EL COLEGIO DE MEXICO
CENTRO DE ESTUDIOS ECONOMICOS

TRABAJO DE INVESTIGACION PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRIA EN ECONOMIA

ESTIMACION DE UN MODELO DE DEMANDA: EL CASO DE MEXICO

Antonio Cárdenas Almagro

Promoción 1973-75

Asesor: Profr. Pascual García Alba

Revisor: Profr. José Alberro

1987

ESTIMACION DE UN MODELO DE DEMANDA:

EL CASO DE MÉXICO.

TRABAJO PRESENTADO POR ANTONIO CÁRDENAS ALMAGRO.

PARA OPTAR POR EL GRADO DE MAESTRO EN ECONOMÍA.

MÉXICO D.F. A 15 DE ENERO DE 1987.

VERSIÓN REVISADA: MAYO DE 1987.

ESTIMACION DE UN MODELO DE DEMANDA PARA MEXICO.

INTRODUCCION

CON EL OBJETO DE ESTUDIAR LA ESTRUCTURA DEL GASTO, EN LA LITERATURA RECIENTE HAN APARECIDO MODELOS ESPECIFICADOS COMO SISTEMAS COMPLETOS DE FUNCIONES DE DEMANDA. EXISTEN ENSAYOS Y LIBROS DE TEXTO EXCELENTES QUE SISTEMATIZAN EL DESARROLLO DE ESTE ENFOQUE - VÉASE POR EJEMPLO, BROWN Y DEATON (1973), PHLIPS (1974) Y DEATON (1980). TODOS LOS MODELOS UTILIZADOS CUMPLEN CON LAS RESTRICCIONES DE LA TEORÍA DE LA DEMANDA DEL CONSUMIDOR. ESTAS RESTRICCIONES SON: ADITIVIDAD, HOMOGENEIDAD, SIMETRÍA Y NO NEGATIVIDAD.

UNA BUENA PARTE DE ESTOS SISTEMAS DE DEMANDA UTILIZADOS EN LA LITERATURA RECIENTE SE HAN DERIVADO DE FUNCIONES DE UTILIDAD DIRECTA. POR EJEMPLO, EL SISTEMA LINEAL DE GASTO, (SLG), (EN INGLÉS, LINEAR EXPENDITURE SYSTEM, O LES), DESARROLLADO POR STONE, SE DERIVA DE UNA FUNCIÓN DE UTILIDAD DIRECTA CONOCIDA COMO CONDICIÓN DE STONE-GEARY. PHLIPS, 1974, PG. 126, MUESTRA COMO EL SISTEMA DE DEMANDAS NO COMPENSADAS CONOCIDO COMO LES, QUE CUMPLE CON LAS RESTRICCIONES DE LA TEORÍA DE LA DEMANDA, SE DERIVA DE LA FUNCIÓN DE UTILIDAD MENCIONADA; O EL MODELO PAS, QUE TAMBIÉN PROVIENE DE UNA FUNCIÓN DE UTILIDAD. - VÉASE GARCÍA-ALBA (1986).

DE IGUAL MANERA, OTROS MODELOS SE DERIVAN APROVECHANDO LA DUALIDAD DE LA TEORÍA DE LA DEMANDA. POR EJEMPLO, EL MODELO ADDILOG SE DERIVA DE UNA FUNCIÓN DE UTILIDAD INDIRECTA SUGERIDA POR HOUTHAKKER (1960); OTROS COMO EL MODELO AIDS, DEATON Y MUELLBAUER (1980), SE DERIVAN DE UNA FUNCIÓN DE COSTO.

Otra vertiente importante en la derivación de formas estimables consiste en el uso de una aproximación lineal a una funcion de demanda con la condición de que cumpla con las restricciones de la teoría de la Demanda antes mencionadas. Esto quiere decir que no se postula ninguna función de utilidad y, por lo tanto, los sistemas de demanda aproximados no poseen ninguna propiedad que provenga de esa función.

El ejemplo más importante de esta vertiente es el modelo de Rotterdam, Theil (1975), el cual se deriva de las funciones de demanda mismas mediante una aproximación lineal de una función no lineal. El modelo presenta algunas ventajas: se pueden imponer sucesivamente, con el objeto de probarlas, las restricciones de la teoría de la Demanda, y se pueden probar y comparar algunas otras especificaciones de funciones de demanda. Por ejemplo, el modelo Addilog y el Modelo LES son modelos "anidados" 1/ en el modelo de Rotterdam.

El modelo que nos ocupa en sus dos especificaciones, en precios absolutos y en precios relativos, tiene diversas ventajas. Por una parte, estas especificaciones que junto con el modelo AIDS, son las únicas desarrolladas hasta ahora que permiten la estimación simultánea de la matriz de Slutsky completa. En efecto, los coeficientes estimados π_{ij} se interpretan como los coeficientes de la matriz de Slutsky. Además, existe la posibilidad de estimar las elasticidades ingreso y precio, propias y cruzadas a partir de los coeficientes estimados.

1/ Un modelo "anidado" es una especificación particular de un modelo más general qu lo incluye.

POR OTRA PARTE, EL MODELO ESTIMABLE EN PRECIOS ABSOLUTOS SE PUEDE APLICAR A MUESTRAS PEQUEÑAS PUES AL ELIMINAR UNA ECUACIÓN 2/ SE REDUCE EL NÚMERO DE PARÁMETROS QUE DEBEN ESTIMARSE. ADEMÁS, A PESAR DE SER UN MODELO EN PRIMERAS DIFERENCIAS (LOGARÍTMICAS), SÓLO SE PIERDE UN GRADO DE LIBERTAD, LO CUAL NO SIGNIFICA UNA GRAN PÉRDIDA CUANDO SE TRATA DE PEQUEÑAS MUESTRAS.

LA VENTAJA MÁS IMPORTANTE CONSISTE EN QUE SE PUEDEN IMPONER LAS RESTRICCIONES DE ADITIVIDAD, HOMOGENEIDAD Y SIMETRÍA DE LA DEMANDA. CON LAS DOS PRIMERAS RESTRICCIONES SE CALCULAN LOS PARÁMETROS DE LA ECUACIÓN ELIMINADA Y SE PUEDE IMPONER LA SIMETRÍA AL ESTIMAR LOS PARÁMETROS.

FINALMENTE, EL MÉTODO DE ESTIMACIÓN MÁS ADECUADO NO PRESENTA DIFICULTADES DADO LO AVANZADO DE LOS MEDIOS DE CÓMPUTO ACTUALES. DEBIDO AL DESARROLLO DE LA MICROCOMPUTACIÓN, SE ENCUENTRAN AL ALCANCE DEL INVESTIGADOR TANTO EQUIPO DE CÓMPUTO COMO PROGRAMAS ADECUADOS PARA LLEVAR A CABO LAS TAREAS DE ESTIMACIÓN.

EL PRESENTE TRABAJO TIENE POR OBJETO, EN UNA PRIMERA PARTE REVISAR LA ESPECIFICACIÓN DEL MODELO DE ROTTERDAM EN SUS DOS VERSIONES Y, EN UNA SEGUNDA, LLEVAR A CABO LAS ESTIMACIONES DE LOS COEFICIENTES DEL MODELO DE ROTTERDAM EN PRECIOS ABSOLUTOS Y SUS ELASTICIDADES PRECIO E INGRESO IMPLÍCITAS.

2/ EN THEIL (1975), CAP. 5, PG. 185, EL AUTOR PLANTEA QUE DEBIDO A LA DEPENDENCIA LINEAL DE LOS ERRORES ALEATORIOS DE CADA ECUACIÓN DEL SISTEMA DE DEMANDAS, UNA ECUACIÓN SE PUEDE DERIVAR DE LA SUMA DE LAS N-1 ECUACIONES RESTANTES. POR ESTA RAZÓN, SE PUEDE ELIMINAR UNA ECUACIÓN DEL SISTEMA SIN ALTERARLO. PARA MAYORES DETALLES, VER THEIL, 1971, SEC. 6.7.

El trabajo está estructurado en seis secciones. La segunda sección revisa las restricciones de la teoría de la Demanda, la derivación del modelo de Rotterdam en precios relativos y absolutos, las características de sus coeficientes: las proporciones de gasto marginales y la matriz de Slutsky. También se revisan sus restricciones y las elasticidades implícitas en las estimaciones de los coeficientes. En la tercera sección se revisan las fuentes de información y la metodología utilizada en el manejo de las series. En la cuarta sección se discute el modelo estimado y sus supuestos estocásticos, el método de estimación más apropiado para la estimación con la restricción de simetría y sin ella, las pruebas para la restricción de simetría y el método para calcular las elasticidades precio e ingreso. En una quinta, se describen y analizan los resultados de las estimaciones. Por último en la sexta sección se presentan las conclusiones.

1

EL MODELO DE ROTTERDAM

1.1 Las restricciones de la Teoría de la Demanda

El estudio de la estructura del gasto familiar y las causas de sus cambios se puede efectuar al considerar la demanda de los N bienes que constituyen este gasto. En consecuencia, este estudio se efectúa mediante sistemas de ecuaciones de demanda. El objetivo de la presente sección es discutir las propiedades de estos sistemas de demanda.

En la literatura se discuten dos tipos de sistemas de funciones de demanda. El sistema no compensado y el sistema compensado. Las funciones de demanda no compensadas, $M_J(I,P)$, resultan de la solución del problema primal de la Teoría del Consumidor, que consiste en maximizar una función de utilidad sujeta a una restricción presupuestal lineal. El sistema compensado, $H_J(U,P)$, es la solución del dual del problema anterior, es decir, la minimización de una función de Costo dados un nivel de utilidad y unos precios.

La función de Costo es el costo mínimo de obtener un nivel de utilidad U, dados los precios P, (ver Deaton y Muellbauer, 1980, pg. 37 - 42 para una discusión más amplia de la dualidad). Debido a la dualidad de la teoría de la Demanda, las cantidades óptimas Q_J, obtenidas en los sistemas compensados y no compensados deben coincidir. Entonces, ambos sistemas se pueden usar de manera indiferente.

La función de Costo se puede expresar de la siguiente forma:

$$I = C(U,P) = \Sigma_j P_j H_j(U,P) \qquad (1)$$

El lema de Shephard es una propiedad muy importante de la función de Costo. Establece que las funciones de demanda compensadas son la primera derivada con respecto de los precios de la función de Costo. Se expresa como sigue:

$$\frac{\partial C(U,P)}{\partial P_j} = H_j(U,P) \quad Q_j \qquad (2)$$

Las propiedades de los sistemas de demanda resultan al considerar el problema neoclásico del consumidor y toman la forma de restricciones matemáticas. Están presentes cualquiera que sea la función de utilidad a optimizar. Por ello su carácter de restricciones generales. El sistema de funciones de demanda conocido como el modelo de Rotterdam, a pesar de no ser derivado de alguna función de utilidad, también debe satisfacerlas.

Las propiedades que se generalizan son:

a) Aditividad
b) Homogeneidad
c) Simetría
d) Negatividad

A). <u>ADITIVIDAD</u>. LA SUMA DE LAS CANTIDADES DEMANDADAS ÓPTIMAS MULTIPLICADAS POR SUS PRECIOS SON IGUALES AL GASTO TOTAL. ESTA PROPIEDAD SE EXPRESA COMO:

$$\Sigma\ P_J \cdot Q_J = \Sigma\ P_J \cdot H_J(U,P) = \Sigma\ P_J \cdot M_J(I,P) = I \qquad (3)$$

DONDE $J = 1, 2, \ldots, N$ BIENES.

EN OCASIONES ES ÚTIL EXPRESAR LA ADITIVIDAD COMO UNA RESTRICCIÓN SOBRE LAS PRIMERAS DERIVADAS DE LAS FUNCIONES DE DEMANDA. AL EXPRESARLA COMO DERIVADAS DE LAS DEMANDAS NO COMPENSADAS, SE PUEDEN DISTINGUIR DOS FORMAS DIFERENTES: LA AGREGACIÓN DE ENGEL Y LA AGREGACIÓN DE COURNOT.

AGREGACIÓN DE ENGEL. ES LA DERIVADA DE (3) CON RESPECTO AL INGRESO, I:

$$\frac{\Sigma_J P_J \partial M_J(I,P)}{\partial I} = 1 \qquad (4)$$

AGREGACIÓN DE COURNOT. ES LA DERIVADA CON RESPECTO DE P_J DE AMBOS MIEMBROS DE LA ECUACIÓN (3):

$$\Sigma_K\ P_K\ \frac{\partial M_K(I,P)}{\partial P_J} + M_J(I,P) = 0 \qquad (5)$$

AMBAS RESTRICCIONES (4) Y (5) SON EXPRESIONES DE LA RESTRICCIÓN DE ADITIVIDAD Y SU FORMA ESTÁ IMPLICADA POR LA

RESTRICCIÓN PRESUPUESTAL LINEAL Y LA MONOTONICIDAD DE LA FUNCIÓN DE UTILIDAD. LA AGREGACIÓN DE ENGEL SEÑALA LOS CAMBIOS EN LA DEMANDA COMO RESPUESTA A CAMBIOS EN EL INGRESO SIN ALTERAR LA LINEA DEL PRESUPUESTO. LA AGREGACIÓN DE COURNOT MUESTRA CÓMO SE AJUSTA LA DEMANDA EN RESPUESTA A CAMBIOS EN PRECIOS SIN ALTERAR LA RESTRICCIÓN PRESUPUESTAL.

B) HOMOGENEIDAD. LAS FUNCIONES DE DEMANDA COMPENSADAS, H_J, SON HOMOGÉNEAS DE GRADO CERO EN PRECIOS; LAS FUNCIONES DE DEMANDA NO COMPENSADAS, M_J, LO SON EN PRECIOS Y GASTO TOTAL. ENTONCES, PARA TODO R>0, SE DEBE CUMPLIR QUE:

$$H_J(R \cdot P, U) = H_J(U, P) = M_J(R \cdot I, R \cdot P) = M_J(I, P) \qquad (6)$$

POR EL LEMA DE SHEPHARD (2), LAS DEMANDAS COMPENSADAS, H_J, SON LA PRIMERA DERIVADA CON RESPECTO DE LOS PRECIOS DE LA FUNCIÓN DE COSTO. ESTA FUNCIÓN TIENE LA PROPIEDAD DE SER HOMOGÉNEA DE GRADO CERO. EN CONSECUENCIA, ESTAS DEMANDAS TAMBIÉN TIENEN ESTA CARACTERÍSTICA (VÉASE DEATON Y MUELLBAUER, 1980, PGS. 37 - 42).

LA HOMOGENEIDAD TIENE LA IMPORTANCIA DE PROPONER EL SUPUESTO DE AUSENCIA DE "ILUSIÓN MONETARIA" EN LAS DECISIONES DEL CONSUMIDOR. ESTA AUSENCIA SIGNIFICA QUE DADO UN MISMO AUMENTO PROPORCIONAL EN EL INGRESO Y LOS PRECIOS, EL CONSUMIDOR NO RESPONDE COMPRANDO MÁS. LA CONDUCTA RACIONAL TRAS ESTE SUPUESTO CONSISTE EN QUE LOS PRECIOS Y EL INGRESO NO JUEGAN UN PAPEL DETERMINANTE EN LA ORDENACIÓN DE LAS PREFERENCIAS DEL CONSUMIDOR.

Este supuesto se rompe cuando el consumidor compra más porque cree tener mayor ingreso o cuando juzga la calidad del bien por el precio. Es decir, cree que los bienes más caros son los mejores o que pagar un precio mayor da más categoría a su consumo.

La homogeneidad también se puede expresar como una restricción sobre las derivadas de los sistemas de demanda. Para derivar la restricción se obtiene la diferencial total de las funciones de demanda no compensadas, m_i:

$$dq_i = \frac{\partial m_i}{\partial I}\, dI + \Sigma_j \frac{\partial m_i}{\partial p_j}\, dp_j \qquad (7)$$

Por otra parte, la homogeneidad requiere que los cambios en el ingreso y en los precios sean proporcionales. Entonces:

$$\frac{dI}{I} = \frac{dp_i}{p_i} = A \qquad (8)$$

Multiplicando y dividiendo el segundo miembro de (7) por I y p_i y sustituyendo (8) resulta:

$$dq_i = [I \frac{\partial m_i}{\partial I} + \Sigma_j\, p_j \frac{\partial m_i}{\partial p_j}]\cdot A \qquad (9)$$

Si la función m_i es continua y tiene primeras derivadas continuas, entonces, $m_i(I,p)$ es homogénea de grado cero si y sólo si se cumple que:

$$\frac{\partial M_i}{\partial I}\, I + \Sigma_k\, p_k\, \frac{\partial M_i}{\partial p_k} = 0 \qquad (10)$$

La ecuación (10) es la expresión matemática de la restricción de homogeneidad.

Las agregaciones de Engel y de Cournot también se pueden expresar en términos de elasticidades. Para ello, las siguientes definiciones de elasticidad son necesarias:

Elasticidad-ingreso de la demanda. Es la variación proporcional de la cantidad demandada como respuesta a cambios en el ingreso. Se expresa como:

$$E_i = \frac{\partial M_i}{\partial I}\, \frac{I}{M_i} \qquad (11)$$

También se expresa como la derivada logarítmica de las demandas no compensadas con respecto al gasto. Se denotan por:

$$E_i = \frac{\partial \log M_i(I, p)}{\partial \log I} \qquad (12)$$

Elasticidad-precio de la demanda. Es la variación relativa en la cantidad demandada en respuesta a cambios relativos en el precio:

$$E_{ij} = \frac{\partial M_i}{\partial p_j}\, \frac{p_j}{M_i} \qquad (13)$$

LAS ELASTICIDADES PRECIO TAMBIÉN SE PUEDEN DEFINIR COMO LAS DERIVADAS LOGARÍTMICAS DE LAS DEMANDAS NO COMPENSADAS RESPECTO DE P_I. SE DENOTAN POR:

$$E_{IJ} = \frac{\partial \text{LOG } M_I(I, P)}{\partial \text{LOG } P_J} \qquad (14)$$

CON TODAS LAS ELASTICIDADES-PRECIO DEFINIDAS EN (14) SE FORMA UNA MATRIZ. LOS ELEMENTOS DE LA DIAGONAL PRINCIPAL SON LAS ELASTICIDADES-PRECIO DE LOS N BIENES Y LOS ELEMENTOS FUERA DE ESTA DIAGONAL SON LAS ELASTICIDADES CRUZADAS DE LAS DEMANDAS DE LOS N BIENES. TODAS LAS ELASTICIDADES DE ESTA MATRIZ SON ELASTICIDADES NO COMPENSADAS.

PROPORCIÓN DE GASTO. LA I-ÉSIMA PROPORCIÓN DE GASTO SE DEFINE COMO LA PARTE DEL GASTO TOTAL DESTINADA A LA COMPRA DEL BIEN I:

$$W_I = \frac{P_I Q_I}{I} = \frac{P_I \cdot Q_I}{\Sigma P_J Q_J} \qquad (15)$$

LAS AGREGACIONES DE ENGEL Y DE COURNOT SE PUEDEN EXPRESAR EN TÉRMINOS DE ELASTICIDADES. LA ECUACIÓN (4) SE PUEDE REESCRIBIR COMO SIGUE:

$$\Sigma \frac{P_I Q_I}{I} \frac{\partial M_I}{\partial I} \frac{I}{M_I} = 1$$

Y POR (11) Y (15). LA EXPRESIÓN ANTERIOR ES:

$$\Sigma\, W_I \cdot E_I = 1 \qquad (16)$$

DE MANERA SIMILAR, MULTIPLICANDO LA EXPRESIÓN DE LA AGREGACIÓN DE COURNOT, (5), POR P_J, DIVIDIENDO ENTRE I Y MULTIPLICANDO Y DIVIDIENDO LA SUMATORIA POR Q_I, TENEMOS:

$$\Sigma \frac{P_I Q_I}{I} \frac{\partial H_I}{\partial P_J} \frac{P_J}{Q_I} + \frac{P_J \cdot Q_J}{I} = 0 \qquad (17)$$

SUSTITUYENDO (13) Y (15) EN LA EXPRESIÓN ANTERIOR, RESULTA LA AGREGACIÓN DE COURNOT EN TÉRMINOS DE ELASTICIDADES:

$$\Sigma_I\, W_I \cdot E_{IJ} + W_J = 0 \qquad (18)$$

PARA EXPRESAR LA CONDICIÓN DE HOMOGENEIDAD (10) SE DIVIDE ENTRE Q_I Y SE SUSTITUYEN (11) Y (13); EL RESULTADO ES:

$$E_I + \Sigma_J\, E_{IJ} = 0 \qquad (19)$$

c) <u>SIMETRÍA.</u> LAS DERIVADAS CRUZADAS RESPECTO DE LOS PRECIOS DE LAS FUNCIONES DE DEMANDA COMPENSADAS SON SIMÉTRICAS. ESTO ES, PARA TODO $I \neq J$:

$$\frac{\partial H_I(U,P)}{\partial P_J} = \frac{\partial H_J(U,P)}{\partial P_I} \qquad (20)$$

ESTA PROPIEDAD SE PUEDE PROBAR DE LA SIGUIENTE MANERA: DERIVAMOS (1) CON RESPECTO A P_I Y P_J PARA OBTENER:

$$\frac{\partial H_I(U,P)}{\partial P_J} = \frac{\partial^2 C(U,P)}{\partial P_I \partial P_J} \qquad (21)$$

DE MANERA SIMILAR SE PUEDE OBTENER:

$$\frac{\partial H_J(U,P)}{\partial P_I} = \frac{\partial^2 C(U,P)}{\partial P_J \partial P_I} \qquad (22)$$

POR EL TEOREMA DE YOUNG, - VÉASE ROBERTS Y SCHULZE, 1973, PG. 128 -, SI EXISTEN LAS SEGUNDAS DERIVADAS CRUZADAS Y SON CONTINUAS, NO IMPORTA EL ORDEN DE DERIVACIÓN. ENTONCES SE PUEDE IGUALAR (21) Y (22) PARA OBTENER LA CONDICIÓN DE SIMETRÍA:

$$\frac{\partial^2 C(U,P)}{\partial P_I \partial P_J} = \frac{\partial^2 C(U,P)}{\partial P_J \partial P_I} \qquad (23)$$

MATRIZ DE SUSTITUCIÓN. ES LA MATRIZ DE ORDEN (N,N) DEFINIDA POR LAS PRIMERAS DERIVADAS DE LAS FUNCIONES DE DEMANDA COMPENSADAS, $H_I(U,P)$, CON RESPECTO A TODOS LOS PRECIOS DE LOS BIENES, P_J. TAMBIÉN SE LE CONOCE COMO LA MATRIZ DE SLUTSKY Y SE DENOTA POR:

$$[S_{IJ}] \equiv \left[\frac{\partial H_I(U,P)}{\partial P_J} \right] = S \qquad (24)$$

LA MATRIZ $[S_{IJ}]$ NOS INFORMA SOBRE LA RESPUESTA DE UN CONSUMIDOR QUE BUSCA MANTENER SU NIVEL DE UTILIDAD CUANDO LOS PRECIOS DE LOS BIENES CAMBIAN. LA PROPIEDAD DE SIMETRÍA DE ESTA MATRIZ SIGNIFICA QUE UN CONSUMIDOR RESPONDE DE IGUAL MANERA EN LA DEMANDA DE CUALESQUIERA DOS BIENES FRENTE A UN INCREMENTO EN ALGUNO DE LOS PRECIOS.

PARA ILUSTRAR LA SIMETRÍA, SUPONGAMOS EL SIGUIENTE EJEMPLO DE UNA ELECCIÓN ENTRE PERAS Y MANZANAS. AL CONSIDERAR A ESTOS DOS BIENES COMO SUSTITUTOS, SI AUMENTA EL PRECIO DE LAS

MANZANAS. PARA MANTENER EL MISMO NIVEL DE UTILIDAD. EL CONSUMIDOR AUMENTARÁ LA CANTIDAD DE PERAS DEMANDADAS EN EL MISMO NÚMERO QUE AUMENTARÍA SU DEMANDA DE MANZANAS FRENTE A UN INCREMENTO EN EL PRECIO DE LAS PERAS.

D) <u>NEGATIVIDAD</u>. LA MATRIZ S DE ORDEN (N.N) FORMADA POR LAS PRIMERAS DERIVADAS CRUZADAS DE LAS FUNCIONES DE DEMANDA COMPENSADAS ES NEGATIVA SEMIDEFINIDA.

DADO QUE LA MATRIZ S ES DE ORDEN (N.N) ENTONCES. PARA CUALQUIER VECTOR B DE TAMAÑO N. LA FORMA CUADRÁTICA SIGUIENTE DEFINE UNA MATRIZ NEGATIVA SEMIDEFINIDA:

$$\Sigma_I \Sigma_J B_I \cdot S_{IJ} \cdot B_J \leq 0 \qquad (25)$$

SI S ES LA MATRIZ DE SEGUNDAS DERIVADAS DE UNA FUNCIÓN CÓNCAVA. S ES NEGATIVA SEMIDEFINIDA (VER DEATON Y MUELLBAUER. 1980. PG. 44).

LA NEGATIVIDAD IMPONE DESIGUALDADES COMO RESTRICCIONES A LA MATRIZ DE SLUTSKY. LA MÁS IMPORTANTE DICE QUE LOS ELEMENTOS DE LA DIAGONAL PRINCIPAL DE S NO DEBEN SER POSITIVOS; ES DECIR. PARA TODO I:

$$S_{II} \leq 0 \qquad (26)$$

EL SIGNIFICADO ECONÓMICO DE ESTA RESTRICCIÓN CONSISTE EN QUE AL MANTENER EL MISMO NIVEL DE UTILIDAD. UN INCREMENTO EN EL PRECIO DE UN BIEN HARÁ QUE SU DEMANDA BAJE. O CUANDO MÁS.

permanezca constante. Esta es la expresión de la tradicional "Ley de la Demanda".

La simetría y la negatividad se derivan de postular un sistema consistente de preferencias. La simetría garantiza y sirve para probar la consistencia de las preferencias del consumidor. La negatividad proviene de la concavidad de la función de Costo. Esta concavidad se debe a que los costos se minimizan para mantener un mismo nivel de utilidad.

La matriz de sustitución S también se puede establecer en términos de las demandas no compensadas. Esta relación se cumple por la ecuación de Slutsky, que se obtiene diferenciando las funciones de demanda compensadas respecto a p_j:

$$s_{ij} = \frac{\partial h_i(u,p)}{\partial p_j} = \frac{\partial M_i}{\partial I} q_j + \frac{\partial M_i}{\partial p_j} \qquad (27)$$

La ecuación de Slutsky propone que el cambio en la demanda compensanda cuando cambia el precio (la derivada de la función de demanda compensada con respecto del precio) se divide en dos elementos: el primero es la derivada de la demanda no compensada con respecto al ingreso y el segundo, la derivada de la función de demanda no compensada respecto del precio. La variable q_j, que aparece en el primer término es la cantidad demandada óptima. Todo lo anterior significa que la respuesta de la demanda compensada a un cambio en precios se puede dividir en un efecto ingreso y un efecto precio sobre la demanda no compensada.

SI ARREGLAMOS LA ECUACIÓN (27), PODEMOS ESCRIBIR EL CAMBIO EN LAS DEMANDAS NO COMPENSADAS EN TÉRMINOS DE UN EFECTO SUSTITUCIÓN - S_{IJ} - Y UN EFECTO INGRESO DEL CAMBIO EN LOS PRECIOS. ENTONCES RESULTA LA ECUACIÓN SIGUIENTE:

$$\frac{\partial M_I}{\partial P_J} = S_{IJ} - Q_J \frac{\partial M_I}{\partial I} \qquad (28)$$

1.2 <u>DERIVACIÓN DEL MODELO</u>

EN ESTA SECCIÓN SE EXAMINA LA DERIVACIÓN DEL MODELO DE ROTTERDAM. A DIFERENCIA DE OTROS MODELOS, NO PROVIENE DE UNA FUNCIÓN DE UTILIDAD. LAS ECUACIONES DEL MODELO SE OBTIENEN MEDIANTE UNA APROXIMACIÓN CUADRÁTICA CON EL TEOREMA DE TAYLOR DE UNA FUNCIÓN NO-LINEAL. THEIL (1975), PARA ESTABLECER ESTA FUNCIÓN, PARTE DE LA DEFINICIÓN DE LA PROPORCIÓN DEL GASTO, W_I (ECUACIÓN 15):

$$W_I = \frac{P_I Q_I}{I} \qquad (15)$$

DONDE P_I ES EL PRECIO DEL I-ÉSIMO BIEN, Q_I ES LA CANTIDAD DEL MISMO BIEN, E I ES EL INGRESO TOTAL.

POR OTRA PARTE, LA I-ÉSIMA PROPORCIÓN DE GASTO SE PUEDE TOMAR COMO UNA FUNCIÓN DE LOS LOGARITMOS DE P_I, Q_I E I.

$W_I = F(\log P_I, \log Q_I, \log I)$

LOS ELEMENTOS DEL GRADIENTE DE ESTA FUNCIÓN ESTÁN DADOS POR LAS DERIVADAS PARCIALES RESPECTO DE CADA ARGUMENTO:

$$\frac{\partial W_I}{\partial \log P_I} = W_I; \quad \frac{\partial W_I}{\partial \log Q_I} = W_I; \quad \frac{\partial W_I}{\partial \log I} = -W_I \qquad (29)$$

EL GRADIENTE DE LA FUNCIÓN NO LINEAL W_I, QUE DENOTAMOS POR F, ES:

$F = [W_I, W_I, - W_I]'$.

SI INTRODUCIMOS EL TIEMPO T, LOS GRADIENTES PARA LOS PERÍODOS T-1 Y T SON:

$$F(X) = [W_{IT}, W_{IT}, -W_{IT}]' \qquad (30)$$

$$F(X+H) = [W_{IT-1}, W_{IT-1}, -W_{IT-1}]'$$

DONDE H ES UN VECTOR QUE CONTIENE LOS CAMBIOS EN LOS ARGUMENTOS DE LA FUNCIÓN.

SE DEFINE $\tilde{W}_{IT}$ COMO LA MEDIA MÓVIL DE PRIMER ORDEN DE W EN T:

$$\tilde{W}_{IT} = \frac{W_{IT-1} + W_{IT}}{2} \qquad (31)$$

LA MEDIA MÓVIL DE LOS GRADIENTES PARA T-1 Y T SERÁ:

$$½ \, [F(X) + F(X+H)] = [\tilde{W}_{IT}, \tilde{W}_{IT}, - \tilde{W}_{IT}]' \qquad (32)$$

THEIL, 1975, CAP. 2, HACE USO DEL SIGUIENTE RESULTADO SOBRE UNA APROXIMACIÓN CUADRÁTICA:

$$F(X+H) - F(X) = ½ \, H' [F(X) + F(X+H)] + O_3 \qquad (33)$$

DONDE O_3 ES UN REMANENTE CUYO TÉRMINO MAYOR ES DE TERCER GRADO, O CUALQUIER COMBINACIÓN LINEAL DE ESTOS TÉRMINOS. EL AUTOR DEFINE LOS ELEMENTOS DE H DE LA SIGUIENTE MANERA:

$$H = [DP_{IT}, DQ_{IT}, DI_T]' \qquad (34)$$

DONDE D ES EL OPERADOR DE PRIMERAS DIFERENCIAS LOGARÍTMICAS. LOS COMPONENTES DE H SE DEFINEN DE LA SIGUIENTE MANERA:

$$DP_{IT} = \text{LOG } P_{IT} - \text{LOG } P_{IT-1}$$

$$DQ_{IT} = \text{LOG } Q_{IT} - \text{LOG } Q_{IT-1} \qquad (35)$$

$$DI_T = \text{LOG } M_T - \text{LOG } I_{T-1}$$

AL SUSTITUIR H EN (33) SE OBTIENE EL SIGUIENTE RESULTADO:

$$F(X+H) - F(X) = C\tilde{W}_{IT} = \tilde{W}_{IT} DP_{IT} + \tilde{W}_{IT} DQ_{IT} - \tilde{W}_{IT} DI_T + O_3$$

DONDE C SIMBOLIZA EL OPERADOR DE PRIMERAS DIFERENCIAS Y O_3 ES UN TÉRMINO REMANENTE DE TERCER GRADO EN PRIMERAS DIFERENCIAS DE LOS LOGARITMOS DE P_I, Q_I E I. COMO ES UN TÉRMINO MUY PEQUEÑO, EN UNA APROXIMACIÓN LINEAL SE PUEDE HACER CASO OMISO DE ESTE. LA ECUACIÓN QUEDA ENTONCES COMO:

$$C\tilde{W}_{IT} = \tilde{W}_{IT}DP_{IT} + \tilde{W}_{IT}DQ_{IT} - \tilde{W}_{IT}DI_{T} \qquad (36)$$

LA EXPRESIÓN ANTERIOR ESTABLECE QUE LOS CAMBIOS EN LA PROPORCIÓN DE GASTO, $\tilde{W}_{IT}$ TIENEN TRES COMPONENTES LINEALES QUE SON LOS CAMBIO LOGARÍTMICOS EN LOS PRECIOS, LAS CANTIDADES Y EL INGRESO.

PARA ESTABLECER SU SISTEMA DE DEMANDA, THEIL, 1978, PG. 208, TOMA LOS COMPONENTES DE UN CAMBIO EN LA PROPORCIÓN DE GASTO, $C\tilde{W}_{IT}$, PORQUE PERMITIRÁN UTILIZAR LAS RELACIONES DE SLUTSKY (EFECTO DEL CAMBIO DEL PRECIO RELATIVO SOBRE LA DEMANDA). ELIGE EL COMPONENTE DE CANTIDAD COMO VARIABLE DEPENDIENTE, PUES ES LA VARIABLE QUE EL CONSUMIDOR DECIDE. POR ÚLTIMO, AL ELEGIR ESTOS COMPONENTES, SE ENFATIZA QUE LA TEORÍA DE LA DEMANDA ES UNA TEORÍA DE LA ASIGNACIÓN DE RECURSOS. DE ACUERDO A LO ANTERIOR, UNA FUNCIÓN DE DEMANDA SE PUEDE ESCRIBIR COMO:

$$Q_I = F(I, P_1, \ldots, P_N) \qquad (37)$$

LA QUE EXPRESADA EN LOGARITMOS SE ESCRIBE COMO:

$$\log Q_I = \log F\,[\exp(\log I), \exp(\log P_1), \ldots, \exp(\log P_N)] \qquad (38)$$

DIFERENCIADO ESTA ECUACIÓN SE PUEDE EXPRESAR EN TÉRMINOS DE CAMBIOS LOGARÍTMICOS:

$$D(\text{LOG } Q_I) = F'_I \, D(\text{LOG } I) + \Sigma_I \, F'_{PI} \, D(\text{LOG } P_I) \qquad (39)$$

MULTIPLICANDO POR $\tilde{W}_I$ AMBOS MIEMBROS DE LA ECUACIÓN ANTERIOR SE OBTIENE:

$$\tilde{W}_I \text{DLOG } Q_I = \tilde{W}_I F'_I \text{ DLOG } I + \Sigma_I \tilde{W}_I F'_{PI} \text{ DLOG } P_I \qquad (40)$$

EL MODELO DE ROTTERDAM ES UNA APROXIMACIÓN EN TIEMPO DISCRETO A LA FUNCIÓN DE DEMANDA ANTERIOR (40), DONDE SUS DIFERENCIALES EN TIEMPO CONTÍNUO SE APROXIMAN CON LOS CAMBIOS LOGARÍTMICOS EN TIEMPO DISCRETO. AL CAMBIAR LAS VARIABLES MENCIONADAS, ESTA APROXIMACIÓN SE ESCRIBE COMO:

$$\tilde{W}_{IT} DQ_{IT} = \tilde{W}_{IT} F'_I \, DI_T + \Sigma_I \, \tilde{W}_{IT} F'_{PI} \, DP_{IT} \qquad (41)$$

LA ECUACIÓN ANTERIOR SE CONOCE COMO EL MODELO DE ROTTERDAM EN PRECIOS RELATIVOS. ESTE MODELO SE REPRESENTA CON UN SISTEMA DE N ECUACIONES DE DEMANDA, UNA PARA CADA BIEN, DE LA SIGUIENTE FORMA:

$$\tilde{W}_{IT} DQ_{IT} = \mu_I DQ_T + \Sigma_J V_{IJ} [DP_{JT} - \Sigma_K \mu_K DP_{KT}] \qquad (42)$$

DONDE N ES EL NÚMERO DE BIENES CONSIDERADOS EN EL SISTEMA DE ECUACIONES DE DEMANDA) Y DQ SE DEFINE COMO SIGUE:

$$DQ_T = \Sigma_I \tilde{w}_{IT} DQ_{IT} = DI_T - \Sigma_I \tilde{w}_{IT} DP_{IT} + O_3 \qquad (43)$$

DONDE μ_I Y π_{IT} SON PARÁMETROS. DQ_{IT}, DP_{IT} Y O_3 TIENEN EL MISMO SIGNIFICADO QUE EN LA SECCIÓN PRECEDENTE.

EN THEIL, 1975, PG. 24, SE SEÑALA QUE LOS PARÁMETROS μ_I Y V_{IJ} DEPENDEN DEL INGRESO Y DE LOS PRECIOS. EL MODELO DE ROTTERDAM IGNORA ESTA DEPENDENCIA POR SER UN MODELO BASADO EN UNA APROXIMACIÓN.

LAS RESTRICCIONES QUE CORRESPONDEN A LOS PARÁMETROS FIJOS DEL MODELO DE ROTTERDAM SON:

$$\Sigma_I \mu_I = 1 \qquad (44)$$

$$\Sigma_J V_{IJ} = \theta \mu_{IJ} \qquad (45)$$

$[V_{IJ}]$ ES UNA MATRIZ NEGATIVA DEFINIDA DE (N, N).

EL COEFICIENTE θ ES LA FLEXIBILIDAD INGRESO. THEIL, 1970, PG. 25 Y 29, LO DEFINE COMO EL RECÍPROCO DE LA ELASTICIDAD-INGRESO DE LA UTILIDAD MARGINAL DEL INGRESO.

$$\theta = \left(\frac{\partial \tau}{\partial I} \frac{I}{\tau} \right)^{-1} \qquad (46)$$

DONDE τ ES LA UTILIDAD MARGINAL DEL INGRESO.

EL MODELO EN PRECIOS RELATIVOS (42) CONTIENE SEPARADOS LOS EFECTOS SUSTITUCIÓN ESPECÍFICOS Y GLOBALES DE UN CAMBIO EN EL J-ÉSIMO PRECIO. PARA BUSCAR UN TÉRMINO QUE COMBINE LOS DOS EFECTOS, THEIL, 1975, PG. 48 ARGUMENTA QUE EL EFECTO COMBINADO ES LA SUMA DEL EFECTO SUSTITUCIÓN ESPECÍFICO Y EL EFECTO SUSTITUCIÓN GLOBAL. LOS EFECTOS ESPECÍFICO Y GLOBAL SON RESPECTIVAMENTE:

$$v_{ij} Dp_{jt} \qquad \text{Y} \qquad -\Sigma_j v_{ij} \mu_j Dp_{jt}.$$

ENTONCES, EL EFECTO COMBINADO QUE THEIL LLAMA $\pi_{ij} Dp_j$ ESTA DADO, SUSTITUYENDO LA PROPIEDAD (45), POR LA SIGUIENTE EXPRESIÓN:

$$v_{ij} Dp_j - \Sigma_j v_{ij} \mu_j Dp_{jt}$$

$$= (v_{ij} - \theta \mu_i \mu_j) Dp_j \qquad (47)$$

DONDE $\pi_{ij} = v_{ij} - \theta \mu_i \mu_j$ (48)

EL SEGUNDO TÉRMINO EN (42) TIENE SEPARADOS LOS EFECTOS ESPECÍFICOS Y LOS EFECTOS GLOBALES DE LOS CAMBIOS EN LOS N PRECIOS SOBRE LA CANTIDÁD DEL BIEN I. ESTE TÉRMINO ES:

$$\Sigma_j v_{ij} [Dp_{jt} - \Sigma_k \mu_k Dp_{kt}] \qquad (49)$$

DONDE v_{ij} SON LOS COEFICIENTES DE PRECIOS DEL MODELO EN PRECIOS RELATIVOS. DESARROLLANDO LA EXPRESIÓN Y AL SUSTITUIR LA RESTRICCIÓN (45), TENEMOS:

$$\Sigma_J \, V_{IJ} \, DP_{JT} - \theta \, \mu_I \, (\Sigma_K \, \mu_K \, DP_{KT}) \qquad (50)$$

COMO LAS SUMATORIAS TIENEN LOS MISMOS LÍMITES, AL SUSTITUIR (48), RESULTA:

$$\Sigma_J \, [V_{IJ} - \theta \, \mu_I \, \mu_J] \, DP_{JT} = \Sigma_J \, \pi_{IJ} \, DP_{JT} \qquad (51)$$

CADA COEFICIENTE π_{IJ} MIDE LA SUSTITUCIÓN GLOBAL DE UN CAMBIO EN EL J-ÉSIMO PRECIO SOBRE LA DEMANDA DEL I-ÉSIMO BIEN. DE HECHO, ESTE ES UN EFECTO SUSTITUCIÓN PORQUE LOS PARÁMETROS DEL TÉRMINO EN PRECIOS DE DONDE PROVIENE π_{IJ} SUPONEN EL INGRESO CONSTANTE.

EN CONCLUSIÓN, EL MODELO DE ROTTERDAM EN PRECIOS ABSOLUTOS SE ESCRIBE COMO:

$$\tilde{W}_{IT} \, DQ_{IT} = \mu_I \, DQ_T + \Sigma_J \, \pi_{IJ} \, DP_{JT} \qquad (52)$$

LA DIFERENCIA INTERESANTE ENTRE LOS MODELOS EN PRECIOS RELATIVOS (42) Y EN PRECIOS ABSOLUTOS (52) PARA LA ESTIMACIÓN RADICA EN EL TÉRMINO EN PRECIOS. EN (42), EL TÉRMINO EN PRECIOS ES NO LINEAL, LO CUAL PLANTEA PROBLEMAS DE ESTIMACIÓN MÁS COMPLICADOS; EN EL SEGUNDO, EL TÉRMINO EN PRECIOS ES LINEAL, LO CUAL OFRECE VENTAJAS PARA SU ESTIMACIÓN.

1.3 LA MATRIZ DE SUSTITUCIÓN DE SLUTSKY

LOS COEFICIENTES π_{ij} DERIVADOS EN LA SECCIÓN ANTERIOR MIDEN EL EFECTO SUSTITUCIÓN GLOBAL. POR ESTA RAZÓN RECIBEN EL NOMBRE DE COEFICIENTES DE SLUTSKY DEL MODELO DE ROTTERDAM - THEIL, 1975, PG. 49. LA MATRIZ $[\pi_{ij}]$, FORMADA CON ESTOS COEFICIENTES, RECIBE ENTONCES EL NOMBRE DE MATRIZ DE SLUTSKY.

LAS PROPIEDADES DE ESTA MATRIZ SON LAS SIGUIENTES:

A) $[\pi_{ij}]$ ES UNA MATRIZ NEGATIVA SEMIDEFINIDA. SI SUMAMOS LA ECUACIÓN (48) SOBRE J Y SUSTITUIMOS (45) Y (46) DE LOS PARÁMETROS YA CONOCIDAS, TENEMOS:

$$\Sigma_j \pi_{ij} = \Sigma_j v_{ij} - \theta \mu_i \Sigma_j \mu_j \Sigma_j \pi_{ij} = 0 \qquad (53)$$

ESTE RESULTADO SUGIERE QUE $[\pi_{ij}]$ ES UNA MATRIZ NEGATIVA SEMIDEFINIDA (PORQUE $[v_{ij}]$ ES NEGATIVA). UNA PRUEBA DE ESTA PROPIEDAD SE PUEDE ENCONTRAR EN THEIL, 1975, PG. 50.

B) LA MATRIZ $[\pi_{ij}]$ ES SIMÉTRICA. SI FORMAMOS UN SISTEMA CON (48) TOMANDO EN CUENTA TODOS LOS BIENES, TENEMOS:

$$[\pi_{ij}] = [v_{ij}] - \theta [\mu_i \mu_j] \qquad (54)$$

COMO $[v_{ij}]$ Y $[\mu_i \mu_j]$ SON SIMÉTRICAS, $[\pi_{ij}]$ TAMBIÉN LO SERÁ.

1.4 LAS RESTRICCIONES DE LA DEMANDA EN EL MODELO DE ROTTERDAM

EN CONCLUSIÓN, LAS RESTRICCIONES QUE LAS FUNCIONES DE DEMANDA DEL MODELO DE ROTTERDAM EN PRECIOS ABSOLUTOS DEBEN CUMPLIR DE ACUERDO A LA TEORÍA DEL CONSUMIDOR SON:

A) ADITIVIDAD. LA RESTRICCIÓN DE ADITIVIDAD DE LA DEMANDA SE PUEDE EXPRESAR COMO LA AGREGACIÓN DE ENGEL. EN TÉRMINOS DE LAS PROPORCIONES DE GASTO MARGINALES, LA AGREGACIÓN DE ENGEL (VER ECUACIÓN 4) SE PUEDE ESCRIBIR COMO:

$$\Sigma_i \mu_i = 1 \qquad (45)$$

OTRA RESTRICCIÓN RELACIONADA CON LA ADITIVIDAD QUE SE DEBE CUMPLIR ES:

$$\Sigma_i \pi_{ij} = 0 \qquad (55)$$

ESTA RESTRICCIÓN DE ADITIVIDAD IMPLICA QUE EL EFECTO NETO DE UN CAMBIO EN PRECIOS SOBRE EL PRESUPUESTO ES NULO.

B) HOMOGENEIDAD. LA HOMOGENEIDAD EN EL MODELO DE ROTTERDAM SE CUMPLE SI PARA TODA J:

$$\Sigma_j \pi_{ij} = 0 \quad \text{PARA TODA } i=1,\dots,N \qquad (53)$$

LO ANTERIOR IMPLICA QUE LOS COEFICIENTES DE PRECIO PARA EL ENÉSIMO BIEN CUMPLEN CON LA RESTRICCIÓN SIGUIENTE:

$$\pi_N = -\pi_1 - \pi_2 - \pi_3 - \dots - \pi_{N-1} \qquad (56)$$

c) SIMETRÍA Y NEGATIVIDAD. EN EL MODELO DE PRECIOS ABSOLUTOS, LA CONDICIÓN ESTÁ DADA POR LA SIMETRÍA Y NEGATIVIDAD SEMIDEFINIDA DE LA MATRIZ $[\pi_{ij}]$.

d) RANGO. EL RANGO DE LA MATRIZ $[\pi_{ij}]$ DEBE SER IGUAL A $N-1$.

EL HECHO DE QUE SE PUEDA ELIMINAR UNA ECUACIÓN DEL SISTEMA, COMO SE REVISARÁ MÁS ADELANTE (VER SECCIÓN 4.2), IMPLICA ADITIVIDAD; ESTA SE ENCUENTRA DE ESTA MANERA INCORPORADA EN EL MODELO. ADEMÁS, EN LA CONSTRUCCIÓN DE LOS DATOS ESTADÍSTICOS PARA LAS VARIABLES EXPLICATIVAS SE IMPONE ADITIVIDAD AL HACER EL INGRESO IGUAL A LA SUMA DE LOS GASTOS.

1.5 LAS ELASTICIDADES IMPLÍCITAS EN EL MODELO

PARA DISCUTIR LAS ELASTICIDADES QUE SUBYACEN EN LOS PARÁMETROS DEL MODELO DE ROTTERDAM TOMEMOS UN CAMINO DIFERENTE AL UTILIZADO HASTA AHORA - VER DEATON Y MUELLBAUER, 1980, PG. 67.

LA CARACTERÍSTICA MÁS ATRACTIVA PARA EL ECONOMISTA DE UNA ESPECIFICACIÓN DOBLE LOGARÍTMICA CONSISTE EN QUE LOS PÁRAMETROS DE LAS VARIABLES EXPLICATIVAS SON ESLASTICIDADES CONSTANTES.

$$\text{LOG } Q_I = \beta_I + E_I\text{LOG } I \quad \Sigma_K\ E_{IK}\text{LOG } P_K \qquad (57)$$

DONDE Q_I ES LA CANTIDAD DEMANDADA, I ES EL INGRESO, P_K, EL K-ÉSIMO PRECIO. EN ESTE CONTEXTO, LOS PARÁMETROS E_I SON LAS ELASTICIDADES INGRESO Y LOS E_{IK}, LAS ELASTICIDADES PRECIO NO COMPENSADAS DE LA DEMANDA, PROPIAS Y CRUZADAS.

SI OBTENEMOS LA DIFERENCIAL TOTAL DE LA ECUACIÓN ANTERIOR:

$$\text{DLOG } Q_I = E_I\text{DLOG } I + \Sigma_J\ E_{IJ}\text{DLOG } P_J \qquad (58)$$

LA ECUACIÓN DE SLUTSKY, QUE RELACIONA LAS ELASTICIDADES PRECIO COMPENSADAS Y NO COMPENSADAS ES:

$$E_{IJ} = E_{IJ}^{*} - E_I W_J \qquad (59)$$

DONDE E_{IJ}, SON LAS ELASTICIDADES NO COMPENSADAS, E_{IJ}^{*} SON LAS ELASTICIDADES COMPENSADAS, E_I ES LA ELASTICIDAD-INGRESO TOTAL Y W_J, LA PROPORCIÓN MEDIA DE GASTO.

SI APLICAMOS LA ECUACIÓN DE SLUTSKY ANTERIOR A LA ECUACIÓN (58) Y MULTIPLICAMOS POR $\tilde{W}_I$, RESULTA:

$$\tilde{W}_I\text{DLOG } Q_I = \tilde{W}_I E_I\text{DLOG } Y + \Sigma_J\ \tilde{W}_I E_{IJ}^{*}\ \text{DLOG } P_J \qquad (60)$$

DONDE: $$\mathrm{DLOG}\ Y = \mathrm{DLOG}\ I - \Sigma_K\ \tilde{w}_K\ \mathrm{DLOG}\ P_K$$

LA ECUACIÓN (60) SE PUEDE IDENTIFICAR COMO EL MODELO DE ROTTERDAM SI EFECTUAMOS EL CAMBIO DE NOTACIÓN ADECUADO:

$$\tilde{w}_{IT}\, DQ_{IT} = \mu_I\, DQ_T + \Sigma_J\, \pi_{IJ}\, DP_{JT} \qquad (52)$$

DONDE DLOG Q_I SE APROXIMA CON DQ_{IT}. DLOG Y. CON DQ_T Y DLOG P_K. CON DP_{JT}.

LOS PARÁMETROS DEL MODELO ANTERIOR SE PUEDEN ENTONCES REESCRIBIR COMO:

$$\mu_I = \tilde{w}_I E_I = P_I \frac{\partial Q_I}{\partial I} \qquad (61)$$

$$\pi_{IJ} = \tilde{w}_I E_J^{*} = \frac{P_I P_J S_{IJ}}{I} \qquad (62)$$

DONDE S_{IJ} ES EL I,J-ÉSIMO TÉRMINO DE LA MATRIZ S DE SUSTITUCIÓN DE SLUTSKY.

EN CONCLUSIÓN, SI DIVIDIMOS LA ECUACIÓN DEL MODELO ENTRE $\tilde{w}_I$, LA PROPORCIÓN DE GASTO, LOS COEFICIENTES RESULTANTES SE PUEDEN INTERPRETAR COMO LAS ELASTICIDADES INGRESO Y ELASTICIDADES PRECIO COMPENSADAS. PARA OBTENER LAS ELASTICIDADES PRECIO NO COMPENSADAS SE APLICA LA ECUACIÓN DE SLUTSKY (ECUACIÓN 59).

2

LOS DATOS

2.1 Fuentes de información

El principal problema que se tiene con los datos en una estimación econométrica es el número de observaciones disponibles. En busca de una solución a este problema, recurrimos a los datos utilizados por García-Alba (1986), actualizados hasta 1982.

El autor resuelve el problema del tamaño de la muestra "pegando" series sobre bienes de consumo por sector de origen a precios de comprador. Las series "pegadas" son las correspondientes a 1970 - 1982 de las Cuentas Nacionales del Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI) de la Secretaría de Programación y Presupuesto, y una extrapolación de los datos de este período para 1960 - 1969.

La información estadística de Cuentas Nacionales publicada por el INEGI presenta una serie de Gastos de Consumo Privado por actividad económica de origen de los bienes y servicios a partir de 1970, a precios de comprador.

2.2 Sectorización

Los datos en esta fuente se presentan desagregados en diferentes niveles. Los niveles de desagregación utilizados son los correspondientes a la Gran División. En esta desagregación se presentan 9 sectores, los cuales son:

CUADRO 2.1 SECTORES DE LA GRAN DIVISION.

1 Agropecuario, silvicultura y pesca.
2 Minería.
3 Industria manufacturera.
4 Construcción.
5 Electricidad.
6 Comercio, restaurantes y hoteles.
7 Transporte, almacenamiento y comunicaciones.
8 Servicios financieros, seguros y bienes inmuebles.
9 Servicios comunales, sociales y personales.

Además, cada Gran División se presenta desagregada en Divisiones. Se seleccionó la desagregación de la gran División 3, Industria, en nueve sectores, los cuales son:

CUADRO 2.2 SECTORES DE LA DIVISION INDUSTRIA

I Productos alimenticios, bebidas y tabaco.
II Textiles, prendas de vestir e industria del cuero.
III Industria de la madera y productos de madera.
IV Papel, productos de papel, imprentas y editoriales.
V Sustancias químicas derivadas del petroleo, caucho y plásticos.
VI Productos de minerales no metálicos, exceptuando derivados del petroleo y carbón.
VII Industrias metálicas básicas.
VIII Industrias metálicas, maquinaria y equipo.
IX Otras Industrias Manufactureras.

Con los sectores descritos antes se formó la agregación del siguiente cuadro:

CUADRO 2.3 AGREGACION DE BIENES

SECTOR DE CUENTAS NACIONALES		DIVISION
1	Sector primario.	Gran División 1 + 2
2	Electricidad.	Gran División 5
3	Comercio, hoteles y restaurantes.	Gran División 6
4	Transporte, almacenamiento y comunicaciones.	Gran División 7
5	Servicios financieros, seguros y bienes inmuebles.	Gran División 8
6	Otros servicios.	Gran División 9
7	Alimentos procesados.	División Industrial I
8	Textiles.	División Industrial II
9	Artículos de madera.	División Industrial III
10	Papel.	División Industrial IV
11	Productos químicos.	División Industrial V
12	Minerales no metálicos.	División Industrial VI
13	Productos metálicos.	División Industrial VII + VIII
14	Otras manufacturas.	División Industrial IX

El consumo privado de la Gran División Construcción es cero, por lo cual queda excluida. Los gastos de habitación, que contienen los Alquileres imputados, están incluidos con los Servicios financieros en la Gran División 8 (Sector 5 de la agregación utilizada).

2.3 Procedimiento de Extrapolación

El procedimiento para extrapolar las series de 1970-82 utilizado por García-Alba (1986) es el siguiente. Se utilizaron las disponibilidades de bienes y servicios en el mercado interno como una variable sucedánea ("proxy"). El supuesto fundamental de este procedimiento es que las variaciones porcentuales de estas disponibilidades reflejan los cambios porcentuales del Consumo Privado de 1960 a 1970.

El método de extrapolación fue el siguiente: con la matriz de Insumo - producto de 1960 se calculó una proporción por sector de la producción interna menos exportaciones. Esta proporción se usó para corregir las series de producción interna por sector del Banco de México y se les agregó la importación de bienes del correspondiente sector. El resultado es una aproximación del valor del Consumo Privado a precios de productor. Puesto que las series del INEGI están contabilizadas a precios de comprador, es necesario valuar la serie antes obtenida a precios de comprador. Para el efecto, se agregó una estimación del margen de comercialización.

Este margen se estimó como un porcentaje de valor agregado por el sector comercial por tipo de mercancía de acuerdo al Censo Industrial. Con esta estimación y las series antes elaboradas se obtuvo una serie de valor agregado por el sector Comercio.

Finalmente se sumaron las estimaciones del Consumo Privado a precios de productor y las estimaciones del margen de comercialización para obtener las series estimadas de Consumo Privado nominal a precios de comprador para 1960-70.

Los índices de precios se construyeron de la siguiente manera: se elaboró una serie de índices de precios por sector de acuerdo a los componentes del Indice de Precios al Consumidor del Banco de Mexico o al deflactor implícito del sector respectivo.

Con el índice así obtenido se deflactaron las series de Consumo Privado nominal para obtenerlas a precios constantes. Las series obtenidas fueron usadas para extrapolar los datos para 1960 y 1975 para lograr consistencia con la información de Insumo-Producto de esos años.

Finalmente, las series obtenidas para 1960-69 fueron utilizadas para extrapolar las series del INEGI de 1970-82. El autor señala que la extrapolación debe tomarse con sumo cuidado. Debido a las inconsistencias entre las diversas fuentes de información sobre el consumo, estas series solo deben considerarse como una aproximación del posible comportamiento del Consumo Privado.

2.4 Agregación de los sectores

El modelo de Rotterdam en precios absolutos establece n(n+1) parámetros. Para efectuar la estimación del modelo con la sectorización inicial de 14 sectores se necesita de una gran cantidad de información estadística con la que no contamos. Por consiguiente, para hacer factible la estimación, se juzgó

CONVENIENTE AGREGAR EN CINCO LOS CATORCE SECTORES CONSIDERADOS AL INICIO, CON EL OBJETO DE REDUCIR EL NÚMERO DE PARÁMETROS A ESTIMAR. EL CUADRO SIGUIENTE MUESTRA LA AGREGACIÓN UTILIZADA. EL CRITERIO SEGUIDO PARA ESTABLECER ESTA TABLA FUE CONSERVAR LA MAYOR HOMOGENEIDAD DE LOS SECTORES POR ORIGEN DEL GASTO.

CUADRO 3.4 AGREGACION A CINCO SECTORES

SECTORES

	CINCO	CATORCE(*)
1	PRIMARIO	1
2	ALIMENTOS MANUFACTURADOS	7
3	MANUFACTURAS TRADICIONALES	8 + 9 + 10
4	MANUFACTURAS MODERNAS	11 + 12 + 13 + 14
5	SERVICIOS	2 + 3 + 4 + 5 + 6

(*) LA NUMERACIÓN DE LOS SECTORES CORRESPONDE A LA DEL CUADRO 3.3

3

ESTIMACION DEL MODELO.

3.1 EL MODELO ESTIMABLE

EL MODELO SELECCIONADO PARA SU ESTIMACIÓN ES EL MODELO DE ROTTERDAM EN PRECIOS ABSOLUTOS. EL OBJETIVO DE ESTE CAPÍTULO ES LA DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO DE ESTIMACIÓN PROPUESTO POR THEIL, 1975, SEC. 5.2, EL CUAL SE ADOPTA EN ESTE TRABAJO.

EL SISTEMA DE N ECUACIONES DEL MODELO EN PRECIOS ABSOLUTOS ES:

$$\tilde{W}_{IT} DQ_{IT} = \mu_I DQ_T + \Sigma_J \pi_{IJ} DP_{JT} + U_{IT} \qquad (63)$$

I=1,2,....N BIENES (SECTORES) T=1,2,....T OBSERVACIONES.

DE ACUERDO A CUALQUIER AGREGACIÓN QUE SE ESTABLEZCA, SE TIENEN N GRUPOS DE BIENES (SECTORES) CON T OBSERVACIONES PARA CADA UNO. LA VARIABLE DEPENDIENTE SON LOS CAMBIOS LOGARÍTMICOS DE LA CANTIDAD, DQ_T; LAS VARIABLES EXPLICATIVAS SON LOS CAMBIOS LOGARÍTMICOS DE LOS PRECIOS, DP_{IT}, Y DEL INGRESO REAL, DQ_T. COMO UNA APROXIMACIÓN DE ESTA ÚLTIMA VARIABLE SE TIENE LA EXPRESIÓN SIGUIENTE:

$$DQ_T = \Sigma_I \tilde{W}_{IT} DQ_{IT} \qquad (64)$$

LOS PARÁMETROS DEL MODELO SON: μ_i, CADA UNA DE LAS N PROPORCIONES DE GASTO MARGINALES Y $[\pi_{ij}]$, LA MATRIZ DE LOS COEFICIENTES DE SLUTSKY. EL TÉRMINO u_{it} ES EL ERROR ESTOCÁSTICO CUYOS SUPUESTOS SON LOS SIGUIENTES:

A) $E[u_{it}] = 0$ PARA TODO I,T

B) $E[u_{is}u_{it}] = 0$ PARA TODO S DIFERENTE DE T. (65)

C) $E[u_{it}u_{jt}] = \Omega_{MXN}$

DONDE Ω ES LA MATRIZ DE VARIANZA-COVARIANZA CONTEMPORÁNEA.

LAS VARIANZAS CONTEMPORÁNEAS TIENEN LAS RESTRICCIONES SIGUIENTES: LA SUMA DE LOS ERRORES ALEATORIOS DE LAS ECUACIONES ES IGUAL A CERO. PARA DEMOSTRAR ESTO, SUMAMOS EL MODELO SOBRE LOS N BIENES PARA TENER:

$$\Sigma_i \tilde{w}_{it} DQ_{it} = \Sigma_i \mu_i DQ_t + \Sigma_i [\Sigma_j \pi_{ij} DP_{jt}] + \Sigma_i u_{it}$$

AL SUSTITUIR LAS RESTRICCIONES DE LOS PARÁMETROS EN LA EXPRESIÓN ANTERIOR, EL RESULTADO ES:

$$0 = \Sigma_i [\Sigma_j \pi_{ij} DP_{jt} + \Sigma_i u_{it}$$

ENTONCES:

$$\Sigma_i u_{it} = 0 \qquad (66)$$

ESTE RESULTADO SIGNIFICA QUE UNA ECUACIÓN DEL SISTEMA ES REDUNDANTE, POR LO CUAL SE PROCEDE A ELIMINARLA.

3.2 ELIMINACIÓN DE UNA ECUACIÓN

THEIL (1975) DEMUESTRA QUE EN EL SISTEMA DE N ECUACIONES DE DEMANDA, UNA PARA CADA BIEN (SECTOR), SE PUEDE ELIMINAR UNA ECUACIÓN, DIGAMOS LA ÚLTIMA.

PARA HACER ESTO, SUMEMOS LAS PRIMERAS N-1 ECUACIONES DEL MODELO (63):

$$\Sigma_{I,N-1} \tilde{W}_{IT} DQ_{IT} = \Sigma_{I,N-1} \mu_I DQ_T + \Sigma_J (\Sigma_{I,N-1} \tau_{IJ}) DP_{JT} + \Sigma_{I,N-1} U_{IJ}$$

RECORDANDO LA ECUACIÓN (64) DE LA SECCIÓN ANTERIOR, LA EXPRESIÓN ANTERIOR ES IGUAL A:

$$DQ_T - \tilde{W}_{NT} DQ_{NT} = (1 - \mu_N) DQ_T + \Sigma_J (\Sigma_{I,N-1} \tau_{IJ}) DP_{JT} - U_{NT} \qquad (67)$$

RESTANDO DQ_T DE AMBOS MIEMBROS DE LA ECUACIÓN ANTERIOR Y MULTIPLICANDO POR (-1), RESULTA LA SIGUIENTE EXPRESIÓN:

$$\tilde{W}_{NT} DQ_{NT} = \mu_N DQ_T + \Sigma_J (-\Sigma_{I,N-1} \tau_{IJ} DP_{JT}) + U_{NT} \qquad (68)$$

USANDO LAS RESTRICCIONES QUE LA TEORÍA DE LA DEMANDA IMPONE (VER SECCIÓN 2.4), THEIL DEMUESTRA QUE LA EXPRESIÓN ANTERIOR ES EQUIVALENTE A LA ENÉSIMA ECUACIÓN. CONCLUYE QUE ESTA ECUACIÓN SE PUEDE DETERMINAR MEDIANTE LA SUMA DE N-1 ECUACIONES, Y POR CONSIGUIENTE, SE PUEDE ELIMINAR DEL SISTEMA.

SI IMPONEMOS LAS RESTRICCIONES ANTES MENCIONADAS AL MODELO DE PRECIOS ABSOLUTOS, RESULTA LA SIGUIENTE ECUACIÓN ESTIMABLE PARA CADA BIEN:

$$\tilde{w}_{it} Dq_{it} = \mu_i DQ_t + \Sigma_{j,n-1}\, \pi_{ij} [Dp_{jt} - Dp_{nt}] + u_{it} \qquad (69)$$

Una característica de la ecuación anterior es que el precio de cada bien aparece deflactado por el precio del bien cuya ecuación se elimina.

Al estimar la ecuación anterior se impone aditividad y homogeneidad a los coeficientes. Solo quedan por introducir la simetría y no negatividad de la matriz $[\pi_{ij}]$ de Slutsky del modelo de Rotterdam.

La simetría implica que el efecto cruzado entre los precios y las demandas de dos bienes es el mismo para los dos. Entonces, los elementos de la matriz de Slutsky deben ser iguales. Esta condición se expresa de la siguiente manera:

$$\pi_{ij} = \pi_{ji} \qquad \text{para todo } i \neq j; \quad i, j = 1, \ldots, n-1 \qquad (70)$$

La no negatividad de la matriz $[\pi_{ij}]$ se cumple si las raíces características son mayores o iguales a cero.

3.3 Estimación no restringida

En la presente sección se discute el método para la estimación del sistema de funciones de demanda sin la restricción de simetría de la matriz de Slutsky del modelo de Rotterdam y en la sección siguiente se discutirá el método cuando se desea estimar la misma matriz con simetría.

El modelo estimable esta dado por (69). De acuerdo a la agregación propuesta se definen cinco bienes (N=5) y se cuenta con 23 observaciones por cada bien (sector); la especificación en primeras diferencias logarítmicas obligá a perder una observación. Entonces, el número de observaciones disponibles es de 22 (T=22).

El modelo, al eliminarse la última ecuación, se puede escribir como un sistema de cuatro ecuaciones con la siguiente notación:

$$Y = X\beta + U \tag{71}$$

donde Y es un vector de variables endógenas de 88x1; X es una matriz diagonal por bloques de 88x20; β es el vector de parámetros de 20x1; finalmente U es un vector de errores aleatorios de 88x1. La matriz X es diagonal por bloques debido a que todas las ecuaciones tienen el mismo conjunto de variables explicativas.

Los supuestos sobre los errores U_{IT} establecidos en (65) significan:

A) Correlación contemporánea de los errores.
B) No autocorrelación serial de los errores.

De acuerdo con los supuestos anteriores, la matriz de varianza-covarianza de los errores del modelo matricial se puede escribir de la siguiente manera:

$$E[uu'] = \Phi = \Omega \otimes I \tag{72}$$

DONDE Ω ES LA MATRIZ DE VARIANZA-COVARIANZA CONTEMPORÁNEA.

EL PROCEDIMIENTO DE ESTIMACIÓN PARA EL MODELO SIN RESTRICIÓN DE SIMETRÍA, DE ACUERDO CON LOS SUPUESTOS A) Y B) ANTERIORES ES EL MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS GENERALIZADOS, MCG. AL UTILIZARLO, EXISTE UNA POSIBLE GANANCIA EN LA EFICIENCIA DE LOS ESTIMADORES RESPECTO DEL USO DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS, MCO. ESTA MAYOR EFICIENCIA SE LOGRA PORQUE MCG CONSIDERA LA CORRELACIÓN DE LOS ERRORES ENTRE LAS ECUACIONES DEL SISTEMA E INCORPORA INFORMACIÓN DE VARIABLES EXPLICATIVAS INCLUIDAS EN EL SISTEMA QUE NO APARECEN EN CADA ECUACIÓN ESPECIFICADA.

SIN EMBARGO, EXISTEN DOS CASOS EN LOS CUALES MCG NO ES UN ESTIMADOR MÁS EFICIENTE QUE MCO. ESTOS CASOS SON:

A) CUANDO LA MATRIZ DE VARIANZA-COVARIANZA CONTEMPORÁNEA ES UNA MATRIZ DIAGONAL.

B) CUANDO LA MATRIZ DE DISEÑO DEL SISTEMA COMPLETO, X, ES UNA MATRIZ DIAGONAL POR BLOQUES; ESTO ES, CUANDO LOS REGRESORES SON LOS MISMOS PARA TODAS LAS ECUACIONES DEL SISTEMA.

EL MODELO DE ROTTERDAM EN PRECIOS ABSOLUTOS SIN RESTRICCIÓN DE SIMETRÍA CUMPLE CON LA CARACTERÍSTICA B) PORQUE TODAS LAS ECUACIONES ESTÁN ESPECIFICADAS CON LAS MISMAS VARIABLES

EXPLICATIVAS. ENTONCES, LA MATRIZ X DEL MODELO (71) SE PUEDE EXPRESAR COMO:

$$X = I \otimes X^{*} \tag{73}$$

DONDE X^{*} ES LA MATRIZ DE DISEÑO PARA CADA ECUACIÓN.

EL ESTIMADOR MCG ES:

$$\beta = [X'(\Omega^{-1} \otimes I)X]^{-1} X'(\Omega^{-1} \otimes I)Y \tag{74}$$

AL SUSTITUIR (73) EN EL ESTIMADOR ANTERIOR, TENEMOS:

$$\beta = [(I \otimes X^{*})'(\Omega^{-1} \otimes I)(I \otimes X^{*})]^{-1}(I \otimes X^{*})'(\Omega^{-1} \otimes I)Y$$

$$= B = (X'X)^{-1} X'Y \tag{75}$$

SIENDO B EL ESTIMADOR MCO APLICADO A CADA ECUACIÓN DEL SISTEMA.

EL MODELO ESTIMABLE PROPUESTO AL INICIO NO CONSIDERA TÉRMINO INDEPENDIENTE. SIN EMBARGO, THEIL (1975) PROPONE SU ESTIMACIÓN Y UNA POSIBLE INTERPRETACIÓN. EN TODO MODELO, EL TÉRMINO INDEPENDIENTE DE CUALQUIER ECUACIÓN ECONOMÉTRICA SE INTERPRETA COMO EL NIVEL QUE TOMA LA VARIABLE EXPLICADA CUANDO TODAS LAS VARIABLES EXPLICATIVAS NO CAMBIAN. EN EL MODELO PRESENTE, LOS TÉRMINOS INDEPENDIENTES SE PUEDEN INTERPRETAR COMO LOS CAMBIOS EN EL COMPONENTE DE CANTIDAD CUANDO NO CAMBIAN LOS COMPONENTES DE INGRESO NI DE PRECIOS. THEIL, 1975, PG. 187, LOS INTERPRETA

COMO "LOS CAMBIOS GRADUALES Y PERSISTENTES EN LAS PREFERENCIAS DE LOS CONSUMIDORES" DEBIDO A QUE NO ESTAN INDUCIDOS POR LOS CAMBIOS EN EL INGRESO NI DE PRECIOS.

SE DECIDIÓ ESTIMAR EL MODELO SIN SIMETRÍA CON MÍNIMOS CUADRADOS GENERALIZADOS ESTIMADOS (MCGE) POR LA FACILIDAD PARA EFECTUAR PRUEBAS SOBRE RESTRICCIONES E IMPONERLAS EN LAS ESTIMACIONES. ESTE MÉTODO TAMBIÉN SE CONOCE COMO SUR DE ZELLNER (VER JUDGE, 1982, PG. 321). EL MÉTODO CONSISTE EN UTILIZAR EL ESTIMADOR SIGUIENTE:

$$\beta = (X'(\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I)X)^{-1} X'(\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I)Y \qquad (76)$$

EL ESTIMADOR SE APLICA EN DOS PASOS. EN EL PRIMERO, SE ESTIMAN LOS PARÁMETROS DE CADA ECUACIÓN POR SEPARADO CON MCO. CON LOS RESIDUOS DE ESTA ESTIMACIÓN SE CALCULA UNA MATRIZ DE COVARIANZA ESTIMADA, $\hat{\Sigma}$. EN EL SEGUNDO PASO, SE INTRODUCE ESTA MATRIZ DE COVARIANZA ESTIMADA EN EL ESTIMADOR MCGE. ESTE MÉTODO ESTÁ PROGRAMADO EN LA INSTRUCCIÓN SUR DEL PAQUETE RATS UTILIZADO.

PARA LLEVAR A CABO LAS PRUEBAS SOBRE LA RESTRICCIÓN DE SIMETRÍA BAJO LOS SIGUIENTES SUPUESTOS:

1) U SE DISTRIBUYE NORMALMENTE.

2) LA HIPÓTESIS NULA H_0: $R\beta = 0$ ES CIERTA.

SE UTILIZA EL SIGUIENTE ESTADÍSTICO DE PRUEBA PROPUESTO POR THEIL, 1971, PG. 341:

$$G = \frac{((MT-K)/J)\ (b'R'(RCR')\ Rb)}{(y-Xb)'(\Omega^{-1} \otimes I)(y-Xb)} \qquad (77)$$

El estimador de MCG (74) y el estadístico de prueba anteriores se usan cuando se conoce la matriz de varianza-covarianza. En el caso de MCGE, esta matriz no se conoce sino que debe estimarse. Entonces, se sustituye C por $\tilde{C}$ en (77):

$$\tilde{G} = \frac{((MT-K)/J)\ (b'R'(R\tilde{C}R')\ Rb)}{(y-Xb)'(\Omega^{-1} \otimes I)(y-Xb)} \qquad (78)$$

donde $\tilde{C} = [X'(\tilde{\Omega}^{-1} \otimes I)X]^{-1} = \tilde{\Omega} \otimes (X^{*\prime}X^{*})$ (79)

La distribución límite de $\tilde{G}$ se aproxima a $(1/J)\ \chi^2$ con J grados de libertad. El número de observaciones es T; el número de ecuaciones del sistema es M y el número de restricciones es J. Por otra parte, F(J, MT - K) converge en distribución a $(1/J)\chi^2$ con J grados de libertad cuando T tiende a infinito. De tal manera que asintóticamente es igual utilizar cualquiera de las dos distribuciones para efectuar la prueba. (ver Judge, 1980, pg. 249). Por otra parte, Theil recomienda utilizar la distribución F con el estadístico $\tilde{G}$. También se puede utilizar como estadístico de prueba la siguiente expresión:

$$(r - R\beta^{*})'(R\tilde{C}R')(r - R\beta^{*}) \qquad (80)$$

donde β^{*} es el estimador MCGER; la distribución límite de este estadístico es Chi-cuadrada con J grados de libertad.

3.4 Estimación con la restricción de Simetría

En esta sección se discute el método de estimación cuando se considera la restricción de simetría de la matriz de Slutsky. El método adecuado para estimar las restricciones de simetría es el de Minimos cuadrados generalizados restringidos (MCGR). Las restricciones se formulan en un sistema que se escribe como:

$$R\beta = 0 \tag{81}$$

donde R es una matriz de ceros y unos acomodados de tal manera que se puedan representar las restricciones con la expresión anterior. El estimador de MCGR sujeto a esta restricción (ver Judge, 1980, pg. 249) es:

$$\beta^{*} = b - CR'(RCR')Rb \tag{82}$$

donde b es el estimador de MCO y C es la siguiente matriz:

$$C = [X'(\Omega^{-1} \otimes I)X]^{-1} = \Omega^{-1} \otimes (X^{*\prime}X^{*}) \tag{83}$$

donde $X = I \otimes X^{*}$ y Ω es la matriz de covarianza contemporánea.

En este caso, es más ineficiente la estimación de los parámetros cuando se utiliza MCO. Las restricciones de simetría impuestas entre las ecuaciones hacen necesario introducir la información de la matriz estimada de varianza-covarianza del método de MCGER.

El estimador programado en el paquete RATS es el MCGER. Este se obtiene sustituyendo C por $\tilde{C}$ en el estimador MCGR. A las estimaciones obtenidas con SUR (ver sección 4.4) se le impusieron las restricciones de simetría. El estadístico de prueba programado en el paquete es el último discutido.

3.5 Cálculo de las elasticidades implícitas

Para calcular las elasticidades implícitas, se dividen los coeficientes estimados entre la proporción de gasto observada. Como esta proporción cambia en el tiempo, se toma la proporción de gasto promedio de cada sector para el período 1960 - 1980 que aparece en el cuadro 14. De acuerdo a lo establecido en la sección 2.5, estos cálculos corresponden a las elasticidades precio cruzadas compensadas (por cambios en el ingreso).

Para calcular las elasticidades precio no compensadas, se utiliza la ecuación de Slutsky, (59). Los resultados se pueden apreciar en los cuadros 15 a 18 del apéndice estadístico.

4

EVALUACION DE RESULTADOS.

Se llevaron a cabo cuatro ejercicios de estimación con el modelo de la ecuación (63), divididos en dos grupos. En el primero, se estimaron dos modelos sin restricción y en el segundo, dos modelos con restriccion de simetría. En cada grupo, un modelo se consideró con término independiente y otro sin constante. En la estimación del primer grupo, sin restricción, se usó el estimador MCGE (SUR de Zellner) y para el grupo con restricción, el estimador MCGER (SUR con restricciones lineales). Ambos están programados en el paquete econométrico RATS (Regression Analysis of Time Series) en su versión grande para microcomputadora.

Los coeficientes de la ecuación eliminada, μ_5 y π_{5J} (J=1,...,5), se calcularon por diferencia usando las restricciones de aditividad y homogeneidad discutidas en la sección 2.2. Esto significa que todas las estimaciones efectuadas cumplen con esas dos restricciones. En estas circunstancias no se pueden probar las hipótesis de homogeneidad. Esto se podría hacer estimando el modelo sin eliminar una ecuación y probando la restricción respectiva. La aditividad no se prueba en ningun caso pues, por una parte, la especificación del modelo la satisface y, por otra, también los datos. Los resultados de las estimaciones se presentan en los cuadros del apéndice estadístico.

EN LOS DOS GRUPOS, LAS ESTIMACIONES CON TÉRMINO INDEPENDIENTE RESULTAN INADECUADAS PORQUE TODOS LOS ESTADÍSTICOS NO SON SIGNIFICATIVOS. NINGUNA DE LAS CONSTANTES ES ESTADÍSTICAMENTE DIFERENTE DE CERO AL 5% DE SIGNIFICACIÓN. ESTE RESULTADO FAVORECE LA ELECCIÓN DE LOS MODELOS SIN CONSTANTE.

EL TÉRMINO INDPENDIENTE SE INTERPRETA COMO EL CAMBIO ANUAL EN LA PROPORCIÓN DE GASTO, $\tilde{w}_i$, CUANDO LOS PRECIOS Y EL INGRESO NO CAMBIAN. ESTA INTERPRETACIÓN DE LOS COEFICIENTES REQUIERE QUE SUS SIGNOS ESTIMADOS SEAN POSITIVOS, COMO LO SUGIEREN LAS PROPORCIONES MEDIAS MUESTRALES, $\tilde{w}_i$. LOS SIGNOS ESTIMADOS DE TODOS LOS TÉRMINOS INDEPENDIENTES SON NEGATIVOS, EXCEPTO CUANDO TOMAN VALORES POSITIVOS MUY CERCANOS A CERO. ESTE RESULTADO TORNA MEJORES LAS ESTIMACIONES SIN CONSTANTE.

LOS ESTADÍSTICOS T DE TODOS LOS COEFICIENTES μ_i (PROPORCIONES DE GASTO MARGINALES) ESTIMADOS SON SIGNIFICATIVOS INCLUSO AL 1% DE SIGNIFICACIÓN. SI TOMÁRAMOS ESTE CRITERIO COMO ÚNICO, NO SERÍA POSIBLE DISCERNIR ENTRE LOS MODELOS CON Y SIN CONSTANTE. SIN EMBARGO, LOS ERRORES ESTÁNDAR DE TODOS LOS COEFICIENTES μ_i SON MAYORES EN LOS MODELOS CON CONSTANTE. TAMBIÉN ESTE CRITERIO FAVORECE LA ELECCIÓN DE LOS MODELOS SIN TÉRMINO INDEPENDIENTE.

LOS COEFICIENTES τ_{ij} - LOS COEFICIENTES DE SLUTSKY CONSTITYEN EL RESULTADO MÁS DELICADO DE LA ESTIMACIÓN. COMO SE PUEDE APRECIAR EN EL CUADRO RESPECTIVO, EN LA ESTIMACIÓN NO RESTRINGIDA CON TÉRMINO INDEPENDIENTE, DE DIECISEIS

COEFICIENTES, SÓLO CUATRO SON SIGNIFICATIVOS (DIFERENTES DE CERO); EN EL MODELO NO RESTRINGIDO SIN CONSTANTE, SÓLO DOS LO SON. ESTE RESULTADO PODRÍA FAVORECER LA HIPÓTESIS DE SIMETRÍA, PUES EN EL GRUPO CON RESTRICCIÓN, LOS MODELOS CON Y SIN CONSTANTE TIENEN SEIS COEFICIENTES π_{ij} SIGNIFICATIVOS.

ESTE RESULTADO ES SIMILAR QUE EL REPORTADO EN DEATON Y MUELLBAUER, 1980, PG.71, CUADRO 3.3. EN ESE TRABAJO LOS COEFICIENTES π_{ij} CON SIMETRÍA QUE SON IGUALES AL DOBLE O MÁS DE SUS RESPECTIVOS ERRORES ESTÁNDAR SON SÓLO 15 DE 81 COEFICIENTES ESTIMADOS.

OTRO CRITERIO QUE FAVORECE LA SIMETRÍA SON LAS PRUEBAS DE HIPÓTESIS SOBRE LAS RESTRICCIONES DE SIMETRÍA IMPUESTAS AL MODELO ESTIMADO SIN SIMETRÍA. LOS ESTADÍSTICOS DE PRUEBA CALCULADOS DE ACUERDO A LA ECUACIÓN (81) DE LA SECCIÓN 4.4 TOMAN LOS VALORES SIGUIENTES:

CUADRO 4.1 ESTADISTICOS DE LA PRUEBA DE SIMETRIA.

MODELO	JI-CUADRADA (6 GL)	SIGNIFICACION
CON CONSTANTE	10.348	0.11
SIN CONSTANTE	7.598	0.269

LA HIPÓTESIS NULA DE QUE LAS RESTRICCIONES SON CIERTAS SE ACEPTA CON 0.10 DE SIGNIFICACIÓN. EL VALOR CRÍTICO PARA 6 GRADOS DE LIBERTAD ES 10.645. LOS NIVELES DE SIGNIFICACIÓN REPORTADOS EN EL CUADRO CORRESPONDEN A LA PROBABILIDAD DE LOS VALORES DE LOS ESTADÍSTICOS SI ESTOS FUERAN LOS VALORES CRÍTICOS PARA LA PRUEBA.

UN SEGUNDO PROBLEMA CON ESTOS COEFICIENTES ES LA NO SIMETRÍA DE LA MATRIZ DE SLUTSKY. SIN IMPONER ESTA RESTRICCIÓN EN LA ESTIMACIÓN, LOS COEFICIENTES NO LA CUMPLEN, CONTRADICIENDO LA TEORÍA DE LA DEMANDA. ESTO NOS INCLINA A PENSAR QUE LA HIPÓTESIS DE SIMETRÍA ES UNA MEJOR HIPÓTESIS.

LA CONDICIÓN DE NEGATIVIDAD DE LA MATRIZ DE SLUTSKY NO SE CUMPLE EN UN SENTIDO ESTRICTO. COMO SE PUEDE APRECIAR EN LOS CUADROS 12 Y 13, LAS RAÍCES CARACTERÍSTICAS NO SON TODAS NEGATIVAS O CERO. SIN EMBARGO, LA MATRIZ ES CASI NEGATIVA SEMIDEFINIDA PUES LAS RAÍCES QUE RESULTAN POSITIVAS SON MUY CERCANAS A CERO.

EL COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN ES UN INDICADOR DE LA BONDAD DE AJUSTE DEL MODELO A LA MUESTRA. EN EL CASO DE UN MODELO ESPECIFICADO CON TÉRMINO INDEPENDIENTE, LOS LÍMITES DEL COEFICIENTE R^2 SON CERO Y UNO. ESTO PERMITE INTERPRETARLO COMO EL GRADO DE EXPLICACIÓN DE LOS CAMBIOS DE LA VARIABLE DEPENDIENTE POR CAMBIOS EN EL MODELO ESTIMADO. SIN EMBARGO, EN UN MODELO ESPECIFICADO SIN TÉRMINO INDEPENDIENTE, LA MISMA INTERPRETACIÓN NO ES POSIBLE PUES EN ESTE CASO LA SUMA DE CUADRADOS TOTALES NO SIEMPRE ES IGUAL A LA SUMA DE CUADRADOS EXPLICADOS MÁS LA SUMA DE CUADRADOS RESIDUALES.

EN ESTE CASO, JUDGE, 1980, PG. 253, RECOMIENDA UN COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN CONSTRUIDO CON LAS VARIACIONES DE LA VARIABLE EXPLICADA Y DEL MODELO EXPRESADAS COMO DESVIACIONES ALREDEDOR DEL ORIGEN, EN LUGAR DE USAR LAS VARIACIONES EXPRESADAS COMO DESVIACIONES ALREDEDOR DE LA MEDIA.

EL USO DEL CRITERIO DEL COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN PRESENTA EN ESTA OCASIÓN DOS PROBLEMAS: LA IMPOSIBILIDAD DE COMPARAR MODELOS PARA BUSCAR EL MEJOR AJUSTE Y LOS VALORES RELATIVAMENTE BAJOS DE LOS COEFICIENTES DE DETERMINACIÓN DE TODOS LOS MODELOS ESTIMADOS. ESTOS NO SON ALTOS EXCEPTO PARA LAS MANUFACTURAS MODERNAS (SECTOR 4). ESTO SE PUEDE DEBER A DOS CAUSAS: MALA ESPECIFICACIÓN DE LA FORMA MATEMÁTICA DEL MODELO O MALA ESPECIFICACIÓN DE LAS VARIABLES EXPLICATIVAS.

CONCLUSIONES

EN ESTE TRABAJO SE HA PLANTEADO, PARA SU ESTIMACIÓN, LA VERSIÓN EN PRECIOS ABSOLUTOS DEL MODELO DE ROTTERDAM. EN UNA PRIMERA PARTE, LA ESTIMACIÓN REALIZADA IMPONE LAS RESTRICCIONES DE ADITIVIDAD Y HOMOGENEIDAD SIN CONSIDERAR LA SIMETRÍA DE LA MATRIZ DE SLUTSKY. EN ESTA, EL OBJETIVO CONSISTE EN INVESTIGAR SI LOS PARÁMETROS ESTIMADOS CUMPLEN CON LA SIMETRÍA. EN UNA SEGUNDA PARTE, SE IMPONE ESTA RESTRICCIÓN PARA OBTENER ESTIMACIONES SIGNIFICATIVAS DE LOS COEFICIENTES DE SLUTSKY DEL MODELO DE ROTTERDAM.

EN LOS CUADROS 7 - 11 SE PRESENTAN LAS ESTIMACIONES DE LOS COEFICIENTES μ_{I} Y τ_{IJ} DE ESTA VERSIÓN Y EN LOS CUADROS 15 Y 16, LOS CÁLCULOS DE LAS ELASTICIDADES COMPENSADAS CORRESPONDIENTES.

DE ACUERDO A LOS RESULTADOS DE LA SECCIÓN ANTERIOR, LA MEJOR ESTIMACIÓN CORRESPONDE AL MODELO CON SIMETRÍA SIN TÉRMINO INDEPENDIENTE. POR ESTA RAZÓN, LA INTERPRETACIÓN ECONÓMICA DE LOS RESULTADOS SE EFECTÚA CON LA ESTIMACIÓN CON SIMETRÍA Y SIN TÉRMINO INDEPENDIENTE.

LA INTERPRETACIÓN ECONÓMICA DE LAS ELASTICIDADES-INGRESO PERMITE CLASIFICAR A LOS BIENES (SECTORES) EN LUJOSOS, SI LA ELASTICIDAD-INGRESO TOTAL ES MAYOR DE UNO, Y EN NECESARIOS, SI ES MENOR A LA UNIDAD. DE ACUERDO A ESTA CLASIFICACIÓN, LOS BIENES DEL SECTOR PRIMARIO, DE ALIMENTOS MANUFACTURADOS Y

SERVICIOS SON NECESARIOS, MIENTRAS QUE LAS MANUFACTURAS - TRADICIONALES Y MODERNAS - SON LUJOS, PUES SU ELASTICIDAD-INGRESO ES MAYOR QUE LA UNIDAD.

LOS COEFICIENTES τ_{IJ} Y LAS ELASTICIDADES PRECIO, E_{IJ} PERMITEN CONCLUIR LA RELACIÓN DE COMPLEMENTARIEDAD O SUSTITUBILIDAD ENTRE DOS BIENES. DOS BIENES SON COMPLEMENTARIOS SI SU ELASTICIDAD CRUZADA COMPENSADA ES NEGATIVA Y SON SUSTITUTOS, SI ES POSITIVA. EN EL CUADRO 16, LOS SECTORES PRIMARIO Y DE ALIMENTOS INDUSTRIALIZADOS SON SUSTITUTOS; LOS SECTORES DE MANUFACTURAS TRADICIONALES Y MODERNAS TAMBIÉN SON SUSTITUTOS. EN GENERAL, EL SECTOR PRIMARIO ES SUSTITUTO DE LAS MANUFACTURAS. ES INTERESANTE NOTAR QUE LOS SERVICIOS (SECTOR 5) ES COMPLEMENTARIO A TODOS LOS DEMÁS EXCEPTO AL SECTOR DE MANUFACTURAS TRADICIONALES.

SE PODRÍA CONTINUAR ESPECULANDO SOBRE LA RACIONALIDAD DE LOS COEFICIENTES ESTIMADOS, PERO SE COMPARTE LA OPINIÓN AL RESPECTO DE DEATON Y MUELBAUER, 1980, PG.72: "ES TENTADOR TRATAR DE EXPLICAR LOS PATRONES DE SUSTITUBILIDAD Y COMPLEMENTARIEDAD REVELADOS POR EL CUADRO [DE ELASTICIDADES] EN TÉRMINOS DE RELACIONES ENTRE BIENES, PERO LA EXPERIENCIA SUGIERE QUE ESTO NO ES PARTICULARMENTE ÚTIL; ES MUY FÁCIL JUSTIFICAR EX-POST CASI CUALQUIER RESULTADO".

DE ACUERDO A LOS RESULTADOS DISCUTIDOS, SERÍA MUY INTERESANTE PROCEDER, EN TRABAJOS POSTERIORES, A LA ESTIMACIÓN DE FORMAS ALTERNATIVAS CON LA MISMA INFORMACIÓN ESTADÍSTICA.

ESTIMACION DE UN MODELO DE DEMANDA: EL CASO DE MÉXICO.

APÉNDICE ESTADÍSTICO.

MÉXICO D.F., 15 DE ENERO DE 1987.

VERSIÓN REVISADA: MAYO DE 1987.

APENDICE ESTADISTICO.

CUADRO 1 PARAMETROS ESTIMADOS SIN SIMETRIA, ERRORES ESTANDAR Y ESTADISTICOS τ.

ESTIMACIÓN CON TÉRMINO CONSTANTE.

	CONST.	μ_1	τ_{11}	τ_{12}	τ_{13}	τ_{14}
SECTOR 1	-0.001943	0.153195	-0.070829	0.081718	-0.013986	-0.007210
EE	0.001382	0.038237	0.028621	0.021781	0.028501	0.015267
T	-1.406	4.006	-2.475	3.752	-0.491	-0.472
SECTOR 2	-0.000143	0.280417	0.005353	-0.023494	-0.001870	0.028793
EE	0.001630	0.048595	0.036374	0.027681	0.036221	0.019403
T	-0.088	5.770	0.147	-0.849	-0.052	1.484
SECTOR 3	-0.002766	0.262603	0.005209	-0.003431	-0.057029	0.030199
EE	0.001583	0.047212	0.035339	0.026893	0.035190	0.018851
T	-1.747	5.562	0.147	-0.128	-1.621	1.602
SECTOR 4	0.000572	0.226479	0.039335	-0.012775	0.048737	-0.062182
EE	0.001173	0.034988	0.026189	0.019930	0.026079	0.013970
T	0.488	6.473	1.502	-0.641	1.869	-4.451

CUADRO 2 PARAMETROS ESTIMADOS SIN SIMETRIA, ERRORES ESTANDAR Y ESTADISTICOS τ.

ESTIMACIÓN SIN TÉRMINO CONSTANTE.

	μ_1	τ_{11}	τ_{12}	τ_{13}	τ_{14}
SECTOR 1	0.1066814	-0.065131	0.079582	-0.005020	-0.004175
EE	0.023957	0.029817	0.022842	0.029298	0.015906
T	4.453	-2.184	3.484	-0.171	-0.262
SECTOR 2	0.276994	0.005773	-0.023652	-0.001211	0.029016
EE	0.028978	0.036066	0.027628	0.035438	0.019239
T	9.559	0.160	-0.856	-0.034	1.508
SECTOR 3	0.196374	0.013322	-0.006472	-0.044262	0.034521
EE	0.030038	0.037384	0.028638	0.036734	0.019942
T	6.538	0.356	-0.226	-1.205	1.731
SECTOR 4	0.240176	0.037657	-0.012146	0.046097	-0.063076
EE	0.020972	0.026102	0.019995	0.025648	0.013924
T	11.452	1.443	-0.607	1.797	-4.53

CUADRO 3 **COEFICIENTES DE DETERMINACION Y ESTADISTICOS DURBIN-WATSON.**

ESTIMACIÓN SIN SIMETRÍA

SECTOR	CON TÉRMINO CONSTANTE R**2	R BARRA	D-W	SIN TÉRMINO CONSTANTE R**2	R BAR	D-W
SECTOR 1	0.5411	0.3976	2.12	0.4932	0.3739	1.98
SECTOR 2	0.6586	0.5519	1.23	0.6585	0.5781	1.98
SECTOR 3	0.6104	0.4886	2.55	0.5563	0.4519	2.23
SECTOR 4	0.8136	0.7553	8.0	0.8116	0.7673	2.95

CUADRO 4 **PROPORCIONES MARGINALES DE GASTO.**

ESTIMACIÓN SIN SIMETRÍA.

SECTOR i	CONSTANTE CON μ_i	CONSTANTE SIN μ_i
SECTOR 1	0.1531950	0.1066814
SECTOR 2	0.2804165	0.2769941
SECTOR 3	0.2626029	0.1963739
SECTOR 4	0.2264790	0.2401758
SECTOR 5	0.0773066	0.1797748
SUMA	1.000	1.000

CUADRO 5 **LA MATRIZ DE SLUTSKY ESTIMADA CON CONSTANTE.**

ESTIMACIÓN SIN SIMETRÍA.

SECTOR	τ_{i1}	τ_{i2}	τ_{i3}	τ_{i4}	τ_{i5}	SUMA
SECTOR 1	-0.070829	0.081718	-0.013986	-0.007210	0.010307	0.00
SECTOR 2	0.005353	-0.023494	-0.001870	0.028793	-0.008782	0.00
SECTOR 3	0.005209	-0.003431	-0.057029	0.030199	0.025052	0.00
SECTOR 4	0.039335	-0.012775	0.048737	-0.062182	-0.013115	0.00
SECTOR 5	0.020932	-0.042018	0.024148	0.010400	-0.013462	0.00
SUMA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	

CUADRO 6 LA MATRIZ DE SLUTSKY ESTIMADA SIN CONSTANTE.

ESTIMACIÓN SIN SIMETRÍA.

SECTOR	τ_{i1}	τ_{i2}	τ_{i3}	τ_{i4}	τ_{i5}	SUMA
SECTOR 1	-0.065131	0.079582	-0.005020	-0.004175	-0.005256	0.00
SECTOR 2	0.005773	-0.023652	-0.001211	0.029016	-0.009926	0.00
SECTOR 3	0.013322	-0.006472	-0.044262	0.034521	0.002891	0.00
SECTOR 4	0.037657	-0.012146	0.046097	-0.063076	-0.008532	0.00
SECTOR 5	0.008379	-0.037312	0.004396	0.003714	0.020823	0.00
SUMA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	

CUADRO 7 COEFICIENTES ESTIMADOS CON SIMETRIA, ERRORES ESTANDAR Y ESTADISTICOS T.

ESTIMACIÓN CON TÉRMINO CONSTANTE.

SECTOR	CONST.	μ_i	τ_{i1}	τ_{i2}	τ_{i3}	τ_{i4}
SECTOR 1	0.001688	0.147012	-0.082398	0.059919	0.000264	0.015259
EE	0.001225	0.037919	0.026603	0.019802	0.020348	0.012337
T	-1.378	3.877	-3.097	3.026	0.013	1.237
SECTOR 2	0.000536	0.264800	0.059919	-0.027843	-0.015358	0.008604
EE	0.001495	0.047658	0.019802	0.025474	0.018872	0.012851
T	0.359	5.556	3.026	-1.093	-0.814	0.670
SECTOR 3	-0.002550	0.258065	0.000264	-0.015358	-0.047851	0.042675
EE	0.001467	0.046316	0.020348	0.018872	0.026974	0.014405
T	-1.739	5.572	0.013	-0.814	-1.774	2.963
SECTOR 4	-0.000134	0.242550	0.015259	0.008904	0.042675	-0.069300
EE	0.001077	0.033963	0.012337	0.012851	0.014405	0.012624
T	-0.125	7.142	1.237	0.693	2.963	-5.490

CUADRO 8 COEFICIENTES ESTIMADOS CON SIMETRIA, ERRORES ESTANDAR Y ESTADISTICOS T.

ESTIMACIÓN SIN CONSTANTE.

SECTOR	μ_i	π_{i1}	π_{i2}	π_{i3}	π_{i4}
SECTOR 1	0.105902	-0.075807	0.056239	0.008316	0.017468
EE	0.022911	0.026128	0.019711	0.021071	0.012414
T	4.622	-2.901	2.853	0.395	1.407
SECTOR 2	0.276039	0.056239	-0.028492	-0.0219576	0.008563
EE	0.027948	0.019711	0.025435	0.019565	0.012829
T	9.877	2.853	-1.120	-1.122	0.667
SECTOR 3	0.195717	0.008316	-0.021958	-0.036541	0.047783
EE	0.028504	0.021071	0.019565	0.028698	0.014941
T	6.866	0.395	-1.122	-1.273	3.198
SECTOR 4	0.241379	0.017168	0.008563	0.047783	-0.068204
EE	0.020053	0.012414	0.012829	0.014941	0.012623
T	12.037	1.383	0.667	3.198	-5.403

CUADRO 9 PROPORCIONES DE GASTO.

ESTIMACIÓN CON SIMETRÍA.

	CONSTANTE	
	CON	SIN
SECTOR	μ_i	μ_i
SECTOR 1	0.147012	0.105902
SECTOR 2	0.264800	0.276039
SECTOR 3	0.258065	0.195717
SECTOR 4	0.242550	0.241379
SECTOR 5	0.087573	0.180963
SUMA	1.00	1.00

CUADRO 10 **MATRIZ DE SLUTSKY ESTIMADA CON CONSTANTE.**
ESTIMACIÓN CON SIMETRÍA.

	τ_{i1}	τ_{i2}	τ_{i3}	τ_{i4}	τ_{i5}	SUMA
SECTOR 1	-0.082398	0.059919	0.000264	0.015259	0.006956	0.00
SECTOR 2	0.059190	-0.027843	-0.015358	0.008604	-0.024593	0.00
SECTOR 3	0.000264	-0.015358	-0.047851	0.042675	0.020270	0.00
SECTOR 4	0.015259	0.008604	0.042675	-0.0693	0.002762	0.00
SECTOR 5	0.007685	-0.025322	0.020270	0.002762	-0.005395	0.00
SUMA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

CUADRO 11 **MATRIZ DE SLUTSKY ESTIMADA SIN CONSTANTE.**
ESTIMACIÓN CON SIMETRÍA.

	τ_{i1}	τ_{i2}	τ_{i3}	τ_{i4}	τ_{i5}	SUMA
SECTOR 1	-0.075807	0.056239	0.008316	0.017468	-0.006216	0.00
SECTOR 2	0.056239	-0.028492	-0.021958	0.008563	-0.014352	0.00
SECTOR 3	0.008316	-0.021958	-0.036541	0.047783	0.002400	0.00
SECTOR 4	0.017468	0.008563	0.047783	-0.068205	-0.005609	0.00
SECTOR 5	-0.006216	-0.014352	0.002400	-0.005609	0.023777	0.00
SUMA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	

CUADRO 12 **RAICES CARACTERISTICAS DE LA MATRIZ DE SLUTSKY.**
ESTIMADA CON RESTRICCIÓN DE SIMETRÍA.

	CONSTANTE	
SECTOR	CON	SIN
SECTOR 1	0.029174	0.035545
SECTOR 2	-0.000264	0.003155
SECTOR 3	-0.030782	0.000000
SECTOR 4	-0.106246	-0.105981
SECTOR 5	-0.124785	-0.117987

CUADRO 13 RAICES CARACTERISTICAS DE LA MATRIZ DE SLUTSKY.
ESTIMADA SIN RESTRICCIÓN DE SIMETRÍA.

SECTOR	CONSTANTE CON	CONSTANTE SIN
SECTOR 1	0.044356	0.046196
SECTOR 2	-0.013968	-0.059066
SECTOR 3	-0.057744	-0.041548
SECTOR 4	-0.072068	-0.071904
SECTOR 5	-0.127571	-11.395267

CUADRO 14 PROPORCIONES DE GASTO MEDIAS.
PROMEDIOS 1960 - 1982.

SECTOR	w_i
SECTOR 1	0.1176078
SECTOR 2	0.2936164
SECTOR 3	0.1342931
SECTOR 4	0.1386484
SECTOR 5	0.3158343

CUADRO 15 ELASTICIDADES IMPLICITAS EN LAS ESTIMACIONES CON SIMETRIA.
ESTIMACIONES CON CONSTANTE.

		PRECIO COMPENSADAS				
SECTOR	INGRESO	SECTOR 1	SECTOR 2	SECTOR 3	SECTOR 4	SECTOR 5
SECTOR 1	1.25	-0.70	0.51	0.00224	0.13	0.06
SECTOR 2	0.902	0.20	-0.09	-0.05	0.03	-0.09
SECTOR 3	1.922	0.00197	-0.11	-0.36	0.32	0.15
SECTOR 4	1.749	0.11	.06	0.31	-0.50	0.02
SECTOR 5	0.277	0.02	-0.08	0.06	0.01	-0.01

CUADRO 16 ELASTICIDADES IMPLICITAS EN LAS ESTIMACIONES CON SIMETRIA.
ESTIMACIONES SIN CONSTANTE.

		PRECIO COMPENSADAS				
SECTOR	INGRESO	SECTOR 1	SECTOR 2	SECTOR 3	SECTOR 4	SECTOR 5
SECTOR 1	0.900	-0.64	0.48	0.07	0.15	-0.05
SECTOR 2	0.940	0.19	-0.10	-0.07	0.03	-0.05
SECTOR 3	1.457	0.06	-0.16	-0.27	0.36	0.02
SECTOR 4	1.741	0.13	0.06	0.34	-0.49	-0.04
SECTOR 5	0.573	-0.02	-0.05	0.01	-0.02	0.18

CUADRO 17 ELASTICIDADES PRECIO NO COMPENSADAS.
ESTIMACIÓN RESTRINGIDA CON CONSTANTE.

		PRECIO NO COMPENSADAS			
SECTOR	INGRESO	SECTOR 1	SECTOR 2	SECTOR 3	SECTOR 4
SECTOR 1	-0.847	0.143	-0.166	-0.043	-0.335
SECTOR 2	0.094	-0.355	-0.171	-0.095	-0.375
SECTOR 3	-0.224	-0.674	-0.618	0.054	-0.457
SECTOR 4	-0.096	-0.454	-0.075	-0.743	-0.533
SECTOR 5	-0.013	-0.161	0.023	-0.028	-0.098

CUADRO 18 ELASTICIDADES PRECIO NO COMPENSADAS.
ESTIMACIÓN RESTRINGIDA SIN CONSTANTE.

		PRECIO NO COMPENSADAS			
SECTOR	INGRESO	SECTOR 1	SECTOR 2	SECTOR 3	SECTOR 4
SECTOR 1	-0.746	0.216	-0.051	0.025	-0.334
SECTOR 2	0.079	-0.376	-0.196	-0.1	-0.347
SECTOR 3	-0.111	-0.588	-0.466	0.158	-0.44
SECTOR 4	-0.075	-0.451	0.106	-0.731	-0.59
SECTOR 5	-0.087	-0.218	-0.067	-0.099	-0.261

BIBLIOGRAFIA.

BROWN, ALAN Y DEATON, ANGUS (1975): "MODELS OF CONSUMER BEHAVIOUR", EN THE ROYAL ECONOMIC SOCIETY & THE SOCIAL SCIENCE RESEARCH COUNCIL: SURVEYS OF APPLIED ECONOMICS, MACMILLAN. VOL II, PGS 177-268.

DEATON, ANGUS Y MUELLBAUER, JOHN(1980): ECONOMICS AND CONSUMER BEHAVIOUR. CAMBRIDGE, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS.

DEATON, ANGUS Y MUELLBAUER, JOHN (1980): "AN ALMOST IDEAL DEMAND SYSTEM", THE AMERICAN ECONOMIC REVIEW, 70.3 JUNIO 1980, PGS. 312-326.

GARCIA-ALBA, PASCUAL (1986) "ESPECIFICACIÓN Y ESTIMACIÓN DE UN SISTEMA DE DEMANDA Y SU APLICACIÓN A MÉXICO", ESTUDIOS ECONOMICOS, VOL. I, NO. 2, JUL-DIC 1986.

HOUTHAKKER, H.S (1960): "ADDITIVE PREFERENCES", ECONOMETRICA, 28, PP. 244-257.

JUDGE, GEORGE ET. AL. (1980): THE THEORY AND PRACTICE OF ECONOMETRICS. NEW YORK, WILEY.

JUDGE, GEORGE ET. AL. (1982): INTRODUCTION TO THE THEORY AND PRACTICE OF ECONOMETRICS. NEW YORK, WILEY.

PHLIPS, LOUIS (1974): APPLIED CONSUMPTION ANALYSIS. AMSTERDAM, NORTH HOLLAND/AMERICAN ELSEVIER.

ROBERTS, BLAINE Y SCHULZE, DAVID L.(1973): MODERN MATHEMATICS AND ECONOMIC ANALYSIS. W.W.NORTON & CO., NEW YORK.

THEIL, HENRI (1971): PRINCIPLES OF ECONOMETRICS. NEW YORK, WILEY.

THEIL, HENRI (1975): THEORY AND MEASUREMENT OF CONSUMER DEMAND. AMSTERDAM, NORTH-HOLLAND, VOL. I.

THEIL, HENRI (1978): INTRODUCTION TO ECONOMETRICS. ENGLEWOOD CLIFFS, N.J. PRENTICE-HALL.