijo, op. cit., Pags. 33 y 34.

Donde:

$Z_t$  = Diferencia entre el producto real y la serie que garantiza las decisiones de invertir, ponderada, esta diferencia por el acervo de capital.

LN1 = Flujo de efectivo retrasado un año.

INEX = Variable muda.

P12 = Promedio de la inversión pública de los dos años anteriores.

Se calculó otra especificación alternativa, que fue la que finalmente se retuvo en la solución final.

$$\begin{aligned} \text{INVR}_t &= 3163.89 + .1414 (\text{PIBR}_t - \text{PIBE}_t) + 403.231 (\text{WIND}_t / \text{IPIV}_t) * 10 \\ &\quad (1.1944) \quad (5.93) \quad (.926) \\ &+ 8053.14 \text{ INEX} + .1343 (\text{IGR}_{t-1} - \text{IGR}_{t-2}) \\ &\quad (2.4) \quad (.79) \end{aligned}$$

$$R^2 = .97 \quad \text{D.W.} = .93 \quad \text{SSE} = 2853.08$$

Donde:

$\text{PIBR}_t$  = Producto Interno Bruto Real.

$\text{PIBE}_t$  = Serie generada a partir de un sendero de evolución económica considerado como el mínimo para inducir las decisiones de inversión.

INEX	=	Variable muda.
IGR <sub>t-1</sub>	=	Inversión pública del año anterior.
IGR <sub>t-2</sub>	=	Inversión pública del año antepasado.
WIND <sub>t</sub>	=	Salarios.
IPIV <sub>t</sub>	=	Deflactor implícito de la formación de capital.

Donde en ambas especificaciones están presentes las variables de acelerador, se explora también la complementariedad o competitividad de la inversión pública con la privada. En la segunda se introducen los precios relativos.

Rogelio Montemayor<sup>5/</sup>, al igual que Clavijo menciona que la política monetaria se hace presente a través de la disponibilidad de crédito y no cambiando su costo-tasa de interés, pero a diferencia de éste, sí cree en el efecto del crédito sobre la inversión. Antes de examinar esta afirmación es conveniente apuntar las razones que dá Montemayor del por qué la política monetaria afecta la disponibilidad de crédito. La primera es el alto grado de imperfección de nuestro mercado financiero, donde en contraste con otros países, no se puede contraer la economía o expan

<sup>5/</sup> Montemayor, Rogelio, "An Econometric Model of the Financial Sector: The Case of Mexico," Disertación doctoral, University of Pennsylvania, 1974.

dirla solamente a través de la tasa de interés; la segunda, co  
nectada con la anterior, es que las oportunidades de inversión  
son lo bastante atractivas para no desanimarse con un alza en  
la tasa de interés; y la tercera es que la política monetaria i  
debe ser orientada hacia el desarrollo, lo cual no ocurriría -  
si elevara las tasas lo suficiente para afectar al sector real.

El autor integra su modelo financiero desarrollado en  
en los tres primeros capítulos con el modelo estimado por Bel-  
trán del Río<sup>6/</sup>, que describiremos brevemente. Consta de 8 par  
tes que son: la demanda doméstica que incluye consumo privado  
y público, inversión fija en inventarios, también dividida en  
pública y privada: la demanda extranjera con ecuaciones acerca  
de los principales productos mexicanos de exportación así como  
de importación de bienes de capital, de consumo, etc., valor -  
agregado con tres sectores (agrícola, manufacturero y terciario);  
valor agregado potencial (urbano y agrícola); proceso de de  
mográfico y oferta de trabajo; distribución del ingreso; cu  
enta pública y finalmente formación de precios. Dentro del mode  
lo está la especificación de la inversión que la hacen función  
del estado de la economía y de la acumulación previa de capi-  
tal; sin embargo, la inversión real será una fracción que de-

<sup>6/</sup> Beltrán del Río, Abel, A. "Macroeconometric Forecasting Model for Mexico: Specification and Simulations", Tesis Doctoral, Universidad de Pennsylvania, 1973.

penderá de los fondos internos, del crédito doméstico así como del crédito exterior. Se trata dice Montemayor, de una combinación de dos puntos de vista de observar la inversión. Una considera el acervo previo de capital o la utilización de la capacidad o las expectativas, mientras que la otra considera los fondos necesarios para llevar a cabo estos planes de inversión -algo así como una restricción-. Se calculó una aproximación lineal:

$$\begin{aligned} \text{IPR} = & .871 - 1.464\text{DUMPO} + .080 (\text{FINT} + \text{EXT}) + .299 \text{DGPR1} \\ & (-.886) \quad (-2.488) \quad (1.678) \quad (1.862) \\ & + .397 \text{DGPR2} + .346 \text{DGPR3} + .197 \text{DGPR4} \\ & (2.388) \quad (2.190) \quad (1.321) \end{aligned}$$

$$R^2 = .94 \quad \text{S.E.} = 1.06 \quad \text{D.W.} = 1.98$$

Donde FINT+EXT es el cambio en el financiamiento al sector privado más el ingreso que no provenga del salario. Las otras variables son una muda y el ingreso real rezagado hasta cuatro períodos.

Alfredo Gencl<sup>2/</sup> analiza al Estado en tres facetas en la economía, que son la oferta, el gasto y el financiamiento -

<sup>2/</sup> Gencl, J. Alfredo, L. "Estrategia de Gasto del Estado y de Política Financiera", 1978. Mimeo.

del déficit, también tiene una función inversión privada, que depende de la rentabilidad esperada de la inversión, del financiamiento disponible, y de los gastos del gobierno complementarios a los privados. La función estimada quedó así:

$$\ln i = .374 + .472 \ln g_2 + .384 \ln cr + .047 \ln v_y$$

(2.94)    (3.74)            (3.45)            (2.82)

$$D.W. = 1.59 \quad R^2 = .999$$

Donde  $\ln i$  = Logaritmo natural de la inversión.

$\ln g_2$  = Logaritmo natural del gasto de gobierno con dos años de rezago.

$\ln cr$  = Logaritmo natural de recursos crediticios reales disponibles para el sector privado.

$\ln v_y$  = Logaritmo natural del coeficiente de variabilidad del rendimiento esperado.

Donde en definitiva, la inversión privada, concluye el autor, está relacionada con el gasto público y con el crédito disponible. La medición de las variables es interesante, sobre todo la serie de inversión que es la que utiliza el Banco Mundial en un estudio acerca de México<sup>8/</sup>. El gasto público lo toma de las cuentas nacionales, para los recursos crediticios utiliza el

<sup>8/</sup> World Bank, Special Study of the Mexico Economy. Major Policy Issues and Prospects. Vol. II.

financiamiento otorgado por la banca privada y mixta para elaborar un índice. Cabe hacer notar que Genel sitúa todo el impacto de una restricción crediticia sobre la inversión privada y no sobre el consumo que, en su análisis, no depende del crédito.

Sobre el papel del crédito en el gasto privado, no parece existir acuerdo. El primer punto se refiere a qué se va a ajustar cuando haya una restricción crediticia: el consumo o la inversión. Koelher<sup>9/</sup> dice que lo que se ajusta es la inversión. Ortiz<sup>10/</sup> opina que probablemente sea muy importante el efecto inmediato sobre la inversión. El Sayed Nassef<sup>11/</sup> encuentra que hay una relación muy pequeña entre inversión privada y disponibilidad de fondos prestables.

Fitzgerald<sup>12/</sup> llega un poco más allá, y en diferentes artículos ha expresado la no relación entre el crédito disponible y el monto de inversión:

9/ Koelher, J.E., "Economic Policy-Making with limited Information: The Process of Macrocontrol in Mexico"; Tesis Doctoral, University of Yale, 1968.

10/ Ortiz, Guillermo, "Capital Accumulation and Economic Growth: A financial Perspective on Mexico"; Tesis Doctoral, Stanford University, 1977.

11/ El Sayed Nassef, "Monetary Policy in Developing Countries, the Mexico Case, an Econometric Study"; Rotherdam University Press, 1972.

12/ Fitzgerald, E.V.F., "La Sectorización de la Formación Bruta de Capital Fijo, 1969-1978, Coordinación General del Sistema Nacional de Información. Sría. de Programación y Presupuesto, Julio de 1979. - Mimeo.

"...el ahorro ex-ante no determina la inversión ni el monto absoluto de utilidades ni las condiciones de crédito (cantidad o tipo de interés) la retiene (a la inversión). Esto se debe al alto grado de autofinanciamiento de la empresa privada en México, donde el control de precios por parte del empresario permite la retención de las utilidades necesarias para la inversión".

De esta manera, las principales hipótesis que se han manejado son las siguientes:

1 La actividad económica (actual o esperada) influencia positivamente la inversión privada. Es decir, es una relación que involucra algún tipo de acelerador. Como se ilustra en la siguiente cita:

"Tanto la teoría económica moderna para las economías capitalistas como todos los trabajos serios sobre la Macroeconomía en México indican que en su forma agregada la inversión privada sigue la demanda: es decir una relación acelerador, la empresa invierte en relación a la expansión del mercado para su producto y las utilidades esperadas y no en relación a las utilidades actuales <sup>13/</sup>".

2 La inversión pública es substituta de la inversión privada no sólo porque compite por fondos financieros en el mercado, sino también porque se dirige a las mismos sectores que la privada.

3 La inversión pública es complementaria a la inversión privada porque crea las condiciones económicas necesarias (como carreteras y puertos) para la inversión privada.

<sup>13/</sup> Fitzgerald, Op. Cit. Pag. 7.

4 Entre más grande la capacidad ociosa menor el nivel de inversión privada.

5 Incrementos en precios de los bienes de capital afectan negativamente a la inversión privada.

6 El monto de financiamiento más que la tasa de interés limita la inversión privada.

Como hemos visto, los trabajos acerca de este tema no exploran con suficiente profundidad la mejor especificación de la actividad esperada. Esto es, no estudian la distribución de rezagos. Este ensayo pretende empezar a llenar ese hueco en la literatura. Nuestro esfuerzo se centrará en la distribución finita, probando de manera incidental las otras hipótesis mencionadas arriba, excepto la relacionada al financiamiento, debido a la carencia de series adecuadas. En el apéndice, utilizando la distribución infinita de rezagos, resolveremos un interesante problema de autocorrelación.

EL MODELO Y LA  
DESCRIPCION DE INFORMACION

La estimación econométrica se basará en el siguiente modelo general:

$$\frac{PI_t}{IPD_t} = F(\text{Idle}_t, \frac{PBI_t}{IPD_t}, \frac{IKG_t}{IPD_t}, y_t^e)$$

donde	$PI_t$	=	Inversión privada nominal en t.
	$IPD_t$	=	Deflactor implícito del PIB en t.
	$\text{Idle}_t$	=	Índice de capacidad ociosa <sup>1/</sup> .
	$PBI_t$	=	Inversión pública nominal en t.
	$IKG_t$	=	Índice de precios de los bienes de capital.
	$y_t^e$	=	Nivel del PIB real esperado.

<sup>1/</sup> Índice que consiste en

$$\text{Idle}_t = \frac{YPR_t - Y_t}{YPR_t}$$

donde  $YPR_t$  es el PIB potencial suponiendo la utilización total del acervo de capital dada la tasa capital/producto.  $Y_t$  es el PIB observado.

El efecto esperado de las variables independientes - sobre la inversión privada en términos reales es como sigue:

$$\frac{\partial \frac{PI_t}{IPD_t}}{\partial Idle_t} > 0. \text{ Lo cual corresponde a hipótesis \# 4.}$$

$$\frac{\partial \frac{PI_t}{IPD_t}}{\partial \frac{PBI_t}{IPD_t}} > 0. \text{ Esto está relacionado con hipótesis \#2 y}$$

$$\frac{\partial \frac{PI_t}{IPD_t}}{\partial \frac{IKG_t}{IPD_t}} < 0. \text{ Esto dá sustento a hipótesis \#5.}$$

$$\frac{\partial \frac{PI_t}{IPD_t}}{\partial Y_t^o} > 0. \text{ Lo cual corresponde a hipótesis \#1. Para las diferentes especificaciones se usó el PIB como indicador de la actividad.}$$

Descripción de Información.

Es una muestra de 22 observaciones anuales (período 1960-1981). La fuente de la información es:

DIEMEX-WHARTON: MEXICAN ECONOMETRIC MODEL,  
HISTORICAL DATA SECTION. UNIVERSITY OF PENNSYLVANIA.

En la siguiente página se listan las variables utilizadas en términos nominales. La última columna MSR se explicará en el siguiente apartado.

ESTE ES EL LISTADO DE VARIABLES UTILIZADAS.

	PI	PIB	PBI	IKG	IDLE	MSR
1960	18.8030	150.511	6.70400	1.00000	.680000E-01	131.708
1961	17.3560	163.265	8.30200	.998000	.108000	146.790
1962	18.7630	176.030	8.66300	1.01200	.142000	153.431
1963	21.5080	195.983	11.0630	1.07800	.142000	165.223
1964	25.7480	231.370	13.9570	1.09100	.108000	200.607
1965	31.2470	252.028	13.0480	1.13400	.122000	201.259
1966	34.7740	280.090	15.4750	1.18200	.126000	217.094
1967	38.1190	306.317	21.0570	1.22400	.131000	229.229
1968	42.3110	339.145	23.3140	1.23900	.117000	243.506
1969	46.3610	374.900	26.3390	1.27800	.115000	264.311
1970	53.2030	418.700	29.2050	1.33600	.105000	276.892
1971	59.2030	452.400	22.3970	1.37600	.125000	282.064
1972	64.5020	512.300	33.2980	1.45400	.111000	310.109
1973	76.5620	619.600	49.8380	1.62000	.920000E-01	319.434
1974	108.783	813.700	64.8170	2.04700	.840000E-01	319.401
1975	125.933	988.300	95.7670	2.44500	.970000E-01	339.381
1976	159.000	1 228.00	108.600	3.03800	.123000	311.208
1977	185.293	1 674.70	153.807	4.20100	.138000	296.164
1978	253.580	2 122.80	222.522	5.06500	.117000	345.640
1979	375.290	2 767.00	322.814	6.17200	.860000E-01	358.631
1980	540.280	3 824.30	473.719	7.73900	.830000E-01	378.692
1981	727.200	5 190.20	681.400	9.29500	.670000E-01	421.953

D I S T R I B U C I O N      D E      R E Z A G O S

F I N I T A

El modelo a estimar es el siguiente:

$$\frac{PI_t}{IPD_t} = a_0 + a_1 Idle_t + a_2 \frac{PBI_t}{IPD_t} + a_3 \frac{IKG_t}{IPD_t} + a_4 Y_t^e + e_t .$$

En orden de no complicar la notación, se dejará implícito el  $IPD_t$ . Por otra parte, dado que  $Y_t^e$  no es observado (al menos no para el econometrista), se supondrá que se forma por valores presentes y pasados del PIB real que se llamarán  $Y_t$ .

Por lo tanto, el modelo se convierte en:

$$PI_t = a_0 + a_1 Idle_t + a_2 PBI_t + a_3 IKG_t + a_4 \sum_{i=0}^n B_i Y_{t-i} + e_t$$

donde  $n$  es finita <sup>\*</sup>/. Para simplificar la notación se utilizará la siguiente especificación:

$$PI_t = X_t a + a_4 \sum_{i=0}^n B_i Y_{t-i} + e_t$$

donde  $X_t = (1 \quad Idle_t \quad PBI_t \quad IKG_t)$

$$a' = (a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_3)$$

<sup>\*</sup>/ El caso cuando  $n$  es infinita se trata en la siguiente sección.

Aunque nuestro interés principal es la inversión privada no podemos olvidar que forma parte de un modelo macroeconómico. Tratando de no complicar demasiado el esquema, suponemos que el modelo sería:

$$(1) \quad PI_t = X_t a + a_4 \sum_{i=0}^n B_j Y_{t-i} + e_t$$

$$(2) \quad Y_t = PI_t + Z_t$$

donde  $Z_t$  son todos los componentes del PIB en  $t$ , excepto  $PI_t$ .

supuestos

$$(i) \quad E(e_t) = 0$$

$$(ii) \quad E(e_t e_s) = 0 \quad \text{si } t \neq s \\ = \sigma^2 \quad \text{si } t = s$$

(iii)  $Z$  y  $e$  son independientes, esto es

$$E(Z_t e_s) = 0 \quad \text{para todo } t \text{ y todo } s$$

Dado que la estimación directa de (1) nos llevaría no sólo a estimadores sesgados sino también inconsistentes (ver Johnston, Capítulo 12), se usará  $Z_t$  como variable instrumental. Por lo tanto:

$$PI_t = X_t a + a_4 \sum_{i=0}^n \delta_i Z_{t-i} + e_t$$

Definiendo  $\alpha_i = a_4 \delta_i$ , el modelo queda como sigue:

$$PI_t = X_t a + \sum_{i=0}^n \alpha_i \cdot Z_{t-i} + e_t$$

Es de hacer notar que  $Z_t$  es una variable instrumental confiable dado que está altamente correlacionada con  $Y_t^*$  y por el supuesto (iii).

La estimación de (3) nos da estimadores consistentes; sin embargo, las variables explicatorias ( $Z_t$  y sus valores pasados) están altamente correlacionadas. Por lo tanto, se empleará la especificación de Almon. La idea básica, es que los coeficientes  $\alpha$ 's pueden ser aproximados por un polinomio de grado  $q$ . Esto es:

$$PI_t = X_t a + \alpha_0 Z_t + \alpha_1 Z_{t-1} + \alpha_2 Z_{t-2} + \dots + \alpha_n Z_{t-n} + e_t$$

$$\text{donde } \alpha_i = c_0 + c_1 (i) + c_2 (i)^2 + c_3 (i)^3 + \dots c_q (i)^q$$

o equivalente

$\alpha = Hc$ , donde:

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix}$$

\*/ El coeficiente de correlación es .99.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ 1 & 1 & 2^2 & \cdot & \cdot & \cdot & 2^q \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & n & n^2 & \cdot & \cdot & \cdot & n^q \end{bmatrix}$$

$$c = \begin{bmatrix} c_0 \\ \cdot \\ c_1 \\ \cdot \\ c_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ c_q \end{bmatrix}$$

El principal problema con este tipo de especificación es que tanto el grado del polinomio como la magnitud del rezago son desconocidos. Para determinar ambos procederé como sigue:

- (i) Dada la magnitud del rezago, probaré el grado del polinomio. Considerando que la muestra consiste de observaciones anuales es probable que  $n$  mayor de 4 no sería adecuada. Por lo tanto, usaré alternativamente  $n = 4, 3, 2, 1, 0$ .

- (ii) Dado el correcto grado del polinomio para cada  $n$ , escogeré la mejor especificación.
- (iii) Una vez obtenida la mejor especificación, probaré las hipótesis de la sección uno.

DADA LA MAGNITUD DEL REZAGO, COMO PROBAR EL GRADO DEL POLINOMIO.

Para determinar el grado del polinomio, es conveniente tener una expresión que resalte la naturaleza de mínimos cuadrados restringidos del modelo de Almon con el objeto de hacer pruebas de hipótesis acerca del grado del polinomio. (ver Judge et. al Capítulo 15).

Note que  $\alpha = Hc$

Si multiplicamos ambos lados por  $(H' H)^{-1} H'$   
 $(H' H)^{-1} H' \alpha = (H' H)^{-1} (H' H) c$

o equivalentemente

$$c = (H' H)^{-1} H' \alpha$$

resultado que puede sustituirse arriba, esto es

$$0 = \alpha - H (H' H)^{-1} H' \alpha$$
$$0 = (I - H (H' H)^{-1} H') \alpha$$

Por lo tanto, podemos escribir el modelo de Almon como

$$PI_t = X_t a + \alpha_0 Z_t + \alpha_1 Z_{t-1} + \alpha_2 Z_{t-2} + \dots + \alpha_n Z_n + e_t$$

s.t.

$$R \alpha = 0,$$

donde

$$R = I - (H (H' H)^{-1} H').$$

Una manera equivalente para expresar las restricciones y que como se verá más adelante, facilita el trabajo de cómputo, es la siguiente:

$$PI_t = X_t a + \alpha_0 Z_t + \alpha_1 Z_{t-1} + \dots + \alpha_n Z_{t-n} + e_t$$

s.t.

$$\alpha = Q' \alpha_1 \quad */$$

\*/ El elemento típico de la matriz Q es

$$Q_{hm} = \begin{matrix} q+t \\ 11 \\ j=1 \\ j \neq h \end{matrix} \quad \begin{matrix} m-j \\ h-j \end{matrix},$$

mientras

$$\alpha_1' = (\alpha_0 \alpha_1 \dots \alpha_q)$$

(Ver Judge et. al. Capítulo 15).

Por lo tanto, si el grado del polinomio es  $q$  y la magnitud del rezago es  $n$ , podemos probar  $(n-q)$  restricciones, provisto que  $n > q$ .

Esto es:

$$W = (X_t \ Z_t \ Z_{t-1} \ Z_{t-2} \ \dots \ Z_{t-n})$$

$$W^* = (X_t \ Z_t \ Z_{t-1} \ Z_{t-2} \ \dots \ Z_{t-n}) (I_4 Q)'$$

donde  $I_4$  es la matriz idéntica de orden 4

$$\text{Note que } W^* = W(I_4 Q)'$$

Por lo tanto, el modelo irrestricto será,

$$PI_t = W (a \ \alpha) + e_t$$

donde el modelo restringido es

$$PI_t = W^* (a \ \alpha_1) + e_t^*$$

Sabemos que

$$U = \frac{(SSR^* - SSR) / \# \text{ de restricciones}}{SSR/T - (n + 1) - 4}$$

se distribuye asintóticamente como

$$F (n - q, T - (n + 1) - 4)$$

donde  $SSR^*$  es la suma de los errores al cuadrado del modelo restringido y  $SSR$  es la suma de los errores al cuadrado del modelo irrestricto.

El criterio para escoger el mejor grado del polinomio que ajusta menor la información disponible es el último para el cual la hipótesis nula  $R \alpha = 0$ . Formalmente

$$H_0 = R\alpha = 0$$

$$H_a = R\alpha \neq 0$$

Nótese que si la magnitud del rezago es  $n$  usamos  $22-n$  observaciones, que es el valor de  $T$ .

$n = 4$

$q$	$U$	$F_{.05} \ n-q/T-(n+1) - 4$	RESULTADOS
3	.0025	5.12 (1,9)	Se acepta $H_0$
2	.0444	4.26 (2,9)	Se acepta $H_0$
1	4.013	3.86 (3,9)	Se rechaza $H_0$
0	49.492	3.63 (4,9)	Se rechaza $H_0$

$n = 3$

$q$	$U$	$F_{.05} \ n-q/T-(n+1) - 4$	RESULTADOS
2	.0044	4.84(1,11)	Se acepta $H_0$
1	.6802	3.98(2,11)	Se acepta $H_0$
0	25.49555	3.59(3,11)	Se rechaza $H_0$

$n = 2$

$q$	$U$	$F_{.05} \ n-q/T-(n+1) - 4$	RESULTADOS
1	.098784	4.67(1,13)	Se acepta $H_0$
0	8.50416	3.81(2,13)	Se rechaza $H_0$

n = 1

q	U	F <sub>.05</sub> n-q/T - (n+1) - 4	RESULTADOS
0	1.13256	4.54 (1,15)	Se acepta H <sub>0</sub>

DADAS VARIAS COMBINACIONES (n,q), ¿COMO ESCOGER ENTRE ELLAS?

Harper (1977) señala que si la magnitud del rezago o el grado del polinomio es incorrecto, el término de error tiene un valor esperado diferente de cero. Por lo tanto, se sugiere usar RESET para determinar la mejor especificación. A continuación se describirá la prueba.

Si la especificación restringida no es la correcta, los residuos siguen la siguiente distribución

$$\hat{\epsilon} \sim N(M\eta, \sigma^2 M)$$

donde

$$M = (I - W(W'W)^{-1}W')$$

Ramsey (1974) sugiere que los llamados BLUS residuales pueden usarse para realizar esta prueba, ya que bajo la hipótesis de no error en la especificación se distribuyen así:

$$\hat{\epsilon} \sim N(0, \sigma^2 I).$$

Recuerde que los BLUS residuales se definen como

$$\tilde{e} = \tilde{B} \hat{e}$$

donde  $\tilde{B} \tilde{B}' = I$

$$\tilde{B}' \tilde{B} = M$$

Si el modelo no es especificado adecuadamente

$$\tilde{e} \sim N(\tilde{B}\eta, \sigma^2 I).$$

RESET supone que  $\hat{B}\eta$  puede ser aproximado por:

$$\tilde{B}\eta = d_0 + d_1 p_1 + d_2 p_2 + \dots + d_m p_m$$

donde  $p_j = BY^{j+1}$

$Y^{j+1}$  = vector  $W'(a \alpha_1)$  con sus elementos elevados a la potencia  $j+1$ .

Entonces basado en el modelo:

$$\tilde{e} = d_0 + d_1 p_1 + d_2 p_2 + \dots + d_m p_m + v$$

donde  $E(v) = 0$ ,  $E(v v') = \sigma^2 I$ .

$$E(vv') = \sigma^2 I$$

RESET es aplicar la usual prueba F para la hipótesis de que todas las d's son cero. Bajo la hipótesis nula  $H_0$ , la prueba F es distribuída con F central. Bajo la hipótesis alternativa  $H_1$ , el estadístico F se distribuye como F no central. Por lo tanto, calcularé este estadístico, usando  $m = 3$  como Ramsey sugiere.

$$F = \frac{(\hat{e}' \hat{e} - v'v) / m + 1}{v'v / (T-n-(q+1)) - (m+1)}$$

En orden de aplicar la prueba descrita arriba, tenemos que calcular los llamados BLUS residuales, una manera de hacer esto es

$$\hat{e} = \hat{e}_0 - X_1 X_0^{-1} \left( \sum_h \frac{r_h}{1+r_h} g_h g'_h \right) \hat{e}_0$$

donde  $r_h$  y  $g_h$  son valores y vectores característicos de la matriz  $X_0 (X'X)^{-1} X_0'$ ,  $X_0$  tiene dimensiones  $m \times m$ ,  $X_1$  es el resto de la matriz X, esto es

$$X = (X_0 \ X_1).$$

Asimismo, se estimó la matriz B.

$$\text{Se sabe que } \hat{e} = \hat{B} \hat{e}$$

Postmultiplicando ambos lados de la expresión por  $\hat{e}' (\hat{e} \hat{e}')$

$$(\hat{e} \hat{e}') (\hat{e} \hat{e}')^{-1} = \hat{B}.$$

La matriz  $(e' e')$  resultó muy difícil de invertir, por lo tanto, usamos un vector de variables al azar para obtener  $\tilde{B}$ , esto es, en vez de multiplicar por  $e'$ , lo hice por  $z'$ :

$$\tilde{e} z' (\tilde{e} z)^{-1} = \tilde{B}$$

A continuación se reportarán los resultados

q	n.	e'e	v'v	y	F.05	RESULTADOS
2	4	15.63	.12249e-08	227543700	4.12(4,7)	Se rechaza $H_0$
1	3	35.596	.16405	539.95	3.48(4,10)	Se rechaza $H_0$
1	2	27.988	15.7035	2.7394	3.26(4,12)	Se acepta $H_0$
0	1	72.907	.67038E-04	4598616.05	3.06(4,15)	Se rechaza $H_0$
0	0	77.377	.26769E-56	número muy grande	2.96(4,17)	Se rechaza $H_0$

Por lo tanto, la mejor especificación es

$$\begin{aligned} \text{PI}_t = & 5.28277 \quad -73.2850 \text{ Idle}_t \quad - .209890 \text{ PBI}_t \quad + 1.04032 \text{ IKG}_t \\ & (.408) \quad (-1.647) \quad (-1.226) \quad (1.612) \\ & + .141589 \quad (Y_t - .Y_{t-1}) \quad + .049692 \quad (Y_{t-1} + 2Y_{t-2}) \\ & (5.099) \quad (8.655) \end{aligned}$$

$$R^2 = .9884$$

$$\text{SSR} = 38.271$$

$$\text{D.W.} = 1.842$$

Sabemos que

$$\begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix} = Q' \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_q \end{bmatrix}$$

Para este caso

$$\begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \end{bmatrix}$$

También

$$\text{Var} (B_0 \ B_1 \ \dots \ B_n) = \sigma^2 Q' (P'P)^{-1} Q'$$

donde  $P = (Y_t \ Y_{t-1} \ \dots \ Y_{t-n}) \quad Q'$ .

En este caso

$$\text{Var} (B_0 \ B_1 \ B_2) = \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} (P'P)^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

donde  $P = (Y_t \ Y_{t-1} \ Y_{t-2}) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} B_2 &= -B_0 + 2B_1 \\ &= -.141589 + 2 (.049692) \\ &= -.042205 \end{aligned}$$

Mientras

$$\text{Var} (B_0 \ B_1 \ B_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} .000770981 & .000118144 \\ .00011814 & .0000329647 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} .000770981 & .000118144 & -.000534693 \\ .000118144 & .0000329647 & -.000052216 \\ .000534693 & -.000052216 & .000430261 \end{bmatrix}$$

Consecuentemente, la especificación puede ser escrita así

$$\begin{aligned} \text{PI}_t = & 3.2877 - 73.2850 \text{Idle}_t - .209890 \text{PBI}_t + 1.04032 \text{IKG}_t \\ & (.408) \quad (-1.647) \quad (-1.266) \quad (1.612) \\ & + .141589 Y_t - .091897 Y_{t-1} - .042205 Y_{t-2} \\ & (5.099) \quad (8.655) \quad (.020742) \end{aligned}$$

donde sólo los coeficientes relacionados a  $Y_t$ ,  $Y_{t-1}$ , rechazaron la hipótesis nula de no significación al 95% de nivel de confianza.

## C O N C L U S I O N E S

Por comodidad se reproducen las hipótesis acerca de la función inversión privada.

1. La actividad económica (actual o esperada) influencia positivamente la inversión privada.
2. La inversión pública es sustituta de la privada.
3. La inversión pública es complementaria de la privada.
4. Entre mayor la capacidad ociosa menor el nivel de inversión.
5. Los precios de los bienes de capital afectan negativamente a la inversión privada.

Del trabajo econométrico se pueden desprender las siguientes conclusiones:

- (i) Respecto a las hipótesis 2 y 3, la muestra utilizada desecha ambas, al no tener significación estadística el coeficiente asociado a la inversión pública.
- (ii) La muestra utilizada desecha también la relación entre la capacidad ociosa y la inversión privada (hipótesis 4). - Es el mismo caso de los precios de los bienes de capital.
- (iii) Solamente el nivel de actividad actual y el del año pasado ejercen influencia sobre la inversión privada.

APENDICE: DISTRIBUCION DE REZAGOS INFINITA.

Para esta parte, supondré que  $Y_t$  es una variable exógena, esto es, nos abstendremos de consideraciones de ecuaciones simultáneas, y nos concentraremos en resolver un interesante problema de autocorrelación. También supondré que la única variable relevante son  $Y_{t-i}$ ;  $i = 0, 1, 2, 3, \dots$ . Por lo tanto, nuestro modelo será

$$PI_t = \alpha \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i Y_{t-i} + e_t$$

$$e_t = \rho e_{t-1} + V_t$$

donde  $V_t$  es normal e idénticamente distribuida con media cero y varianza  $\sigma^2$ . Podemos dividir la sumatoria como sigue:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i Y_{t-i} = \sum_{i=0}^{t-1} \lambda^i Y_{t-i} + \eta_0 \lambda^t$$

donde  $\eta_0$  = condición inicial.

Entonces combinando todas las expresiones, obtendremos:

$$PI_t - \rho PI_{t-1} = \alpha \sum_{i=0}^{t-1} \lambda^i (Y_{t-i} - \rho Y_{t-i-1}) + \lambda^t (\eta_0 - \rho \eta_{-1}) + V_t$$

Si definimos  $(n_0 - \rho n_{-1}) = n_0 (\rho)_i$  los estimadores de máxima verosimilitud (ver Zellner y Geisel 1970) son los valores de  $\alpha$ ,  $\rho$ ,  $\lambda$  que minimizan la suma de errores cuadrados cuando hacemos la regresión  $PI_t - \rho PI_{t-1}$  con

$$\sum_{i=1}^{t-1} \lambda^i (Y_t - \rho Y_{t-1}) \quad \text{y} \quad \lambda^t, \text{ como variables independientes.}$$

Por lo tanto, haremos la estimación usando valores alternativos de  $C$  y  $\lambda$ . Los resultados de la búsqueda se resumen en la tabla siguiente. Para los primeros cuatro valores de  $\lambda$ , obtenemos un mínimo local de SSR. También, para cualquier  $\rho$ , la columna  $\lambda=.1$  minimiza SSR. En orden de completar la información para escoger la combinación óptima de los dos parámetros, estimamos las regresiones de la segunda tabla. Por lo tanto, cuando  $\lambda=.1$  y  $\rho=.5$  hemos encontrado una combinación óptima (al menos localmente).

SUMA DE RESIDUALES ÁL CUADRADO  
VALORES DE

VALORES DE	.6	.5	.4	.2	.1	.01
.5	166.393	133.767	108.209	89.6164	77.270	140.089
.55	161.579	130.066	105.554	89.1562	77.5825	150.856
.60	157.266	126.746	103.206	89.1013	78.2595	162.864
.65	153.207	123.607	101.018	89.3973	79.2826	176.135
.70	149.026	120.359	98.7852	89.9712	80.6650	190.692
.75	144.149	116.588	96.2355	90.7365	82.3905	206.561
.80	137.784	111.785	93.0791	91.6140	84.5027	223.767
.85	129.206	105.611	89.228	92.6022	87.1026	243.335
.90	119.277	98.9307	85.4313	93.9360	90.3895	262.291
.95	114.158	95.7368	84.2266	96.2955	94.2955	283.664
.96	114.717	96.1119	84.6416	96.9811	95.6238	288.211
.97	116.004	96.9462	85.3447	97.7585	96.6571	292.616
.98	118.035	98.2690	86.3545	98.6341	97.7375	297.179
.99	120.868	100.091	87.6808	99.6159	98.8640	301.801

## SUMA DE RESIDUALES AL CUADRADO

Valores de

Valores de	.01	.1
.05	95.4991	92.2676
.10	95.0399	88.9547
.15	97.6406	86.016
.20	100.319	83.5825
.25	103.285	81.749
.30	108.983	79.872
.35	115.007	78.6275
.40	122.186	77.7836
.45	130.539	77.3339

Entonces, la mejor especificación es la siguiente:

$$PI_t = .5PI_{t-1} + (-2.800) + .143768 \sum_{i=0}^{t-1} (.1)^i (Y_{t-i} - .5Y_{t-i-1}) + (-162.068) \quad (-.704)$$

$$R^2 = .9385$$

$$SSR = 77.2702$$

Donde los números entre paréntesis son los estadísticos t. El resto de la información se adjunta.

.....  
ORDINARY LEAST SQUARES

DEPENDENT VARIABLE	Z1
MEAN OF DEPENDENT VARIABLE =	21.0412
STANDARD DEVIATION OF DEP. VARIABLE =	7.92550
SUM OF SQUARED RESIDUALS =	77.2702
STANDARD ERROR OF THE REGRESSION =	2.07190
R-SQUARED =	.9385
ADJUSTED R-SQUARED =	.9317
F-STATISTIC( 2., 18.) =	137.323
LOG OF LIKELIHOOD FUNCTION =	-43.4770
NUMBER OF OBSERVATIONS =	21.000
SUM OF RESIDUALS =	.738964E-12
DURBIN-WATSON STATISTIC (ADJ. FOR 0. GAPS) =	1.8863

RIGHT-HAND VARIABLE	ESTIMATED COEFFICIENT	STANDARD ERROR	T-STATISTIC
C	-5.21482	1.86225	-2.800
X1	.143768	.958370E-02	15.001
LH	-162.068	230.292	-.704

ESTIMATE OF VARIANCE-COVARIANCE MATRIX OF ESTIMATED COEFFICIENTS

	C	X1	LH
C	. 3.46796	-.172797E-01	-184.227
X1	. -.172797E-01	.918474E-04	.852322
LH	. -184.227	.852322	53034.3

R E F E R E N C E S

- Harper, C.P. (1977) "Testing for the existence of a Lagged - Relationship Within Almon's Method," RES, 50,204-210.
- Johnston, J. (1972), Econometrics Methods, New York: MacGraw-Hill.
- Jugde, G.G. et al (1980), The Theory and Practice of Econometric: New York: Wiley.
- Ramsey, J.B. (1974), "Classical Model Selection Through - Specification Error Tests", in Paul Zarembka, ed, Frontiers in Econometrics, New York: Academic Press.
- Zellner, A. and M. Geisel (1970), "Analysis of Distributed Lag - Models with Application to Consumption Function - Estimation", Econometrica, 38, 865-888.