EL COLEGIO DE MÉXICO
CENTRO DE ESTUDIOS ECONÓMICOS

MAESTRÍA EN ECONOMÍA

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN ECONOMÍA

DIFUSIÓN Y SALTOS EN UN MODELO DE EQUILIBRIO GENERAL

VIVIANA VÉLEZ GRAJALES

PROMOCIÓN 1998-2000

ASESOR:

DR. FRANCISCO VENEGAS MARTÍNEZ

MAYO DE 2002

Agradecimientos

Agradezco al Colegio de México y a mis Profesores la oportunidad de estudiar en esta reconocida Institución. Asimismo, agradezco a Carlos Urzúa, Graciela Márquez, Gerardo Esquivel, Carlos Roces y Jaime Sempere el interés personal que tienen por todos sus alumnos. A Francisco Venegas le agradezco el dirigirme esta tesis y el motivarme a aprender más sobre Economía Matemática y Finanzas.

Quiero agradecer al Conacyt el apoyo económico durante estos dos últimos años para estudiar la Maestría en Economía. A mis compañeros les agradezco su amistad, lo que hizo divertida la maestría. Finalmente, agradezco profundamente a Leonardo, a mis Padres, Roberto y Lupita, y a mis hermanos, Roberto, Agustín, Eduardo y Lupita, todo el cariño, la confianza y el amor, lo que me alienta a superarme profesionalmente todos los días.

Resumen

por
Viviana Vélez Grajales
El Colegio de México
Mayo de 2002

Asesor: Dr. Francisco Venegas Martínez

El objetivo de este trabajo es desarrollar un modelo estocástico de equilibrio general con un sector financiero. El nivel general de precios es conducido por un proceso de difusión con saltos. Específicamente, la tasa de inflación esperada es modelada con un movimiento Browniano geométrico y los movimientos extremos e inesperados en el nivel general de precios son modelados con un proceso de Poisson. En el equilibrio se determinan endógenamente la tasa de inflación y los rendimientos de los activos disponibles en la economía.

INDICE

Capítulo 1
Introducción

En este trabajo se desarrolla un modelo macroeconómico estocástico del tipo Ramsey con un sector financiero. El nivel general de precios, el cual se determina en forma endógena, evoluciona de acuerdo a un proceso Markoviano de difusión combinado con saltos de Poisson. Específicamente, el movimiento Browniano geométrico modela la tasa de inflación esperada y el proceso de Poisson modela los movimientos atípicos en el nivel general de precios. Nuestro modelo incorpora la exposición a distintos riesgos financieros en la toma de decisiones de los agentes y considera de manera específica el efecto de la incertidumbre fiscal y monetaria sobre el equilibrio. En nuestro modelo, el equilibrio macroeconómico depende de los parámetros de los procesos estocásticos exógenos que guían la dinámica de las variables de política. En este equilibrio, es posible evaluar el impacto de la incertidumbre sobre el comportamiento de la economía. Por último, se determinan la tasa de interés y la tasa de expansión monetaria, congruentes con la maximización del bienestar económico de los agentes.

En la literatura financiera, el supuesto de que los datos siguen una distribución lognormal, o que las tasas de crecimiento siguen una distribución normal, es muy común. En particular, es usual suponer que las variables financieras siguen un movimiento Browniano geométrico. Sin embargo, existe evidencia empírica contundente (véase, por ejemplo, Venegas-Martínez 2000a) de que la mayoría de las variables financieras no se comportan de acuerdo a una distribución lognormal. Una de las características que distingue a las variables financieras es que ocasionalmente se presentan movimientos inesperados (auges o caídas). Estos movimientos ocurren con más frecuencia de lo que se esperaría en una distribución lognormal, incluso si se supone una volatilidad razonablemente moderada. Este hecho es sumamente importante para la teoría y la investigación empírica y no es simplemente una sofisticación más en el desarrollo de modelos de equilibrio general. El modelo propuesto toma en cuenta y evalúa el desempeño de la economía como un todo cuando dichos cambios extremos y repentinos se presentan.

En el análisis de datos, cuando se compara una distribución estandarizada empírica de una variable financiera con una distribución normal estándar, es común observar que la cresta de la distribución empírica es más alta que la de una distribución normal estandar. Dado que ambas distribuciones tienen la misma desviación estándar, es decir, los mismos puntos de inflexión, entonces las colas de la distribución empírica tienen que ser necesariamente más anchas para compensar el área de la cresta, que en ambos casos deben ser igual a uno. Esta diferencia es típica en muchas variables financieras, incluso en la tasa de inflación y en la tasa de crecimiento del dinero. En general, se observa que la distribución empírica diverge notablemente de la distribución normal. Una cresta que es mucho más alta implica que existe una mayor probabilidad, de lo que se esperaría en la distribución normal, de que se presenten movimientos pequeños en la variable de interés. Además, debido a las colas gordas (o pesadas) de la distribución empírica, existe una mayor probabilidad de que valores extremos ocurran en comparación con la distribución normal. La mezcla de procesos de difusión con procesos de saltos proporcionan una alternativa para el modelado de colas gordas, además de que proporcionan un ambiente más rico para racionalizar dinámicas de precios que no pueden generarse con modelos que únicamente consideran movimientos Brownianos. Existe una tendencia creciente en la literatura económica que emplea la maximización de utilidad esperada con restricciones que incluyen procesos de difusión con saltos para estudiar condiciones de equilibrio. Algunos ejemplos se encuentran en Venegas-Martínez (2001) y (2000), Svensson (1992), y Penati y Pennacchi (1989).

En los últimos años, la economía mundial ha experimentado una serie de cambios y transformaciones profundas que han impactado tanto la forma de llevar a cabo el análisis económico, como el diseño de la política económica. Estos cambios han abierto nuevos paradigmas que resaltan la exposición de la política económica a diferentes tipos de riesgos. Estos paradigmas, en general, han abierto otros horizontes a la teoría económica y, consecuentemente, al empleo de herramientas más sofisticadas que permitan una mayor comprensión de los fenómenos de naturaleza estocástica. En el campo del análisis económico, uno de los cambios actuales más importantes es la superación del marco determinista; no sólo como resultado del riesgo inherente a la mayoría de los activos financieros, sino como respuesta más completa a los procesos de decisión de los agentes económicos. La adecuada y oportuna administración de riesgos reduce la varianza de las variables de política, lo que permite crear dispositivos congruentes, eficaces y creíbles que minimicen el impacto esperado de los shocks exógenos. Por otro lado, la discusión permanente sobre la estrategia de política económica, así como los instrumentos y mecanismos para desarrollarla, se han ubicado en un marco de referencia más amplio en donde se incorporan factores estocásticos. En este sentido, los instrumentos de política monetaria (tasa de expansión monetaria y tasa de interés) junto con los instrumentos de política fiscal (gasto público e impuestos) se pueden combinar para reducir la exposición a los distintos tipos de riesgos que pueden tener efectos negativos en la economía.

La política económica adoptada por México desde los años 70 presenta un claro ejemplo de la presencia de procesos aleatorios con saltos ligados al nivel general de precios. Al inicio de los años 70, México siguió una estrategia expansiva, centrada fundamentalmente en el crecimiento del gasto público. De esta forma, al aumentar la demanda agregada se incrementaba el nivel de producción y, consecuentemente, se esperaba un incremento en los salarios, créditos e inversiones, con lo que se pretendía generar crecimiento y bienestar. Las políticas expansionistas mediante el gasto público excesivo se financiaron a través de emisión monetaria o por endeudamiento externo, lo cual permitió impulsar la actividad económica a corto plazo pero con efectos inflacionarios posteriores. La inflación promedio entre 1971 y 1981 fue de 17.9% y alcanzó 92.6% en 1982. La inflación alcanzó, para fines de 1987, un nivel de 131.8%. Entre 1983 y 1985 el gobierno impulsó un programa económico de ajuste severo. En dicho programa, como consecuencia al esfuerzo fiscal y a la contracción de los salarios reales la inflación, para fines de 1983, fue de un poco más de 80%, rompiendo con una tendencia hacia la alza muy peligrosa. La inflación se colocó en casi 60% en diciembre de 1984 y no fue posible disminuirla más allá de ese nivel en 1985. A finales de 1985 la inflación continuó su tendencia al alza, así, alcanzó la cifra de 105% en diciembre de 1986 y hacia el final de 1987 la amenaza de una hiperinflación volvió a presentarse y la lucha contra la inflación como el centro de la estrategia económica se llevó a cabo en los años siguientes.

En diciembre de 1987 se creó el Pacto de Solidaridad Económica mediante el cual daba inicio un nuevo esfuerzo para disminuir la inflación y recuperar el crecimiento económico. Los resultados iniciales fueron extraordinarios; la inflación anualizada para finales de 1988 fue inferior al 25%. Para 1990 el exceso de gasto interno se reflejó en la balanza de pagos donde la cuenta corriente empeoró y la inflación tuvo un repunte de 29.9%. Se aplicó entonces una política monetaria restrictiva, se corregieron las inercias en los precios anclándolos nominalmente y se estabilizaron las finanzas públicas. De esta forma, la consolidación de un crecimiento económico sostenido y sustentable se planteó nuevamente como objetivo del sector público. Sin embargo, una debacle financiera irrumpió en diciembre de 1994 y los saltos en el nivel general de precios se tornaban persistentes. Por lo anterior, un estudio más completo y realista de la evolución de la economía plantea la necesidad de un marco de análisis más completo que incorpore saltos aleatorios en las variables económicas.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera. En el primer capítulo se presenta una introducción al modelo estocástico que se desarrolla en esta tesis. En el siguiente capítulo se muestra el modelo estocástico de la dinámica del nivel general de precios y se plantea el problema de decisión de los consumidores. Enseguida, se resuelve el problema de decisión de las empresas. Con el propósito de cerrar el modelo, en el cuarto capítulo se especifica el comportamiento del gobierno. El equilibrio macroeconómico se determina en el quinto capítulo y en el último se presenta el trabajo empírico sobre el nivel de precios. Finalmente, se presentan las conclusiones. Cuatro apéndices proporcionan detalles sobre algunos resultados analíticos y tablas de datos.

Capítulo 2
Problema de decisión de los consumidores

2.1 Dinámica del nivel de precios

Con el propósito de generar soluciones que sean analíticamente tratables, la estructura de la economía se mantendrá lo más simple posible. La economía produce y consume un solo bien de carácter perecedero y está poblada por consumidores idénticos con vida infinita que maximizan su utilidad. El modelo supone que los individuos perciben que el precio del bien, P_t, es conducido por un proceso estocástico de difusión con saltos:

$$\mathrm{d}P_t = \pi P_t \mathrm{d}t + \sigma_P P_t \mathrm{d}W_{P,t} + \nu_P P_t \mathrm{d}Q_{P,t}, \tag{1}$$

donde π, el parámetro de tendencia, representa la tasa de inflación promedio esperada condicional de que ningún salto ocurra, σ_P es la volatilidad esperada de la tasa de inflación y $1+\nu_P$ es el tamaño promedio esperado de posibles saltos en el nivel general de precios. El proceso $W_{P,t}$ es un proceso de Wiener estandarizado, es decir, $W_{P,t}$ presenta incrementos normales independientes con $\mathrm{E}[\mathrm{d}W_{P,t}] = 0$ y $\mathrm{Var}[\mathrm{d}W_{P,t}] = \mathrm{d}t$. Suponemos que los saltos en el nivel general de precios siguen un proceso de Poisson, $Q_{P,t}$, con parámetro de intensidad λ_P, de tal manera que

$$\Pr\{\text{un salto unitario durante } \mathrm{d}t\} = \Pr\{\mathrm{d}Q_{P,t} = 1\} = \lambda_P \mathrm{d}t + o(\mathrm{d}t), \tag{2}$$

mientras que[1]

$$\Pr\{\text{ningún salto en } \mathrm{d}t\} = \Pr\{\mathrm{d}Q_{P,t} = 0\} = 1 - \lambda_P \mathrm{d}t + o(\mathrm{d}t). \tag{3}$$

Por lo tanto, $\mathrm{E}[\mathrm{d}Q_{P,t}]= \mathrm{Var}[\mathrm{d}Q_{P,t}] = \lambda_P \mathrm{d}t$. El número inicial de saltos se supone igual a cero, es decir, $Q_{P,0} = 0$. En todo lo que sigue, suponemos que $W_{P,t}$ y $Q_{P,t}$ no están correlacionados entre sí. La tendencia π, así como las componentes de difusión y salto $\sigma_P \mathrm{d}W_{P,t}$ y $\nu_P \mathrm{d}Q_{P,t}$ se determinan endógenamente.

[1] Como siempre, $o(h)$ significa que $o(h)/h \to 0$ cuando $h \to 0$.

2.2 Activos de los consumidores

El consumidor representativo posee tres diferentes acervos de activos: dinero, M_t; títulos de deuda pública, B_t; y títulos de capital (acciones), k_t. En consecuencia, la riqueza real, a_t, del individuo está dada por

$$a_t = m_t + b_t + k_t, \tag{4}$$

donde $m_t = M_t/P_t$ son los saldos monetarios reales y $b_t = B_t/P_t$ es la tenencia de bonos del sector público en términos reales. El consumidor obtiene satisfacción por el consumo del bien que produce la economía y por la tenencia de saldos reales, debido a sus servicios de liquidez. Suponemos que la función de utilidad esperada es del tipo von Neumann-Morgenstern. Específicamente, la función de utilidad total descontada al tiempo $t = 0$, V_0, de un individuo representativo, competitivo y adverso al riesgo tiene la siguiente forma separable:

$$V_0 = \mathrm{E}_0 \left\{ \int_0^\infty [u(c_t) + v(m_t)]\, e^{-\delta t} \mathrm{d}t \right\}, \tag{5}$$

donde E_0 es la esperanza condicional al conjunto de información disponible en el tiempo $t = 0$. En particular, nosotros seleccionamos $u(c_t) = \theta \log(c_t)$ y $v(m_t) = (1-\theta)\log(m_t)$ a fin de generar soluciones analíticas que faciliten el análisis. Por otra parte, la evolución de la acumulación de la riqueza real sigue la ecuación estocástica

$$\mathrm{d}a_t = a_t[N_{m,t}\mathrm{d}R_{m,t} + N_{b,t}\mathrm{d}R_{b,t} + N_{k,t}\mathrm{d}R_{k,t}] - c_t(1+\tau_c)\mathrm{d}t - \mathrm{d}\tau_t, \tag{6}$$

donde

$N_{j,t} \equiv \dfrac{j_t}{a_t}$ proporción del portafolio en el activo j, $j = m, b, k$,

$\mathrm{d}R_{j,t} =$ tasa de retorno real después de impuestos sobre el activo j, $j = m, b, k$,

$\mathrm{d}\tau_t =$ impuestos sobre la riqueza,

$\tau_c =$ impuesto sobre el consumo.

2.3 Rendimiento de los activos

A continuación determinaremos el rendimiento de los activos. Suponemos que las tasas nominales de rendimiento que pagan el dinero y los bonos son cero e i, respectivamente.

El retorno estocástico por la tenencia de saldos reales al tiempo t, $\mathrm{d}R_{m,t}$, es simplemente el cambio porcentual en el precio del dinero en términos de bienes. La aplicación del Lema de Itô al cambio porcentual del inverso del nivel de precios, tomando (1) como el proceso subyacente, conduce a

$$\mathrm{d}R_{m,t} = P_t \mathrm{d}\left(\frac{1}{P_t}\right) = r_m \mathrm{d}t - \sigma_P \mathrm{d}W_{P,t} + \left(\frac{1}{1+\nu_P} - 1\right)\mathrm{d}Q_{P,t}, \tag{7}$$

donde $r_m = -\pi + \sigma_P^2$. El retorno estocástico por la tenencia de bonos se obtiene en forma similar como

$$\mathrm{d}R_{b,t} = r_b \mathrm{d}t - \sigma_P \mathrm{d}W_{P,t} + \left(\frac{1}{1+\nu_P} - 1\right)\mathrm{d}Q_{P,t}, \tag{8}$$

donde $r_b = i - \pi + \sigma_P^2$. Es importante observar que los rendimientos del dinero y de los bonos se ven afectados por la volatilidad y posibles saltos en el nivel general de precios. La tasa de retorno de las acciones después de impuestos será denotada, por el momento, mediante

$$\mathrm{d}R_{k,t} = r_k \mathrm{d}t + \sigma_k \mathrm{d}W_{k,t} + \nu_k \mathrm{d}Q_{k,t}, \tag{9}$$

donde los procesos $\mathrm{d}W_{k,t}$ y $\mathrm{d}Q_{k,t}$ tienen características similares a los procesos definidos en (1).

Además del impuesto τ_c que se paga por el consumo, el consumidor paga un impuesto sobre la riqueza de la forma

$$\mathrm{d}\tau_t = a_t \bar{\tau} \mathrm{d}t + a_t \sigma_\tau \mathrm{d}W_{\tau,t} + a_t \nu_\tau \mathrm{d}Q_{\tau,t}, \tag{10}$$

donde $\bar{\tau}$ es la tasa impositiva media esperada sobre la riqueza real. Al igual que antes, $\mathrm{d}W_{\tau,t}$ y $\mathrm{d}Q_{\tau,t}$ comparten las mismas características que tiene el proceso de Wiener y el proceso de Poisson definidos en (1). La tendencia $\bar{\tau}$, así como las componentes de difusión y salto $\sigma_\tau \mathrm{d}W_{\tau,t}$ y $\nu_\tau \mathrm{d}Q_{\tau,t}$ se determinan endógenamente.

2.4 Decisiones óptimas de los consumidores

El objetivo del consumidor es elegir, en cada momento, el portafolio de activos y la cantidad de consumo que maximicen (5) sujeto a (6). Note que después de sustituir las expresiones (7)-(10) en la ecuación estocástica de acumulación de la riqueza, (6), ésta se transforma en

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}a_t}{a_t} = {} & \left[N_{m,t} r_m + N_{b,t} r_b + N_{k,t} r_k - \frac{c_t(1+\tau_c)}{a_t} - \bar{\tau}\right] \mathrm{d}t \\
& + \left[N_{k,t}\sigma_k \mathrm{d}W_{k,t} - (N_{m,t} + N_{b,t})\sigma_P \mathrm{d}W_{P,t} - \sigma_\tau \mathrm{d}W_{\tau,t}\right] \\
& + \left[(N_{m,t} + N_{b,t})\left(\frac{1}{1+\nu_P} - 1\right)\mathrm{d}Q_{P,t} + N_{k,t}\nu_k \mathrm{d}Q_{k,t} - \nu_\tau \mathrm{d}Q_{\tau,t}\right].
\end{aligned} \tag{11}$$

La solución del problema de maximización de utilidad total descontada sujeto a (11) y a la restricción de normalización

$$N_{m,t} + N_{b,t} + N_{k,t} = 1, \tag{12}$$

están dadas por (véanse los Apéndices A y B):

$$c_t = \frac{\delta\theta}{(1+\tau_c)} a_t, \tag{13}$$

$$0 = \frac{\delta(1-\theta)}{N_{m,t}} + \left[r_m - (N_{m,t} + N_{b,t})\sigma_P^2 + N_{k,t}\sigma_{Pk} - \sigma_{P\tau} - \frac{\lambda_P \nu_P}{1 + (1 - N_{m,t} - N_{b,t})\nu_P} \right] - \delta\phi, \tag{14}$$

$$0 = \left[r_b - (N_{m,t} + N_{b,t})\sigma_P^2 + N_{k,t}\sigma_{Pk} - \sigma_{P\tau} - \frac{\lambda_P \nu_P}{1 + (1 - N_{m,t} - N_{b,t})\nu_P} \right] - \delta\phi, \tag{15}$$

y

$$0 = \left[r_k - N_{k,t}\sigma_k^2 + (N_{m,t} + N_{b,t})\sigma_{Pk} + \sigma_{k\tau} + \frac{\lambda_k \nu_k}{1 + (1 - N_{m,t} - N_{b,t})\nu_k} \right] - \delta\phi, \tag{16}$$

donde ϕ es el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción (12). Después de restar (14) de (15) encontramos la proporción óptima de la riqueza asignada a la tenencia de saldos reales:

$$\widehat{N}_{m,t} = \frac{\delta(1-\theta)}{i}. \tag{17}$$

Asimismo, después de restar (15) de (16), tenemos que

$$N_{k,t}B - A - \frac{\lambda_P \nu_P}{1 + N_{k,t}\nu_P} - \frac{\lambda_k \nu_k}{1 + N_{k,t}\nu_k} = 0, \tag{18}$$

donde

$$B \equiv \sigma_P^2 + 2\sigma_{Pk} + \sigma_k^2 > 0 \tag{19}$$

y

$$A \equiv r_k - r_b + \sigma_P^2 + \sigma_{Pk} + \sigma_{P\tau} + \sigma_{k\tau}. \tag{20}$$

Claramente, la ecuación (18) es cúbica y, por lo tanto, tiene al menos una solución real, la cual denotaremos por $\widehat{N}_{k,t} = \widehat{N}_{k,t}(i)$. En particular, si suponemos que ν_P y ν_k son cero, equivalentemente, $\lambda_P = \lambda_k = 0$, se tiene como única solución (*cf.* Turnovsky, 1993):

$$\widehat{N}_{k,t}\big|_{\nu_P = \nu_k = 0} = \frac{A}{B}. \tag{21}$$

Si los parámetros de intensidad λ_P y λ_k se ajustan de tal manera que ν_P y ν_k sean de la misma magnitud, entonces (18) se transforma en una ecuación cuadrática cuyas soluciones están dadas por

$$\widehat{N}_{k,t}\big|_{\nu_P=\nu_k} = \frac{A\nu_P - B \pm \sqrt{(A\nu_P + B)^2 + 4B\nu_P^2(\lambda_P + \lambda_k)}}{2B\nu_P}. \tag{22}$$

Observe que el discriminante es positivo y, en consecuencia, ambas raíces son reales. Note también que en ningún caso se han impuesto restricciones para que las proporciones de la riqueza asignadas a la tenencia de activos sean estrictamente positivas y menores que la unidad. Por lo tanto, las ventas en corto de activos son permitidas en todo momento. Finalmente, el portafolio óptimo queda entonces completamente determinado con $\widehat{N}_{b,t}$, el cual se obtiene a partir de (12) como

$$\widehat{N}_{b,t} = 1 - \frac{\delta(1-\theta)}{i} - \widehat{N}_{k,t}. \tag{23}$$

2.5 Costo de oportunidad de saldos reales

Observe que las condiciones de primer orden se pueden escribir como

$$u'(c_t) = \frac{(1+\tau_c)}{\delta a_t}, \tag{24}$$

$$\frac{v'(m_t)}{u'(c_t)}(1+\tau_c) = i > 0, \tag{25}$$

$$\frac{v'(m_t)}{u'(c_t)}(1+\tau_c) = \pi - \widehat{N}_{k,t}(\sigma_P^2 + \sigma_{Pk}) + \sigma_{P\tau} + \frac{\lambda_P\nu_P}{1+\widehat{N}_{k,t}\nu_P} + \delta\phi. \tag{26}$$

Esta última ecuación iguala la utilidad marginal del dinero, estandarizada por la utilidad marginal del consumo, con el costo marginal de la tenencia de saldos monetarios reales (*cf.* Venegas-Martínez 2001). Esta condición muestra explícitamente cómo el costo de oportunidad de mantener saldos reales es afectado por la incertidumbre, *i.e.*, por cambios difusos en la tasa de inflación, los cuales están siempre presentes, y por movimientos extremos y repentinos en el nivel general de precios, que ocasionalmente se presentan. Observe que el costo de oportunidad de mantener saldos monetarios reales es positivo. En este caso, cabe destacar que dado que el dinero entra directamente en la función de utilidad, el signo en el costo de oportunidad de mantener saldos monetarios reales es irrelevante, contrario a lo que se tendría en el caso de una economía con una restricción *cash-in-advance*, en donde un costo de oportunidad positivo obliga a los consumidores a mantener el mínimo posible de saldos reales para financiar su consumo. Por último, es importante destacar que la función de utilidad logarítmica implica que los valores óptimos de $\widehat{N}_{j,t}$, $j = m, b, k$, dependan únicamente de los parámetros que determinan las preferencias y las características estocásticas de la economía, y por lo tanto, las decisiones $\widehat{N}_{j,t}$, $j = m, b, k$, se mantendrán constantes a través del tiempo. En otras palabras, la actitud del consumidor hacia el riesgo en los instrumentos de inversión es independiente del nivel de su riqueza, *i.e.*, el nivel resultante de riqueza en cualquier instante no tiene efecto alguno sobre las decisiones en la integración del portafolio.

Capítulo 3
Problema de decisión de las empresas

En este modelo, la empresa representativa produce el único bien que hay en el mercado y el rendimiento que se paga a las acciones emitidas está en función de la producción y de la política de dividendos.

3.1 Especificación de la tecnología

Suponemos que en esta economía, la producción sigue una trayectoría estocástica definida por

$$\mathrm{d}y_t = \gamma k_t \mathrm{d}t + \gamma k_t \sigma_y \mathrm{d}W_{y,t} + \gamma k_t \nu_y \mathrm{d}Q_{y,t}, \tag{27}$$

donde γ representa el producto marginal promedio esperado del capital. Aquí, como en el caso del consumidor, $\mathrm{d}W_{y,t}$ es un proceso Wiener y $\mathrm{d}Q_{y,t}$ es un proceso de Poisson.

3.2 Rendimiento de las acciones

En términos generales, el rendimiento que paga la empresa sobre las acciones emitidas se puede definir como

$$\mathrm{d}R_{k,t} = \frac{\mathrm{d}v_t}{k_t} + \frac{\mathrm{d}u_t}{u_t}, \tag{28}$$

donde $\mathrm{d}v_t$ son los dividendos y u_t es el precio de las acciones, en términos del producto. Suponemos que no hay impuestos sobre ganancias de capital[2]. De esta forma, el rendimiento de las acciones tiene dos componentes: los dividendos que se pagan por acción y las ganancias (o pérdidas) de capital que resultan de diferencias en el precio de los títulos de capital. A continuación examinamos cada componente por separado. Primero, para conocer la trayectoria que sigue $\mathrm{d}u_t/u_t$, es necesario analizar el comportamiento de la producción, el stock de acciones, el capital disponible y la política de inversión de la empresa. Todas estas variables determinan la posible existencia de ganancias de capital. Ahora bien, si suponemos que el stock de acciones en cualquier tiempo, t, permanece constante, digamos igual a N, entonces se cumple que $Nu_t = k_t$. Por lo tanto,

$$\mathrm{d}k_t = N\mathrm{d}u_t. \tag{29}$$

[2] En el caso mexicano, no hay impuestos sobre ganancias de capital cuando las operaciones se llevan a cabo en mercados reconocidos por las autoridades financieras, como es el caso de la Bolsa Mexicana de Valores.

Por otra parte, la producción después de impuestos puede tener dos usos: el pago de dividendos, dv_t, o el financiamiento de nueva inversión, dk_t, entendida como la adquisición de capital nuevo. De esta forma, la trayectoria que sigue la producción después de impuestos está dada por

$$(1 - \tau_p)\mathrm{d}y_t = \mathrm{d}v_t + \mathrm{d}k_t \tag{30}$$

donde τ_p es el impuesto sobre ingresos corporativos y v_t representa el pago de dividendos. Combinando las ecuaciones (29) y (30) obtenemos

$$\frac{\mathrm{d}u_t}{u_t} = \frac{(1 - \tau_p)\mathrm{d}y_t - \mathrm{d}v_t}{k_t} \tag{31}$$

y sustituyendo esta expresión en la ecuación del rendimiento de las acciones, (28), se sigue que

$$\mathrm{d}R_{k,t} = (1 - \tau_p)\frac{\mathrm{d}y_t}{k_t}. \tag{32}$$

3.3 Política de dividendos

En este modelo suponemos que los dividendos que pagan las empresas son una fracción constante α del ingreso corporativo después de impuestos. Es decir, los dividendos tienen la forma

$$\mathrm{d}v_t = \alpha(1 - \tau_p)\mathrm{d}y_t, \qquad 0 \leq \alpha \leq 1. \tag{33}$$

Después de sustituir esta expresión en la ecuación (32), obtenemos la trayectoria estocástica del rendimiento de las acciones, en términos de los procesos de difusión que sigue la producción de bienes:

$$\mathrm{d}R_{k,t} = (1 - \tau_p)\frac{\mathrm{d}y_t}{k_t}. \tag{34}$$

Es importante observar en esta ecuación que el componente estocástico está determinado por $\mathrm{d}y_t$, ya que el resto de las variables son deterministas. Finalmente, de la ecuación (9) se sigue que

$$r_k = (1 - \tau_p)\gamma \tag{35}$$

$$\sigma_k \mathrm{d}W_{k,t} = (1 - \tau_p)\gamma\sigma_y \mathrm{d}W_{y,t} \tag{36}$$

y

$$\nu_k \mathrm{d}Q_{k,t} = (1 - \tau_p)\gamma\nu_y \mathrm{d}Q_{y,t}. \tag{37}$$

De esta forma, la tasa de redimiento de las acciones está en función de la tasa del producto marginal del capital. Similarmente, el componente estocástico $\mathrm{d}R_{k,t}$ depende de los shocks de productividad derivados de cambios en γ y del comportamiento exógeno de $\mathrm{d}W_{y,t}$, además de los posibles saltos $\mathrm{d}Q_{y,t}$.

Capítulo 4
Comportamiento del gobierno

A fin de cerrar el modelo se describen las acciones del gobierno. En este modelo, el sector público no genera utilidad para los consumidores. El gobierno tiene el monopolio de la emisión de dinero y, a la vez, emite deuda para financiar su gasto. En esta sección se analizan los tres principales instrumentos de política económica que emplea el gobierno, a saber: gasto público, oferta monetaria y emisión de deuda. La restricción presupuestal que enfrenta el gobierno en términos reales, tiene la forma

$$\mathrm{d}g_t - \mathrm{d}\tau_{1,t} - \mathrm{d}\tau_{2,t} + m_t \mathrm{d}R_{m,t} + b_t \mathrm{d}R_{b,t} = \mathrm{d}m_t + \mathrm{d}b_t \tag{38}$$

donde $\mathrm{d}g_t$ es el cambio en gasto público del gobierno en términos reales; $\mathrm{d}\tau_{1,t}$ es el cambio en el impuesto total recaudado proveniente de los consumidores, en términos reales; $\mathrm{d}\tau_{2,t}$ es el cambio en el impuesto total recaudado proveniente de las empresas, también en términos reales.

4.1 Gasto público

En este modelo el gasto que realiza el gobierno sigue un proceso estocástico definido por

$$\mathrm{d}g_t = \bar{g}\gamma k_t \mathrm{d}t + \gamma k_t \sigma_g \mathrm{d}W_{g,t} + \gamma k_t \nu_g \mathrm{d}Q_{g,t}. \tag{39}$$

Al igual que en los casos anteriores, $\mathrm{d}W_{g,t}$ es un proceso estocástico con una distribución normal con media cero y varianza $\mathrm{d}t$ y $\mathrm{d}Q_{g,t}$ es un proceso de Poisson. De esta forma, el gasto de gobierno está definido como una fracción $\mathrm{d}g_t$ del producto real. Note que, en este caso, el factor estocástico del gasto es proporcional al producto.

4.2 Oferta monetaria

La oferta monetaria en esta economía tiene asociada una regla de expansión de la oferta monetaria que es conducida por un proceso estocástico de difusión con saltos de la forma

$$\mathrm{d}M_t = \mu M_t \mathrm{d}t + \sigma_M M_t \mathrm{d}W_{M,t} + \nu_M M_t \mathrm{d}Q_{M,t} \tag{40}$$

donde μ es la tasa de expansión monetaria media esperada, $\mathrm{d}W_{M,t}$ es el componente de difusión, y $\mathrm{d}Q_{M,t}$ es el componente de saltos en la tasa de expansión monetaria.

4.3 Deuda pública

La política de deuda que sigue el gobierno se hace vía emisión de bonos. En este caso, la política de endeudamiento se fija de forma tal que la razón entre el stock de bonos y el stock monetario, se mantenga constante, es decir, se supone que

$$\frac{B_t}{M_t} = \kappa = \text{constante}. \tag{41}$$

De esta forma, obtenemos la expresión

$$\frac{\mathrm{d}B_t}{B_t} = \frac{\mathrm{d}M_t}{M_t}. \tag{42}$$

Lo anterior significa que en operaciones de mercado abierto, el cambio porcentual de deuda emitida es igual al cambio porcentual de los cortos en la economía; o equivalentemente, el cambio porcentual en la cantidad que crece la oferta monetaria es igual al cambio porcentual de la deuda gubernamental que se salda.

4.4 Impuestos directos e indirectos

Los cambios en las cantidades reales de tributación, $\mathrm{d}\tau_{1,t}$ y $\mathrm{d}\tau_{2,t}$, que provienen de los consumidores y de las empresas, respectivamente, se describen a continuación. Todas las tasas τ_p y τ_c, son exógenas en nuestro modelo.

En el caso de los consumidores, el impuesto total tiene cuatro componentes: el gravado sobre los intereses, ganancias de capital, nivel de riqueza y consumo. De esta forma, las cantidades respectivas se agregan como sigue:

$$\mathrm{d}\tau_{1,t} = a_t\bar{\tau}\mathrm{d}t + a_t\sigma_\tau \mathrm{d}W_{\tau,t} + a_t\nu_\tau \mathrm{d}Q_{\tau,t} + \tau_c c_t \mathrm{d}t. \tag{43}$$

Para las empresas, los impuestos se gravan sobre los ingresos corporativos. Es decir,

$$\mathrm{d}\tau_{2,t} = \tau_p\gamma k_t[\mathrm{d}t + \sigma_y \mathrm{d}W_{y,t} + \nu_y \mathrm{d}Q_{y,t}]. \tag{44}$$

Capítulo 5
Equilibrio Macroeconómico

5.1 Equilibrio en el sector real

Para encontrar la trayectoria que sigue la acumulación de capital en esta economía, $\frac{dk_t}{k_t}$, partimos de la identidad de la renta (o ingreso) nacional:

$$dy_t = c_t dt + dk_t + dg_t. \tag{45}$$

Al sustitir en (45), las ecuaciones (13), (27) y (39), que corresponden a la trayectoria óptima del consumo, a la dinámica de producción y a la política de gasto del sector público, respectivamente, obtenemos

$$\frac{dk_t}{k_t} = \left[\gamma(1-\bar{g}) - \frac{\delta\theta}{(1+\tau_c)\widehat{N}_{k,t}}\right] dt + \gamma(\sigma_y dW_{y,t} - \sigma_g dW_{g,t}) + \gamma(\nu_y dQ_{y,t} - \nu_g dQ_{g,t}). \tag{46}$$

De esta forma, la acumulación de capital sigue una trayectoria estocástica derivada de la diferencia entre la producción menos el consumo y el gasto del gobierno. Consecuentemente, el componente no estocástico de esta ecuación, está determinado por

$$\psi \equiv \mathrm{E}\left[\frac{dk_t}{k_t}\right] = \gamma(1-\bar{g}) - \frac{\delta\theta}{(1+\tau_c)\widehat{N}_{k,t}}, \tag{47}$$

lo que define la tasa esperada de crecimiento. Finalmente, podemos conluir que

$$\mathrm{E}\left[\left(\frac{dk_t}{k_t}\right)^2\right] = \gamma^2(\sigma_y^2 + \sigma_g^2)dt + \gamma^2(\nu_y^2\lambda_y + \nu_g^2\lambda_g)dt. \tag{48}$$

Este resultado será utilizado en la determinación del equilibrio general.

5.2 Determinación de la tasa de inflación de equilibrio

Una vez determinadas las decisiones óptimas de los agentes, el comportamiento de las empresas y las acciones del gobierno, así como el establecimiento de las variables exógenas, lo que resta es obtener el equilibrio macroeconómico general. Dado que en esta economía los saldos monetarios reales y los bonos en términos reales están ligados a los movimientos en el nivel general de precios, es necesario, en primera instancia, especificar el comportamiento que sigue la inflación y como ésta es generada endógenamente por el modelo mismo.

Las cantidades $\widehat{N}_{j,t}$, $j = m, b, k$, así como la tasa de interés nominal son variables endógenas. Note que podemos expresar el nivel de precios en la forma

$$P_t = \frac{\widehat{N}_{k,t}}{\widehat{N}_{m,t}} \frac{M_t}{k_t}. \tag{49}$$

Dado que los valores óptimos de $\widehat{N}_{j,t}$, $j = m, b, k$, son constantes, derivando estocásticamente la razón entre dinero y capital $f(M_t, k_t) = \frac{M_t}{k_t}$ obtenemos

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\left(\frac{M_t}{k_t}\right)}{\frac{M_t}{k_t}} &= \left(\mu - \left[\gamma(1-\bar{g}) - \frac{c_t}{k_t}\right] + \gamma^2(\sigma_y^2 + \sigma_g^2) - \gamma\sigma_{My}\right)\mathrm{d}t \\ &+ \sigma_M \mathrm{d}W_{M,t} - \gamma(\sigma_y \mathrm{d}W_{y,t} - \sigma_g \mathrm{d}W_{g,t}) \\ &+ \nu_M \mathrm{d}Q_{M,t} + \left(\frac{1}{(1+\gamma\nu_y)} - 1\right)\mathrm{d}Q_{y,t} - \left(\frac{1}{(1+\gamma\nu_g)} - 1\right)\mathrm{d}Q_{g,t}.\end{aligned} \tag{50}$$

donde $\sigma_{My} = Cov(\mathrm{d}W_{M,t}, \mathrm{d}W_{y,t})$. La condición de primer orden del consumo conduce a

$$\frac{c_t}{k_t} = \frac{\theta\delta}{(1+\tau_c)\widehat{N}_{k,t}} \tag{51}$$

dode la i^* se determina posteriormente.
De (49) sabemos

$$\pi \mathrm{d}t + \sigma_P \mathrm{d}W_{P,t} + \nu_P \mathrm{d}Q_{P,t} = \frac{\mathrm{d}\left(\frac{M_t}{k_t}\right)}{\frac{M_t}{k_t}}. \tag{52}$$

Por lo tanto, la tasa esperada de inflación en el equilibrio satisface

$$\pi^* = \mu - \left[\gamma(1-\bar{g}) - \frac{\theta\delta}{(1+\tau_c)\widehat{N}_{k,t}}\right] + \gamma^2(\sigma_y^2 + \sigma_g^2) - \gamma\sigma_{My}. \tag{53}$$

Las componentes estocásticas de difusión y saltos satisfacen, respectivamente, las siguientes condiciones:

$$\sigma_P \mathrm{d}W_{P,t} = \sigma_M \mathrm{d}W_{M,t} - \gamma(\sigma_y \mathrm{d}W_{y,t} - \sigma_g \mathrm{d}W_{g,t}), \tag{54}$$

y

$$\nu_P \mathrm{d}Q_{P,t} = \nu_M \mathrm{d}Q_{M,t} + \frac{\gamma\nu_y}{(1+\gamma\nu_y)}\mathrm{d}Q_{y,t} - \frac{\gamma\nu_g}{(1+\gamma\nu_g)}\mathrm{d}Q_{g,t}. \tag{55}$$

Las ecuaciones anteriores, (53)-(55), determinan endógenamente la tasa de inflación esperada consistente con un portafolio cuya integración es constante en el tiempo. Podemos observar en (53) que la inflación media esperada de eaquilibrio depende positivamente de la tasa de crecimiento de la oferta monetaria, y negativamente de la tasa de acumulación de capital, así como positivamente de las varianzas de los shocks fiscales y productivos. Por otra parte, las ecuaciones (54) y (55) determinan endógenamente los componentes estocásticos de difusión y saltos, respectivamente, en la tasa de inflación. Es importante destacar que la componente de saltos en la tasa de inflación está en función de las componentes estocásticas de los saltos en la tasas de expansión monetaria, la producción y el gasto de gobierno.

5.3 Determinación del nivel de impuestos de equilibrio

Para determinar los ajustes endógenos en los impuestos que recauda el gobierno, que son necesarios para satisfacer la restricción presupuestal, primero, sustituimos en la restricción presupuestal del gobierno (38) las ecuaciones respectivas a la política de gasto (39), la regla de crecimiento de la oferta monetaria (40) y la política de deuda (41), de donde obtenemos

$$\begin{aligned}\widehat{N}_{m,t}\frac{\mathrm{d}\left(\frac{M_t}{P_t}\right)}{\frac{M_t}{P_t}}+\widehat{N}_{b,t}\frac{\mathrm{d}\left(\frac{B_t}{P_t}\right)}{\frac{B_t}{P_t}}=&\frac{\gamma k_t}{a_t}[\bar{g}\mathrm{d}t+\sigma_g\mathrm{d}W_{g,t}+\nu_g\mathrm{d}Q_{g,t}]-\frac{(\mathrm{d}\tau_{1,t}+\mathrm{d}\tau_{2,t})}{a_t}\\&+\widehat{N}_{m,t}\mathrm{d}R_{m,t}+\widehat{N}_{b,t}\mathrm{d}R_{b,t}.\end{aligned}\tag{56}$$

o bien, la ecuación se puede reescribir como

$$(\widehat{N}_{m,t}+\widehat{N}_{b,t})\frac{\mathrm{d}\left(\frac{M_t}{P_t}\right)}{\frac{M_t}{P_t}}=\frac{\gamma k_t}{a_t}[\bar{g}\mathrm{d}t+\sigma_g\mathrm{d}W_{g,t}+\nu_g\mathrm{d}Q_{g,t}]-\frac{(\mathrm{d}\tau_{1,t}+\mathrm{d}\tau_{2,t})}{a_t}+\widehat{N}_{m,t}\mathrm{d}R_{m,t}+\widehat{N}_{b,t}\mathrm{d}R_{b,t}.\tag{57}$$

Después de emplear el lema de Itô para obtener la diferencial $\mathrm{d}f(M_t,P_t)=\mathrm{d}\left(\frac{M_t}{P_t}\right)$ y sustituir las funciones de impuestos $\mathrm{d}\tau_{1,t}$ y $\mathrm{d}\tau_{2,t}$ en (57), se tiene que las componentes determinista y estocástica del nivel de impuestos equilibrio están dados por

$$\begin{aligned}\bar{\tau}^*=&\gamma\widehat{N}_{k,t}\bar{g}-[\widehat{N}_{m,t}+\widehat{N}_{b,t}]\mu+\widehat{N}_{b,t}i-\tau_p\gamma\widehat{N}_{k,t}\\&+[\widehat{N}_{m,t}+\widehat{N}_{b,t}]\sigma_{MP}-\tau_c\frac{\theta\delta}{(1+\tau_c)},\end{aligned}\tag{58}$$

$$\sigma_\tau\mathrm{d}W_{\tau,t}=-[\widehat{N}_{m,t}+\widehat{N}_{b,t}]\sigma_M\mathrm{d}W_{M,t}+\gamma\widehat{N}_{k,t}\sigma_g\mathrm{d}W_{g,t}-\tau_p\gamma\widehat{N}_{k,t}\sigma_y\mathrm{d}W_{y,t}\tag{59}$$

$$\nu_\tau\mathrm{d}Q_{\tau,t}=-[\widehat{N}_{m,t}+\widehat{N}_{b,t}]\nu_M\mathrm{d}Q_{M,t}+\gamma\widehat{N}_{k,t}\nu_g\mathrm{d}Q_{g,t}-\tau_p\widehat{N}_{k,t}\gamma\nu_y\mathrm{d}Q_{y,t}.\tag{60}$$

De esta forma, la ecuación (58) describe el ajuste endógeno en el componente determinista, mientras que la ecuación (59) lo hace en la parte estocástica en función de las fluctuaciones del crecimiento de la oferta monetaria, $\sigma_M \mathrm{d}W_{M,t}$, del gasto de gobierno, $\sigma_g \mathrm{d}W_{g,t}$, y del sector real, $\sigma_y \mathrm{d}W_{y,t}$. La componente de saltos que es la ecuación (60) está en función del componente estocástico de saltos en la tasas de expansión monetaria, la producción y el gasto de gobierno.

5.4 Relaciones de equilibrio

Para presentar en forma reducida el equilibrio macroeconómico, expresamos las varianzas y covarianzas relevantes en términos de los shocks estocásticos exógenos, $\mathrm{d}W_{M,t}$, $\mathrm{d}W_{y,t}$ y $\mathrm{d}W_{g,t}$. En este caso suponemos que $\mathrm{d}W_{M,t}$ y $\mathrm{d}W_{y,t}$ están correlacionados entre sí. A partir de las ecuaciones (46),(54),(36) y (60) obtenemos las expresiones de las perturbaciones estocásticas $\sigma_P \mathrm{d}W_{P,t}$, $\sigma_k \mathrm{d}W_{k,t}$ y $\sigma_\tau \mathrm{d}W_{\tau,t}$ en términos de los shocks estocásticos exógenos $\mathrm{d}W_{M,t}$, $\mathrm{d}W_{y,t}$ y $\mathrm{d}W_{g,t}$. Como en este modelo suponemos que las perturbaciones exógenas no están correlacionadas, las varianzas y covarianzas relevantes se pueden reescribir en términos de parámetros exógenos como

$$\begin{cases} \sigma_P^2 = \sigma_M^2 + \gamma^2(\sigma_y^2 + \sigma_g^2) - 2\gamma\sigma_{My}, \\[2ex] \sigma_k^2 = (1-\tau_p)^2\gamma^2\sigma_y^2, \\[2ex] \sigma_\tau^2 = (1-\widehat{N}_{k,t})^2\sigma_M^2 + \gamma^2\widehat{N}_{k,t}^2\sigma_g^2\tau_p^2\gamma^2\widehat{N}_{k,t}^2\sigma_y^2 \\ \qquad + 2(1-\widehat{N}_{k,t})\tau_p\gamma\widehat{N}_{k,t}\sigma_{My}, \\[2ex] \sigma_{Pk} = (1-\tau_p)\gamma(\sigma_{My} - \gamma\sigma_y^2), \\[2ex] \sigma_{P\tau} = -(1-\widehat{N}_{k,t})\sigma_M^2 - \tau_p\gamma\widehat{N}_{k,t}\sigma_{My} \\ \qquad + (1-\widehat{N}_{k,t})\gamma\sigma_{My} + \tau_p\gamma^2\widehat{N}_{k,t}\sigma_y^2 + \gamma^2\widehat{N}_{k,t}\sigma_g^2, \\[2ex] \sigma_{k\tau} = -(1-\tau_p)(1-\widehat{N}_{k,t})\gamma\sigma_{My} \\ \qquad - \tau_p(1-\tau_p)(1-\alpha\tau_y)\gamma^2\widehat{N}_{k,t}\sigma_y^2, \end{cases} \tag{61}$$

Así, por ejemplo, la tercera igualdad indica que la varianza de la tasa de rendimiento de las acciones, σ_k^2, depende de la política de dividendos y los impuestos sobre ingresos corporativos y sobre rendimientos por la tenencia de bonos.

Para encontrar las tasas de retorno de equilibrio de los saldos monetarios y bonos en términos reales, sustituimos las expresiones anteriores en los retornos de dados en (7) y (8), respectivamente, de tal forma que el retorno de los saldos reales está dado por

$$r_m^* = -\pi + \sigma_M^2 + \gamma^2(\sigma_y^2 + \sigma_g^2) - 2\gamma\sigma_{My}. \tag{62}$$

La siguiente identidad es válida en todo tiempo t,

$$N_{k,t} = 1 - \frac{(1+\kappa)\delta(1-\theta)}{i}.$$

Después de sustituir el valor óptimo de la proporción de la riqueza asignada a la tenencia de títulos de capital, se obtiene la tasa de interés de equilibrio, es decir,

$$i^* = \frac{(1+\kappa)\delta(1-\theta)}{(1-\widehat{N}_{k,t}(i^*))}. \tag{63}$$

De esta forma, la ecuación anterior determina el valor de equilibrio de la tasa de interés nominal implícitamente. Entonces el retorno de los bonos está dado por

$$r_b^* = i^*(1-\tau_y) - \pi + \sigma_M^2 + \gamma^2(\sigma_y^2 + \sigma_g^2) - 2\gamma\sigma_{My}. \tag{64}$$

La r_k está dada por la ecuación (35).

Finalmente, de la ecuación (51) se sigue que

$$\frac{c_t}{k_t} = \frac{\theta\delta}{(1+\tau_c)\left[1 - \frac{(1+\kappa)\delta(1-\theta)}{i^*}\right]}, \tag{65}$$

lo que conjuntamente con la ecuación (47), nos conduce a la tasa esperada de crecimiento del capital

$$\psi = \gamma[1 - \frac{\theta\delta}{\gamma(1+\tau_c)\left[1 - \frac{(1+\kappa)\delta(1-\theta)}{i^*}\right]} - \bar{g}].$$

Capítulo 6
Trabajo Empírico: Nivel de Precios

Una de las relaciones de equilibrio más importantes es la que expresa la varianza de la inflación en términos de las varianzas y covarianzas de los shocks estocásticos exógenos.

$$\sigma_P^2 = \sigma_M^2 + \gamma^2(\sigma_y^2 + \sigma_g^2) - 2\gamma\sigma_{My}$$

En este capítulo, bajo algunas simplificaciones de las relaciones de equilibrio, se trabaja con las series de los indicadores económicos mexicanos para determinar los años en los cuales la economía mexicana estuvo en equilibrio estocástico dependiendo de si se cumplió o no la relación de equilibrio de la varianza de la inflación.

6.1 Series de los indicadores económicos

Se utilizan series de los distintos factores que representan la estructura de la economía. Debido a que la periodicidad de la mayoría de las series es mensual, suponemos que el intervalo de tiempo dt corresponde a un mes. Trabajamos con series mensuales desde enero de 1986 hasta diciembre de 2001. Se definieron los procesos estocásticos de los siguientes indicadores económicos, el nivel de precios es conducido por el siguiente proceso estocástico de difusión con saltos:

$$\frac{\mathrm{d}P_t}{P_t} = \pi \mathrm{d}t + \sigma_P \mathrm{d}W_{P,t} + \nu_P \mathrm{d}Q_{P,t},$$

donde π representa la tasa de inflación media esperada condicional de que ningún salto ocurra, σ_P es la volatilidad esperada de la tasa de inflación condicional de que ningún salto ocurra y $1 + \nu_P$ es el tamaño promedio esperado de los saltos.
Esta serie se publica en la página electrónica de Banxico bajo el nombre de *Indice Nacional de Precios al Consumidor: Inflación Mensual.* Ver *Tabla 1.*
La tasa de expansión monetaria nominal es conducida por el siguiente proceso estocástico:

$$\frac{\mathrm{d}M_t}{M_t} = \mu \mathrm{d}t + \sigma_M \mathrm{d}W_{M,t} + \nu_M \mathrm{d}Q_{M,t},$$

donde μ representa la tasa de expansión monetaria media esperada condicional de que ningún salto ocurra, σ_M es la volatilidad esperada de la tasa condicional de que ningún salto ocurra y $1 + \nu_M$ es el tamaño promedio esperado de los saltos.

Para construir la serie $\mathrm{d}M_t/M_t$ se tomó la serie de saldos mensuales M_t que se publica en la página electrónica de Banxico bajo el nombre de *Agregados Monetarios: M3.* Ver *Tabla 2.*

La producción real sigue la trayectoria estocástica definida por:

$$\mathrm{d}y_t = \gamma k_t \mathrm{d}t + \gamma k_t \sigma_y \mathrm{d}W_{y,t} + \gamma k_t \nu_y \mathrm{d}Q_{y,t},$$

donde γ representa el producto marginal media esperado del capital, σ_y es la volatilidad esperada del cambio porcentual del producto sobre el capital $(\mathrm{d}y_t/\gamma k_t)$ condicional de que ningún salto ocurra y $1 + \nu_y$ es el tamaño promedio esperado de los saltos en la serie $\mathrm{d}y_t/\gamma k_t$.

Para construir la serie mensual *dy* se tomó la serie de los flujos corrientes del producto interno bruto que se publica en la página electrónica de Banxico con una periodicidad trimestral. Esta serie se convirti'øa precios constantes de 1993 y con un método de suavizamiento de la curva, se estimó el valor de los meses faltantes. Debido a la dificultad de encontrar series de acervos de capital, se estimó una serie anual γk_t[3]. En el caso de los años 2000 y 2001 supone que el producto marginal $\gamma = 0.44$. Ver *Tabla 3.* Para construir la serie $\mathrm{d}y_t/\gamma k_t$, se dividieron los flujos mensuales del PIB entre la γk_t que les correspondiera según el año. Ver *Tabla 4.*

El gasto público real sigue un proceso estocástico definido por:

$$\mathrm{d}g_t = \bar{g}\gamma k_t \mathrm{d}t + \gamma k_t \sigma_g \mathrm{d}W_{g,t} + \gamma k_t \nu_g \mathrm{d}Q_{g,t}$$

donde $\bar{g}$ representa el gasto promedio esperado del cambio porcentual del gasto público sobre el capital $(\mathrm{d}g_t/\gamma k_t)$ si ningún salto ocurre, σ_g es la volatilidad esperada de la serie $\mathrm{d}g_t/\gamma k_t$ condicional de que ningún salto ocurra y $1 + \nu_g$ es el tamaño promedio esperado de los saltos.

Se tomó la serie de flujos acumulados mensuales que se publica en la página electrónica de Banxico bajo el nombre de *Finanzas Públicas: Gasto Total.* Para construir la serie mensual $\mathrm{d}g_t/\gamma k_t$ también se utiliza la serie anual estimada γk_t de la misma manera que en la serie anterior. Ver *Tabla 5.*

[3] Los datos de formación bruta de capital, la formación bruta de capital como proporción del PIB y los acervos de capital se toman del artículo de Abelardo Mariña Flores que se titula *Formación y acervos de capital en México, 1949-1999*

Tabla 1.

Inflación.

fecha	$\frac{dP}{P}$	fecha	$\frac{dP}{P}$	fecha	$\frac{dP}{P}$	fecha	$\frac{dP}{P}$
01/1986	0.0884	01/1990	0.0483	01/1994	0.0078	01/1998	0.0218
02/1986	0.0445	02/1990	0.0226	02/1994	0.0051	02/1998	0.0175
03/1986	0.0465	03/1990	0.0176	03/1994	0.0051	03/1998	0.0117
04/1986	0.0522	04/1990	0.0152	04/1994	0.0049	04/1998	0.0094
05/1986	0.0556	05/1990	0.0175	05/1994	0.0048	05/1998	0.0080
06/1986	0.0642	06/1990	0.0220	06/1994	0.0050	06/1998	0.0118
07/1986	0.0499	07/1990	0.0182	07/1994	0.0044	07/1998	0.0096
08/1986	0.0797	08/1990	0.0170	08/1994	0.0047	08/1998	0.0096
09/1986	0.0600	09/1990	0.0143	09/1994	0.0071	09/1998	0.0162
10/1986	0.0572	10/1990	0.0144	10/1994	0.0052	10/1998	0.0143
11/1986	0.0676	11/1990	0.0266	11/1994	0.0053	11/1998	0.0177
12/1986	0.0790	12/1990	0.0315	12/1994	0.0088	12/1998	0.0244
01/1987	0.0810	01/1991	0.0255	01/1995	0.0376	01/1999	0.0253
02/1987	0.0722	02/1991	0.0175	02/1995	0.0424	02/1999	0.0134
03/1987	0.0661	03/1991	0.0143	03/1995	0.0590	03/1999	0.0093
04/1987	0.0875	04/1991	0.0105	04/1995	0.0797	04/1999	0.0092
05/1987	0.0754	05/1991	0.0098	05/1995	0.0418	05/1999	0.0060
06/1987	0.0723	06/1991	0.0105	06/1995	0.0317	06/1999	0.0066
07/1987	0.0810	07/1991	0.0088	07/1995	0.0204	07/1999	0.0066
08/1987	0.0817	08/1991	0.0070	08/1995	0.0166	08/1999	0.0056
09/1987	0.0659	09/1991	0.0100	09/1995	0.0207	09/1999	0.0097
10/1987	0.0833	10/1991	0.0116	10/1995	0.0206	10/1999	0.0063
11/1987	0.0793	11/1991	0.0248	11/1995	0.0247	11/1999	0.0089
12/1987	0.1477	12/1991	0.0235	12/1995	0.0326	12/1999	0.0100
01/1988	0.1546	01/1992	0.0182	01/1996	0.0359	01/2000	0.0134
02/1988	0.0834	02/1992	0.0118	02/1996	0.0233	02/2000	0.0089
03/1988	0.0512	03/1992	0.0102	03/1996	0.0220	03/2000	0.0055
04/1988	0.0308	04/1992	0.0089	04/1996	0.0284	04/2000	0.0057
05/1988	0.0193	05/1992	0.0066	05/1996	0.0182	05/2000	0.0037
06/1988	0.0204	06/1992	0.0068	06/1996	0.0163	06/2000	0.0059
07/1988	0.0167	07/1992	0.0063	07/1996	0.0142	07/2000	0.0039
08/1988	0.0092	08/1992	0.0061	08/1996	0.0133	08/2000	0.0055
09/1988	0.0057	09/1992	0.0087	09/1996	0.0160	09/2000	0.0073
10/1988	0.0076	10/1992	0.0072	10/1996	0.0125	10/2000	0.0069
11/1988	0.0134	11/1992	0.0083	11/1996	0.0152	11/2000	0.0086
12/1988	0.0209	12/1992	0.0142	12/1996	0.0320	12/2000	0.0108
01/1989	0.0245	01/1993	0.0125	01/1997	0.0257	01/2001	0.0055
02/1989	0.0136	02/1993	0.0082	02/1997	0.0168	02/2001	-0.0007
03/1989	0.0108	03/1993	0.0058	03/1997	0.0124	03/2001	0.0063
04/1989	0.0150	04/1993	0.0058	04/1997	0.0108	04/2001	0.0050
05/1989	0.0138	05/1993	0.0057	05/1997	0.0091	05/2001	0.0023
06/1989	0.0121	06/1993	0.0056	06/1997	0.0089	06/2001	0.0024
07/1989	0.0100	07/1993	0.0048	07/1997	0.0087	07/2001	-0.0026
08/1989	0.0095	08/1993	0.0054	08/1997	0.0089	08/2001	0.0059
09/1989	0.0096	09/1993	0.0074	09/1997	0.0125	09/2001	0.0093
10/1989	0.0148	10/1993	0.0041	10/1997	0.0080	10/2001	0.0045
11/1989	0.0140	11/1993	0.0044	11/1997	0.0112	11/2001	0.0038
12/1989	0.0337	12/1993	0.0076	12/1997	0.0140	12/2001	0.0014

Tabla 2.

Tasa de expansión monetaria.

fecha	$\frac{dM}{M}$	fecha	$\frac{dM}{M}$	fecha	$\frac{dM}{M}$	fecha	$\frac{dM}{M}$
01/1986	0.0189	01/1990	-0.0007	01/1994	0.0066	01/1998	0.0046
02/1986	0.0404	02/1990	0.0279	02/1994	0.0233	02/1998	0.0172
03/1986	0.0694	03/1990	0.0358	03/1994	0.0040	03/1998	0.0193
04/1986	0.0508	04/1990	0.0312	04/1994	-0.0305	04/1998	0.0155
05/1986	0.0575	05/1990	0.0361	05/1994	0.0217	05/1998	0.0292
06/1986	0.0433	06/1990	0.0315	06/1994	0.0148	06/1998	0.0117
07/1986	0.0552	07/1990	0.0303	07/1994	0.0178	07/1998	0.0200
08/1986	0.0700	08/1990	0.0216	08/1994	0.0222	08/1998	0.0116
09/1986	0.0616	09/1990	0.0177	09/1994	0.0234	09/1998	0.0177
10/1986	0.0942	10/1990	0.0437	10/1994	0.0161	10/1998	0.0195
11/1986	0.0817	11/1990	0.0508	11/1994	0.0062	11/1998	0.0256
12/1986	0.1130	12/1990	0.0522	12/1994	0.0735	12/1998	0.0499
01/1987	0.0589	01/1991	-0.0037	01/1995	-0.0076	01/1999	-0.0032
02/1987	0.0802	02/1991	0.0281	02/1995	-0.0085	02/1999	0.0236
03/1987	0.0836	03/1991	0.0293	03/1995	0.0325	03/1999	0.0265
04/1987	0.0930	04/1991	0.0318	04/1995	-0.0146	04/1999	-0.0005
05/1987	0.0777	05/1991	0.0336	05/1995	0.0186	05/1999	0.0266
06/1987	0.0963	06/1991	0.0065	06/1995	0.0092	06/1999	0.0085
07/1987	0.0801	07/1991	0.0220	07/1995	-0.0002	07/1999	0.0241
08/1987	0.0726	08/1991	0.0138	08/1995	0.0168	08/1999	0.0101
09/1987	0.0723	09/1991	-0.0105	09/1995	0.0147	09/1999	0.0215
10/1987	0.0824	10/1991	0.0433	10/1995	0.0317	10/1999	0.0092
11/1987	0.0503	11/1991	0.0379	11/1995	0.0355	11/1999	0.0228
12/1987	0.1052	12/1991	0.0258	12/1995	0.0527	12/1999	0.0219
01/1988	0.0421	01/1992	-0.0111	01/1996	0.0161	01/2000	0.0087
02/1988	0.0965	02/1992	0.0166	02/1996	0.0062	02/2000	0.0111
03/1988	0.0844	03/1992	0.0030	03/1996	0.0327	03/2000	0.0160
04/1988	0.0429	04/1992	0.0202	04/1996	0.0253	04/2000	0.0098
05/1988	0.0388	05/1992	0.0163	05/1996	0.0263	05/2000	0.0107
06/1988	0.0173	06/1992	0.0003	06/1996	0.0098	06/2000	0.0141
07/1988	-0.0050	07/1992	0.0346	07/1996	0.0208	07/2000	0.0175
08/1988	-0.0014	08/1992	-0.0131	08/1996	0.0132	08/2000	-0.0009
09/1988	0.0231	09/1992	0.0160	09/1996	0.0283	09/2000	0.0218
10/1988	0.0072	10/1992	0.0276	10/1996	0.0274	10/2000	0.0113
11/1988	0.0380	11/1992	0.0310	11/1996	0.0151	11/2000	0.0126
12/1988	0.0511	12/1992	0.0375	12/1996	0.0509	12/2000	0.0198
01/1989	0.0324	01/1993	0.0223	01/1997	0.0029	01/2001	-0.0045
02/1989	0.0257	02/1993	0.0084	02/1997	0.0143	02/2001	0.0174
03/1989	0.0252	03/1993	0.0169	03/1997	0.0321	03/2001	0.0112
04/1989	0.0626	04/1993	0.0272	04/1997	0.0215	04/2001	0.0096
05/1989	0.0129	05/1993	0.0215	05/1997	0.0240	05/2001	0.0112
06/1989	0.0503	06/1993	0.0214	06/1997	0.0264	06/2001	0.0104
07/1989	0.0587	07/1993	0.0151	07/1997	0.0164	07/2001	0.0117
08/1989	0.0139	08/1993	0.0061	08/1997	0.0206	08/2001	0.0323
09/1989	0.0240	09/1993	0.0194	09/1997	0.0147	09/2001	0.0115
10/1989	0.0395	10/1993	0.0144	10/1997	0.0235	10/2001	0.0081
11/1989	0.0412	11/1993	0.0073	11/1997	0.0248	11/2001	0.0208
12/1989	0.0718	12/1993	0.0601	12/1997	0.0385	12/2001	0.0123

Tabla 3.

Producto marginal promedio (γ) y
producto marginal promedio por capital (γk).

Año	formación bruta de capital fijo en mdp de 1980	formación bruta como proporción del PIB	PIB en mdp de 1980	acervos netos de capital en mdp de 1980	$\gamma =$ PIB/capital	$\gamma * k$ mdp de 1993
1986	777,198	0.164	4,739,012	11,210,783	0.4227	84,751
1987	776,246	0.161	4,821,404	11,454,630	0.4209	89,315
1988	875,428	0.168	5,210,881	11,782,208	0.4423	83,615
1989	939,040	0.173	5,427,977	12,156,676	0.4465	92,378
1990	1,068,639	0.187	5,714,647	12,639,725	0.4521	96,468
1991	1,164,081	0.196	5,939,189	13,190,621	0.4503	101,911
1992	1,300,690	0.211	6,164,408	13,841,363	0.4454	105,616
1993	1,301,809	0.207	6,288,932	14,461,494	0.4349	107,392
1994	1,262,846	0.193	6,543,244	15,018,173	0.4357	112,553
1995	896,585	0.146	6,140,993	15,207,500	0.4038	105,192
1996	1,043,575	0.161	6,481,832	15,541,988	0.4171	107,983
1997	1,263,106	0.183	6,902,219	16,071,320	0.4295	113,522
1998	1,392,968	0.192	7,255,042	18,688,203	0.3882	120,283
1999	1,500,056	0.199	7,537,970	17,366,277	0.4341	121,900
2000					0.4400	134,665
2001					0.4400	135,557

Tabla 4.

Cambio porcentual del producto a precios constantes sobre el capital.

fecha	$\frac{dy}{y*k}$	fecha	$\frac{dy}{y*k}$	fecha	$\frac{dy}{y*k}$	fecha	$\frac{dy}{y*k}$
01/1986	1.0847	01/1990	0.9879	01/1994	0.9857	01/1998	1.0094
02/1986	1.0331	02/1990	0.9769	02/1994	0.9857	02/1998	1.0032
03/1986	1.0240	03/1990	0.9890	03/1994	0.9857	03/1998	1.0027
04/1986	1.0317	04/1990	0.9989	04/1994	0.9977	04/1998	1.0021
05/1986	1.0311	05/1990	1.0106	05/1994	1.0095	05/1998	1.0029
06/1986	1.0247	06/1990	1.0194	06/1994	1.0211	06/1998	0.9999
07/1986	0.9961	07/1990	1.0067	07/1994	1.0071	07/1998	0.9922
08/1986	0.9804	08/1990	0.9979	08/1994	0.9929	08/1998	0.9846
09/1986	0.9373	09/1990	0.9902	09/1994	0.9765	09/1998	0.9707
10/1986	0.9518	10/1990	1.0224	10/1994	1.0050	10/1998	0.9926
11/1986	0.9642	11/1990	1.0534	11/1994	1.0331	11/1998	1.0103
12/1986	0.9630	12/1990	1.0704	12/1994	1.0572	12/1998	1.0204
01/1987	0.9523	01/1991	0.9979	01/1995	1.1142	01/1999	0.9917
02/1987	0.9785	02/1991	0.9882	02/1995	1.0919	02/1999	0.9882
03/1987	1.0036	03/1991	0.9861	03/1995	1.0528	03/1999	0.9885
04/1987	1.0226	04/1991	0.9995	04/1995	1.0081	04/1999	0.9950
05/1987	1.0150	05/1991	1.0162	05/1995	0.9993	05/1999	1.0044
06/1987	1.0132	06/1991	1.0331	06/1995	0.9993	06/1999	1.0130
07/1987	1.0030	07/1991	1.0124	07/1995	0.9814	07/1999	1.0064
08/1987	0.9817	08/1991	0.9937	08/1995	0.9674	08/1999	1.0009
09/1987	0.9572	09/1991	0.9771	09/1995	0.9499	09/1999	0.9913
10/1987	0.9957	10/1991	1.0058	10/1995	0.9866	10/1999	1.0206
11/1987	1.0093	11/1991	1.0323	11/1995	1.0173	11/1999	1.0467
12/1987	1.0186	12/1991	1.0445	12/1995	1.0380	12/1999	1.0712
01/1988	1.0531	01/1992	0.9926	01/1996	0.9993	01/2000	0.9747
02/1988	1.0031	02/1992	0.9827	02/1996	0.9992	02/2000	0.9838
03/1988	1.0098	03/1992	0.9790	03/1996	0.9999	03/2000	0.9960
04/1988	0.9949	04/1992	0.9893	04/1996	0.9964	04/2000	0.9996
05/1988	0.9984	05/1992	1.0005	05/1996	1.0022	05/2000	1.0052
06/1988	1.0122	06/1992	1.0138	06/1996	1.0094	06/2000	1.0084
07/1988	0.9891	07/1992	1.0021	07/1996	1.0000	07/2000	1.0032
08/1988	0.9701	08/1992	0.9910	08/1996	0.9916	08/2000	0.9963
09/1988	0.9586	09/1992	0.9802	09/1996	0.9807	09/2000	0.9878
10/1988	0.9852	10/1992	1.0013	10/1996	1.0213	10/2000	1.0031
11/1988	1.0095	11/1992	1.0234	11/1996	1.0578	11/2000	1.0165
12/1988	1.0276	12/1992	1.0440	12/1996	1.0753	12/2000	1.0274
01/1989	0.9454	01/1993	1.0161	01/1997	1.0035	01/2001	1.0142
02/1989	0.9562	02/1993	1.0074	02/1997	0.9930	02/2001	1.0141
03/1989	0.9764	03/1993	1.0029	03/1997	0.9869	03/2001	1.0069
04/1989	0.9929	04/1993	1.0049	04/1997	0.9973	04/2001	1.0003
05/1989	1.0047	05/1993	1.0069	05/1997	1.0090	05/2001	0.9965
06/1989	1.0172	06/1993	1.0089	06/1997	1.0206	06/2001	0.9925
07/1989	1.0024	07/1993	0.9947	07/1997	1.0067	07/2001	0.9876
08/1989	0.9899	08/1993	0.9815	08/1997	0.9928	08/2001	0.9743
09/1989	0.9780	09/1993	0.9678	09/1997	0.9756	09/2001	0.9579
10/1989	0.9982	10/1993	0.9913	10/1997	1.0146	10/2001	0.9715
11/1989	1.0127	11/1993	1.0178	11/1997	1.0495	11/2001	0.9857
12/1989	1.0274	12/1993	1.0437	12/1997	1.0805	12/2001	1.0021

Tabla 5.

Cambio porcentual del gasto público total a precios constantes sobre el capital.

fecha	$\frac{dg}{y*k}$	fecha	$\frac{dg}{y*k}$	fecha	$\frac{dg}{y*k}$	fecha	$\frac{dg}{y*k}$
01/1986	0.2751	01/1990	0.2086	01/1994	0.1442	01/1998	0.1360
02/1986	0.2320	02/1990	0.2011	02/1994	0.1402	02/1998	0.1546
03/1986	0.2762	03/1990	0.2308	03/1994	0.1610	03/1998	0.1590
04/1986	0.2978	04/1990	0.1833	04/1994	0.1399	04/1998	0.1307
05/1986	0.2745	05/1990	0.2082	05/1994	0.1528	05/1998	0.1393
06/1986	0.2626	06/1990	0.1743	06/1994	0.1698	06/1998	0.1762
07/1986	0.3556	07/1990	0.1959	07/1994	0.1646	07/1998	0.1354
08/1986	0.3033	08/1990	0.1661	08/1994	0.1521	08/1998	0.1388
09/1986	0.3115	09/1990	0.1532	09/1994	0.1517	09/1998	0.1676
10/1986	0.2652	10/1990	0.2156	10/1994	0.1570	10/1998	0.1718
11/1986	0.3116	11/1990	0.1662	11/1994	0.1864	11/1998	0.1577
12/1986	0.2850	12/1990	0.2281	12/1994	0.1740	12/1998	0.2513
01/1987	0.3403	01/1991	0.1658	01/1995	0.1426	01/1999	0.1472
02/1987	0.2787	02/1991	0.1441	02/1995	0.1272	02/1999	0.1575
03/1987	0.2645	03/1991	0.1410	03/1995	0.1634	03/1999	0.1660
04/1987	0.3358	04/1991	0.1640	04/1995	0.1420	04/1999	0.1444
05/1987	0.2777	05/1991	0.1563	05/1995	0.1476	05/1999	0.1508
06/1987	0.2893	06/1991	0.1391	06/1995	0.1792	06/1999	0.1825
07/1987	0.3293	07/1991	0.1596	07/1995	0.1652	07/1999	0.1723
08/1987	0.2640	08/1991	0.1335	08/1995	0.1305	08/1999	0.1497
09/1987	0.2529	09/1991	0.1621	09/1995	0.1431	09/1999	0.1887
10/1987	0.3427	10/1991	0.1444	10/1995	0.1642	10/1999	0.1668
11/1987	0.3287	11/1991	0.1332	11/1995	0.1505	11/1999	0.1617
12/1987	0.4517	12/1991	0.2472	12/1995	0.3048	12/1999	0.2441
01/1988	0.3625	01/1992	0.1406	01/1996	0.1302	01/2000	0.1754
02/1988	0.3196	02/1992	0.1193	02/1996	0.1419	02/2000	0.1622
03/1988	0.3501	03/1992	0.1502	03/1996	0.1568	03/2000	0.1632
04/1988	0.3286	04/1992	0.1370	04/1996	0.1254	04/2000	0.1612
05/1988	0.2516	05/1992	0.1268	05/1996	0.1376	05/2000	0.1475
06/1988	0.2597	06/1992	0.1488	06/1996	0.1532	06/2000	0.1575
07/1988	0.2451	07/1992	0.1696	07/1996	0.1599	07/2000	0.1992
08/1988	0.2404	08/1992	0.1261	08/1996	0.1507	08/2000	0.1663
09/1988	0.2204	09/1992	0.1469	09/1996	0.1606	09/2000	0.1655
10/1988	0.1861	10/1992	0.1283	10/1996	0.1492	10/2000	0.1567
11/1988	0.2394	11/1992	0.1492	11/1996	0.1646	11/2000	0.2041
12/1988	0.2522	12/1992	0.2267	12/1996	0.3310	12/2000	0.2468
01/1989	0.1800	01/1993	0.1283	01/1997	0.1411	01/2001	0.1697
02/1989	0.1887	02/1993	0.1170	02/1997	0.1349	02/2001	0.1719
03/1989	0.2163	03/1993	0.1482	03/1997	0.1375	03/2001	0.1610
04/1989	0.2252	04/1993	0.1345	04/1997	0.1413	04/2001	0.1581
05/1989	0.1876	05/1993	0.1307	05/1997	0.1482	05/2001	0.1603
06/1989	0.2634	06/1993	0.1679	06/1997	0.1941	06/2001	0.1711
07/1989	0.2808	07/1993	0.1739	07/1997	0.1450	07/2001	0.2065
08/1989	0.2344	08/1993	0.1342	08/1997	0.1360	08/2001	0.1691
09/1989	0.1941	09/1993	0.1484	09/1997	0.1585	09/2001	0.1720
10/1989	0.1917	10/1993	0.1482	10/1997	0.1781	10/2001	0.1766
11/1989	0.2041	11/1993	0.1379	11/1997	0.1540	11/2001	0.1557
12/1989	0.2498	12/1993	0.2176	12/1997	0.4238	12/2001	0.1985

6.2 Represenación de los procesos estocásticos

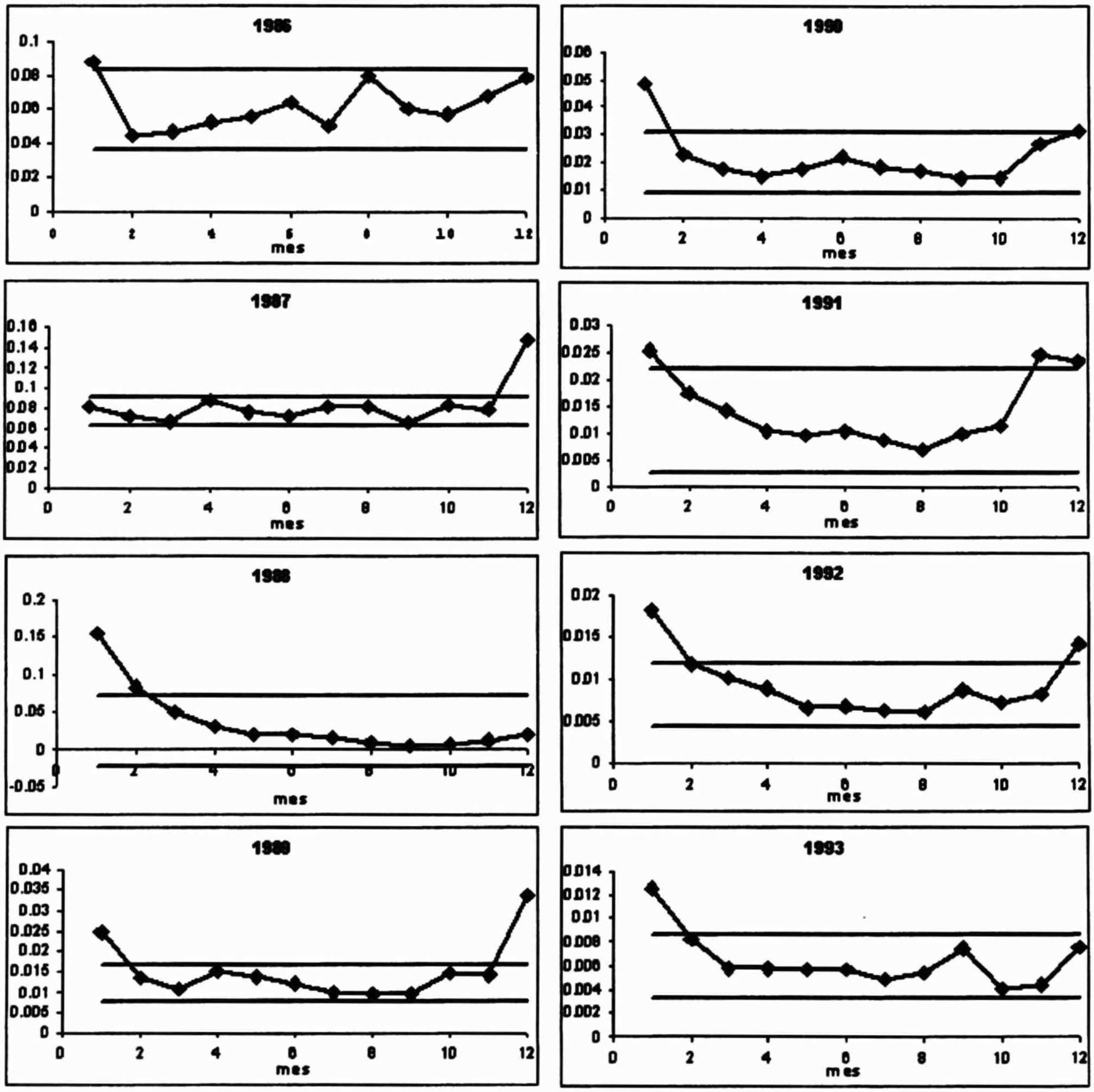
Buscamos modelar el comportamiento anual de los indicadores con base en los procesos estocásticos antes definidos. Primero, se define lo que es un salto. Suponiendo que los doce datos de cada año y de cada indicador se distribuyen normalmente, se sabe que el 95.44% de los datos deben encontrarse dentro del intervalo $(m - 2\sigma, m + 2\sigma)$, donde m es el valor esperado y σ es la desviación estándar. Debido a que el 95.44% son más de 11 datos, entonces el valor de los doce meses debería caer dentro del intervalo; los puntos que no caigan dentro del intervalo se van a considerar como saltos. El tamaño esperado de los saltos se determina con la variable ν que puede definirse como una variable aleatoria que toma valores negativos y positivos. En las *Gráficas de datos anuales 1,2,3 y 4* se muestran las series anuales y se marca el intervalo fuera del cual caen los saltos. Por ejemplo, el valor esperado de la inflación en 1992 es de 0.00809 y la desviación estándar es de 0.00372, la inflación de los meses de enero y diciembre se consideran, según nuestra definición, como saltos. Es importante decir que a algunos puntos de las series (aproximadamente el 3%) que cumplían con nuestra definición de saltos no se les determinó como tales debido a que complicaban el análisis. Las series sin saltos se encuentran en el Anexo D.

Las varianzas resultantes de las series anuales sin saltos de cada indicador económico se resumen en la siguiente tabla.

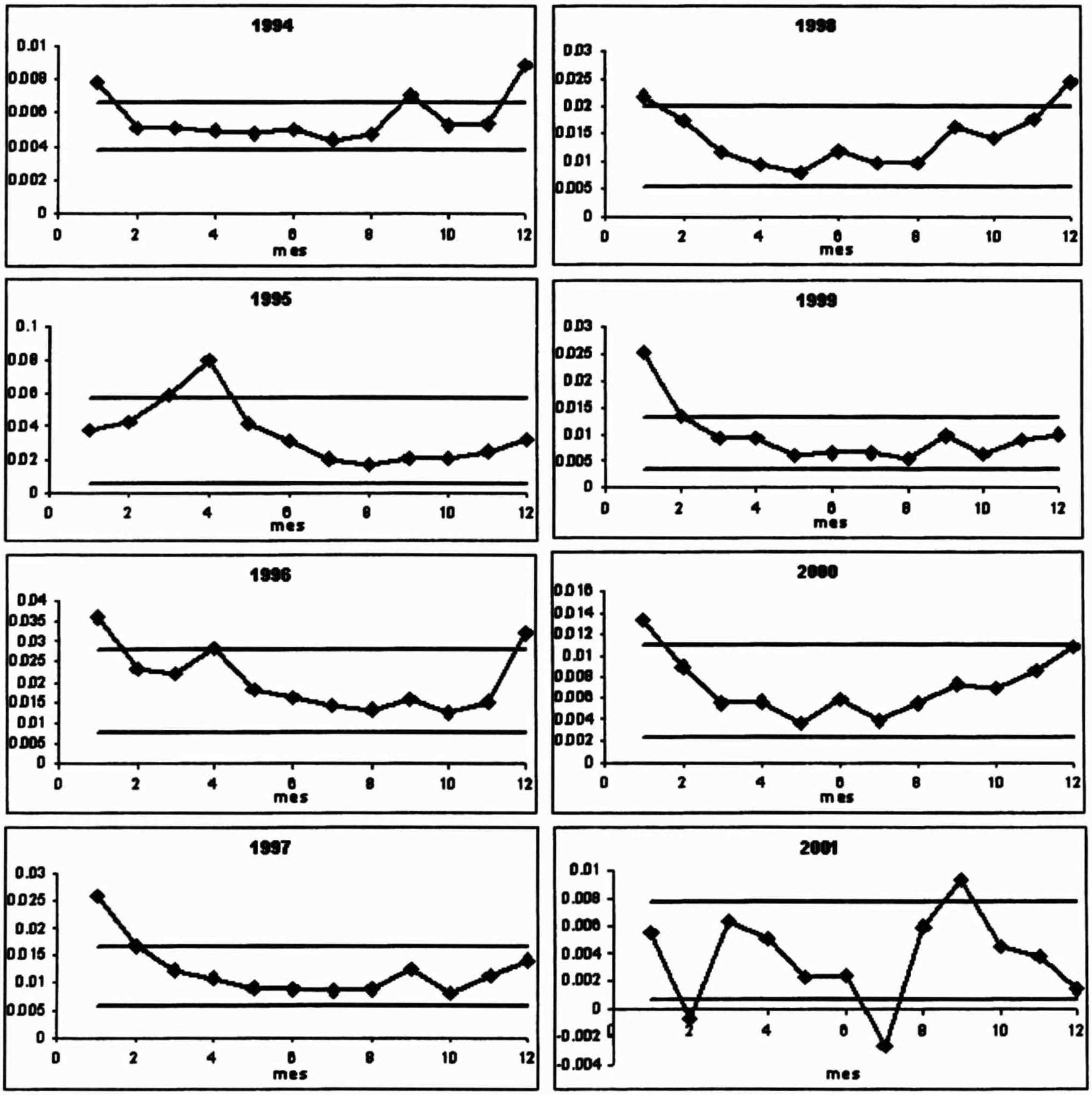
Tabla 6.

Año	σ_P^2	σ_M^2	σ_y^2	σ_g^2
1986	0.000144	0.000284	0.001070	0.000341
1987	0.000050	0.000067	0.000223	0.001225
1988	0.000180	0.000324	0.000263	0.001370
1989	0.000005	0.000257	0.000199	0.000539
1990	0.000030	0.000095	0.000215	0.000364
1991	0.000024	0.000088	0.000219	0.000154
1992	0.000003	0.000091	0.000195	0.000213
1993	0.000002	0.000047	0.000126	0.000288
1994	0.000001	0.000057	0.000293	0.000130
1995	0.000165	0.000260	0.000738	0.000253
1996	0.000026	0.000058	0.000111	0.000166
1997	0.000007	0.000031	0.000183	0.000356
1998	0.000013	0.000030	0.000064	0.000263
1999	0.000006	0.000052	0.000122	0.000210
2000	0.000005	0.000013	0.000093	0.000309
2001	0.000003	0.000015	0.000209	0.000050

Gráficas de datos anuales 1.
Tasa de inflación $\frac{dP}{P}$.

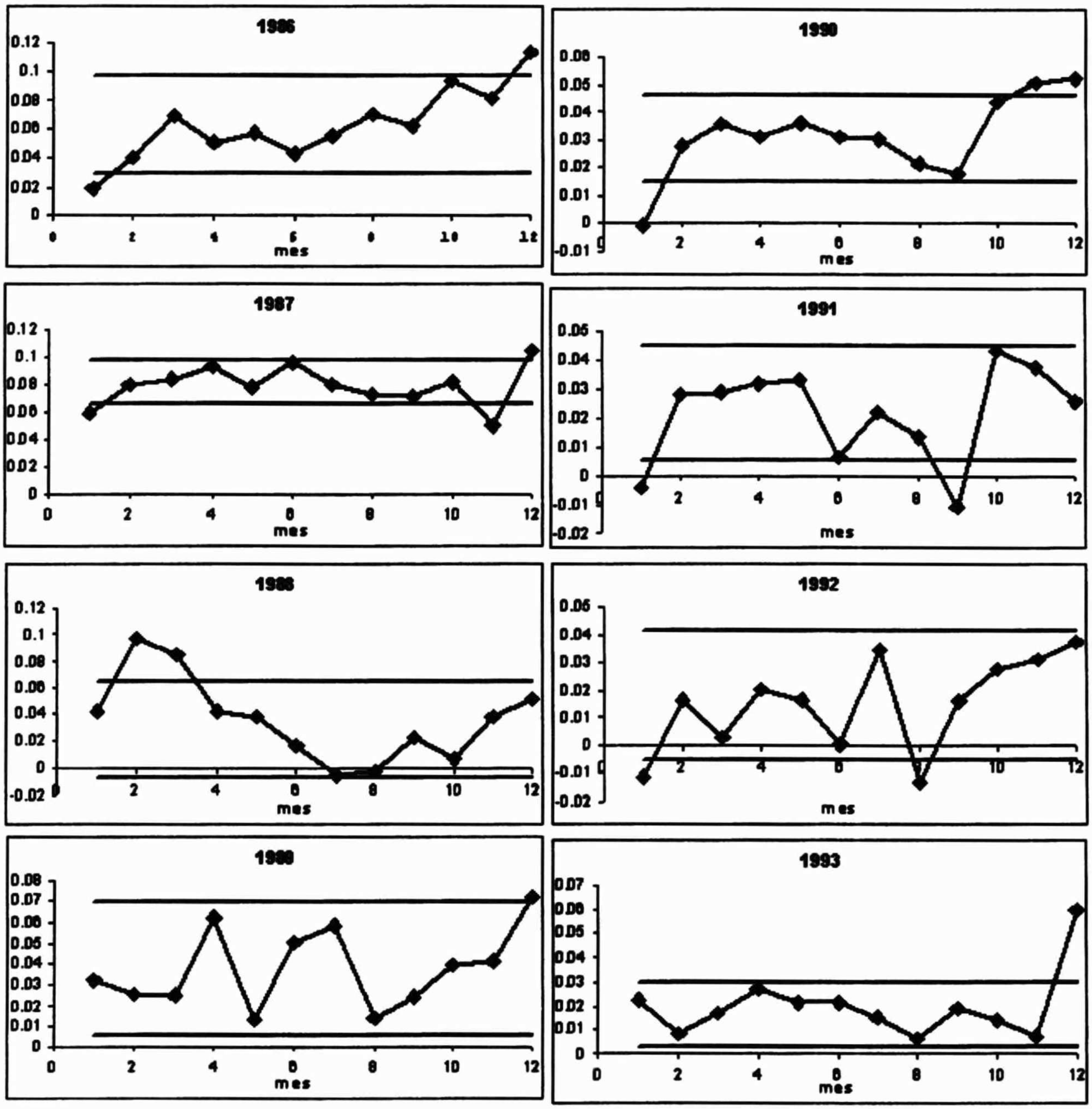


Tasa de inflación $\frac{dP}{P}$.

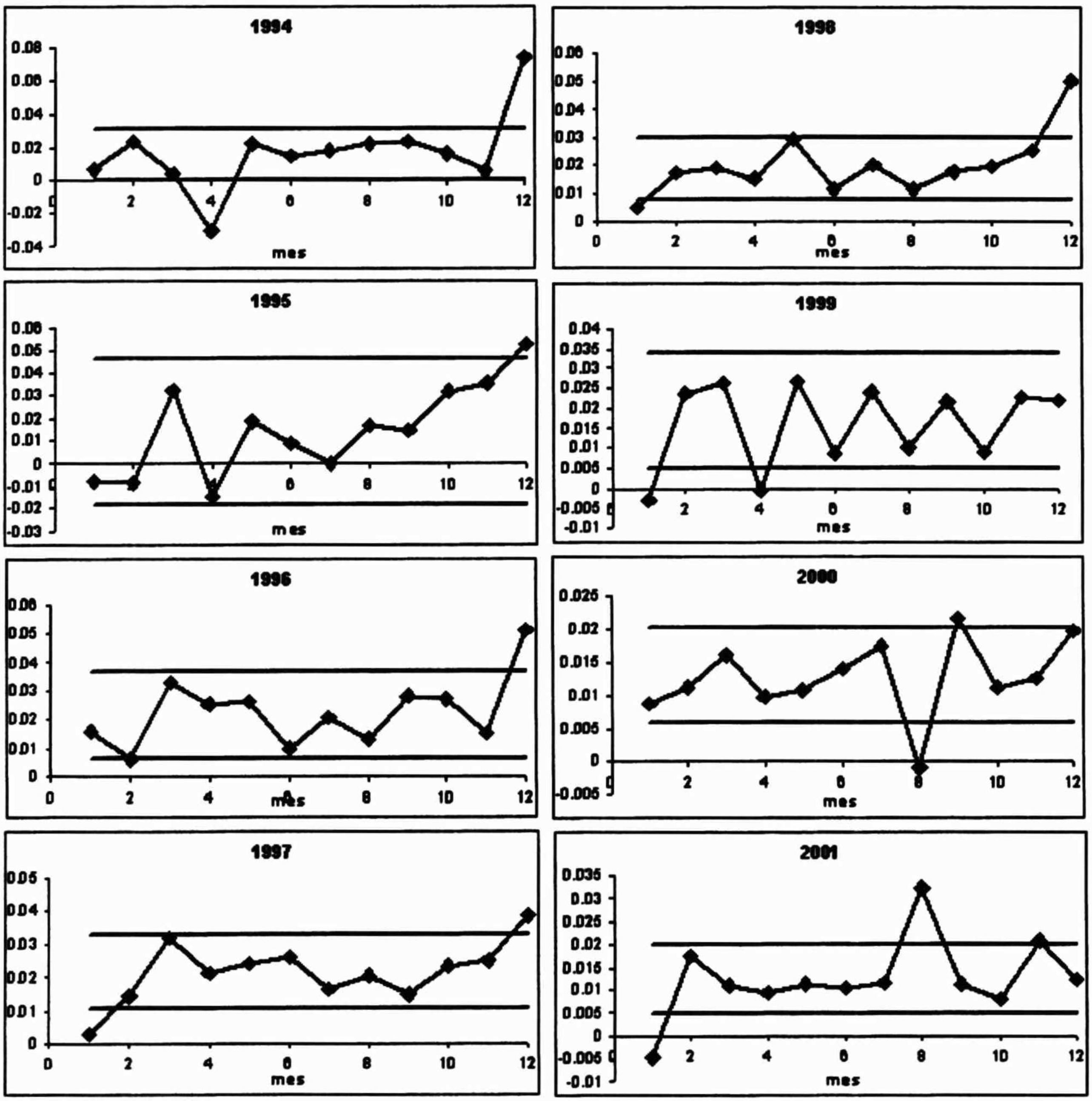


Gráficas de datos anuales 2.

Tasa de expansión monetaria $\mathrm{d}M/M$.

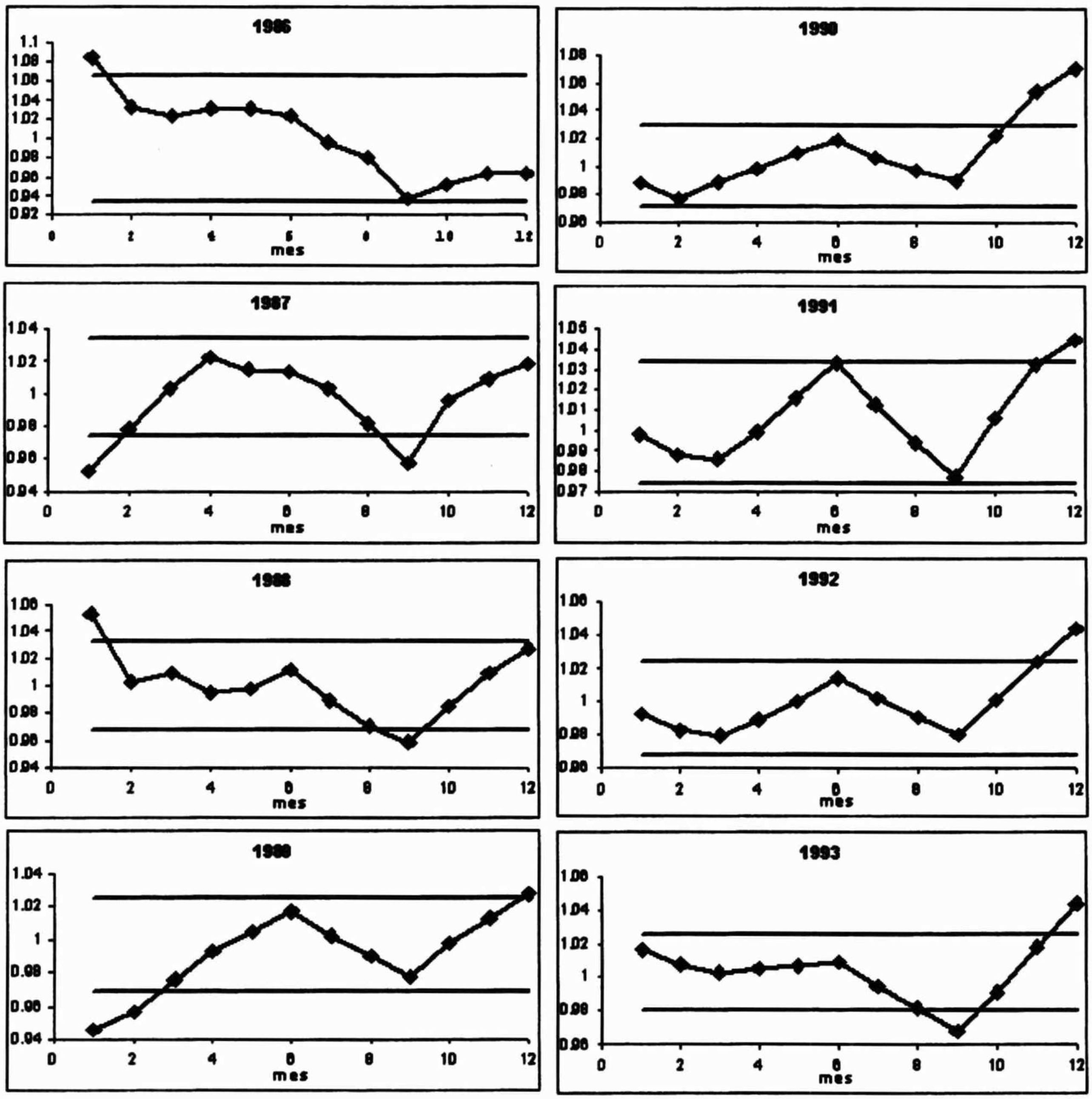


Tasa de expansión monetaria $\mathrm{d}M/M$.

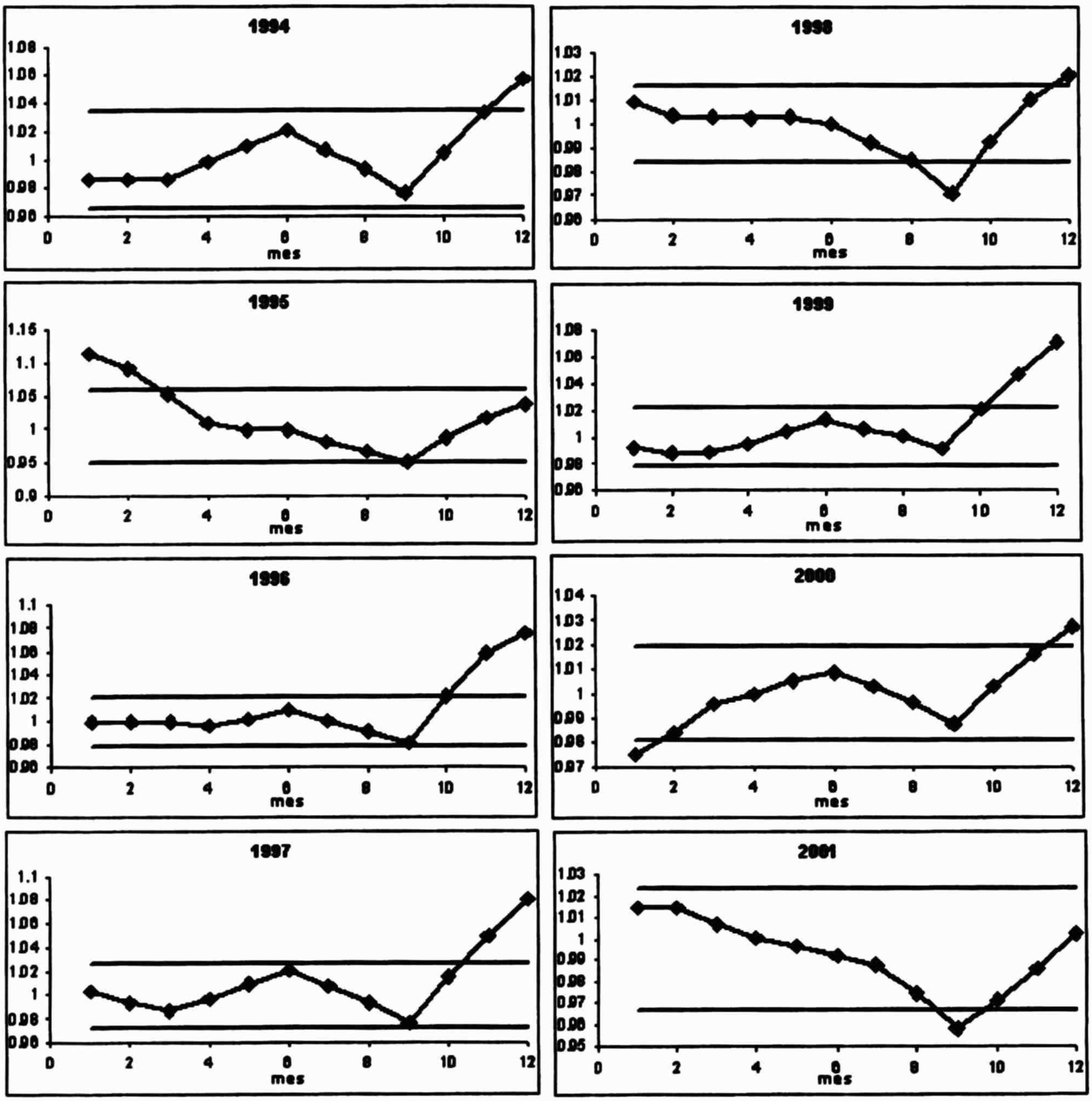


Gráficas de datos anuales 3.

Cambio porcentual del producto sobre el capital $dy/\gamma k$.

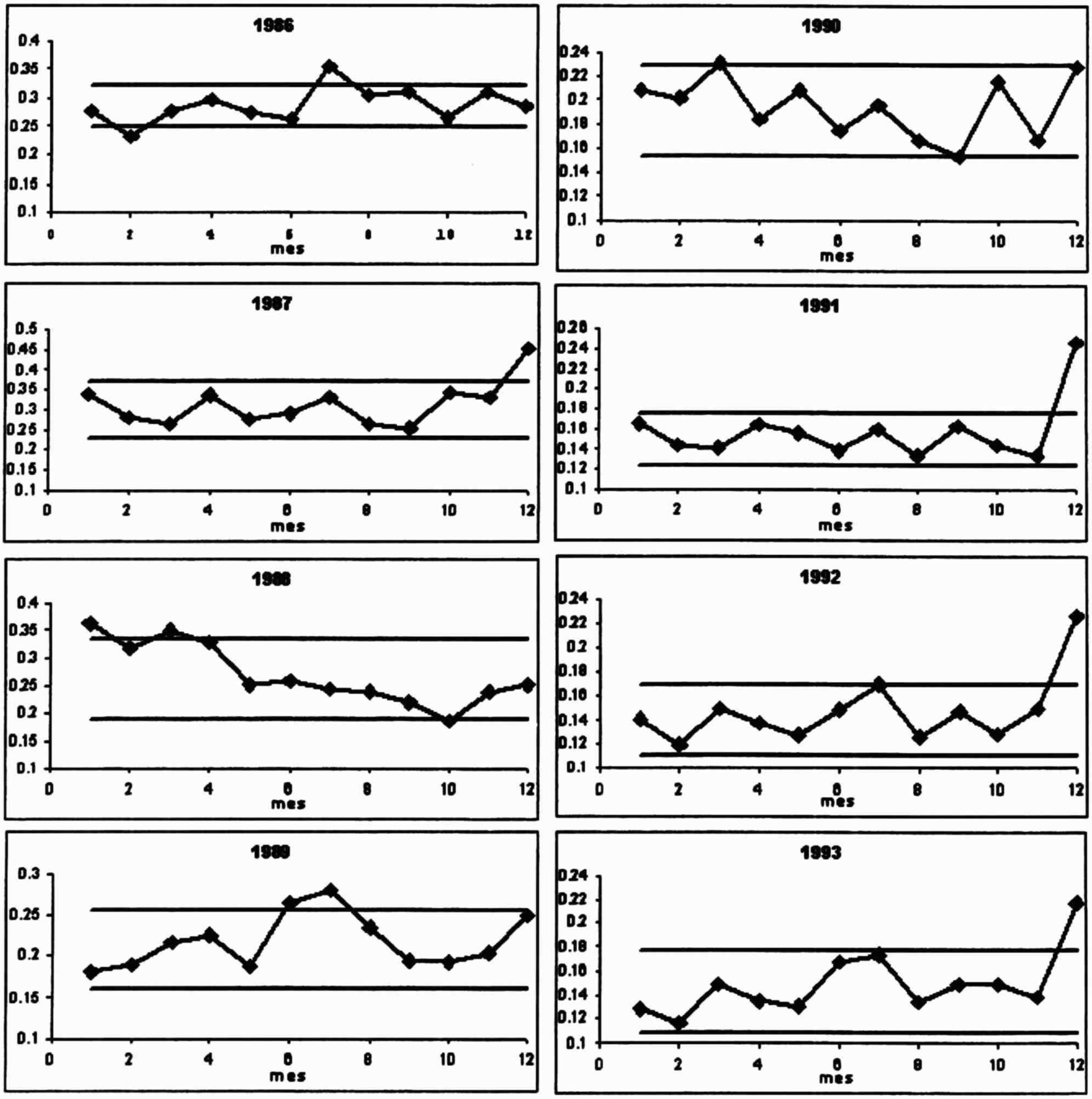


Cambio porcentual del producto sobre el capital d$y/\gamma k$.

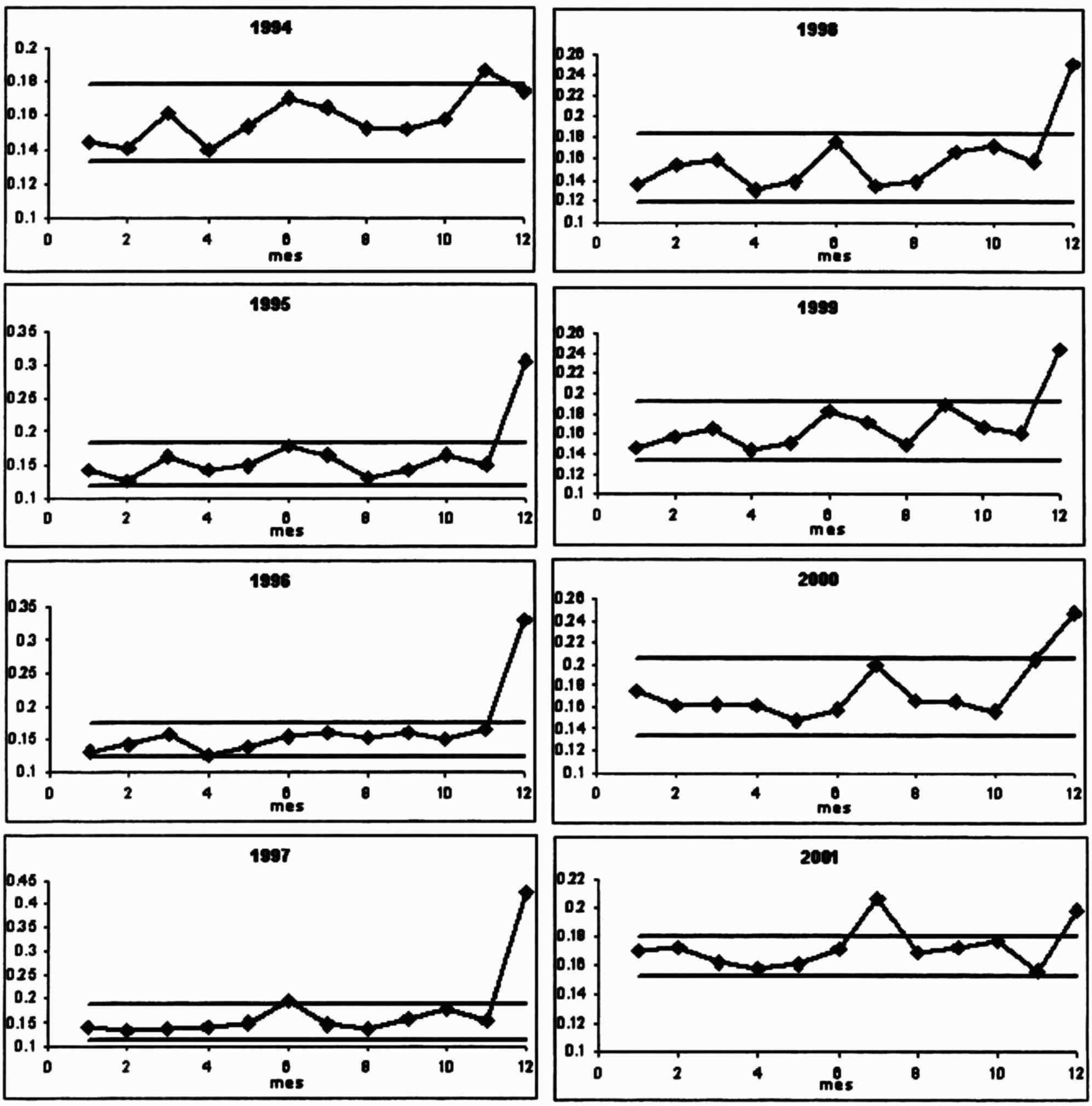


Gráficas anuales 4.

Cambio porcentual del gasto público sobre el capital $dg/\gamma k$.



Cambio porcentual del gasto público sobre el capital $\mathrm{d}g/\gamma k$.



6.3 Resultados

Una vez obtenidas las varianzas de cada una de las series sin componente de saltos, se calcula la suma $\sigma_M^2 + \gamma^2(\sigma_y^2 + \sigma_g^2) - 2\gamma\sigma_{My}$ y los resultados se comparan con la varianza observada de la tasa de inflación σ_P^2. Ver *Tablas 7 y 8*. En los años de 1996, 1998, 2000 y 2001 se observa una menor diferencia entre las varianzas observada y de equilibrio. A diferencia de 2000 y 2001, la suma de las varianzas es más alta en 1999 porque aunque la covarianza σ_{My} es positiva cuando se calcula sobre la serie anual original, se vuelve negativa cuando se utilizan las series sin saltos. Este cambio se explica por los pocos datos que se tienen; si se tuvieran series con una periodicidad menor, la covarianza entre series sin saltos cambiaría muy poco. Se puede concluir que en los últimos años la Economía Mexicana ha estado más cerca del equilibrio estocástico, si éste se midiera a partir de la relación de equilibrio de la inflación. Nótese además que la suma de las varianzas de los indicadores exógenos es alta en los años de 1988 y 1995 al igual que la varianza de la inflación observada. Ver *Gráficas de Comparación 5.*

Tabla 7.
Resultados.

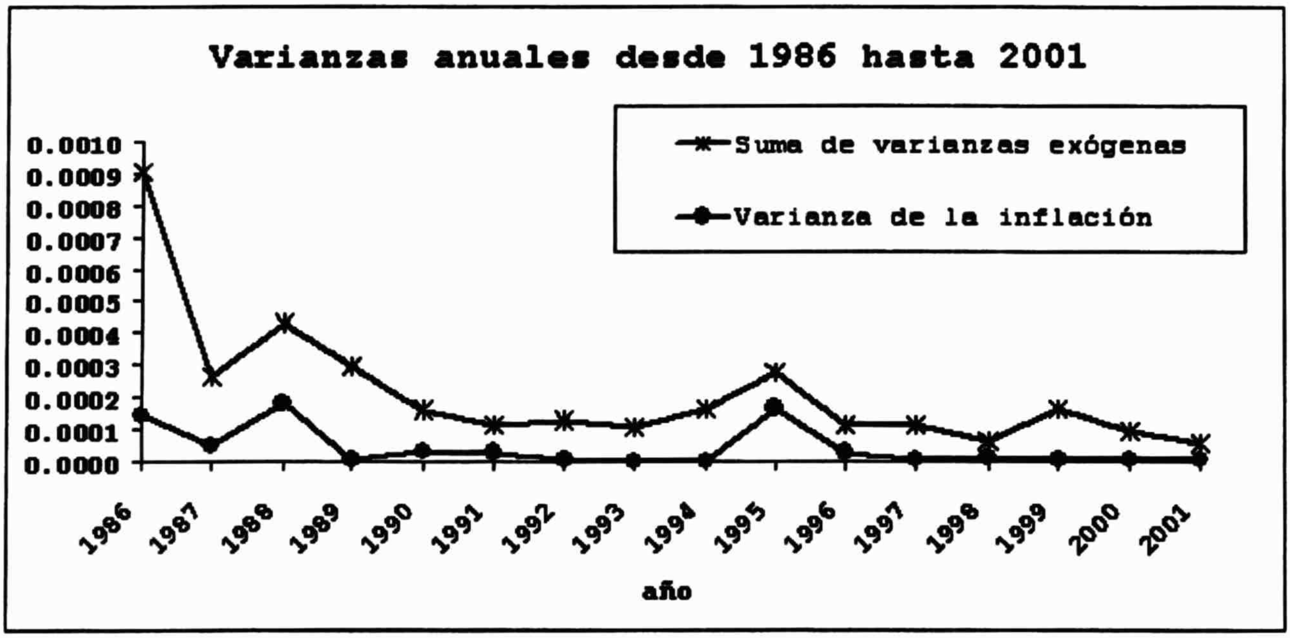
Año	$\sigma_M^2+\gamma^2(\sigma_y^2+\sigma_g^2)-2\gamma\sigma_{My}$	σ_P^2
1986	0.000903	0.000144
1987	0.000264	0.000050
1988	0.000429	0.000180
1989	0.000290	0.000005
1990	0.000161	0.000030
1991	0.000112	0.000024
1992	0.000126	0.000003
1993	0.000105	0.000002
1994	0.000163	0.000001
1995	0.000277	0.000165
1996	0.000110	0.000026
1997	0.000111	0.000007
1998	0.000063	0.000013
1999	0.000162	0.000006
2000	0.000088	0.000005
2001	0.000055	0.000003

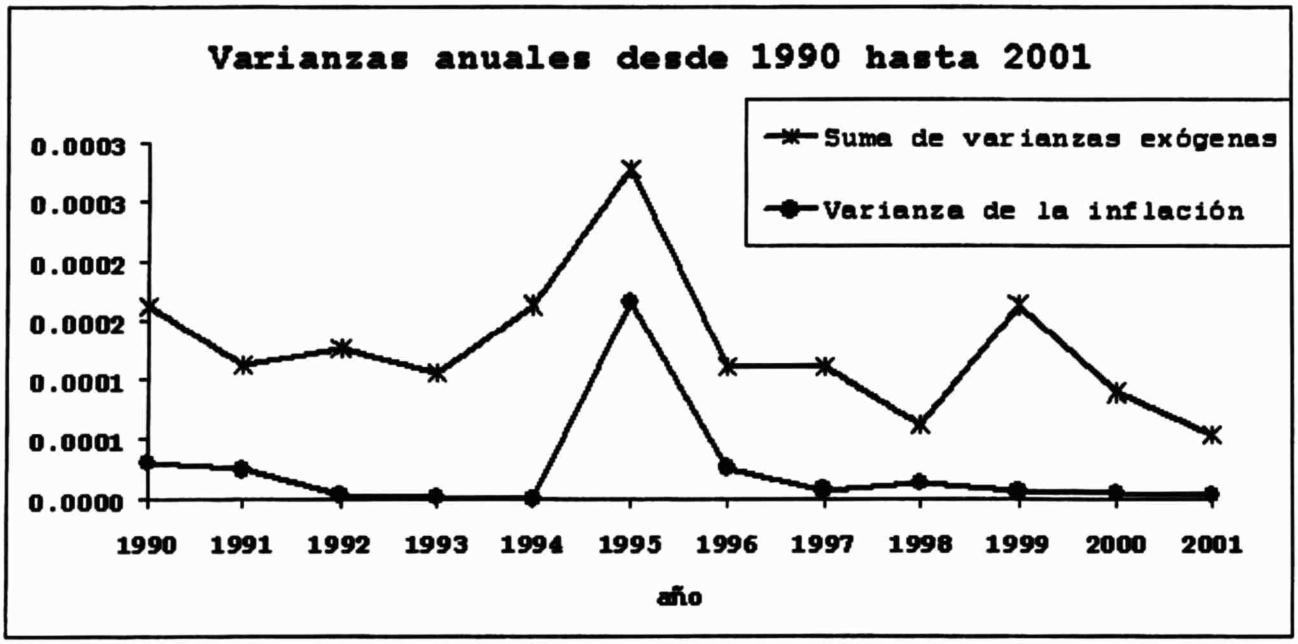
Tabla 8.

Error.

Año	σ_M^2	$\gamma^2\sigma_y^2$	$\gamma^2\sigma_g^2$	$2\gamma\sigma_{My}$	$\sigma_M^2+\gamma^2(\sigma_y^2+\sigma_g^2)-2\gamma\sigma_{My}$	σ_P^2	ERROR
1986	0.000284	0.000191	0.000061	-0.000367	0.000903	0.000144	-0.000759
1987	0.000067	0.000040	0.000217	0.000060	0.000264	0.000050	-0.000214
1988	0.000324	0.000051	0.000268	0.000214	0.000429	0.000180	-0.000250
1989	0.000257	0.000040	0.000107	0.000114	0.000290	0.000005	-0.000285
1990	0.000095	0.000044	0.000074	0.000052	0.000161	0.000030	-0.000131
1991	0.000088	0.000044	0.000031	0.000052	0.000112	0.000024	-0.000128
1992	0.000091	0.000039	0.000042	0.000047	0.000126	0.000003	-0.000122
1993	0.000047	0.000024	0.000054	0.000021	0.000105	0.000002	-0.000103
1994	0.000057	0.000056	0.000025	-0.000026	0.000163	0.000001	-0.000162
1995	0.000260	0.000120	0.000041	0.000145	0.000277	0.000165	-0.000112
1996	0.000058	0.000019	0.000029	-0.000004	0.000110	0.000026	-0.000084
1997	0.000031	0.000034	0.000066	0.000019	0.000111	0.000007	-0.000104
1998	0.000030	0.000010	0.000040	0.000016	0.000063	0.000013	-0.000050
1999	0.000052	0.000023	0.000040	-0.000048	0.000162	0.000006	-0.000157
2000	0.000013	0.000018	0.000060	0.000002	0.000088	0.000005	-0.000084
2001	0.000015	0.000040	0.000010	0.000009	0.000055	0.000003	-0.000052

Gráficas de Comparación.





Conclusiones

En este trabajo se desarrolló un modelo de equilibrio macroeconómico en un ambiente estocástico. Las variables exógenas incluyen los parámetros de política económica (crecimiento monetario, μ; gasto público, $\bar{g}$; política de deuda, κ; y las tasas de impuesto τ_c y τ_p. De igual forma, los procesos estocásticos exógenos son los respectivos al crecimiento monetario, $\mathrm{d}W_{M,t}$, el gasto público, $\mathrm{d}W_{g,t}$, y la producción, $\mathrm{d}W_{y,t}$. El resto de los procesos estocásticos son endógenos y pueden ser expresados como funciones simples de los shocks exógenos. Asimismo, se determinó el equilibrio macroeconómico en donde las varianzas de los shocks exógenos, tanto para difusiones como para saltos, desempeñan un papel importante en la administración de riesgos.

El modelo presentado puede ser extendido al caso de una economía abierta y pequeña con ajuste menores suponiendo que el precio de la economía doméstica, P_t, satisface la condición de poder de paridad de compra $P_t = P_t^* E_t$, en donde P_t^* es el precio (en dólares) de los bienes en el resto del mundo y E_t es el tipo de cambio. Por simplicidad, sungamos que $P_t^* \equiv 1$, entonces el nivel general de precios, P_t, es igual al tipo de cambio, E_t. De esta manera $(\mathrm{d}P_t/P_t) = (\mathrm{d}E_t/E_t)$ y la tasa de depreción del tipo de cambio tendría el comportamiento estocástico definido en (1). Por otro lado, si se incluyen bonos internacionalmente comeciables denominados en moneda extranjera B_t^* o en términos reales, $b_t^* = E_t B_t^*/P_t$, la riqueza del individuo estaría dada por $a_t = m_t + b_t + b_t^* + k_t$ y el portafolio de inversión contemplaría la tenencia de bonos internacionales, los cuales estarían en poder tanto de los particulares como del sector público. Lo anterior requiere modificaciones en las restricciones presupuestales tanto de los consumidores como del gobierno, así como consideraciones sustanciales en la balanza de pagos de las cuentas nacionales. En este caso, las complicaciones técnicas serían mayores.

Finalmente, se llevó a cabo un análisis empírico para determinar en qué años la economía mexicana alcanzó el equilibrio estocástico sugerido por el modelo propuesto.

APENDICE A

Para resolver un problema de control estocástico del tipo:

$$\max_{\bar{u}} \mathrm{E}\left\{\int_0^{\infty} F(x,\bar{u})e^{-\delta t}\mathrm{d}t\right\} \tag{A.1}$$

donde $\bar{u}$ es un vector de controles y x es una variable de estado, sujeto a

$$\frac{\mathrm{d}x}{x} = \mu \mathrm{d}t + \sigma \mathrm{d}W + \nu \mathrm{d}Q \tag{A.2}$$

donde $\mathrm{d}W$ y $\mathrm{d}Q$ son procesos de Wieener y de Poisson, respectivamente, se utiliza la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman (H-J-B) de la programación dinámica continua:

$$0 = \max_{\bar{u}}\left\{F(x,\bar{u}) - \delta V(x) + xV'(x)\mu + \frac{1}{2}x^2V''(x)\sigma + \lambda[V(x(1+\nu)) - V(x)]\right\}. \tag{A.3}$$

En nuestro modelo se desea maximizar

$$\max_{c_t,N_{m,t},N_{b,t},N_{k,t}} V_0 = \max_{c_t,N_{m,t},N_{b,t},N_{k,t}} \mathrm{E}_0\left\{\int_0^{\infty}[\theta\log(c_t) + (1-\theta)\log(N_{m,t}a_t)]\,e^{-\delta t}\mathrm{d}t\right\} \tag{A.4}$$

sujeto a

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}a_t}{a_t} = &\left[N_{m,t}r_m + N_{b,t}r_b + N_{k,t}r_k - \frac{c_t(1+\tau_c)}{a_t} - \bar{\tau}\right]\\ &+ [N_{k,t}\sigma_k\mathrm{d}W_{k,t} - (N_{m,t}+N_{b,t})\sigma_P\mathrm{d}W_{P,t} - \sigma_\tau\mathrm{d}W_{\tau,t}]\\ &+\left[(N_{m,t}+N_{b,t})\left(\frac{1}{1+\nu_P} - 1\right)\mathrm{d}Q_{P,t} + N_{k,t}\nu_k\mathrm{d}Q_{k,t} - \nu_\tau\mathrm{d}Q_{\tau,t}\right]\end{aligned} \tag{A.5}$$

y

$$N_{m,t} + N_{b,t} + N_{k,t} = 1 \tag{A.6}$$

donde $\bar{i}$, π, τ_c, $\bar{\tau}$ junto con las varianzas y covarianzas correspondientes se toman como dadas. En este caso, la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman (H-J-B), (A.3), conduce a

$$
\begin{aligned}
&\max_{c_t,N_{m,t},N_{b,t},N_{k,t}} H(c_t, N_{m,t}, N_{b,t}, N_{k,t}; a_t) \equiv \\
&\max_{c_t,N_{m,t},N_{b,t},N_{k,t}} \Big\{\theta\log(c_t) + (1-\theta)\log(N_{m,t}a_t) - \delta V(a_t) \\
&+ a_t V'(a_t)[N_{m,t}r_m + N_{b,t}r_b + N_{k,t}r_k - \frac{c_t(1+\tau_c)}{a_t} - \bar{\tau}] \\
&+ \tfrac{1}{2}a_t^2 V''(a_t)\Big[(N_{m,t}+N_{b,t})^2\sigma_P^2 + N_{k,t}^2\sigma_k^2 + \sigma_\tau^2 \\
&- 2(N_{m,t}+N_{b,t})N_{k,t}\sigma_{Pk} + 2(N_{m,t}+N_{b,t})\sigma_{P\tau} - 2N_{k,t}\sigma_{k\tau}\Big]\Big\} \\
&+ \lambda_P\left(V\left(a_t\left[1-(N_{m,t}+N_{b,t})\frac{\nu_P}{1+\nu_P}\right]\right) - V(a_t)\right) + \lambda_k[V(a_t(1+N_{k,t}\nu_k)) - V(a_t)] \\
&+ \lambda_\tau[V(a_t(1-\nu_\tau)) - V(a_t)] + \phi(1-N_{m,t}-N_{b,t}-N_{k,t}) = 0.
\end{aligned}
\tag{A.7}
$$

Esta condición evaluada en el máximo es una ecuación diferencial (determinista) de segundo orden en $V(a_t)$. Para resolver esta ecuación diferencial, postulamos a $V(a_t)$ de la forma: $V(a_t) = \beta_0 + \beta_1\log(a_t)$. Consecuentemente, las dos primeras derivadas son:

$$
V'(a_t) = \frac{\beta_1}{a_t} \qquad \text{y} \qquad V''(a_t) = -\frac{\beta_1}{a_t^2}. \tag{A.8}
$$

Después de sustituir estas expresiones en la la condición de H-J-B obtenemos:

$$
\begin{aligned}
&\max_{c_t,N_{m,t},N_{b,t},N_{k,t}} H(c_t, N_{m,t}, N_{b,t}, N_{k,t}; a_t) \equiv \\
&\max_{c_t,N_{m,t},N_{b,t},N_{k,t}} \Big\{\theta\log(c_t) + (1-\theta)\log(N_{m,t}a_t) - \delta[\beta_0 + \beta_1\log(a_t)] \\
&+ \beta_1[N_{m,t}(-\pi+\sigma_P^2) + N_{b,t}(i-\pi+\sigma_P^2) + N_{k,t}r_k - \frac{c_t(1+\tau_c)}{a_t} - \bar{\tau}] \\
&- \tfrac{1}{2}\beta_1\Big[(N_{m,t}+N_{b,t})^2\sigma_P^2 + N_{k,t}^2\sigma_k^2 + \sigma_\tau^2 \\
&- 2(N_{m,t}+N_{b,t})N_{k,t}\sigma_{Pk} + 2(N_{m,t}+N_{b,t})\sigma_{P\tau} - 2N_{k,t}\sigma_{k\tau}\Big]\Big\} \\
&+ \beta_1\Big[\lambda_P\left[\log\left(1-(N_{m,t}+N_{b,t})\frac{\nu_P}{1+\nu_P}\right)\right] + \lambda_k[\log(1+N_{k,t}\nu_k)] \\
&+ \lambda_\tau[\log(1-\nu_\tau)]\Big] + \phi(1-N_{m,t}-N_{b,t}-N_{k,t}) = 0.
\end{aligned}
\tag{A.9}
$$

Las condiciones de primer orden (necesarias) para una solución interior son:

$$
\frac{\partial H}{\partial c_t} = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial N_{m,t}} = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial N_{b,t}} = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial N_{k,t}} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial H}{\partial \phi} = 0. \tag{A.10}
$$

Estas condiciones conducen en forma inmediata las ecuaciones:

$$0=\frac{\partial H}{\partial c_t}=\frac{\theta}{c_t}-\frac{\beta_1(1+\tau_c)}{a_t}; \tag{A.11}$$

$$0=\frac{\partial H}{\partial N_{m,t}}=\frac{(1-\theta)}{N_{m,t}}+\beta_1\left[r_{m,t}-(N_{m,t}+N_{b,t})\sigma_P^2+N_{k,t}\sigma_{Pk}-\sigma_{P\tau}-\frac{\lambda_P\nu_P}{1+(1-N_{m,t}-N_{b,t})\nu_P}\right]-\phi; \tag{A.12}$$

$$0=\frac{\partial H}{\partial N_{b,t}}=\beta_1\left[r_b-(N_{m,t}+N_{b,t})\sigma_P^2+N_{k,t}\sigma_{Pk}-\sigma_{P\tau}-\frac{\lambda_P\nu_P}{1+(1-N_{m,t}-N_{b,t})\nu_P}\right]-\phi; \tag{A.13}$$

$$0=\frac{\partial H}{\partial N_{k,t}}=\beta_1\left[r_k-N_{k,t}\sigma_k^2+(N_{m,t}+N_{b,t})\sigma_{Pk}+\sigma_{k\tau}+\frac{\lambda_k\nu_k}{1+(1-N_{m,t}-N_{b,t})\nu_k}\right]-\phi; \tag{A.14}$$

$$0=\frac{\partial H}{\partial \phi}=1-(N_{m,t}+N_{b,t}+N_{k,t}), \tag{A.15}$$

las cuales coinciden con (13)-(16).

APENDICE B

Sustituyendo los valores óptimos de $\hat{c}_t$, $\hat{N}_{m,t}$, $\hat{N}_{b,t}$ y $\hat{N}_{k,t}$ obtenemos

$$\begin{aligned}
&\Bigg\{\theta\log\left(\frac{\theta}{\beta_1(1+\tau_c)}a_t\right)+(1-\theta)\log\left(\frac{a_t(1-\theta)}{\bar{i}\beta_1}\right)-\delta[\beta_1\log(a_t)+\beta_0]\\
&+\beta_1[\hat{N}_{m,t}(-\pi+\sigma_P^2)+\hat{N}_{b,t}(\bar{i}-\pi+\sigma_P^2)+\hat{N}_{k,t}r_k-\frac{\hat{c}_t(1+\tau_c)}{a_t}-\bar{\tau}]\\
&-\tfrac{1}{2}\beta_1\Big[(\hat{N}_{m,t}+\hat{N}_{b,t})^2\sigma_P^2+\hat{N}_{k,t}^2\sigma_k^2+\sigma_\tau^2\\
&-2(\hat{N}_{m,t}+\hat{N}_{b,t})\hat{N}_{k,t}\sigma_{Pk}+2(\hat{N}_{m,t}+\hat{N}_{b,t})\sigma_{P\tau}-2\hat{N}_{k,t}\sigma_{k\tau}\Big]\Bigg\}\\
&+\beta_1\left[\lambda_P\left[\log\left(1-(\hat{N}_{m,t}+\hat{N}_{b,t})\frac{\nu_P}{1+\nu_P}\right)\right]+\lambda_k[\log(1+\hat{N}_{k,t}\nu_k)]\right.\\
&\left.+\lambda_\tau[\log(1-\nu_\tau)]\right]+\phi(1-\hat{N}_{m,t}-\hat{N}_{b,t}-\hat{N}_{k,t})=0.
\end{aligned} \tag{B.1}$$

Esto toma la forma:

$$
\begin{aligned}
0 =\ & (1-\delta\beta_1)\log(a_t) + \theta\log(\theta) + (1-\theta)\log(1-\theta) - \theta\log(\beta_1(1+\tau_c)) - (1-\theta)\log(\beta_1\bar{i}) - \delta\beta \\
& + \beta_1[\hat{N}_{m,t}(-\pi+\sigma_P^2) + \hat{N}_{b,t}(\bar{i}-\pi+\sigma_P^2) + \hat{N}_{k,t}r_k - \frac{\hat{c}_t(1+\tau_c)}{a_t} - \bar{\tau}] \\
& - \tfrac{1}{2}\beta_1\Big[(\hat{N}_{m,t}+\hat{N}_{b,t})^2\sigma_P^2 + \hat{N}_{k,t}^2\sigma_k^2 + \sigma_\tau^2 \\
& - 2(\hat{N}_{m,t}+\hat{N}_{b,t})\hat{N}_{k,t}\sigma_{Pk} + 2(\hat{N}_{m,t}+\hat{N}_{b,t})\sigma_{P\tau} - 2\hat{N}_{k,t}\sigma_{k\tau}\Big]\Big\} \\
& + \beta_1\Big[\lambda_P\Big[\log\Big(1-(\hat{N}_{m,t}+\hat{N}_{b,t})\frac{\nu_P}{1+\nu_P}\Big)\Big] + \lambda_k[\log(1+\hat{N}_{k,t}\nu_k)] \\
& + \lambda_\tau[\log(1-\nu_\tau)]\Big]
\end{aligned}
\tag{B.2}
$$

lo cual implica que

$$1-\beta_1\delta = 0.$$

Por lo tanto,

$$\beta_1 = \frac{1}{\delta} \tag{B.3}$$

y

$$
\begin{aligned}
\beta_0 =\ & \frac{\theta}{\delta}\log(\theta) + \frac{(1-\theta)}{\delta}\log(1-\theta) - \frac{\theta}{\delta}\log(\frac{1+\tau_c}{\delta}) - \frac{(1-\theta)}{\delta}\log(\frac{i}{\delta}) \\
& + \frac{1}{\delta^2}[\hat{N}_{m,t}(-\pi+\sigma_P^2) + \hat{N}_{b,t}(\bar{i}-\pi+\sigma_P^2) + \hat{N}_{k,t}r_k - \frac{\hat{c}_t(1+\tau_c)}{a_t} - \bar{\tau}] \\
& - \frac{1}{2}\frac{1}{\delta^2}\Big[(\hat{N}_{m,t}+\hat{N}_{b,t})^2\sigma_P^2 + \hat{N}_{k,t}^2\sigma_k^2 + \sigma_\tau^2 \\
& - 2(\hat{N}_{m,t}+\hat{N}_{b,t})\hat{N}_{k,t}\sigma_{Pk} + 2(\hat{N}_{m,t}+\hat{N}_{b,t})\sigma_{P\tau} - 2\hat{N}_{k,t}\sigma_{k\tau}\Big]\Big\} \\
& + \frac{1}{\delta^2}\Big[\lambda_P\Big[\log\Big(1-(\hat{N}_{m,t}+\hat{N}_{b,t})\frac{\nu_P}{1+\nu_P}\Big)\Big] + \lambda_k[\log(1+\hat{N}_{k,t}\nu_k)] \\
& + \lambda_\tau[\log(1-\nu_\tau)]\Big]
\end{aligned}
\tag{B.4}
$$

APENDICE C

DERIVACIONES Y DEMOSTRACIONES DE LOS RESULTADOS

Derivación de la ecuación (7)

El Lema de Itô extiende la diferencial de una función del proceso subyacente hasta el segundo orden a fin de conservar términos en dt. En el caso del proceso de Poisson, la diferencial incluye el salto en $f(P_t)$ inducido por el salto en P.

$$\begin{aligned} \mathrm{d}f(P_t) = &\left(\frac{\partial f(P_t)}{\partial P_t}\mu_P P_t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f(P_t)}{\partial P_t^2}\sigma_P^2 P_t^2\right)\mathrm{d}t + \frac{\partial f(P_t)}{\partial P_t}\sigma_P P_t \mathrm{d}W_{P,t} \\ &+ [f(P_t(1+\nu_P)) - f(P_t)]\mathrm{d}Q_{P,t}. \end{aligned} \qquad (D.1)$$

Si denotamos $f(P_t) = \frac{1}{P_t}$,

$$\mathrm{d}\left(\frac{1}{P_t}\right) = \frac{1}{P_t}\left[(-\pi + \sigma_P^2)\mathrm{d}t - \sigma_P \mathrm{d}W_{P,t} + \left(\frac{1}{1+\nu_P} - 1\right)\mathrm{d}Q_{P,t}\right]. \qquad (D.2)$$

Si dividimos $(D.2)$ entre $\frac{1}{P_t}$, el resultado coincide con la ecuación (7).

Derivación de la ecuación (18)

Para obtener la ecuación (18) restamos la ecuación (15) de la (16)

$$\begin{aligned} 0 =&r_b - (\widehat{N}_{m,t} + \widehat{N}_{b,t})\sigma_P^2 + \widehat{N}_{k,t}\sigma_{Pk} - \sigma_{P\tau} - \frac{\lambda_P\nu_P}{1 + (1 - \widehat{N}_{m,t} - \widehat{N}_{b,t})\nu_P} \\ &- r_k + \widehat{N}_{k,t}\sigma_k^2 - (\widehat{N}_{m,t} + \widehat{N}_{b,t})\sigma_{Pk} - \sigma_{k\tau} - \frac{\lambda_k\nu_k}{1 + (1 - \widehat{N}_{m,t} - \widehat{N}_{b,t})\nu_k}, \end{aligned} \qquad (D.3)$$

utilizando la ecuación (12),

$$N_{m,t} + N_{b,t} + N_{k,t} = 1,$$

la ecuación $(D.3)$ toma la forma

$$\begin{aligned} 0 =&r_b - (1 - \widehat{N}_{k,t})\sigma_P^2 + \widehat{N}_{k,t}\sigma_{Pk} - \sigma_{P\tau} - \frac{\lambda_P\nu_P}{1 + \widehat{N}_{k,t}\nu_P} \\ &- r_k + \widehat{N}_{k,t}\sigma_k^2 - (1 - \widehat{N}_{k,t})\sigma_{Pk} - \sigma_{k\tau} - \frac{\lambda_k\nu_k}{1 + \widehat{N}_{k,t}\nu_k}, \end{aligned} \qquad (D.4)$$

finalmente se obtiene

$$
\begin{aligned}
0 = &- \left[r_k - r_b + \sigma_P^2 + \sigma_{Pk} + \sigma_{P\tau} + \sigma_{k\tau}\right] + \beta_1 \widehat{N}_{k,t}\left[\sigma_P^2 + 2\sigma_{Pk} + \sigma_k^2\right] \\
&- \left[\frac{\lambda_P \nu_P}{1 + \widehat{N}_{k,t}\nu_P} + \frac{\lambda_k \nu_k}{1 + \widehat{N}_{k,t}\nu_k}\right],
\end{aligned}
\tag{D.5}
$$

si denotamos a

$$
B \equiv \sigma_P^2 + 2\sigma_{Pk} + \sigma_k^2 > 0 \tag{19}
$$

y

$$
A \equiv r_k - r_b + \sigma_P^2 + \sigma_{Pk} + \sigma_{P\tau} + \sigma_{k\tau} \tag{20}
$$

la ecuación $(D.5)$ se transforma en

$$
\widehat{N}_{k,t}B - A - \frac{\lambda_P \nu_P}{1 + \widehat{N}_{k,t}\nu_P} - \frac{\lambda_k \nu_k}{1 + \widehat{N}_{k,t}\nu_k} = 0. \tag{18}
$$

Derivación de la ecuación (25)

Notemos que la condición de primer orden (13) se puede escribir como

$$
u'(c_t) = \frac{(1 + \tau_c)}{\delta a_t}, \tag{D.6}
$$

por otro lado se tiene que

$$
v(m_t) = \log(\widehat{N}_{m,t} a_t). \tag{D.7}
$$

Sabemos que $m_t = M_t/P_t$ y $N_{m,t} = m_t/a_t$, derivando $(D.7)$ obtenemos

$$
a_t v'(m_t) = \frac{(1 - \theta)}{\widehat{N}_{m,t}}, \tag{D.8}
$$

entonces

$$
\frac{v'(m_t)}{u'(c_t)} = \frac{(1 - \theta)\delta}{(1 + \tau_c)\widehat{N}_{m,t}}. \tag{D.9}
$$

Finalmente la ecuación (25) se deriva de manera automática sustituyendo el valor óptimo de $N_{m,t}$:

$$\frac{v'(m_t)}{u'(c_t)} = \frac{i}{(1+\tau_c)} > 0. \tag{25}$$

Derivación de la ecuación (26)

La ecuación (26) se deriva de manera automática de la ecuación (14) que se reescribe de la manera siguiente

$$\begin{aligned}\frac{\delta(1-\theta)}{\widehat{N}_{m,t}} = -\Big[& r_m - (\widehat{N}_{m,t} + \widehat{N}_{b,t})\sigma_P^2 + \widehat{N}_{k,t}\sigma_{Pk} - \sigma_{P\tau} \\ & - \frac{\lambda_P \nu_P}{1 + (1 - \widehat{N}_{m,t} - \widehat{N}_{b,t})\nu_P} - \phi\delta\Big],\end{aligned} \tag{D.10}$$

que equivale a la ecuación $(D.10)$

$$\frac{\delta(1-\theta)}{\widehat{N}_{m,t}} = -r_m + (1 - \widehat{N}_{k,t})\sigma_P^2 - \widehat{N}_{k,t}\sigma_{Pk} + \sigma_{P\tau} + \frac{\lambda_P \nu_P}{1 + \widehat{N}_{k,t}\nu_P} + \frac{\phi\delta}{(1+\theta)}, \tag{D.11}$$

y

$$\begin{aligned}\frac{v'(m_t)}{u'(c_t)} &= \frac{\delta(1-\theta)}{(1+\tau_c)\widehat{N}_{m,t}} \\ &= \frac{1}{(1+\tau_c)}\Big[-\pi - \sigma_P^2 + (1 - \widehat{N}_{k,t})\sigma_P^2 - \widehat{N}_{k,t}\sigma_{Pk} + \sigma_{P\tau} \\ &\quad + \frac{\lambda_P \nu_P}{1 + \widehat{N}_{k,t}\nu_P} + \phi\delta\Big],\end{aligned} \tag{D.12}$$

sustituyendo el valor de r_m claramente se llega a la expresión

$$\frac{v'(m_t)}{u'(c_t)}(1+\tau_c) = \pi - \widehat{N}_{k,t}(\sigma_P^2 + \sigma_{Pk}) + \sigma_{P\tau} + \frac{\lambda_P \nu_P}{1 + \widehat{N}_{k,t}\nu_P} + \delta\phi. \tag{26}$$

Derivación de la ecuación (31)

Para la derivación de la ecuación (31) se necesitan las ecuaciones

$$\mathrm{d}k_t = N\mathrm{d}u_t \tag{29}$$

y

$$(1-\tau_p)\mathrm{d}y_t = \mathrm{d}v_t + \mathrm{d}k_t \tag{30}$$

sustituyendo la ecuación (29) en la ecuación (30),

$$N\mathrm{d}u_t = (1-\tau_p)\mathrm{d}y_t - \mathrm{d}v_t, \tag{D.13}$$

esto es

$$\frac{\mathrm{d}u_t}{u_t} = \frac{(1-\tau_p)\mathrm{d}y_t - \mathrm{d}v_t}{Nu_t}, \tag{D.14}$$

pero $Nu_t = k_t$, entonces

$$\frac{\mathrm{d}u_t}{u_t} = \frac{(1-\tau_p)\mathrm{d}y_t - \mathrm{d}v_t}{k_t}. \tag{31}$$

Derivación de la ecuación (42)

Para la obtención de dicha ecuación aplicamos logaritmo de ambas partes,

$$\log B_t - \log M_t = \log \kappa. \tag{D.15}$$

Si se deriva la ecuación (D.15) se obtiene

$$\frac{\mathrm{d}B_t}{B_t} = \frac{\mathrm{d}M_t}{M_t}. \tag{41}$$

Derivación de la ecuación (50)

Utilizando el lema de Itô para la derivación de la ecuación (50) se tiene que

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\left(\frac{M_t}{k_t}\right)}{\frac{M_t}{k_t}} &= (\mu_M - \mu_k + \sigma_k^2 - \sigma_{Mk})\mathrm{d}t + \sigma_M \mathrm{d}W_M - \sigma_k \mathrm{d}W_k \\ &+ \nu_M \mathrm{d}Q_M + \left(\frac{1}{1+\nu_k} - 1\right)\mathrm{d}Q_k\end{aligned}, \tag{D.16}$$

donde

$$\begin{aligned}\mu_M &= \mu \\ \mu_k &= \gamma(1-\bar{g}) - \frac{c_t}{k_t} \\ \sigma_{Mk} &= \sigma_{My} \\ \sigma_k^2 &= \gamma^2(\sigma_y^2 + \sigma_g^2) \\ \sigma_k \mathrm{d}W_k &= \gamma(\sigma_y \mathrm{d}W_{y,t} - \sigma_g \mathrm{d}W_{g,t}) \\ \left(\frac{1}{1+\nu_k} - 1\right)\mathrm{d}Q_k &= \left(\frac{1}{(1+\gamma\nu_y)} - 1\right)\mathrm{d}Q_{y,t} - \left(\frac{1}{(1+\gamma\nu_g)} - 1\right)\mathrm{d}Q_{g,t}\end{aligned} \tag{D.17}$$

Derivación de la ecuación (57)

Sustituyendo las ecuaciones, (39), (40), (41) en (38)

$$\bar{g}\gamma k_t \mathrm{d}t + \gamma k_t \sigma_g \mathrm{d}W_{g,t} + \gamma k_t \nu_g \mathrm{d}Q_{g,t} - (\mathrm{d}\tau_{1,t} + \mathrm{d}\tau_{2,t}) + m_t \mathrm{d}R_{m,t} + b_t \mathrm{d}R_{b,t} = \mathrm{d}m_t + \mathrm{d}b_t, \tag{D.18}$$

factorizando $\frac{1}{a_t}$

$$\begin{aligned}&\frac{\gamma k_t}{a_t}(\bar{g}\mathrm{d}t + \sigma_g \mathrm{d}W_{g,t} + \nu_g \mathrm{d}Q_{g,t}) - \frac{(\mathrm{d}\tau_{1,t} + \mathrm{d}\tau_{2,t})}{a_t} \\ &+ \frac{m_t}{a_t}\mathrm{d}R_{m,t} + \frac{b_t}{a_t}\mathrm{d}R_{b,t} = \frac{\mathrm{d}m_t}{a_t} + \frac{\mathrm{d}b_t}{a_t},\end{aligned} \tag{D.19}$$

recordando la ecuación $N_{j,t} = \frac{m_t}{a_t}$ para $j = m, b, k$, la ecuación $(D.23)$ toma la forma

$$\begin{aligned}\frac{\gamma k_t}{a_t}(\bar{g}\mathrm{d}t + \sigma_g \mathrm{d}W_{g,t} + \nu_g \mathrm{d}Q_{g,t}) - \frac{(\mathrm{d}\tau_{1,t} + \mathrm{d}\tau_{2,t})}{a_t} \\ + \widehat{N}_{m,t}\mathrm{d}R_{m,t} + \widehat{N}_{b,t}\mathrm{d}R_{b,t} = \frac{\mathrm{d}\left(\frac{M_t}{P_t}\right)\frac{M_t}{P_t}}{\frac{M_t}{P_t}a_t} + \frac{\mathrm{d}\left(\frac{B_t}{P_t}\right)\frac{B_t}{P_t}}{\frac{B_t}{P_t}a_t},\end{aligned} \tag{D.20}$$

lo que resulta es la ecuación

$$\begin{aligned}\widehat{N}_{m,t}\frac{\mathrm{d}\left(\frac{M_t}{P_t}\right)}{\frac{M_t}{P_t}} + \widehat{N}_{b,t}\frac{\mathrm{d}\left(\frac{B_t}{P_t}\right)}{\frac{B_t}{P_t}} =& \frac{\gamma k_t}{a_t}[\bar{g}\mathrm{d}t + \sigma_g \mathrm{d}W_{g,t} + \nu_g \mathrm{d}Q_{g,t}] - \frac{(\mathrm{d}\tau_{1,t} + \mathrm{d}\tau_{2,t})}{a_t} \\ &+ \widehat{N}_{m,t}\mathrm{d}R_{m,t} + \widehat{N}_{b,t}\mathrm{d}R_{b,t},\end{aligned} \tag{56}$$

si utilizamos la ecuación (41) para dejar todo en términos de M_t entonces obtenemos

$$\begin{aligned}(\widehat{N}_{m,t} + \widehat{N}_{b,t})\frac{\mathrm{d}\left(\frac{M_t}{P_t}\right)}{\frac{M_t}{P_t}} =& \frac{\gamma k_t}{a_t}[\bar{g}\mathrm{d}t + \sigma_g \mathrm{d}W_{g,t} + \nu_g \mathrm{d}Q_{g,t}] - \frac{(\mathrm{d}\tau_{1,t} + \mathrm{d}\tau_{2,t})}{a_t} \\ &+ \widehat{N}_{m,t}\mathrm{d}R_{m,t} + \widehat{N}_{b,t}\mathrm{d}R_{b,t}.\end{aligned} \tag{57}$$

Derivación de la ecuaciones (58),(59) y (60)

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\left(\frac{M_t}{P_t}\right)}{\frac{M_t}{P_t}} =& (\mu - \pi - \sigma_{MP} + \sigma_P^2)\mathrm{d}t + \sigma_M \mathrm{d}W_{M,t} - \sigma_P \mathrm{d}W_{P,t} \\ &+ \nu_M \mathrm{d}Q_{M,t} - \frac{\nu_P}{(1+\nu_P)}\mathrm{d}Q_{P,t}.\end{aligned} \tag{D.21}$$

Se sustituyen en la ecuación (57) las funciones de impuestos $\mathrm{d}\tau_{1,t}$, (43), $\mathrm{d}\tau_{2,t}$, (44), y la ecuación (D.21) para obtener las ecuaciones (58), (59) y (60).

Derivación de la ecuación (61)

Para la derivación de las varianzas se necesitan las ecuaciones (54) (36) y (59),

$$\sigma_P \mathrm{d}W_{P,t} = \sigma_M \mathrm{d}W_{M,t} - \gamma(\sigma_y \mathrm{d}W_{y,t} - \sigma_g \mathrm{d}W_{g,t}), \tag{54}$$

$$\sigma_k \mathrm{d}W_{k,t} = (1-\tau_p)\gamma\sigma_y \mathrm{d}W_{y,t}. \tag{36}$$

$$\sigma_\tau \mathrm{d}W_{\tau,t} = -[\widehat{N}_{m,t} + \widehat{N}_{b,t}]\sigma_M \mathrm{d}W_{M,t} + \gamma\widehat{N}_{k,t}\sigma_g \mathrm{d}W_{g,t} - \tau_p\gamma\widehat{N}_{k,t}\sigma_y \mathrm{d}W_{y,t}. \tag{59}$$

Si elevamos al cuadrado la ecuación (54) lo que resulta es

$$\sigma_P^2 = \sigma_M^2 + \gamma^2(\sigma_y^2 + \sigma_g^2) - 2\gamma\sigma_{My}.$$

Para la varianza σ_k^2 se necesita elevar al cuadrado la ecuación (36),

$$\sigma_k^2 = (1-\tau_p)^2\gamma^2\sigma_y^2.$$

Para la varianza, σ_τ^2, ésta es obtenida al elevar al cuadrado la ecuación (59),

$$\begin{aligned}\sigma_\tau^2 = {} & (1-\widehat{N}_{k,t})^2\sigma_M^2 + \gamma^2\widehat{N}_{k,t}^2\sigma_g^2 + \tau_p^2\gamma^2\widehat{N}_{k,t}^2\sigma_y^2 \\ & + 2(1-\widehat{N}_{k,t})\tau_p\gamma\widehat{N}_{k,t}\sigma_{My}.\end{aligned}$$

Ahora para las covarianzas se necesitan multiplicar las ecuaciones (54), (36) y (59); de manera inmediata la covarianza de σ_{Pk} se obtiene del producto de las ecuaciones (54) y (36),

$$\sigma_{Pk} = (1-\tau_p)\gamma(\sigma_{My} - \gamma\sigma_y^2),$$

luego al igual que la covarianza anterior, $\sigma_{P\tau}$ se obtiene del producto de la ecuaciones (54) y (59),

$$\begin{aligned}\sigma_{P\tau} = {} & -(1-\widehat{N}_{k,t})\sigma_M^2 - \tau_p\gamma\widehat{N}_{k,t}\sigma_{My} \\ & + (1-\widehat{N}_{k,t})\gamma\sigma_{My} + \tau_p\gamma^2\widehat{N}_{k,t}\sigma_y^2 + \gamma^2\widehat{N}_{k,t}\sigma_g^2,\end{aligned}$$

finalmente la última covarianza, $\sigma_{k\tau}$, es obtenida de las ecuaciones (36) y (59),

$$\begin{aligned}\sigma_{k\tau} &= -(1-\tau_p)(1-\widehat{N}_{k,t})\gamma\sigma_{My} \\ &- \tau_p(1-\tau_p)\gamma^2\widehat{N}_{k,t}\sigma_y^2.\end{aligned}$$

Derivación de la ecuación (63)

Recordemos que

$$N_{k,t} = 1 - (N_{m,t} + N_{b,t}), \tag{D.22}$$

al sustituir $N_{j,t}$, $j = m, b, k$

$$\begin{aligned}N_{k,t} &= 1 - \left(\frac{M_t/P_t}{a_t} + \frac{B_t/P_t}{a_t}\right); \\ &= 1 - \frac{M_t/P_t}{a_t}(1+\kappa); \\ &= 1 - N_{m,t}(1+\kappa);\end{aligned} \tag{D.23}$$

al sustituir el valor de $\widehat{N}_{m,t}$ en $(D.23)$, la ecuación que se obtiene es

$$\widehat{N}_{k,t} = 1 - \frac{(1+\kappa)\delta(1-\theta)}{i}. \tag{D.24}$$

Despejando i de la ecuación anterior se obtiene la ecuación (63).

APENDICE D

Tabla 9.

Inflación sin saltos.

fecha	$\frac{dP}{P}$	fecha	$\frac{dP}{P}$	fecha	$\frac{dP}{P}$	fecha	$\frac{dP}{P}$
01/1986		01/1990		01/1994		01/1998	
02/1986	0.0445	02/1990	0.0226	02/1994	0.0051	02/1998	0.0175
03/1986	0.0465	03/1990	0.0176	03/1994	0.0051	03/1998	0.0117
04/1986	0.0522	04/1990	0.0152	04/1994	0.0049	04/1998	0.0094
05/1986	0.0556	05/1990	0.0175	05/1994	0.0048	05/1998	0.0080
06/1986	0.0642	06/1990	0.0220	06/1994	0.0050	06/1998	0.0118
07/1986	0.0499	07/1990	0.0182	07/1994	0.0044	07/1998	0.0096
08/1986	0.0797	08/1990	0.0170	08/1994	0.0047	08/1998	0.0096
09/1986	0.0600	09/1990	0.0143	09/1994	0.0071	09/1998	0.0162
10/1986	0.0572	10/1990	0.0144	10/1994	0.0052	10/1998	0.0143
11/1986	0.0676	11/1990	0.0266	11/1994	0.0053	11/1998	0.0177
12/1986	0.0790	12/1990	0.0315	12/1994		12/1998	
01/1987	0.0810	01/1991		01/1995	0.0376	01/1999	
02/1987	0.0722	02/1991	0.0175	02/1995	0.0424	02/1999	0.0134
03/1987	0.0661	03/1991	0.0143	03/1995	0.0590	03/1999	0.0093
04/1987	0.0875	04/1991	0.0105	04/1995		04/1999	0.0092
05/1987	0.0754	05/1991	0.0098	05/1995	0.0418	05/1999	0.0060
06/1987	0.0723	06/1991	0.0105	06/1995	0.0317	06/1999	0.0066
07/1987	0.0810	07/1991	0.0088	07/1995	0.0204	07/1999	0.0066
08/1987	0.0817	08/1991	0.0070	08/1995	0.0166	08/1999	0.0056
09/1987	0.0659	09/1991	0.0100	09/1995	0.0207	09/1999	0.0097
10/1987	0.0833	10/1991	0.0116	10/1995	0.0206	10/1999	0.0063
11/1987	0.0793	11/1991		11/1995	0.0247	11/1999	0.0089
12/1987		12/1991	0.0235	12/1995	0.0326	12/1999	0.0100
01/1988		01/1992		01/1996		01/2000	
02/1988	0.0834	02/1992	0.0118	02/1996	0.0233	02/2000	0.0089
03/1988	0.0512	03/1992	0.0102	03/1996	0.0220	03/2000	0.0055
04/1988	0.0308	04/1992	0.0089	04/1996	0.0284	04/2000	0.0057
05/1988	0.0193	05/1992	0.0066	05/1996	0.0182	05/2000	0.0037
06/1988	0.0204	06/1992	0.0068	06/1996	0.0163	06/2000	0.0059
07/1988	0.0167	07/1992	0.0063	07/1996	0.0142	07/2000	0.0039
08/1988	0.0092	08/1992	0.0061	08/1996	0.0133	08/2000	0.0055
09/1988	0.0057	09/1992	0.0087	09/1996	0.0160	09/2000	0.0073
10/1988	0.0076	10/1992	0.0072	10/1996	0.0125	10/2000	0.0069
11/1988	0.0134	11/1992	0.0083	11/1996	0.0152	11/2000	0.0086
12/1988	0.0209	12/1992		12/1996		12/2000	0.0108
01/1989		01/1993		01/1997		01/2001	0.0055
02/1989	0.0136	02/1993	0.0082	02/1997	0.0168	02/2001	
03/1989	0.0108	03/1993	0.0058	03/1997	0.0124	03/2001	0.0063
04/1989	0.0150	04/1993	0.0058	04/1997	0.0108	04/2001	0.0050
05/1989	0.0138	05/1993	0.0057	05/1997	0.0091	05/2001	0.0023
06/1989	0.0121	06/1993	0.0056	06/1997	0.0089	06/2001	0.0024
07/1989	0.0100	07/1993	0.0048	07/1997	0.0087	07/2001	
08/1989	0.0095	08/1993	0.0054	08/1997	0.0089	08/2001	0.0059
09/1989	0.0096	09/1993	0.0074	09/1997	0.0125	09/2001	
10/1989	0.0148	10/1993	0.0041	10/1997	0.0080	10/2001	0.0045
11/1989	0.0140	11/1993	0.0044	11/1997	0.0112	11/2001	0.0038
12/1989		12/1993	0.0076	12/1997	0.0140	12/2001	0.0014

Tabla 10.

Tasa de expansión monetaria sin saltos.

fecha	$\frac{dM}{M}$	fecha	$\frac{dM}{M}$	fecha	$\frac{dM}{M}$	fecha	$\frac{dM}{M}$
01/1986		01/1990		01/1994	0.0066	01/1998	
02/1986	0.0404	02/1990	0.0279	02/1994	0.0233	02/1998	0.0172
03/1986	0.0694	03/1990	0.0358	03/1994	0.0040	03/1998	0.0193
04/1986	0.0508	04/1990	0.0312	04/1994		04/1998	0.0155
05/1986	0.0575	05/1990	0.0361	05/1994	0.0217	05/1998	0.0292
06/1986	0.0433	06/1990	0.0315	06/1994	0.0148	06/1998	0.0117
07/1986	0.0552	07/1990	0.0303	07/1994	0.0178	07/1998	0.0200
08/1986	0.0700	08/1990	0.0216	08/1994	0.0222	08/1998	0.0116
09/1986	0.0616	09/1990	0.0177	09/1994	0.0234	09/1998	0.0177
10/1986	0.0942	10/1990	0.0437	10/1994	0.0161	10/1998	0.0195
11/1986	0.0817	11/1990		11/1994	0.0062	11/1998	0.0256
12/1986		12/1990		12/1994		12/1998	
01/1987		01/1991		01/1995	-0.0076	01/1999	
02/1987	0.0802	02/1991	0.0281	02/1995	-0.0085	02/1999	0.0236
03/1987	0.0836	03/1991	0.0293	03/1995	0.0325	03/1999	0.0265
04/1987	0.0930	04/1991	0.0318	04/1995		04/1999	
05/1987	0.0777	05/1991	0.0336	05/1995	0.0186	05/1999	0.0266
06/1987	0.0963	06/1991	0.0065	06/1995	0.0092	06/1999	0.0085
07/1987	0.0801	07/1991	0.0220	07/1995	-0.0002	07/1999	0.0241
08/1987	0.0726	08/1991	0.0138	08/1995	0.0168	08/1999	0.0101
09/1987	0.0723	09/1991		09/1995	0.0147	09/1999	0.0215
10/1987	0.0824	10/1991		10/1995	0.0317	10/1999	0.0092
11/1987		11/1991	0.0379	11/1995	0.0355	11/1999	0.0228
12/1987		12/1991	0.0258	12/1995		12/1999	0.0219
01/1988	0.0421	01/1992		01/1996	0.0161	01/2000	0.0087
02/1988		02/1992	0.0166	02/1996		02/2000	0.0111
03/1988		03/1992	0.0030	03/1996	0.0327	03/2000	0.0160
04/1988	0.0429	04/1992	0.0202	04/1996	0.0253	04/2000	0.0098
05/1988	0.0388	05/1992	0.0163	05/1996	0.0263	05/2000	0.0107
06/1988	0.0173	06/1992	0.0003	06/1996	0.0098	06/2000	0.0141
07/1988		07/1992	0.0346	07/1996	0.0208	07/2000	0.0175
08/1988	-0.0014	08/1992		08/1996	0.0132	08/2000	
09/1988	0.0231	09/1992	0.0160	09/1996	0.0283	09/2000	
10/1988	0.0072	10/1992	0.0276	10/1996	0.0274	10/2000	0.0113
11/1988	0.0380	11/1992	0.0310	11/1996	0.0151	11/2000	0.0126
12/1988	0.0511	12/1992		12/1996		12/2000	0.0198
01/1989	0.0324	01/1993	0.0223	01/1997		01/2001	
02/1989	0.0257	02/1993	0.0084	02/1997	0.0143	02/2001	0.0174
03/1989	0.0252	03/1993	0.0169	03/1997	0.0321	03/2001	0.0112
04/1989	0.0626	04/1993	0.0272	04/1997	0.0215	04/2001	0.0096
05/1989		05/1993	0.0215	05/1997	0.0240	05/2001	0.0112
06/1989	0.0503	06/1993	0.0214	06/1997	0.0264	06/2001	0.0104
07/1989	0.0587	07/1993	0.0151	07/1997	0.0164	07/2001	0.0117
08/1989	0.0139	08/1993	0.0061	08/1997	0.0206	08/2001	
09/1989	0.0240	09/1993	0.0194	09/1997	0.0147	09/2001	0.0115
10/1989	0.0395	10/1993	0.0144	10/1997	0.0235	10/2001	0.0081
11/1989	0.0412	11/1993	0.0073	11/1997	0.0248	11/2001	0.0208
12/1989		12/1993		12/1997		12/2001	0.0123

Tabla 11.

Cambio porcentual del producto a precios constantes sobre el capital sin saltos.

fecha	$\frac{dy}{y*k}$	fecha	$\frac{dy}{y*k}$	fecha	$\frac{dy}{y*k}$	fecha	$\frac{dy}{y*k}$
01/1986		01/1990	0.9879	01/1994	0.9857	01/1998	1.0094
02/1986	1.0331	02/1990	0.9769	02/1994	0.9857	02/1998	1.0032
03/1986	1.0240	03/1990	0.9890	03/1994	0.9857	03/1998	1.0027
04/1986	1.0317	04/1990	0.9989	04/1994	0.9977	04/1998	1.0021
05/1986	1.0311	05/1990	1.0106	05/1994	1.0095	05/1998	1.0029
06/1986	1.0247	06/1990	1.0194	06/1994	1.0211	06/1998	0.9999
07/1986	0.9961	07/1990	1.0067	07/1994	1.0071	07/1998	0.9922
08/1986	0.9804	08/1990	0.9979	08/1994	0.9929	08/1998	0.9846
09/1986		09/1990	0.9902	09/1994	0.9765	09/1998	
10/1986	0.9518	10/1990	1.0224	10/1994	1.0050	10/1998	0.9926
11/1986	0.9642	11/1990		11/1994	1.0331	11/1998	1.0103
12/1986	0.9630	12/1990		12/1994		12/1998	
01/1987		01/1991	0.9979	01/1995		01/1999	0.9917
02/1987	0.9785	02/1991	0.9882	02/1995		02/1999	0.9882
03/1987	1.0036	03/1991	0.9861	03/1995	1.0528	03/1999	0.9885
04/1987	1.0226	04/1991	0.9995	04/1995	1.0081	04/1999	0.9950
05/1987	1.0150	05/1991	1.0162	05/1995	0.9993	05/1999	1.0044
06/1987	1.0132	06/1991		06/1995	0.9993	06/1999	1.0130
07/1987	1.0030	07/1991	1.0124	07/1995	0.9814	07/1999	1.0064
08/1987	0.9817	08/1991	0.9937	08/1995	0.9674	08/1999	1.0009
09/1987		09/1991		09/1995		09/1999	0.9913
10/1987	0.9957	10/1991	1.0058	10/1995	0.9866	10/1999	1.0206
11/1987	1.0093	11/1991	1.0323	11/1995	1.0173	11/1999	
12/1987	1.0186	12/1991		12/1995	1.0380	12/1999	
01/1988		01/1992	0.9926	01/1996	0.9993	01/2000	
02/1988	1.0031	02/1992	0.9827	02/1996	0.9992	02/2000	0.9838
03/1988	1.0098	03/1992	0.9790	03/1996	0.9999	03/2000	0.9960
04/1988	0.9949	04/1992	0.9893	04/1996	0.9964	04/2000	0.9996
05/1988	0.9984	05/1992	1.0005	05/1996	1.0022	05/2000	1.0052
06/1988	1.0122	06/1992	1.0138	06/1996	1.0094	06/2000	1.0084
07/1988	0.9891	07/1992	1.0021	07/1996	1.0000	07/2000	1.0032
08/1988	0.9701	08/1992	0.9910	08/1996	0.9916	08/2000	0.9963
09/1988		09/1992	0.9802	09/1996	0.9807	09/2000	0.9878
10/1988	0.9852	10/1992	1.0013	10/1996	1.0213	10/2000	1.0031
11/1988	1.0095	11/1992	1.0234	11/1996		11/2000	1.0165
12/1988	1.0276	12/1992		12/1996		12/2000	
01/1989		01/1993	1.0161	01/1997	1.0035	01/2001	1.0142
02/1989		02/1993	1.0074	02/1997	0.9930	02/2001	1.0141
03/1989	0.9764	03/1993	1.0029	03/1997	0.9869	03/2001	1.0069
04/1989	0.9929	04/1993	1.0049	04/1997	0.9973	04/2001	1.0003
05/1989	1.0047	05/1993	1.0069	05/1997	1.0090	05/2001	0.9965
06/1989	1.0172	06/1993	1.0089	06/1997	1.0206	06/2001	0.9925
07/1989	1.0024	07/1993	0.9947	07/1997	1.0067	07/2001	0.9876
08/1989	0.9899	08/1993	0.9815	08/1997	0.9928	08/2001	0.9743
09/1989	0.9780	09/1993		09/1997	0.9756	09/2001	
10/1989	0.9982	10/1993	0.9913	10/1997	1.0146	10/2001	0.9715
11/1989	1.0127	11/1993	1.0178	11/1997		11/2001	0.9857
12/1989		12/1993		12/1997		12/2001	1.0021

Tabla 12.

Cambio porcentual del gasto público total a precios constantes sobre el capital sin saltos.

fecha	$\frac{dg}{y*k}$	fecha	$\frac{dg}{y*k}$	fecha	$\frac{dg}{y*k}$	fecha	$\frac{dg}{y*k}$
01/1986	0.2751	01/1990	0.2086	01/1994	0.1442	01/1998	0.1360
02/1986		02/1990	0.2011	02/1994	0.1402	02/1998	0.1546
03/1986	0.2762	03/1990		03/1994	0.1610	03/1998	0.1590
04/1986	0.2978	04/1990	0.1833	04/1994	0.1399	04/1998	0.1307
05/1986	0.2745	05/1990	0.2082	05/1994	0.1528	05/1998	0.1393
06/1986	0.2626	06/1990	0.1743	06/1994	0.1698	06/1998	0.1762
07/1986		07/1990	0.1959	07/1994	0.1646	07/1998	0.1354
08/1986	0.3033	08/1990	0.1661	08/1994	0.1521	08/1998	0.1388
09/1986	0.3115	09/1990		09/1994	0.1517	09/1998	0.1676
10/1986	0.2652	10/1990	0.2156	10/1994	0.1570	10/1998	0.1718
11/1986	0.3116	11/1990	0.1662	11/1994		11/1998	0.1577
12/1986	0.2850	12/1990		12/1994	0.1740	12/1998	
01/1987	0.3403	01/1991	0.1658	01/1995	0.1426	01/1999	0.1472
02/1987	0.2787	02/1991	0.1441	02/1995	0.1272	02/1999	0.1575
03/1987	0.2645	03/1991	0.1410	03/1995	0.1634	03/1999	0.1660
04/1987	0.3358	04/1991	0.1640	04/1995	0.1420	04/1999	0.1444
05/1987	0.2777	05/1991	0.1563	05/1995	0.1476	05/1999	0.1508
06/1987	0.2893	06/1991	0.1391	06/1995	0.1792	06/1999	0.1825
07/1987	0.3293	07/1991	0.1596	07/1995	0.1652	07/1999	0.1723
08/1987	0.2640	08/1991	0.1335	08/1995	0.1305	08/1999	0.1497
09/1987	0.2529	09/1991	0.1621	09/1995	0.1431	09/1999	0.1887
10/1987	0.3427	10/1991	0.1444	10/1995	0.1642	10/1999	0.1668
11/1987	0.3287	11/1991	0.1332	11/1995	0.1505	11/1999	0.1617
12/1987		12/1991		12/1995		12/1999	
01/1988		01/1992	0.1406	01/1996	0.1302	01/2000	0.1754
02/1988	0.3196	02/1992	0.1193	02/1996	0.1419	02/2000	0.1622
03/1988		03/1992	0.1502	03/1996	0.1568	03/2000	0.1632
04/1988	0.3286	04/1992	0.1370	04/1996	0.1254	04/2000	0.1612
05/1988	0.2516	05/1992	0.1268	05/1996	0.1376	05/2000	0.1475
06/1988	0.2597	06/1992	0.1488	06/1996	0.1532	06/2000	0.1575
07/1988	0.2451	07/1992	0.1696	07/1996	0.1599	07/2000	0.1992
08/1988	0.2404	08/1992	0.1261	08/1996	0.1507	08/2000	0.1663
09/1988	0.2204	09/1992	0.1469	09/1996	0.1606	09/2000	0.1655
10/1988		10/1992	0.1283	10/1996	0.1492	10/2000	0.1567
11/1988	0.2394	11/1992	0.1492	11/1996	0.1646	11/2000	0.2041
12/1988	0.2522	12/1992		12/1996		12/2000	
01/1989	0.1800	01/1993	0.1283	01/1997	0.1411	01/2001	0.1697
02/1989	0.1887	02/1993	0.1170	02/1997	0.1349	02/2001	0.1719
03/1989	0.2163	03/1993	0.1482	03/1997	0.1375	03/2001	0.1610
04/1989	0.2252	04/1993	0.1345	04/1997	0.1413	04/2001	0.1581
05/1989	0.1876	05/1993	0.1307	05/1997	0.1482	05/2001	0.1603
06/1989		06/1993	0.1679	06/1997	0.1941	06/2001	0.1711
07/1989		07/1993	0.1739	07/1997	0.1450	07/2001	
08/1989	0.2344	08/1993	0.1342	08/1997	0.1360	08/2001	0.1691
09/1989	0.1941	09/1993	0.1484	09/1997	0.1585	09/2001	0.1720
10/1989	0.1917	10/1993	0.1482	10/1997	0.1781	10/2001	0.1766
11/1989	0.2041	11/1993	0.1379	11/1997	0.1540	11/2001	0.1557
12/1989	0.2498	12/1993		12/1997		12/2001	

Bibliografía

Cárdenas, E., 1996, La política económica en México, 1950-1994. El Colegio de México, Fideicomiso Historia de las Américas, Fondo de Cultura Económica, México.

Mariña, F. Abelardo, 1992, Formación y acervos de capital en México, Análisis Económico, **34**, pp. 231-256.

Penati, A. and G. Pennacchi, 1989, Optimal Portfolio Choice and the Collapse of a Fixed-Exchange Rate Regime. Journal of International Economics, **27**, pp. 1-24.

Svensson, L. E. O., 1992, The Foreign Exchange Risk Premium in a Target Zone with Devaluation Risk, Journal of International Economics, **33**, pp. 21-40.

Turnovsky, S. J., 1993, Macroeconomic Policies, Growth, and Welfare in a Stochastic Economy, **34**, No. 4, pp. 953-981.

Venegas-Martinez, F., 2001a, Opciones, Cobertura y Procesos de Difusión con Saltos, Estudios Económicos, **16**, No. 32, pp. 203-226.

Venegas-Martinez, F., 2000b, On Consumption, Investment, and Risk, Economía Mexicana, Nueva Epoca, **9**, No. 2, pp. 227-244

Venegas-Martinez, F., 2001b, Temporary Stabilization: A Stochastic Analysis, Journal of Economic Dynamics and Control, **25**, No. 9, pp. 1429-1449.