

EL COLEGIO DE MÉXICO

CENTRO DE ESTUDIO ECONÓMICOS

"Aplicación de Modelos de Demanda a México"

Tesis que para obtener el grado de
Maestría en Economía presenta

Andrés Zamudio Carrillo
1985

Dedico el presente trabajo a mis padres Javier Zamudio S. y María Guadalupe Carrillo de Z. por el apoyo e impulso que siempre me dieron, tanto para la realización de los estudios de Licenciatura como los de Maestría.

Deseo dejar patente mi profundo
agradecimiento al Dr. Pascual García
Alba I., ya que con sus ideas, comen-
tarios, sugerencias y apoyo hizo posi-
ble la realización del presente trabajo.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I	
Especificación teórica de los Modelos	5
1.1 Sistema de Demanda Doble Logarítmica	5
1.2 Sistema Lineal de Gasto	8
1.3 Sistema Casi Ideal de Demanda	15
1.4 Sistema Alternativo Propuesto	23
1.5 Método de Estimación	26
CAPÍTULO II	
Resultados	32
2.1 Sistema de Demanda Doble Logarítmica	32
2.2 Sistema Lineal de Gasto	35
2.3 Sistema Alternativo Propuesto	39
2.4 Sistema Casi Ideal de Demanda	42
2.5 Comparación de las predicciones	51
CONCLUSIONES	56
ANEXO	60
BIBLIOGRAFÍA	63

INTRODUCCIÓN

La estimación de funciones de Demanda tiene su importancia, la cual se puede ver por diversas razones. Por ejemplo, cuando se está planeando sobre una economía en crecimiento, como es el caso de México, se debe tener en cuenta que el mismo crecimiento va a traer como consecuencia tanto cambios en el ingreso como en los precios relativos de los distintos bienes; sin embargo, estos cambios van a producir modificaciones en la estructura de la demanda, la cual, a su vez, va a influir sobre la estructura productiva; en este sentido se deben tener en cuenta estos efectos cuando se está considerando alteraciones en la capacidad productiva instalada.

Asimismo, la estimación de funciones de demanda tiene una importancia decisiva cuando se está tratando de lograr una estructura impositiva óptima, o simplemente se quiere mejorar a ésta.

Este trabajo tuvo su origen en el segundo aspecto considerado. Surgió del proyecto "Estructura Fiscal de México"^{1/}, en el cual, es decir en una parte de él, se planteó el diseño de una estructura óptima de impuestos indirectos. Al tratar de hacerlo, se tuvo que recurrir a la estimación de funciones de demanda, para obtener los parámetros necesarios para tal diseño.

^{1/} Este proyecto es una colaboración de la Universidad de Warwick y el Colegio de México.

Sin embargo, la estimación de éstas funciones de demanda pronto se vió en problemas, ya que los resultados de las elasticidades (ingreso y precio), las cuales no tienen dimensiones, eran muy sensibles a la estructura de la demanda que se escogiera, es decir, dependían de la especificación o forma funcional que se adoptara.

Esto presentaba sus problemas, pues el diseño de una estructura impositiva óptima dependía de los resultados de las elasticidades, y éstos, a su vez, dependían de la especificación que se escogiera, lo cual da lugar a un cierto grado de arbitrariedad en cuanto a qué forma funcional escoger.

En relación con esto, el presente trabajo se pensó con el objetivo de mostrar que tan sensibles son los resultados de las elasticidades de la forma funcional seleccionada.

Para este fin se seleccionaron cuatro Sistemas de Demanda, los cuales son: El Sistema de Demanda Doble Logarítmico, El Sistema Lineal de Gasto, El Sistema Alternativo Propuesto y El Sistema Casi Ideal de Demanda. Para cada uno de éstos Sistemas se trató de ver de qué manera imponen restricciones ex-ante sobre los resultados de las elasticidades, simplemente a través de analizar la especificación (lo cual se hace en el primer capítulo); y después se estiman los distintos Modelos y comparan los resultados (en el capítulo 2).

Se escogieron los anteriores Sistemas por varias razones. El primero, El Sistema de Demanda Doble Logarítmico, por ser quizá uno de los primeros Sistemas de Demanda estimados, en el cual se obtienen las elasticidades de manera directa, casi no impone

restricciones ex-ante sobre éstas, y es muy fácil de estimar, ya que no involucra restricciones a través de las ecuaciones, con lo cual se puede llevar a cabo una estimación por ecuación. El Sistema Lineal de Gasto porque es tal vez el Sistema de Demanda que más se ha utilizado, además fué de los primeros en que se planteó una estimación conjunta, esto es que abarcara todas las ecuaciones; este Sistema da resultados consistentes con la Teoría del Consumidor, si se satisfacen ciertas condiciones (de esto se hablará más tarde) y es muy fácil de estimar de manera iterativa. El Sistema Casi Ideal de Demanda por ser uno de los últimos Sistemas propuestos (1980), el cual, se dice, es tan flexible que casi no impone restricciones sobre los resultados de las elasticidades, o sea, se plantea, es "casi ideal". Por último, El Sistema Alternativo Propuesto por ser el Sistema desarrollado en el Proyecto "Estructura Fiscal de México" por el Dr. Pascual García Alba, el cual es una respuesta a las restricciones que impone el Sistema de Gasto Lineal y a las inconsistencias y mal ajuste que produce el Sistema Casi Ideal de Demanda^{1/}.

Para la estimación de éstos Modelos o Sistemas se utilizó el procedimiento de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), lo cual da lugar a estimadores insesgados y de mínima varianza, si se satisfacen ciertos supuestos. En el contexto de la estimación conjunta, en el cual se tiene que el ingreso es igual a la suma del gasto en todos los bienes, se tiene que la suma de los errores aleatorios para un período dado, es decir, la suma

^{1/} Véase García Alba, P.(1984).

de los errores a través de las ecuaciones para un período "t" dado, deben ser cero, con lo cual los errores de una ecuación no son independientes de los errores de la demás ecuaciones, y por lo tanto la matriz de varianzas y covarianzas de los errores no es una matriz diagonal. En este caso los estimadores de MCO seguirán siendo insesgados, si se cumple que el valor esperado de las perturbaciones es cero, pero ya no serán de mínima varianza (de esto se hablará más tarde). Este problema se puede pensar que afecta a todos los Sistemas por igual, y siendo lo que interesa los resultados relativos, se dejará de lado este problema.

En la estimación se utilizó información sobre consumo agregado^{1/}, la cual se obtuvo de diferentes publicaciones sobre Cuentas Nacionales de México. La información se agregó a cinco sectores, para facilitar el trabajo computacional, y se obtuvo una muestra de 22 observaciones (de 1960 a 1981). De estas 22 observaciones se escogieron las 19 primeras para realizar la estimación de los Modelos, y se dejaron 3 para compararlas con las predicciones de cada uno de los modelos.

Por último, cabe decir que el presente trabajo está dividido en dos partes principales. En la primera, o capítulo 1, se presentan teóricamente los modelos y se discute sobre su especificación. En la segunda, o capítulo 2, se presentan los resultados de la estimación, así como los cálculos de las elasticidades (todas para 1981) y se deja la comparación para la sección sobre conclusiones.

^{1/} Ver Apéndice para una discusión más detallada.

CAPÍTULO I

ESPECIFICACIÓN DE LOS MODELOS

1.1 Sistema de Demanda Doble-Logarítmico (SDDL)

De las funciones de Demanda a estimar, la ecuación llamada doble logarítmica (logaritmos naturales en ambos lados de la ecuación) es quizá de las más fáciles de estimar, ya que la estimación se lleva a cabo ecuación por ecuación, y lo único que hay que hacer es tomar logaritmos naturales de la variables involucradas y utilizar el procedimiento de Mínimos Cuadrados Ordinarios. Tal vez por ésta razón y por el hecho de que se obtienen las elasticidades de manera directa, ya que son los coeficientes de cada variable, por ejemplo ingreso o precios, los que se interpretan como la elasticidad de la variable dependiente (en este caso el consumo del bien en cuestión en términos reales) en relación al argumento correspondiente, que fué de los primeros Sistemas de Demanda estimados (Marshall fué el que propuso esta especificación y obtuvo estimaciones para ésta).

Como se dijo, la estimación se lleva a cabo ecuación por ecuación para un total de "n" bienes (en este trabajo se tienen 5 sectores), lo cual, si bien facilita el proceso de estimación, crea serios problemas de consistencia; por ejemplo, al no haber relación entre una ecuación y otra, se omiten ciertas condiciones o restricciones que deberían estar incorporadas de

modo de hacerla consistente con la Teoría del Consumidor, en este caso se pueden producir inconsistencias como el incumplimiento de propiedad de aditividad, la no simetría en los efectos cruzados compensados o la no negatividad en las elasticidades precio propias compensadas.

Sin embargo, es útil el introducir aquí al SDDL, pues es un Sistema que casi no impone restricciones^{1/} sobre los resultados de las elasticidades, y por lo mismo resulta interesante el compararlo con otros Sistemas que sí tienen otro tipo de restricciones.

La ecuación a estimar fué la siguiente,

$$\log(X_i/POB) = a_i + \sum_{j=1}^n C_{ij} \log(P_j/\pi) + b_i \log(Y/POB^*)$$

$$i = 1, \dots, n \quad (1.1)$$

con X_i siendo el consumo en términos reales para el bien i , POB es un índice de población (de esta manera X_i/POB se interpretaría como el consumo per cápita), P_j es el precio del bien j , Y el ingreso nominal, π es un índice general de precios, y las constantes a estimar son los parámetros a 's, C 's y b 's.

Dado que que la elasticidad precio cruzada está definida como como $e_{ij} = \frac{\partial \log X_i}{\partial \log P_j}$, entonces para la ecuación (1.1)

^{1/} Una restricción que es fácil de ver es que se tienen elasticidades constantes a lo largo de la muestra, lo cual pudiera no resultar atractivo.

se tiene que, $e_i = b_i$ y $e_{ij} = C_{ij}$ ^{1/}, las cuales son constantes para toda la muestra (e_i es la elasticidad ingreso del bien i , y e_{ij} es la elasticidad precio del bien i con respecto al precio del bien j).

En relación a los problemas que presenta esta especificación es conveniente seguir a Brown y Deaton, "A pesar que esto es conveniente metodológicamente (refiriéndose a la constancia de las elasticidades en las especificaciones doble logarítmicas) no deberíamos esperar que fuera cierto sino en un rango muy corto, y cuando se trabaja con series de tiempo, para propósitos econométricos nos gustaría expandir las series lo más grande posible. Es típico que las naciones se hagan ricas a través del tiempo, y podríamos esperar que bienes que son de lujo en promedio cuando los habitantes del país son pobres, se hagan más y más necesarios al aumentar el ingreso real. Pero hay un problema aún más básico: si todas las elasticidades ingreso fueran realmente constantes, aquellos bienes con elasticidades mayores a la unidad vendrían, al incrementarse el ingreso real, a dominar el presupuesto, y eventualmente llevarían a que la suma del gasto en cada una de las categorías fuera mayor al gasto total a ser asignado, un resultado obviamente absurdo. Entonces, aún si el modelo ajusta los datos bien cuando es estimado, sabemos que si es usado para proyectar al futuro llevaría eventualmente a resultados absurdos" ^{2/}

^{1/} El decir que la parcial de X_i con respecto a P_j es igual a C_{ij} supone que se puede desprestigiar la influencia que tiene P_j sobre π .

^{2/} Brown, A. y Deaton, A. (1972), pag. 1151.

Por último, es conveniente decir que al tenerse la ecuación
$$e_{ij}^* = e_{ij} + V_j e_i \quad (1.2)$$

proveniente de la ecuación de Slutsky (e_{ij}^* es la elasticidad precio compensada y V_j la proporción del gasto del bien j en el consumo total), las elasticidades precio compensadas no son constantes a lo largo de la muestra, pues el factor V_j no necesariamente es contante ^{1/}.

1.2 El Sistema Lineal de Gasto (LES).

Este Sistema fué utilizado primeramente por Stone en 1954 (en la Literatura Inglesa es Linear Expenditure System), y fué uno de los primeros intentos en realizar una estimación conjunta, esto es, que incluyera relaciones entre las ecuaciones para de este modo evitar ciertas inconsistencias, como en el caso del SDDL. Este Sistema es quizá uno de los más utilizados, pues involucra una estimación conjunta y es muy fácil de estimar, a pesar de ser no lineal en los parámetros (la facilidad de estimación se puede ver en la cantidad de parámetros a estimar, la cual es $2n-1$ parámetros independientes).

El LES es derivado a partir de la función de utilidad Stone-Geary^{2/}, la cual es una función Cobb-Douglas desplazada del origen (por los parámetros b 's),

^{1/} Los resultados de la estimación se presentan en el siguiente capítulo, sección 1.

^{2/} Véase Layard, P. y Walters, A. (1978).

$$U = (X_1 - b_1)^{\beta_1} \dots (X_n - b_n)^{\beta_n} \quad (2.1)$$

para que la función esté bien definida se requiere que $b_i \leq X_i$ $i = 1, \dots, n$, lo cual no excluye la posibilidad de que algún parámetro "b" sea negativo o cero. Para que se cumpla la propiedad de aditividad se requiere que,

$$\sum_{i=1}^n \beta_i = 1 \quad (2.2)$$

por lo cual se tienen n-1 betas independientes, además se requiere que estas betas sean positivas ^{1/}.

Para derivar el LES se hace una transformación logarítmica de (2.1),

$$U' = \log U = \sum_{i=1}^n \beta_i \log(X_i - b_i), \quad (2.3)$$

de las condiciones de primer orden para la maximización se tiene que,

$$\frac{\beta_i}{(X_i - b_i)} = \lambda P_i \quad i = 1, \dots, n \quad (2.4)$$

$$Y = \sum_{i=1}^n P_i X_i, \quad (2.5)$$

$$\text{de (2.4) se tiene que } X_i P_i = b_i P_i + \beta_i / \lambda \quad (2.6)$$

y sustituyendo en (2.5),

$$Y = \sum_{i=1}^n (b_i P_i + \beta_i / \lambda) = \sum_{i=1}^n P_i b_i + \sum_{i=1}^n \beta_i / \lambda$$

$$Y = \sum_{i=1}^n P_i b_i + 1/\lambda, \quad (2.7)$$

^{1/} Véase Deaton, A. y Muellbauer, J. (1980b).

dado (2.2); pero de (2.4) se tiene que,

$$1/\lambda = \frac{(X_i - b_i)P_i}{\beta_i}, \text{ y sustituyendo en (2.7) queda,}$$

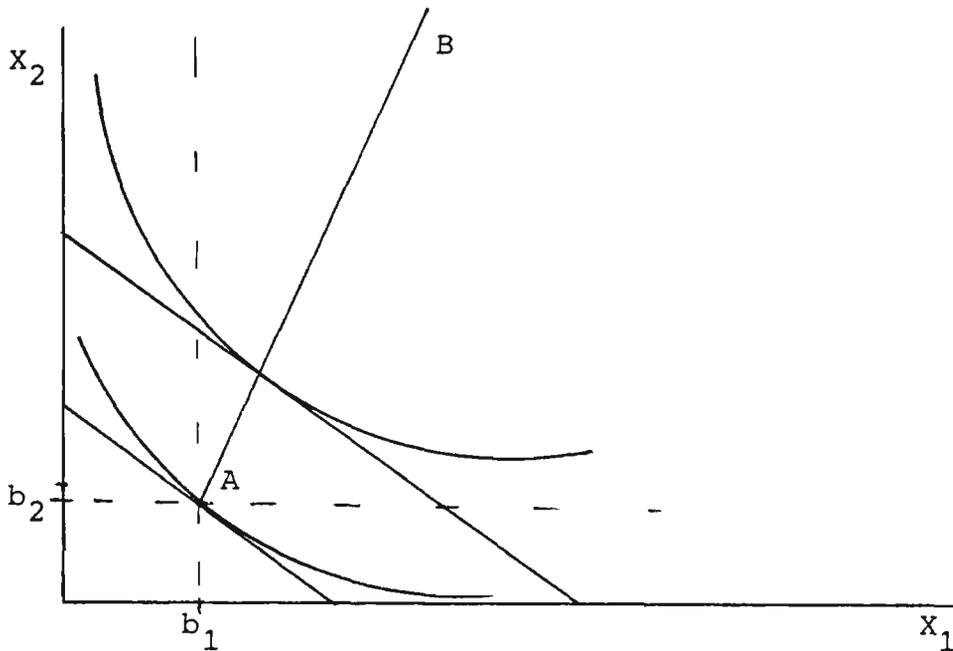
$$Y = \sum_{j=1}^n P_j b_j + 1/\beta_i (X_i - b_i)P_i, \text{ de donde}$$

$$P_i X_i = P_i b_i + \beta_i (Y - \sum_{j=1}^n P_j b_j) \quad i=1, \dots, n \quad (2.8)$$

Aquí se tiene la ecuación típica del LES. En ella el gasto del bien i , precio por cantidad, es igual al gasto que se hace en consumo de subsistencia, más una proporción, siempre fija, del llamado ingreso supernumerario. Este ingreso supernumerario es el ingreso sobrante una vez satisfechos los requerimientos de subsistencia para todos los bienes, o sea,

$$S = Y - \sum_{i=1}^n P_i b_i \quad (2.9)$$

La linealidad de (2.8) implica una ruta de expansión (cuando aumenta el ingreso y los precios permanecen constantes) recta, ya que $\partial X_i / \partial Y = \beta_i / P_i$ que es constante en tal ruta. Sin embargo esta ruta no parte del origen, como sería el caso de cualquier función homotética, sino del punto en que se satisfacen los niveles de subsistencia; es por esto que se dice que el LES es un Sistema de Demanda derivado de una función de utilidad Cobb-Douglas desplazada del origen. Gráficamente esto se puede ver, para el caso de dos sectores, de la siguiente manera,



La ruta de expansión AB es una línea recta que no parte del origen O , sino del origen desplazado A. Este desplazamiento produce que las elasticidades ingreso no sean constantes e iguales a la unidad.

Sin embargo el LES ha sido muy criticado en cuanto a su utilización empírica, ya que tiene asociados diferentes problemas, los cuales se pueden plantear de una manera teórica.

Uno de éstos es el que se desprende de tener el LES una función de utilidad aditiva implícita. Esta aditividad produce dos efectos principales. Por un lado, se tiene una proporcionalidad entre la elasticidad ingreso y la elasticidad precio propia, y por otro lado se tienen pobres estimaciones de los efectos cruzados, es decir, se tienen pobres estimaciones de las respuestas del consumo de un cierto bien ante modificaciones en el precio de otros bienes (esto último generalmente no se le da importancia, sino al problema de la proporcionalidad). Esto

se puede demostrar de la siguiente manera^{1/}:

$$\text{Se tiene la utilidad} \quad U(X) = \sum_{k=1}^n U_k(X_k) \quad (2.10)$$

donde U es la utilidad, X es un vector de mercancías y U_k es la utilidad que sólo está en función del bien X_k . Las condiciones de primer orden para la maximización son,

$$\partial U_k / \partial X_k = \lambda P_k, \text{ y tomando logaritmos naturales se tiene,}$$

$$\log U'_i = \log \lambda + \log P_i \quad (2.11)$$

donde U'_i es la derivada de la utilidad U_i con respecto a su único argumento, X_i . Diferenciando (2.11) con respecto a $\log Y$,

$$\partial \log U'_i / \partial \log Y = \partial \log \lambda / \partial \log Y$$

$$\partial \log U'_i / \partial \log X_i \cdot \partial \log X_i / \partial \log Y = \partial \log \lambda / \partial \log Y = \omega \quad (2.12)$$

y con respecto a $\log P_j$,

$$\partial \log U'_i / \partial \log X_i \cdot \partial \log X_i / \partial \log P_j = \partial \log \lambda / \partial \log P_j + \delta_{ij} \quad (2.13)$$

donde δ_{ij} es la delta de Kroeneker, y ω es un índice de flexibilidad de la utilidad marginal del ingreso. De (2.12) se tiene,

$$\partial \log U'_i / \partial \log X_i = \omega / e_i, \text{ y de (2.13) que}$$

$$\partial \log U'_i / \partial \log X_i = (\partial \log \lambda / \partial \log P_j + \delta_{ij}) 1 / e_{ij}$$

siendo e_i la elasticidad ingreso del bien i , y e_{ij} la elasticidad del bien i con respecto al precio del bien j . Igualándolas se tiene,

$$\omega e_{ij} = e_i (\partial \log \lambda / \partial \log P_j + \delta_{ij}), \quad (2.14)$$

multiplicando por $W_i = X_i P_i / Y$, y sumando sobre las i 's,

^{1/} Para la demostración se sigue a Deaton, A. (1974).

$$\sum_{i=1}^n W_i e_{ij}^{\omega} = \sum_{i=1}^n e_i W_i \cdot \partial \log \lambda / \partial \log P_j + \sum_{i=1}^n e_i W_i \delta_{ij},$$

utilizando las propiedades provenientes de la restricción presupuestal, consistentes en,

$$\sum_{i=1}^n e_i W_i = 1 \quad \text{y} \quad \sum_{i=1}^n W_i e_{ij} + W_j = 0, \text{ se llega a,}$$

$$-\omega W_j = \partial \log \lambda / \partial \log P_j + e_j W_j, \quad (2.15)$$

sustituyendo (2.15) en (2.14),

$$e_{ij} = \phi e_i \delta_{ij} - e_i W_j (1 + \phi e_j) \quad (2.16)$$

con $\phi = 1/\omega$. Aquí se tiene que W_j es del orden de $1/n$ (bastante pequeño si se tienen modelos muy desagregados), y teniendo en cuenta que ϕ es negativo, entonces $(1 + \phi e_j)$ tienden a eliminarse, entonces $W_j (1 + \phi e_j)$ será muy pequeño (no importa el signo que tenga), por lo que aproximadamente será cierto que $e_{ii} = \phi e_i$, esto es, la elasticidad precio propia será aproximadamente proporcional a la elasticidad ingreso. Y por las mismas razones e_{ij} será, en términos absolutos, muy pequeña.

Esta demostración es válida si se tienen funciones de utilidad aditivas (o transformaciones crecientes de éstas), pero, para el caso concreto del LES, se tienen otros problemas o restricciones ex-ante. Para ver esto es conveniente escribir las fórmulas para las elasticidades del LES.

$$e_i = \beta_i / W_i \quad (2.17)$$

$$e_{ii} = \frac{b_i (1 - \beta_i)}{X_i} - 1 \quad (2.18)$$

$$e_{ij} = \frac{P_j \beta_i (-b_j)}{P_i X_i} \quad i \neq j \quad (2.19)$$

$$e_{ii}^* = \frac{(X_i - b_i)(\beta_i - 1)}{X_i} \quad (2.20)$$

$$e_{ij}^* = \frac{P_j \beta_i (X_j - b_j)}{P_i X_i} \quad i \neq j \quad (2.21)$$

donde los asteriscos indican elasticidades compensadas. Si consideramos a los niveles de subsistencia, b 's, como positivos (éstos pueden ser cero o negativos y la función de utilidad seguirá estando bien comportada), tendremos lo siguiente. De (2.17) se ve que no puede haber bienes inferiores en el LES, pues tanto β_i como W_i son positivas (para todas las i 's). A partir de (2.18) se puede ver que e_{ii} siempre será negativa y menor a la unidad en términos absolutos, pues β_i es positivo y menor a la unidad y $b_i \leq X_i$ (en realidad es bastante menor). De (2.19) se tiene que e_{ij} es también negativo y menor a la unidad en términos absolutos, ya que, en general, $P_j b_j$ siempre será menor a $P_i X_i$; entonces todas las elasticidades precio cruzadas, efecto total, serán negativas, o sea se tienen complementos brutos. Por último, y por un argumento similar al anterior, también las elasticidades compensadas son menores a la unidad en términos absolutos, aunque las elasticidades cruzadas serán ahora siempre positivas, o sea, en el LES los bienes son complementos brutos y sustitutos netos; entonces en el LES los bienes son inelásticos en relación a los precios (aunque en relación al ingreso sí pueden ser elásticos), o sea las elasticidades serán siempre menores a la unidad en términos absolutos.

Estos resultados sobre las elasticidades cruzadas se pueden observar más fácilmente si se examina la ecuación del LES,

$$P_i X_i = P_i b_i + \beta_i \left(Y - \sum_{j=1}^n P_j b_j \right)$$

en el cual el gasto en el bien i es una función lineal del ingreso supernumerario; si éste aumenta, entonces se incrementará $P_i X_i$ en $\beta_i \Delta S$. Entonces si aumenta el precio del bien j ($j \neq i$), los gastos por consumo de subsistencia se incrementarán en $b_j \Delta P_j$ (si el ingreso y el precio de los demás bienes permanecen constantes), lo cual reduce el ingreso supernumerario en el mismo monto, y reduce, por lo tanto, el gasto en el bien i en $\beta_i \Delta P_j b_j$, por lo que el efecto cruzado total será siempre negativo (considerando, igualmente, a los niveles de subsistencia como positivos). En relación al efecto cruzado, pero compensado, tenemos lo siguiente: al incrementarse el precio del bien j , la compensación que se hace es del orden de $\Delta P_j X_j$ (aproximadamente), mientras que el incremento en los gastos de subsistencia es $\Delta P_j b_j$, por lo cual el incremento en el ingreso supernumerario será de (incremento en el ingreso menos el incremento en los gastos en consumo de subsistencia)

$\Delta S = \Delta P_j (X_j - b_j)$, y como $X_j > b_j$ se tendrá que ΔS será positivo, y por lo tanto el gasto en el bien i aumentará, justamente en la proporción β_i del incremento en el ingreso supernumerario.

1.3 Sistema Casi Ideal de Demanda (SCID)

Con la idea de hacer estimaciones de funciones de manera conjunta, tal como se hace en el LES, pero con el propósito de evitar las restricciones que los Sistemas derivados de funciones de utilidad aditivas generan, se han ido proponiendo diferentes especificaciones de modo que permitan una mayor

flexibilidad en las elasticidades; de acuerdo a esto se han propuesto Sistemas como el Modelo de Rotterdam, el Modelo Translogaritmico, etc. Siguiendo esta idea, uno de los últimos modelos que se han propuesto es el Sistema Casi Ideal de Demanda (An Almost Ideal Demand System)^{1/}.

El SCID es derivado, como muchos otros Sistemas, a partir de la función de costo,

$$\begin{aligned} \log c(u,p) &= (1-u)\log\{a(p)\} + u\log\{b(p)\} \\ \text{con } \log a(p) &= \alpha_0 + \sum_{k=1}^n \gamma_k \log P_k + 1/2 \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{kj}^* \log P_k \log P_j \quad \text{y} \\ \log b(p) &= \log a(p) + \beta_0 \prod_k P_k^{\beta_k} \end{aligned} \quad (3.1)$$

a partir de la cual los autores derivan ^{1/} la ecuación característica del SCID,

$$W_i = \alpha_i + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \log P_j + \beta_i \log(X/P) \quad (3.2)$$

donde,

$$\log P = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n \gamma_k \log P_k + 1/2 \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{jk} \log P_k \log P_j \quad (3.3)$$

$\log P_i$ es el logaritmo natural del precio del bien i y X es el ingreso o gasto total. Los parámetros a estimar son α 's, β 's y γ 's.

Estos parámetros deben satisfacer las siguientes restricciones,

^{1/} Véase Deaton, A. y Muellbauer, J. (1980a).

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1, \quad \sum_{i=1}^n \gamma_{ij} = 0 \quad \text{y} \quad \sum_{i=1}^n \beta_i = 0 \quad (3.4)$$

$$\sum_{j=1}^n \gamma_{ij} = 0 \quad (3.5)$$

$$\gamma_{ij} = \gamma_{ji} \quad (3.6)$$

Dada la propiedad de aditividad, o sea que la suma del gasto en todas las mercancías deba ser igual al ingreso, las restricciones representadas por (3.4) se satisfacen automáticamente (esto es fácil de ver, sólo se tiene que sumar sobre las i 's la ecuación del SCID representada por 3.2 y 3.3). Sin embargo, las otras dos restricciones tienen que puestas. La restricción (3.5) da lugar a que se cumpla con la propiedad de homogeneidad de grado cero que deben tener las funciones de demanda^{1/}, mientras que la restricción (3.6) produce simetría en los efectos cruzados.

Como se ve, el SCID es bastante no lineal en los parámetros y tiene una gran cantidad de éstos; esto último lo hace muy flexible, y por lo tanto casi no impone restricciones ex-ante sobre las elasticidades. El número de parámetros a estimar, cuando se imponen todas las restricciones, es $2(n-1) + n(n-1)/2$, lo cual lo convierte, también, en un problema para la estimación, pues para modelos muy desagregados se tiene una gran cantidad de

^{1/} Esto se puede ver multiplicando por λ el ingreso y los precios en la ecuación del SCID, y ver que se requiere para que no cambie W_i .

parámetros a estimar, lo cual no siempre es posible dada la dificultad en conseguir series de tiempo lo suficientemente grandes. Un problema teórico de este Sistema es que no impone explícitamente las restricciones suficientes como para asegurar consistencia con la Teoría del Consumidor, con lo cual se pueden dar resultados contrarios a ésta, como fué el caso del presente trabajo.

Al igual como lo hicieron los autores señalados, se procedió a estimar tres casos del SCID. El primero sólo tiene incluidas las restricciones (3.4), las cuales se satisfacen automáticamente, el segundo agrega la restricción (3.5) y el tercero toma en cuenta, además, la restricción (3.6).

Para los dos primeros casos, y dado que todavía no se impone la simetría, se utilizó una aproximación a $\log(P)$, de modo de hacer a estos casos más fáciles de estimar. Entonces, para sustituir a $\log(P)$ en la ecuación (3.3), se utilizó el logaritmo de un índice general de precios, el cual fué el índice de precios de Stone (el mismo que utilizaron Deaton y Muellbauer en su trabajo); este índice está definido por,

$$\log P^* = \sum_{i=1}^n W_i \log P_i \quad (3.7)$$

con esto la ecuación (3.2) queda como,

$$W_i = (\alpha_i - \beta_i \log \phi) + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \log P_j + \beta_i \log (X/P^*) \quad (3.8)$$

donde el coeficiente ϕ viene de $P \cong \phi P^*$.

Si $a_i = \alpha_i - \beta_i \log \phi$, entonces

$$W_i = a_i + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \log P_j + \beta_i \log(X/P^*) \quad (3.9)$$

La ecuación (3.9) es lineal en los parámetros (α 's, β 's y γ 's), y además no involucra restricciones a través de las ecuaciones (ya que todavía no se requiere que $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$), por lo cual se puede llevar a cabo una estimación ecuación por ecuación para los n bienes, lo cual no era posible para el LES, ya que este Sistema involucra restricciones a lo largo de las ecuaciones (por ejemplo los niveles de subsistencia aparecen en todas las ecuaciones). La diferencia entre en primero y el segundo caso del SCID es la imposición de la restricción (3.5). Al imponer tal condición se tiene,

$$W_i = a_i + \sum_{j=1}^{n-1} \gamma_{ij} \log P_j + \gamma_{in} \log P_n + \beta_i \log(X/P^*),$$

utilizando (3.5) se tiene que,

$$\gamma_{in} = - \sum_{j=1}^{n-1} \gamma_{ij}, \text{ con lo cual se llega a}$$

$$W_i = a_i + \sum_{j=1}^{n-1} \gamma_{ij} (\log P_j - \log P_n) + \beta_i \log(X/P^*) \quad (3.10)$$

Entonces, para el primer caso se estima la ecuación (3.9), y para el segundo, el cual incorpora homogeneidad de grado cero, se estima la ecuación (3.10), lo cual se debe hacer para los " n " bienes.

El problema de la estimación para estos dos primeros casos, es que se obtienen cálculos para las a 's y no para las α 's,

las cuales se requieren para el cálculo de las elasticidades. Para obtener estimaciones de las alfas se hace uso de (3.8),

$$a_i = \alpha_i - \beta_i \log \phi = \alpha_i - \beta_i (\log P - \log P^*), \text{ con lo cual,}$$

$$\alpha_i = a_i + \beta_i (\log P - \log P^*), \quad (3.11)$$

utilizando (3.3) y despejando $\log P$,

$$\log P = \frac{1}{1 - \frac{\sum_{k=1}^n \beta_k \log P_k}{n}} \left\{ \alpha_0 + \frac{\sum_{k=1}^n a_k \log P_k}{n} - \log P^* \frac{\sum_{k=1}^n \beta_k \log P_k}{n} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{kj} \log P_k \log P_j \right\} \quad (3.12)$$

Entonces, para calcular las alfas según (3.11) sólo se requiere calcular $\log P$, ya que los otros parámetros son conocidos por el proceso de estimación, y para calcular $\log P$ según (3.12) sólo se requiere de conocer a α_0 , ya que los demás parámetros son también conocidos.

Para la estimación de éste coeficiente se siguió el mismo procedimiento empleado por Deaton y Muellbauer, el cual consistió en dar un valor a priori a α_0 en vez de estimarla por programa. Como el parámetro α_0 se puede interpretar como el logaritmo del nivel de gasto de subsistencia^{1/}, entonces el problema se resuelve encontrando una estimación para este gasto de subsistencia. En este sentido se utilizaron los resultados obtenidos por Lluch y otros^{2/} al aplicar el Extended Linear

^{1/} Véase Deaton, A. y Muellbauer, J. (1980a).

^{2/} Lluch, L., Powell, A. y Williams, R. (1977)

Expenditure System a México.

Por último, para el tercer caso se tiene que hacer una estimación conjunta, esto es, una estimación que abarque todas las ecuaciones, pues al imponérsele la restricción de simetría al SCID se producen restricciones en los parámetros a través de las ecuaciones (el parámetro γ_{ij} aparece tanto en la ecuación i como en la ecuación j), por lo tanto la ecuación a estimar es la dada por (3.2) y (3.3); lo único que faltaría indicar para este tercer caso sería el cálculo del parámetro α_0 , para el cual también se siguió el procedimiento de darle un valor a priori.

Una vez descrito los tres casos del SCID, faltaría sólamente presentar las fórmulas para las elasticidades, las cuales se presentan tanto para el caso con Simetría como para los otros dos casos, en los cuales las fórmulas son las mismas.

$$e_i = \frac{\beta_i + W_i}{\beta_i} \quad , \text{ igual para los tres casos.}$$

$$e_{ii} = \left\{ \gamma_{ii} - \beta_i \left(\alpha_i + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \gamma_{ki} \log P_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \gamma_{ik} \log P_k \right) \right\} 1/W_i - 1$$

$$e_{ii}^s = \left\{ \gamma_{ii} - \beta_i \left(\alpha_i + \sum_{k=1}^n \gamma_{ki} \log P_k \right) \right\} 1/W_i - 1$$

$$e_{ij} = \left\{ \gamma_{ij} - \beta_i \left(\alpha_j + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \gamma_{jk} \log P_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \gamma_{kj} \log P_k \right) \right\} 1/W_i, \quad 1 \neq j$$

$$e_{ij}^s = \left\{ \gamma_{ij} - \beta_i \left(\alpha_j + \sum_{k=1}^n \gamma_{kj} \log P_k \right) \right\} 1/W_i, \quad i \neq j$$

$$e_{ii}^* = \left\{ \gamma_{ii} - \beta_i \left(\alpha_i + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \gamma_{ki} \log P_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \gamma_{ik} \log P_k \right) - W_i \right\} 1/W_i \\ + \beta_i + W_i$$

$$e_{ii}^{*s} = \left\{ \gamma_{ii} - \beta_i \left(\alpha_i + \sum_{k=1}^n \gamma_{ki} \log P_k \right) - W_i \right\} 1/W_i + \beta_i + W_i$$

$$e_{ij}^* = \left\{ \gamma_{ij} - \beta_i \left(\gamma_j + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \gamma_{jk} \log P_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \gamma_{kj} \log P_k \right) + \right. \\ \left. + W_j (\beta_i + W_i) \right\} 1/W_i, \quad i \neq j$$

$$e_{ij}^{*s} = \left\{ \gamma_{ij} - \beta_i \left(\alpha_j + \sum_{k=1}^n \gamma_{jk} \log P_k \right) + W_j (\beta_i + W_i) \right\} 1/W_i, \quad i \neq j$$

donde los asteriscos indican que se trata de las elasticidades compensadas, y la "s" que se trata del caso con simetría (para los dos primeros casos las fórmulas son las mismas).

1.4 Sistema Alternativo Propuesto (PAS).

En la búsqueda por lograr especificaciones de funciones de demanda las cuales, además de compartir las virtudes de los sistemas sencillos (fáciles de estimar y que involucran pocos parámetros), no tengan las desventajas que ello conlleva, el Dr. García Alba desarrolló el Sistema Alternativo Propuesto^{1/}, el cual tiene la ventaja sobre el LES en que no es tan restrictivo, mientras que tiene la ventaja sobre el SDDL y el SCID en que tiene incorporadas explícitamente las restricciones suficientes como para hacerlo consistente con la teoría del consumidor. En este sentido, a diferencia del LES, no es tan clara la proporcionalidad entre las elasticidades precio y las elasticidades ingreso, además de no dar necesariamente bienes que son sustitutos netos.

En la derivación del PAS se utilizó una combinación de dos funciones de utilidad, una tipo Leontief, y otra tipo Cobb-Douglas desplazada del origen (ésta última como en el caso del LES); esta combinación da por resultado el siguiente Sistema^{1/}:

$$W_i = (\beta h_i + \frac{(1 - \beta) a_i P_i}{\sum_{k=1}^n a_k P_k}) (1 - \frac{\sum_{k=1}^n q_k P_k}{Y}) + \frac{q_i P_i}{Y}$$

$$i = 1, \dots, n \quad (4.1)$$

^{1/} Véase García Alba, P. (1984).

donde se tienen que imponer los siguientes supuestos de modo de hacer al Sistema consistente con la Teoría del Consumidor,

$$0 \leq \beta \leq 1, \quad h_i \geq 0 \quad a_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, n$$

$$\sum_{k=1}^n q_k P_k < Y$$

En este Sistema los parámetros a estimar son las a's, las q's (se pueden interpretar como los niveles de subsistencia al igual que en el LES), h's y β . La propiedad de aditividad implica que $\sum_{i=1}^n h_i = 1$, por lo cual esta condición se satisface automáticamente.

Se puede ver que el LES es un caso especial del PAS, pues haciendo $\beta = 1$ se obtiene dicho Sistema. Para la estimación, al igual que el LES, se tiene que hacer de manera conjunta, pues los parámetros q's y a's aparecen en todas las ecuaciones; sin embargo, para facilitar el proceso de estimación se utilizó una aproximación a $\sum_{k=1}^n a_k P_k$, para lo cual se tomó al índice general de precios, entonces se tiene que $\sum_{k=1}^n a_k P_k = kP$, y (4.1) queda,

$$W_i = \left(\beta_i + \frac{a_i P_i}{P} \right) \left(1 - \sum_{k=1}^n q_k P_k \right) + \frac{q_i P_i}{Y} \quad (4.2)$$

haciendo $\beta_i = \beta h_i$ y $(1 - \beta)/k = 1$, pues lo que importa en los coeficientes a's es su estructura relativa^{1/}.

^{1/} Véase García Alba, P. (1984).

Sin embargo, la estimación de (4.2) en vez de (4.1) puede dar por resultado que ahora no se cumpla exactamente con la propiedad de aditividad, por lo cual se ajustó a β de modo que ahora sí se cumpliera para el último año muestral (1981)^{1/}, en realidad el ajuste fué muy pequeño, pues en la estimación resultó que la suma de las proporciones de gasto para la totalidad de bienes fué de 0.9985941.

Por último es útil presentar las fórmulas para las elasticidades^{1/}:

$$e_i = 1/W_i(\beta h_i + (1 - \beta)A_i)$$

$$e_{ii} = \frac{-(1 - G)(\beta h_i + (1 - \beta)A_i^2)}{W_i} - e_i Q_i$$

$$e_{ii}^* = \frac{-(1 - G)(\beta h_i + (1 - \beta)A_i^2)}{W_i} + e_i(W_i - Q_i)$$

$$e_{ij} = -(1 - \beta) \frac{(1 - G)A_i A_j}{W_i} - e_i Q_j \quad i \neq j$$

$$e_{ij}^* = -(1 - \beta) \frac{(1 - G)A_i A_j}{W_i} + e_i(W_i - Q_j) \quad i \neq j$$

$$\text{con, } G = \sum_{k=1}^n q_k P_k / Y, \quad A_k = a_k P_k / \sum_{r=1}^n a_r P_r, \quad Q_k = \frac{q_k P_k}{Y}$$

^{1/} Véase García Alba, P. (1984).

1.5 Método de Estimación.

Para todos los casos se llevó a cabo una estimación que toma en cuenta el crecimiento de la población, por lo cual se ajustaron las variables con un índice de población; de este modo las ecuaciones realmente estimadas quedaron como,

$$\log(X_i/POB) = a_i + \sum_{j=1}^n C_{ij} \log(P_j/\pi) + b_i \log(Y/POB^{\pi})$$

$$P_i X_i = P_i b_i POB + \beta_i (Y - \sum_{j=1}^n P_j b_j POB)$$

$$W_i = \alpha_i + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \log P_j + \beta_i \log(X/POB^*P)$$

$$W_i = (\beta h_i + \frac{(1 - \beta) a_i P_i}{\sum_{k=1}^n a_k P_k}) (1 - \frac{\sum_{k=1}^n q_k P_k POB}{Y}) + \frac{q_i P_i POB}{Y}$$

El procedimiento que se utilizó fué el de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), el cual se aplicó de una manera un poco diferente a cada uno de los Sistemas. Por ejemplo, para el SDDL, así como para los dos primeros casos del SCID (cuando todavía no se impone la condición de simetría), las ecuaciones a estimar son lineales en los parámetros, además, no incorporan restricciones a través de las ecuaciones, por lo cual la estimación se lleva a cabo ecuación por ecuación. Sin embargo, para los casos del LES, el PAS y el tercer caso del SCID, las ecuaciones son no lineales en los parámetros, y además implican

restricciones entre las ecuaciones. El método de solución es prácticamente el mismo para estos tres últimos casos, ya que se lleva a cabo una estimación conjunta, para tomar en cuenta las relaciones entre las ecuaciones, y para evitar la no linealidad en los parámetros se hace una estimación iterativa, esto es, se aplica MCO y se estiman unos parámetros, y con el valor de éstos se aplica MCO y se estiman los otros; de hecho estos tres casos considerados tienen esa propiedad, son lineales en unos parámetros si se tienen valores para otros, y son lineales en éstos últimos si se tienen valores para los primeros. Por ejemplo, para el caso del LES se tiene,

$$P_i X_i = P_i b_i + \beta_i (Y - \sum_{j=1}^n b_j P_j), \text{ el cual es no lineal en los pa-}$$

rámetros b 's y β 's; pero, si son conocidos los coeficientes b 's se pueden estimar las β 's de manera directa, aplicando MCO y ecuación por ecuación (ya que el coeficiente β_i sólo aparece en la ecuación i y no en las otras); una vez obtenidos cálculos para las β 's, se puede aplicar MCO para estimar las b 's, pues la ecuación del LES es no lineal en éstos parámetros (si se conocen los otros), aunque para estimar a los niveles de subsistencia se tiene que hacer una estimación conjunta, ya que estos coeficientes aparecen en todas las ecuaciones. Entonces dando valores iniciales a unos coeficientes se lleva a cabo una estimación iterativa, la cual concluye en el punto en el cual el cambio (de hecho disminución) proporcional en la suma de errores al cuadrado de la estimación conjunta (cuando se calculan las b 's) es menor a un cierto número, siendo que en este trabajo se consideró como criterio de convergencia 1%.

Este es el mismo caso del PAS y el SCID con simetría. En cuanto al PAS lo único que habría que agregar es que se tienen

que imponer explícitamente las restricciones $h_i \geq 0$, y $a_i \geq 0$, $i = 1, \dots, n$, para lo cual se aplica MCO de una manera restringida, o sea no permitiendo que éstos parámetros sean negativos. En cuanto al SCID lo único que habría que agregar es que se tienen que imponer explícitamente las restricciones de homogeneidad y simetría.

Ahora bien, el procedimiento de MCO da por resultados estimadores insesgados y de mínima varianza, si se cumplen algunos supuestos^{1/}, entre los cuales cabe mencionar la no relación estocástica entre los errores de una ecuación y la otra (no se está tomando en cuenta otro tipo de problemas como correlación serial de errores, heterovarianza de los errores o la estocasticidad de las variables explicativas, pues el problema que se va a mencionar es el más claro cuando se estiman Modelos de Demanda). Sin embargo, cuando se tienen estimaciones de Sistemas de Demanda completos, este supuesto no se puede mantener; por ejemplo, para el caso del LES se tiene,

$$P_{it}X_{it} = P_{it}b_i + \beta_i \left(Y_t - \sum_{j=1}^n P_{jt}b_j \right) + u_{it}$$

siendo t un índice del tiempo y u_{it} el error aleatorio de la ecuación i en el período t . Sumando sobre las i 's la anterior ecuación,

$$\sum_{i=1}^n P_{it}X_{it} = \sum_{i=1}^n P_{it}b_i + \sum_{i=1}^n \beta_i \left(Y_t - \sum_{j=1}^n P_{jt}b_j \right) + \sum_{i=1}^n u_{it},$$

y como

$$Y_t = \sum_{i=1}^n P_{it}X_{it}$$

entonces se debe cumplir que,

^{1/}Véase Johnston, J. (1979).

$$\sum_{i=1}^n u_{it} = 0 \quad (5.1)$$

con lo cual los errores no son independientes para un período dado, pues se deben compensar de modo de sumar cero a través de las ecuaciones.

Y este es el mismo caso del PAS y el SCID con simetría, pues dado que la suma del gasto sobre todos los bienes debe ser igual al ingreso, para un período dado, entonces se debe cumplir (5.1).

Si los errores no están correlacionados por períodos, se tendría lo siguiente,

$$E(u_t, u'_s) = \begin{cases} \Omega & \text{si } t = s \\ 0 & \text{si } t \neq s \end{cases} \quad (5.2)$$

donde $E(\cdot)$ es el operador de esperanzas matemáticas, Ω es la matriz de varianzas y covarianzas de los errores para un mismo período y u_t es un vector de errores aleatorios. La matriz Ω tiene la característica de que debe cumplir con (5.1), o sea se debe tener que $\Omega i = 0$ (i es un vector de n "unos"), por lo cual la matriz Ω debe ser singular.

En una situación como ésta los estimadores de MCO seguirán siendo insesgados, si se cumple con $E(u_t) = 0$, $t = 1, \dots, T$ (T es el tamaño de muestra), pero ya no serán de mínima varian-za, o sea, no son eficientes.

Se podría considerar que el cumplimiento de la condición (5.1) no fuera importante cuando se tienen modelos muy desagreg

gados, como lo indica el Dr. García Alba^{1/}; pero de alguna manera u otra, como lo importante en el presente trabajo es la comparación de los modelos, o sea su importancia relativa, ésto no se ve afectado si se utiliza el mismo procedimiento para estimar a todos los modelos.

Por último, vale la pena presentar el criterio utilizado por Deaton y Muellbauer en la solución de éste problema^{2/}. Éstos autores suponen una estructura para la matriz de varianzas de los errores, la cual es,

$$\text{Var}(u_t) = \sigma^2 (I - ii'/n) = \sigma^2 V \quad (5.3)$$

donde I es la matriz identidad de tamaño n , y i es un vector, de dimensión n , de "unos", $i = (1, \dots, 1)$. Esta matriz V cumple con la condición $Vi = 0$, lo que es necesario para (5.1), es, por lo tanto singular, y es, además, simétrica (necesario para cualquier matriz de varianzas y covarianzas) e idempotente, lo cual es fácil de ver.

Cuando se conoce la estructura de V , como en este caso, es posible utilizar el procedimiento de Mínimos Cuadrados Generalizados (MCG) para obtener estimadores eficientes de los coeficientes. Hay que hacer notar que en este caso la matriz de varianzas y covarianzas de los errores es singular, por lo cual se debe hacer uso del concepto de la inversa generalizada.

Como la matriz V es simétrica e idempotente es igual a su inversa generalizada, lo cual es fácil de ver checando que una

^{1/} Véase García Alba, P. (1984), pag. 22.

^{2/} Deaton, A. y Muellbauer, J. (1980a).

matríz simétrica e idempotente cumple con las cuatro condiciones que definen a una inversa generalizada^{1/}. Las estimaciones por MCG implican minimizar la suma de errores al cuadrado de^{1/}:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n v_{it}^2 = \sum_{t=1}^T v_t' v_t = \sum_{t=1}^T e_t' V^+ e_t \quad (5.4)$$

donde v_{it} es el residuo del método de MCG, v_t es el vector de residuos de MCG que contiene a los residuos de todas las ecuaciones para un mismo período, e_t es el vector de residuos del método de MCO, y V^+ es la inversa generalizada de V . Pero la matríz V , definida en (5.3) es igual a su inversa generalizada, por lo tanto, sustituyendo,

$$\sum_{t=1}^T e_t' (I - ii'/n) e_t = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n (e_{it} - \bar{e}_t)^2 \quad (5.5)$$

donde $\bar{e}_t = \sum_{i=1}^n e_{it}/n$; pero dado (5.1), entonces (5.5) queda

$$\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n e_{it}^2 \quad (5.6)$$

el cual es el criterio de MCO.

^{1/} Véase Theil, H. (1971), pag. 268-277.

CAPÍTULO II

RESULTADOS

2.1 Sistema de Demanda Doble Logarítmico.

Los resultados para el SDDL se presentan en los cuadros (1.1) y (1.2). En el primero de ellos se presentan los parámetros estimados junto con sus estadísticos "t", el cual aparece entre paréntesis. Dichos parámetros, como ya se indicó, son las elasticidades tanto ingreso como precio, las cuales son constantes a lo largo de la muestra (no así las elasticidades compensadas). En el cuadro (1.2) se presenta un resumen de las elasticidades precio, tanto las que llevan el efecto total como las compensadas.

De lo que hay que destacar es la gran flexibilidad que tienen dichas elasticidades (situación que no ocurre en el LES o el PAS, como se verá después), pues se tienen bienes que pueden ser tanto complementos como sustitutos brutos y netos; además los bienes son elásticos en relación tanto a los precios como al ingreso (bienes elásticos si la elasticidad es mayor a la unidad en términos absolutos). Sin embargo, esta gran flexibilidad tiene un costo, pues al no imponérsele cierta consistencia a las funciones, los resultados que arroja son inconsistentes con la Teoría del Consumidor, ya sea que la suma de las proporciones del gasto no den exactamente a la unidad, que las elasticidades precio propias compensadas sean no negativas o que no

CUADRO 1.1
Parámetros del SDDL

$C_{i/j}$	1	2	3	4	5
1	-0.976172 (-0.67)	-1.79934 (-0.56)	-1.38385 (-0.86)	-1.14024 (-0.57)	-2.21039 (-0.59)
2	-1.5108 (-2.84)	-3.99787 (-3.40)	-1.83384 (-3.12)	-1.87033 (-2.56)	-4.1471 (-3.06)
3	0.690489 (0.39)	0.826609 (0.21)	0.457624 (0.24)	1.18448 (0.49)	1.23429 (0.29)
4	0.001075 (0.01)	0.070738 (0.04)	0.576356 (0.62)	-0.05799 (-0.05)	0.08423 (0.04)
5	0.87028 (1.65)	2.62454 (2.25)	1.14048 (1.96)	1.01884 (1.40)	2.6185 (1.95)
b_i	1	2	3	4	5
	0.613523 (1.65)	0.810748 (5.96)	1.75805 (3.95)	1.90696 (8.91)	0.597937 (4.43)

CUADRO 1.2
Elasticidades precio no compensadas para el SDDL
(1981)

i/j	1	2	3	4	5
1	-0.976172	-1.79934	-1.38385	-1.140024	-2.21039
2	-1.51080	-3.99787	-1.83384	-1.87033	-4.14710
3	0.690489	0.826609	0.457624	1.18448	1.23429
4	0.001075	0.070739	-0.576356	-0.057998	0.084233
5	0.87028	2.62454	1.14048	1.01884	2.6185

Elasticidades precio compensadas para el SDDL
(1981)

i/j	1	2	3	4	5
1	-0.913659	-1.641284	-1.283809	-1.042082	-2.012137
2	-1.428191	-3.789005	-1.701639	-1.740902	-3.885116
3	0.869624	1.279527	0.744297	1.465138	1.802393
4	0.19538	0.562012	-0.265407	0.246427	0.700445
5	0.931205	2.778581	1.237979	1.114294	2.811716

se cumplan las condiciones de simetría en los efectos cruzados compensados. En el primer caso la suma de las proporciones de gasto fué ligeramente mayor a la unidad (1.0053509); para el segundo, las elasticidades precio propias compensadas (e_{ii}^*) para los sectores 3, 4 y 5 son positivas; y para el tercero, se puede ver que los efectos cruzados compensados no son iguales, al ver las diferencias de signo que se presentan en algunas elasticidades cruzadas.

En este Sistema está muy lejos de cumplirse la situación de proporcionalidad entre la elasticidad ingreso y la precio propia, lo cual se puede ver en el cuadro (2.3).

2.2 Sistema Lineal de Gasto.

Los resultados para este Sistema se presentan en los cuadros (2.1) y (2.2). En el primero aparecen los parámetros del LES junto con sus estadísticos "t" (entre paréntesis), además las elasticidades ingreso para 1981. En el otro cuadro aparecen las elasticidades precio, tanto las que incluyen el efecto total como las compensadas, todo para 1981.

De los resultados cabe destacar lo siguiente. Primeramente no resultó ningún nivel de subsistencia negativo (aunque el término nivel de subsistencia no es necesariamente una interpretación correcta para los parámetros b's, pues éstos más bien se podrían considerar sencillamente como factores matemáticos que desplazan al origen), con lo cual se tiene que los bienes deben ser complementos brutos y sustitutos netos. Como

CUADRO 2.1
Parámetros del LES

β_i	1	2	3	4	5
	0.0842025 (75.56)	0.262605 (169.76)	0.167822 (104.68)	0.18983 (186.66)	0.295541 (146.01)

b_i	1	2	3	4	5
	18 094.7 (16.99)	33 300.5 (10.64)	4 151.55 (1.91)	242.712 (0.11)	33 322.3 (8.51)

Elasticidades ingreso para 1981

e_i	1	2	3	4	5
	0.7774112	0.9308365	1.1804825	1.262631	0.9321207

CUADRO 2.2

Elasticidades precio no compensadas para el LES
(1981)

i/j	1	2	3	4	5
1	-0.749766	-0.041130	-0.005313	-0.000255	-0.046048
2	-0.027548	-0.861714	-0.006362	-0.000306	-0.055136
3	-0.034937	-0.062455	-0.959993	-0.000388	-0.069923
4	-0.037368	-0.066801	-0.008629	-0.99823	-0.074784
5	-0.027586	-0.049315	-0.006371	-0.000306	-0.868395

Elasticidades precio compensadas para el LES
(1981)

i/j	1	2	3	4	5
1	-0.665564	0.178191	0.105207	0.116624	0.200440
2	0.073272	-0.599109	0.125970	0.139641	0.239998
3	0.092923	0.270579	-0.792171	0.177092	0.304364
4	0.09939	0.289409	0.170871	-0.808400	0.325544
5	0.073373	0.213652	0.126143	0.139833	-0.572854

CUADRO 2.3
Elasticidades ingreso y precio propias

	SDDL		LES	
	e_{ii}	e_i	e_{ii}	e_i
1	-0.9762	0.6135	-0.7498	0.7774
2	-3.9979	0.8107	-0.8617	0.9308
3	0.4576	1.7581	-0.9599	1.1805
4	-0.0579	1.9069	-0.9982	1.2626
5	2.6185	0.5979	-0.8684	0.9321

	PAS		SCID	
	e_{ii}	e_i	e_{ii}	e_i
1	-0.3817	0.7766	-0.4160	0.8144
2	-0.5429	0.9267	-0.7622	1.0706
3	-0.5234	1.1879	-0.5277	1.7321
4	-0.9610	1.2413	-0.4854	1.6636
5	-0.7020	0.9392	-0.0389	0.3909

ya se había dicho antes, el LES no permite bienes inferiores, aunque sí bienes elásticos en relación al ingreso, lo que se puede ver en el cuadro (2.1). De los resultados presentados en el cuadro (2.2) se puede corroborar lo anteriormente dicho (sobre todo teniendo en cuenta que no resultó ningún parámetro b negativo o cero), es decir, que el LES no permite bienes elásticos en relación a los precios, los bienes son complementos brutos y sustitutos netos. Pero, todas las elasticidades, tanto las brutas como netas, pero relacionadas con el propio bien, resultaron negativas.

Por lo tanto tenemos que el LES es un Sistema poco flexible, pues impone demasiadas restricciones ex-ante sobre los resultados de las elasticidades. Y aún falta por considerar a la Ley de Pigou, o sea, el problema planteado por Deaton de la proporcionalidad entre las elasticidades ingreso y precio propias, lo cual es una consecuencia de los Sistemas basados en utilidad aditiva. Este resultado para el LES se puede ver en el cuadro (2.3), en el cual se puede observar la casi perfecta relación lineal entre dichas elasticidades.

2.3 El Sistema Alternativo Propuesto.

Los resultados para este Sistema aparecen en los cuadros (3.1) y (3.2). En el primero aparecen los parámetros junto con sus estadísticos "t" y las elasticidades ingreso para 1981, y en el segundo las elasticidades precio para el mismo año.

Conviene hacer notar que en este Sistema dos de los

CUADRO 3.1
Parámetros del PAS

q_i	1	2	3	4	5
	15 299.1 (13.62)	24 372.7 (7.29)	-1 938.06 (-0.84)	-5 957.6 (-2.45)	23 282.5 (5.65)
a_i	1	2	3	4	5
	0.036305 (1.60)	0.0924886 (2.31)	0.1724919 (140.83)	0.0283909 (0.16)	0.0202647 (0.60)
βh_i	1	2	3	4	5
	0.04724136 (2.06)	0.1670774 (3.97)	0 0	0.16076333 (16.96)	0.27388643 (8.42)

Elasticidades ingreso para 1981

e_i	1	2	3	4	5
	0.7766454	0.9266942	1.1879783	1.2413133	0.9391907

CUADRO 3.2
Elasticidades precio no compensadas del PAS
(1981)

i/j	1	2	3	4	5
1	-0.381746	-0.119381	-0.145058	-0.011251	-0.064275
2	-0.062644	-0.542853	-0.138667	-0.008768	-0.072327
3	-0.150353	-0.333116	-0.523449	-0.056565	-0.135212
4	-0.058543	-0.104171	-0.064424	-0.960974	-0.081493
5	-0.039689	-0.067419	-0.026719	0.006514	-0.702002

Elasticidades precio compensadas del PAS
(1981)

i/j	1	2	3	4	5
1	-0.297606	0.097193	-0.029664	0.104276	0.180726
2	0.037765	-0.284437	-0.000979	0.129079	0.220008
3	-0.021633	-0.001837	-0.346939	0.120148	0.239548
4	0.075956	0.241979	0.120009	-0.776327	0.310092
5	0.062074	0.194481	0.112825	0.146219	-0.405725

parámetros de "subsistencia" (q 's) resultaron ser negativos, los sectores 3 y 4, con lo cual los bienes no tienen por qué ser necesariamente complementos brutos.

Al igual que el LES, este Sistema no permite bienes inferiores, pero sí bienes elásticos en relación al ingreso, lo cual se puede ver en el primer cuadro.

Considerando que el LES es un caso especial del PAS (cuando sólo se toma en cuenta a la función Cobb-Douglas desplazada del origen), se esperaría que éste último fuera más flexible en cuanto a las elasticidades en general, cosa que se ve en el cuadro (3.2), pues, aunque predominantemente los bienes son complementos brutos y sustitutos netos, esto no es la regla, ya que hay muchas excepciones. Por otro lado, también todas las elasticidades precio propias, tanto brutas como netas, son negativas.

Por último, en relación a la proporcionalidad propia del LES, se ve del cuadro (2.3), que si bien existe una cierta proporcionalidad entre dichas elasticidades, ésta no es ni mucho menos tan exacta como sucede en el LES.

2.4 Sistema Casi Ideal de Demanda.

Los resultados para este Sistema se presentan para cada uno de los tres casos mencionados anteriormente, es decir, el caso irrestricto, el caso con homogeneidad de grado cero y el que incluye simetría en los efectos cruzados. Los resultados aparecen en los cuadros (4.1) - (4.6); en los tres primeros

CUADRO 4.1
Parámetros Gama del SCID. Caso sin restricciones

$\gamma_{i/j}$	1	2	3	4	5
1	0.043679 (1.21)	0.100827 (2.80)	-0.085469 (-2.52)	-0.043456 (-1.52)	-0.034154 (-1.38)
2	0.001231 (0.02)	0.073615 (1.18)	-0.056013 (-0.95)	0.069667 (1.40)	-0.082634 (-1.93)
3	-0.02933 (-0.48)	0.009618 (0.16)	0.069964 (1.22)	-0.004116 (-0.08)	-0.064031 (-1.53)
4	-0.011276 (-0.33)	-0.077927 (-2.28)	0.060497 (1.87)	0.094929 (3.48)	-0.060391 (-2.57)
5	-0.004305 (-0.14)	-0.106133 (-3.51)	0.011021 (0.39)	-0.117024 (-4.86)	0.24121 (11.61)

CUADRO 4.1 Cont.
Parámetros del SCID. Caso sin restricciones

i	a_i	β_i	e_i
1	0.29457 (1.08)	-0.0143386 (-0.67)	0.814445
2	0.0360619 (0.08)	0.0201521 (0.54)	1.07056
3	-1.06455 (-2.31)	0.0947328 (2.61)	1.73206
4	-1.23912 (-4.79)	0.108822 (5.34)	1.66362
5	2.97304 (13.00)	-0.209369 (-11.62)	0.390914

CUADRO 4.2
Parámetros Gama del SCID. Caso con homogeneidad

$\gamma_{i/j}$	1	2	3	4
1	0.090319 (1.87)	0.01002 (0.03)	-0.058218 (-1.23)	-0.009348 (-0.24)
2	-0.013498 (-0.23)	0.105141 (2.52)	-0.064619 (-1.15)	0.058895 (1.27)
3	0.015606 (0.24)	-0.086561 (-1.83)	0.096219 (1.51)	0.028746 (0.55)
4	-0.025924 (-0.79)	-0.046575 (-1.94)	0.051939 (1.61)	0.084217 (3.19)
5	-0.066503 (-1.21)	0.026994 (0.68)	-0.02532 (-0.47)	-0.16251 (-3.69)

CUADRO 4.2 Cont.
 Parámetros del SCID. Caso con Homogeneidad

i	a_i	β_i	e_i
1	0.516631 (1.36)	-0.031672 (-1.06)	0.698441
2	-0.034067 (-0.08)	0.025626 (0.72)	1.09262
3	-0.8506 (-1.67)	0.078033 (1.94)	1.50286
4	-1.30886 (-5.07)	0.114266 (5.61)	1.74035
5	2.6769 (6.21)	-0.186253 (-5.48)	0.396785

CUADRO 4.3
Parámetros del SCID. Caso con Simetría

$\gamma_{i/j}$	1	2	3	4	
1	0.045641 (0.97)	0.029385 (0.89)	0.034934 (0.94)	-0.119878 (-7.26)	
2		0.083696 (2.75)	-0.103877 (-3.74)	0.016688 (1.23)	
3			0.021747 (0.45)	0.181057 (11.45)	
4				0.0915187 (7.59)	
α_i	0.143275 (78.41)	0.293987 (153.05)	0.089963 (50.29)	0.105625 (85.67)	
β_i	-0.120566 (-34.00)	-0.008591 (-2.55)	0.206876 (42.52)	0.135874 (42.59)	
e_i	1	2	3	4	5
	-0.522976	0.969438	2.59865	1.93223	0.414042

CUADRO 4.4

Elasticidades precio no compensadas para el SCID
Caso sin restricciones (1981)

i/j	1	2	3	4	5
1	-0.415975	1.35730	-1.08871	-0.544392	-0.362953
2	-0.002827	-0.762205	-0.202724	0.237107	-0.319399
3	-0.300694	-0.132844	-0.527737	-0.102698	-0.806616
4	-0.135886	-0.663014	0.306927	-0.485361	-0.650936
5	0.049082	-0.136392	0.088968	-0.281458	-0.038855

Elasticidades precio compensadas para el SCID
Caso sin restricciones (1981)

i/j	1	2	3	4	5
1	-0.353040	1.58990	-0.983319	-0.410838	-0.082993
2	0.079900	-0.456462	-0.064188	0.412659	0.048599
3	-0.166850	0.361817	-0.303599	0.181329	-0.211231
4	-0.007331	-0.187899	0.522208	-0.212558	-0.079077
5	0.079289	-0.024751	0.139554	-0.217355	0.095519

CUADRO 4.5
Elasticidades precio no compensadas para el SCID
Caso con homogeneidad (1981)

i/j	1	2	3	4	5
1	-0.103271	0.093315	-0.520307	-0.062332	-0.105846
2	-0.060079	-0.645729	-0.243993	0.204668	-0.347485
3	0.0392249	-0.697518	-0.436651	0.140765	-0.548702
4	-0.258247	-0.507449	0.253030	-0.519827	-0.707860
5	-0.141824	0.255005	-0.013979	-0.472960	-0.023027

Elasticidades precio compensadas para el SCID

i/j	1	2	3	4	5
1	-0.029916	0.286564	-0.411924	0.045465	0.109810
2	0.054676	-0.343417	-0.0744424	0.373302	-0.010120
3	0.197090	-0.281699	-0.203440	0.372715	-0.084668
4	-0.075461	-0.025918	0.523095	-0.251222	-0.170495
5	-0.100151	0.364790	0.047594	-0.411721	0.099487

CUADRO 4.6
Elasticidades precio no compensadas para el SCID
Caso con simetría (1981)

i/j	1	2	3	4	5
1	-0.207131	0.806096	4.445580	-1.400240	-3.121430
2	0.108883	-0.693511	-0.368901	0.061658	-0.077568
3	2.472460	-1.259230	-0.866327	1.279420	-4.224850
4	-0.954905	-0.151717	1.222180	-0.441899	-1.605820
5	-0.752077	0.096299	-1.217150	-0.420803	1.879530

Elasticidades precio compensadas para el SCID
Caso con Simetría (1981)

i/j	1	2	3	4	5
1	-0.248533	0.659096	4.377900	-1.476470	-3.312070
2	0.185627	-0.421018	-0.243449	0.202955	0.275811
3	2.678180	-0.528795	-0.530044	1.658180	-3.277590
4	-0.801940	0.391402	1.472230	-0.160273	-0.901488
5	-0.719300	0.212680	-1.163570	-0.360456	2.030460

aparecen los parámetros junto con sus estadísticos "t" y las elasticidades ingreso para 1981; y en los últimos tres cuadros se reportan las elasticidades precio también para el mismo año.

Un exámen de las elasticidades, tanto precio como ingreso, muestra la flexibilidad que tiene este Sistema, pues ahora se permiten incluso bienes inferiores, además de tenerse bienes elásticos en relación a los precios. En cuanto a las elasticidades precio se puede ver que no tienen los bienes por qué ser necesariamente complementos brutos o sustitutos netos. En el cuadro (2.3) se puede ver, aunque sólo se presenta el caso irrestricto del SCID, que está lejos de existir la proporcionalidad propia del LES.

Sin embargo, el SCID al igual que el SDDL, son tan flexibles porque no incorporan explícitamente las restricciones necesarias para ser consistentes con la Teoría del Consumidor, y por lo tanto pueden dar resultados de las elasticidades contrarias a ésta, como sucedió en la estimación del SCID y el SDDL.

2.5 Comparación de las predicciones.

Como ya se había dicho, la estimación de los Modelos se llevó a cabo con una muestra de 19 observaciones, dejando entonces sin utilizar las últimas 3, con el objeto de compararlas con los valores ajustados o proyectados por cada uno de los modelos.

Entonces, para cada uno de los Modelos se proyectó el consumo real sobre las tres observaciones faltantes. En resumen

se obtuvieron conjuntos de observaciones sobre el consumo real y el proyectado, para cada uno de los Modelos y para cada uno de los sectores. Con ésta información se procedió a calcular un índice que midiera la dispersión de los valores proyectados sobre los valores reales, para cada uno de los modelos, ponderando cada sector por la proporción del gasto real. La fórmula que se utilizó fué,

$$V_i = \sum_{t=r}^T \sum_{j=1}^n (X_{jt}^i - X_{jt})^2 W_{jt}$$

donde V_i es la "varianza" del modelo i , t es un índice del tiempo, r es el período en el cual se empezó a proyectar, j es el índice relacionado con los sectores, X_{jt}^i es el consumo real proyectado para el período t , el sector j , y hecho por el modelo i , X_{jt} es el consumo real y W_{jt} el la proporción del gasto real.

Aplicando la fórmula de la varianza a las proyecciones de los diferentes modelos dió los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} V(\text{SDDL}) &= 6\ 213\ 438.8 \\ V(\text{PAS}) &= 11\ 383\ 068.0 \\ V(\text{LES}) &= 12\ 158\ 509.0 \\ V(\text{SCID}_I) &= 19\ 759\ 123.0 \\ V(\text{SCID}_{II}) &= 21\ 893\ 594.0 \\ V(\text{SCID}_{III}) &= 29\ 450\ 223.0 \end{aligned}$$

donde los subíndices I, II y III se refieren a los tres casos del SCID respectivamente. Las varianzas para los 6 modelos se presentan, como se ve, en orden creciente, con lo cual se pueden distinguir los modelos que dieron el mejor ajuste. El resultado es, en cierta forma sorprendente, pues se esperaba

que los Sistemas con menos restricciones dieran un mejor ajuste, y ésto se cumplió sólo en cierto grado. El SDDL fué el que mejor ajuste dió, el cual tiene incorporadas pocas restricciones, y por lo mismo se esperaba que el SCID también diera un buen ajuste, sin embargo el PAS y el LES dieron mejor ajuste que el SCID (aunque para los tres casos de éste Sistema el orden fué el esperado, pues dió mejor ajuste el caso que menos restricciones tuviera). El PAS dió un mejor ajuste que el LES, lo que sería esperado, teniendo en cuenta que éste último es un caso particular del primero.

* * *

Por último es útil presentar algunos estadísticos para los Modelos considerados. En el cuadro (5.1) aparecen los estadísticos R^2 , F y D-W para el SDDL y los dos primeros casos del SCID. Como ya se dijo en el primer capítulo, para estos tres casos se llevó a cabo una estimación ecuación por ecuación y donde no se tienen restricciones entre los sectores. Esto es importante, pues los resultados de las R^2 o la F, no son comparables con los resultados de otros modelos que implican una estimación conjunta, como son el caso del LES, el PAS o el caso con simetría del SCID. De las cosas que se pueden comentar del cuadro (5.1) es lo significativos que resultaron los Modelos; lo que se puede ver en los estadísticos R^2 y F; en cuanto al D-W se puede ver el predominio que presentan los valores bastante abajo del número 2, lo que indicaría la existencia de autocorrelación positiva. Esta autocorrelación se puede deber a la mala especificación del Modelo, concretamente en lo referente al tratamiento del consumo rezagado, o el consumo que abarca varios períodos

(por ejemplo el consumo de bienes duraderos); este hecho es muy claro al comparar los casos irrestricto y con homogeneidad de grado cero del SCID, ya que al imponer la restricción de homogeneidad a este Sistema se produce una baja en todos los estadísticos D-W, lo que indica una tendencia a producirse autocorrelación positiva, dado que el consumo no necesariamente se ajusta a un sólo período.

Para los Modelos que implican una estimación conjunta no se reportaron los mismos estadísticos por dos razones. Los estadísticos D-W no se reportaron porque en la estimación conjunta se encuentran mezcladas series de tiempo con series de corte transversal, por lo cual los estadísticos D-W son sensibles a la definición de los sectores, o al orden en que éstos aparecen en la estimación. Como para la estimación conjunta del LES, el PAS o el caso con simetría del SCID se usó MCO sin la constante, entonces no se reportan los valores de R^2 o la F.

CUADRO 5.1

Algunos estadísticos para el SDDL y el SCID.

	R^2	F	D-W
SDDL			
1	0.9634	52.691	1.6156
2	0.9961	511.922	1.2075
3	0.9811	103.694	1.3837
4	0.9980	1001.990	2.3037
5	0.9933	296.818	1.7866
SCID Caso irrestricto			
1	0.9601	48.063	1.7724
2	0.8241	9.367	1.1192
3	0.8413	10.605	1.7319
4	0.9563	43.808	2.4561
5	0.9491	37.276	2.5415
SCID Caso con homogeneidad de grado cero			
1	0.9118	26.877	1.6166
2	0.8170	11.609	1.0471
3	0.7793	9.183	1.2632
4	0.9506	50.036	2.1722
5	0.7946	10.059	1.6360

CONCLUSIONES

En la presentación teórica de los modelos, hecha en el primer capítulo, se hacía una diferencia, en términos generales, de los cuatro Sistemas de Demanda propuestos. Se decía del SCID y del SDDL que son muy flexibles, por lo que casi no imponen restricciones ex-ante sobre los resultados de las elasticidades, sin embargo esta mayor flexibilidad traía como consecuencia un costo, las inconsistencias que se producían en relación a la teoría del consumidor; estas inconsistencias fueron palpables cuando se realizó la estimación y se calcularon las elasticidades, pues algunas elasticidades precio propias compensadas resultaron positivas, mientras que los efectos cruzados compensados fueron inconsistentes, por las diferencias en los signos; sin embargo, la mayor flexibilidad anteriormente dicha se manifestó en la "diversidad" de elasticidades que se producían, pues ahora ya se tenían bienes elásticos con relación a los precios (elasticidades mayores a la unidad en términos absolutos), y los bienes pueden ser tanto complementos como sustitutos brutos o netos.

Por el otro lado, se tenían dos Sistemas menos flexibles que los anteriores, el LES y el PAS, pero que imponían las suficientes restricciones para que tuvieran cierta consistencia, es decir, en relación a la Teoría del Consumidor; de este modo, una vez hecha la estimación, se vió que en éstos Sistemas ya no se producían las inconsistencias de los anteriores, sin embargo, sí producen una regularidad en los resultados de las elasticidades, como es el caso sobre todo del LES; en este Sistema todos los bienes son inelásticos en relación a los precios, no hay bienes inferiores, los bienes son complementos brutos y sustitutos netos

y además existe la proporcionalidad entre la elasticidad ingreso y la precio propia; siendo que todo esto se planteó de manera teórica, después se corroboró en la estimación. Por el lado del PAS se planteó que no permite la existencia de bienes inferiores, lo cual se comprobó después, además, si los niveles de subsistencia son positivos, los bienes son complementos brutos (aunque no se puede decir algo sobre las elasticidades compensadas a priori); como resultó en la estimación de los niveles de subsistencia que algunos fueron negativos, entonces hubo bienes que fueron sustitutos brutos (aunque existió la tendencia a dar complementos brutos, pues sólo un bien tuvo una elasticidad precio cruzada positiva); por otro lado, la proporcionalidad entre la elasticidad ingreso y la precio propiano fué, ni mucho menos, tan clara como en el caso del LES.

En cuanto a la predicción de los diferentes modelos, se dieron los resultados esperados, salvo en el caso del SCID. El mejor "ajuste"^{1/} lo dió un Sistema con pocas restricciones, el SDDL; sin embargo, el SCID, el cual también incorpora pocas restricciones, obtuvo un mucho peor ajuste que Sistemas restringidos como el LES o el PAS. En cuanto a éstos últimos, el PAS dió un mejor ajuste que el LES, lo cual resulta lógico si se tiene en cuenta que el último es un caso particular del primero. Como ya se dijo, para el SCID se estimaron tres casos, siendo que cada uno incorpora restricciones adicionales, en el ajuste se produjeron, al interior de este Sistema, los resultados esperados

^{1/} Entre comillas porque es diferente el ajuste sobre la muestra que se escogió para estimar, y el "ajuste" cuando se trata de predicciones más allá de la muestra.

ya que dió un mejor ajuste el caso del SCID que menos restricciones incorporara.

Con los resultados de la estimación se puede ver que tan sensibles son los valores de las elasticidades de la especificación escogida; ya que van a depender de si la forma funcional es cogida es consistente con la Teoría del Consumidor, y aún así, si la especificación es consistente con ésta, como son el caso del LES y el PAS, los resultados van a ser aún dependientes de las ecuaciones seleccionadas. Por lo tanto se crea un problema cuando se quieren utilizar los resultados de las funciones de demanda, por ejemplo al diseñar una estructura impositiva óptima, pues se cae siempre en un margen de arbitrariedad en la selección de las ecuaciones. Hay que tomar en cuenta que este márgen de acción no es muy grande, pues el que se implique generalmente un signo de una elasticidad, esto no quiere decir que se conozca el valor numérico de dicha elasticidad.

En los resultados sobre las elasticidades se puede ver la similitud que tienen el LES y el PAS por un lado, y el SDDL y el SCID por el otro. En cierta manera esto se debe a que los primeros Sistemas incorporan explícitamente las restricciones suficientes para hacerlos consistentes con la Teoría del Consumidor (además se debe tomar en cuenta que un Sistema es un caso particular del otro), mientras que los otros dos no lo hacen. En este sentido conviene decir las ventajas que, a mi modo de ver, presentan el LES y el PAS por ser consistentes con una teoría. Es preferible llevar a cabo una estimación que sea congruente con ciertos postulados o información previa, a llevar a cabo una estimación más o menos pragmática con el objetivo de escoger el modelo o las variables que den el mejor ajuste. Ya

que en esta estimación pragmática siempre pueden estar ocultos factores que logragon, por casualidad, que una especificación o conjunto de variables diera un mejor ajuste. Si se estiman diferentes modelos y se escoge el que mejor ajuste de, siempre queda abierta la posibilidad de que exista una nueva especificación no ensayada la cual pudiera dar un mejor ajuste, en cuyo caso el anterior modelo sería una "mentira". De alguna manera u otra, este procedimiento pragmático puede llevar a seleccionar de manera arbitraria la especificación que se quiera.

ANEXO

Para la estimación de las funciones de Demanda se utilizó la información agregada que sobre consumo privado aparece en las Cuentas Nacionales de México (Secretaría de Programación y Presupuesto 1981, 1982 y 1983, en lo referente a la Oferta y utilización de Bienes y Servicios). En éstas Cuentas aparece el consumo privado desagregado en ciertos conceptos. Primeramente en nueve Grandes Divisiones. De éstas nueve Grandes Divisiones, aparece, a su vez, La Gran División 3 (que es Manufacturas) dividida en nueve Divisiones. Teniendo en cuenta que la Gran División 4, Construcción, el consumo es cero, se tienen en total 16 agregados de consumo privado: 7 Grandes Divisiones (se elimina la 3 y la 4), y 9 Divisiones del sector Manufacturero.

Dados los problemas que implica la estimación de los diferentes Modelos, en particular El Sistema Casi Ideal de Demanda por el gran número de parámetros a estimar, se tuvo que hacer una agregación a 5 sectores, de modo de facilitar (de hecho permitir) la estimación.

Las cinco agrupaciones de Bienes de consumos son las siguientes:

1.- Sector Primario

Gran División 1: Agricultura, Ganadería, Silvicultura y Pesca.

Gran División 2: Minería.

2.- Alimentos Manufacturados,

División I: Productos alimenticios, Bebidas y Tabaco.

3.- Manufacturas Tradicionales (excluye alimentos)

División II: Textiles, Ropa e Industrias de Cuero.

División III: Industria de la Madera y productos de Madera.

División IV: Papel, Productos de Papel, Editoriales e Imprentas.

4.- Manufacturas Modernas,

División V: Substancias químicas, derivados del petróleo y Productos de Hule y Plástico.

División VI: Productos de Minerales no metálicos, excepto carbón y Derivados del Petróleo.

División VII: Industrias Metálicas básicas.

División VIII: Productos Metálicos, Maquinaria y Equipo.

División IX: Otras Industrias Manufactureras.

5.- Servicios,

Gran División 5: Electricidad.

Gran División 6: Comercio, Restaurantes y Hoteles.

Gran División 7: Transporte, Almacenamiento y Comunicaciones.

Gran División 8: Servicios Financieros, Seguros y Bienes Inmuebles.

Gran División 9: Servicios Comunales, Sociales y Personales.

Como se ve, se trató de hacer una separación bien definida por la característica del consumo, o sea, Bienes Primarios, Alimentos Procesados, Manufacturas Tradicionales, Manufacturas Modernas (que sería el sector de punta o más dinámico) y Servicios.

De la información disponible en Las Cuentas Nacionales de México, se cuenta con series desde 1970 a 1981. Sin embargo ésto representa una muestra muy pequeña en relación a la estimación que se pretende realizar, ya que se tiene sólo 12 observaciones. En este sentido se utilizó la información procedente de las antiguas Cuentas Nacionales: "Estadísticas de la Oficina de Cuentas de Producción 1960-1976" del Banco de México. De ésta fuente se obtuvo información adicional para el período 1960-1970, que, junto con la anterior, dió una muestra de 22 observaciones.

BIBLIOGRAFÍA

- Banco de México (1977), "Estadísticas de la Oficina de Cuentas de Producción 1960-1976". ,México.
- Brown, A. y Deaton, A. (1972), "Surveys in applied Economics: Models of Consumer Behavior". The Economic Journal, U.S.A.
- Deaton, A. (1974). "A reconsideration of the empirical implications of Additive preferences". Economic Journal. U.S.A.
- Deaton, A. y Muellbauer, J. (1980a). "An Almost Ideal Demand System". American Economic Review, vol. 70, No. 3, U.S.A.
- _____ (1980b). "Economics and Consumer Behavior". Cambridge University Press, U.S.A.
- García Alba, P. (1984). "Especificación de un Sistema de Demanda y su Aplicación a México". Documento de Trabajo No. 1984-VII, CEE, El Colegio de México, México.
- Golberger, A. y Gamaletsos, T. (1970). "A cross-country comparison of consumer expenditure patterns". European Economic Review.
- Johnston, J. (1979). "Métodos de Econometría". Ed Vicens-Vives, España.
- Layard, P. y Walters, A. (1978). "Microeconomic Theory". McGraw-Hill, U.S.A.
- LLuch, C., Powell, A. y Williams, R. (1977). "Patterns in Household Demand and Saving". Oxford University Press.

- Nacional Financiera, S.A. (1981). México en Cifras". México.
- Secretaría de Programación y Presupuesto (1981), "Sistema de Cuentas Nacionales de México", vol V, México.
- _____ (1982), "Sistema de Cuentas Nacionales de México 1978-1980", vol. III, México.
- _____ (1983), "Sistema de Cuentas Nacionales de México 1979-1981". vol. III, México.
- Theil, H. (1971). "Principles of Econometrics". Ed. John Wiley and Sons, U.S.A.