

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN
ECONOMÍA DEL COLEGIO DE MÉXICO:

**COMPORTAMIENTO RACIONAL ANTE
DIFERENTES MECANISMOS DE
INTERMEDIACIÓN FINANCIERA**

Supervisor: Dr. Eneas Caldiño

Mario Raymundo Ochoa Núñez
Trabajo de investigación para obtener el grado de Maestro en Economía de El
Colegio de México

AGRADECIMIENTOS

Gracias Rosa Elva

RESUMEN

Un mecanismo de intermediación financiera es aquel donde se reúnen los ahorros de varias personas con el fin de otorgar financiamiento, tales como la banca comercial, las uniones de crédito y las Roscas (Asociaciones de Crédito y de Ahorro Rotativos, por sus siglas en inglés). La Rosca es un mecanismo diseñado para promover y acelerar los ahorros individuales, a través de una asociación formada con base en un núcleo de participantes, mediante el compromiso y las economías de escala, respectivamente. Este trabajo utilizó la literatura realizada en el estudio de las Roscas para el análisis de los Sistemas de Autofinanciamiento y de los créditos bancarios con requisitos de enganche.

El objetivo de la presente investigación es determinar el comportamiento racional de un consumidor promedio en términos de su consumo ante la presencia de diferentes mecanismos de intermediación financiera que le permiten adquirir un bien indivisible y durable. Los mecanismos analizados fueron los del ahorro, un Sistema de Autofinanciamiento y un crédito con requisitos de enganche.

En general, se encuentra que un consumidor disminuirá su tasa de ahorro cada vez que el mecanismo de intermediación financiera le permita disfrutar del bien con mayor anticipación (disminución del tiempo de espera). Por ejemplo, un enganche para un crédito bancario menor o la adjudicación directa con un menor número de mensualidades pagadas en un Sistema de Autofinanciamiento. Por otro lado, la comparación entre un Sistema de Autofinanciamiento y un crédito bancario expuso que la decisión sobre el nivel de consumo, como proporción del ingreso, no depende de la tasa de interés sino del tiempo de espera para la recepción del bien.

ÍNDICE

I. INTRODUCCIÓN	1
II. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	3
III. SISTEMAS DE ROSCAS	6
IV. MODELO	7
V. AUTOFINANCIAMIENTO	11
a. ADJUDICACIÓN POR SORTEO	14
b. ADJUDICACIÓN POR SUBASTA	17
VI. MERCADO DE CRÉDITO	22
VII. CONCLUSIÓN	25
APÉNDICE A	27
APÉNDICE B	28
APÉNDICE C	30
BIBLIOGRAFÍA	32

I. INTRODUCCIÓN

Un mecanismo de intermediación financiera es aquel donde se reúnen los ahorros de varias personas con el fin de otorgar financiamiento, tales como la banca comercial, las uniones de crédito y las Roscas (Asociaciones de Crédito y de Ahorro Rotativos, por sus siglas en inglés). La Rosca es un mecanismo diseñado para promover y acelerar los ahorros individuales, a través de una asociación formada con base en un núcleo de participantes, mediante el compromiso y las economías de escala, respectivamente. Los integrantes de una Rosca hacen abonos regulares a un fondo que es entregado, en parte o en su totalidad, a cada contribuyente en forma rotativa¹.

Las Roscas han sido identificadas como un mecanismo informal utilizado principalmente por los estratos de bajos ingresos que carecen de acceso a los servicios financieros. Sin embargo, los Sistemas de Autofinanciamiento, que en su esencia son una Rosca, son ampliamente utilizados por un amplio sector de la población en diferentes países, independientemente del estrato social al cual pertenecen.

De acuerdo con las estadísticas de la Asociación Mexicana de Administradores y Promotores de Sistemas de Autofinanciamiento, A.C., (AMAPSA), en México existen 600 mil consumidores con contratos de autofinanciamiento, equivalente a adquisiciones de bienes y servicios por un monto de \$170 mil millones de pesos. Solamente las empresas que forman parte de la AMAPSA captan 40 mil consumidores con contratos por un total de \$8 mil millones de pesos, con los cuales se adquieren bienes y servicios por \$60 millones de pesos mensualmente².

¹ En México se les conoce como Tandas o Cundinas.

² <http://www.amapsa.com.mx>

Besley, Coate y Loury (1993) encuentran que las Roscas son en general menos eficientes que un mercado de crédito y que sólo en un caso una Rosca puede superar un mercado de crédito. Este resultado provoca dudas sobre el hecho de que las Roscas continúen existiendo a pesar de la penetración de los mercados de crédito. Al respecto, existen varias hipótesis sobre los beneficios de las Roscas que explican su permanencia: a) un seguro contra eventos adversos sobre el ingreso, b) la compra de un bien o servicio y/o c) un mecanismo de compromiso para el ahorro forzoso.

Por otro lado, existen varios defensores de las Rosca como el “mecanismo más eficiente y económico de intermediación financiera” (Rutherford, 1993, p. 55) y se ha hecho referencia a las Roscas como un mecanismo alternativo para la distribución del microcrédito (Kovsted y Jensen, 1999, p. 144).

La mayor crítica hacia las Roscas es su falta de flexibilidad, ya que no discrimina entre agentes económicos con tasas de descuento diferentes en los casos de las roscas aleatorias y discriminatorias³, y puede implicar tasas de interés más altas en el caso de una rosca por subasta⁴ (Calomiris y Rajamaran, 1998). Los Sistemas de Autofinanciamiento son una evolución de las Roscas en el cual los sistemas de asignación son más flexibles (incorporan asignación por subasta, sorteo y adjudicación directa).

El objetivo de la presente investigación es determinar el comportamiento racional de un consumidor promedio en términos de su consumo ante la presencia de diferentes mecanismos de intermediación financiera que le permiten adquirir un bien indivisible y durable.

³ La asignación del fondo se realiza a través de criterios preestablecidos, tales como antigüedad, necesidad percibida, edad o poder de negociación dentro del grupo, entre otros.

⁴ La asignación del fondo acumulado por el grupo de ahorradores se realiza mediante una subasta a primer precio. Existen varias versiones de una subasta: a) la postura ganadora es aquella que ofrece un mayor descuento del fondo y el descuento es repartido entre los miembros del grupo, y b) la postura ganadora es la que ofrece pagar una cuota adicional sobre las mensualidades restantes.

En virtud que un Sistema de Autofinanciamiento es una Rosca en su naturaleza, la sección II inicia con una revisión bibliográfica de las Roscas en la literatura económica⁵.

La tercera sección presenta la definición de una Rosca, sus variantes y subtipos. Este proceso tiene como finalidad identificar los elementos de una Rosca de los cuales hace uso un Sistema de Autofinanciamiento. La cuarta sección introduce el modelo básico para explicar el comportamiento del consumidor en términos de la decisión del ahorro y el tiempo esperado para la adjudicación del bien. La quinta sección adapta el modelo para el análisis de un Sistema de Autofinanciamiento para comparar los niveles de consumo y de utilidad cuando se van incorporando los mecanismos de adjudicación.

En la sexta sección, el modelo compara un mercado de crédito contra un sistema de Autofinanciamiento en términos de consumo y de utilidad. La última parte presenta las conclusiones del trabajo y sus implicaciones de política económica.

A diferencia de los estudios anteriores realizados sobre las Roscas, este trabajo no compara los diferentes tipos de Roscas entre sí. El trabajo integra los diferentes tipos de Rosca en una sola Rosca híbrida y compara la utilidad generada por una Rosca contra un mercado de crédito.

II. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

La Rosca es un mecanismo diseñado para promover y acelerar los ahorros individuales, a través de una asociación formada con base en un núcleo de participantes, mediante el compromiso y las economías de escala, respectivamente. Los integrantes de una Rosca hacen abonos regulares a un

⁵ Existe una gran cantidad de investigaciones sobre Roscas en la literatura de antropología. Este trabajo se concentrará en los principales artículos de literatura económica que tratan sobre el análisis de las Roscas en términos de consumo.

fondo que es entregado, en parte o en su totalidad, a cada contribuyente en forma rotativa.

Existen varias hipótesis sobre la existencia de las Roscas: seguro ante imprevistos en el flujo de ingresos, consumo de un bien durable e indivisible y como mecanismo de compromiso de ahorro.

Besley, Coate y Loury (1993) escribieron el artículo base para el análisis económico de las Roscas. Los autores realizan un análisis de las principales variantes de Roscas (subasta y sorteo) y de las decisiones de los integrantes en estos mecanismos sobre la duración óptima de una rosca en relación con la situación de autarquía. Los autores realizan su análisis a través de definir la utilidad en función del consumo y el único motivo para ahorrar es la adquisición de un bien no divisible y durable. En el modelo utilizado, cada integrante es adverso al riesgo, tiene preferencias iguales e información perfecta y completa sobre los demás miembros del grupo. El análisis encuentra que al formar una Rosca, tanto por subasta o sorteo, los integrantes incrementan su utilidad esperada a través de poder ahorrar a una tasa menor que en autarquía y con un tiempo esperado de espera menor para recibir el bien. Además, los miembros del grupo obtienen una utilidad esperada mayor al participar en una rosca por sorteo que en una por subasta. Sin embargo, en caso que los agentes tengan diferentes valuaciones del bien no divisible y durable y que esta diferencia sea lo suficientemente grande, la subasta mejora la utilidad esperada de los consumidores respecto al sorteo.

En un artículo posterior, Besley, Coate y Loury (1994) extienden su análisis para comparar las Roscas con un mercado de crédito. Este análisis encuentra que las asignaciones realizadas a través de Roscas por subasta y sorteo son ineficientes debido a que la falta de flexibilidad de las Roscas (fechas periódicas de pagos) no logran maximizar las ganancias del comercio y el cambio intertemporal en las asignaciones del fondo. Por otro lado, el mercado de crédito es preferido sobre cualquiera de las roscas, pero en el caso que el consumidor tenga una utilidad

logarítmica, existen bienes con una utilidad lo suficientemente grande tal que la rosca por sorteo es preferida a un mercado de crédito.

Los autores señalados en los párrafos anteriores asumen que el único objetivo para participar en una Rosca es la adquisición de un bien durable e indivisible. Calomiris y Rajamaran (1998) exponen un ejemplo de una Rosca con mecanismo de adjudicación por subasta realizada en la India a fin de demostrar el valor de la Rosca como un seguro contra fluctuaciones imprevistas en el ingreso. Los autores definen una tasa de interés implícita en el descuento de los pujantes sobre los fondos a adjudicar. Los datos muestran que la variabilidad en la tasa de interés es independiente del periodo por lo que se sostiene la hipótesis de que la Rosca es una forma de protección contra las fluctuaciones de los ingresos provocadas por eventos inesperados.

Kovsted y Jensen (1999) extienden el análisis de Besley, Coate y Loury (1993) con un modelo de teoría de juegos en el cual incorporan información asimétrica e imperfecta, preferencias intertemporales y asumen que a los miembros de la Rosca se les permite acceder a un mercado de crédito para complementar los fondos recibidos en la adjudicación del fondo de la Rosca. La suma de los recursos recibidos de la rosca y el mercado de crédito se destinan a un proyecto riesgoso. En este marco, los autores encuentran las condiciones, en términos de la dispersión de posibles valores del bien y del costo de los fondos fuera de la Rosca, que determinan la preferencia de una rosca por subasta o una aleatoria: cuando el valor del bien entre los participantes tiende hacia una constante la rosca aleatoria supera *ex post* a la rosca por subasta y cuando el costo de conseguir fondos por fuera disminuye, la rosca por subasta tiene un beneficio mayor *ex post*.

Rutherford (2002) presenta un análisis comprensivo de los mecanismos de intermediación financiera que utilizan los estratos con menos recursos de la población. El autor expone que una Rosca constituye “el mecanismo más eficiente y económico de intermediación financiera. La mejor forma de Rosca, la Rosca de

subasta, casa perfectamente a los ahorradores con los prestatarios y recompensa a ambos” (Rutherford 2002, p. 55). Asimismo, el autor comenta que existen referencias a Roscas en el Japón de hace 600 años (mucho antes de la evolución de la banca moderna).

Gugerty (2003) presenta la hipótesis que las Roscas son organizadas como un mecanismo de compromiso en el que los integrantes aceptan la presión social de un ahorro forzoso en periodos regulares. Su investigación utiliza información de Roscas realizadas en Kenia Oriental y encuentra que las teorías tradicionales (seguro contra eventos adversos y compra de un bien durable) no explican en su totalidad la razón para que las personas participen en las Roscas.

III. SISTEMAS DE ROSCAS

Kovsted y Jensen (1999) ofrecen una clasificación de los tipos de Roscas en función del mecanismo de adjudicación del fondo.

- *Rosca Aleatoria*. En cada ronda los integrantes de un grupo aportan una cantidad predeterminada al fondo común, el cual se adjudica a uno de los miembros de forma aleatoria. El proceso se repite durante los n-periodos de duración de la Rosca.
 - i. *Designación en el periodo inicial*. Este subtipo determina el orden de adjudicación del fondo en el periodo inicial de la Rosca. A partir de entonces no existe incertidumbre respecto al tiempo de espera para la recepción del fondo.
 - ii. *Designación secuencial*. El proceso de selección del adjudicado se realiza en cada periodo. La incertidumbre no se resuelve hasta la realización de cada evento.

- *Rosca por subasta*. El proceso de selección se realiza a través de una subasta abierta.
 - i. *La puja por descuento*. La aportación en cada periodo es fija. En el momento de selección se realiza una subasta donde la puja ganadora es aquella que acepte un mayor descuento sobre el fondo a recibir. La diferencia entre la suma de las aportaciones (fondo) y la puja puede utilizarse para realización de una nueva subasta o repartirse entre los integrantes de la Rosca⁶.
 - ii. *La puja por premio*. La puja ganadora es aquella que ofrece pagar una cantidad extra mayor a la aportación periódica en los periodos siguientes.
- Rosca discreta. La asignación del fondo se realiza mediante un mecanismo predeterminado, tal como la antigüedad, la necesidad percibida de los miembros, la edad o la influencia, entre otros.

IV. MODELO

El modelo básico es similar al empleado por Besley, Coate y Loury (1994). Un grupo de individuos desean adquirir un bien no divisible y durable. Cada individuo vive T periodos y recibe un flujo de ingreso $y > 0$ durante toda su vida. Cada individuo decide asignar un porcentaje $\alpha \in [0,1]$ de su ingreso para el consumo c y el restante para el ahorro s que está destinado exclusivamente a la compra de un bien durable e indivisible, el cual tiene un costo de B y no se deprecia.

⁶ Este tipo de Rosca genera una ganancia en interés para aquellos que reciben el fondo en los últimos periodos.

Los individuos tienen preferencias intertemporales-aditivas, independientes e iguales, las cuales dependen de su consumo de bienes no durables y su consumo del bien durable. Los individuos no descuentan y tienen la función de utilidad instantánea $v(c)$ cuando el consumidor no posee el bien y $v(c) + \xi$ cuando el consumidor posee el bien, donde $\xi \geq v(y)$, el consumidor desea adquirir el bien durable.

Supuesto 1: $v(\cdot)$ es estrictamente cóncava, creciente, dos veces diferenciable en R_+ y satisface $v'(0) = \infty$.

El consumidor ahorra durante t periodos con el fin único de adquirir el bien durable y el resto de su vida disfruta del bien. El agente decide un c y t que maximiza la utilidad, sujeto a $\alpha y = c$ donde $\alpha \in (0,1]$, $st=B$, lo que define la restricción presupuestal del consumidor:

$$t(\alpha) = \frac{B}{(1-\alpha)y} \quad \text{IV.1}$$

El valor presente de la utilidad durante toda la vida del individuo es:

$$U(t, c) = tv(c) + (T-t)(v(y) + \xi)$$

Reescribiendo la misma utilidad en función de α :

$$U(\alpha, \xi) = T(v(1) + \xi) - \left(\frac{B}{(1-\alpha)y} \right) (\xi + v(1) - v(\alpha))$$

El primer término representa la utilidad durante toda la vida del individuo a valor presente como si el bien durable fuese gratis. El segundo término concentra la variable de decisión α y redefiniendo:

$$\mu_a(\alpha, \xi) = \left(\frac{1}{1-\alpha} \right) (\xi + v(1) - v(\alpha)) \quad (IV.2)$$

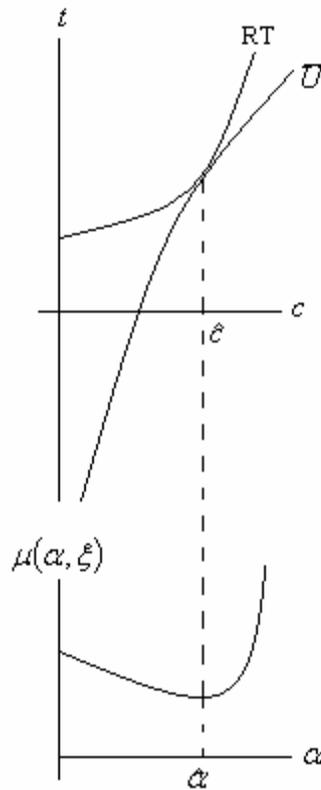
$$U_a(\alpha, \xi) = T(v(1) + \xi) - \frac{B}{y} \mu_a(\alpha, \xi) \quad (IV.3)$$

La función $\mu_a(\alpha, \xi)$ es el costo del mecanismo de intermediación financiera para la adquisición del bien. Besley, Coates y Lounry (1993, p. 795) identifican esta función como el costo de ahorrar. Una revisión más detallada permite dividir $\mu_a(\alpha, \xi)$ como el costo de espera para la adjudicación del bien durable, expresado por el término ξ , y el costo del ahorro en función de la utilidad perdida $(v(1) - v(\alpha))$. El problema se limita a encontrar la $\hat{\alpha}$ que minimiza $\mu_a(\alpha, \xi)$.

Lema: Bajo las condiciones del Supuesto 1, existe un $\hat{\alpha}$ que minimiza la función $\mu(\alpha, \xi)$.

Prueba: Obteniendo la condición de primer orden para (IV.3) se obtiene la $\hat{\alpha}$. Sustituyendo dicha solución en la condición de segundo orden, se encuentra que $\hat{\alpha}$ es un mínimo y es único (Apéndice A).

Gráfica 1



La gráfica 1 presenta la condición de equilibrio para $U_a(t,c)$. La curva de indiferencia para \bar{U} está sujeta a la restricción consumo-tiempo $t = \frac{B}{y-c}$, la cual se representa por RT . El agente representativo debe elegir las combinaciones de consumo, c , y el número de periodos, t , durante los cuales ahorrará para la compra del bien durable. Al transformar este problema, el problema del agente se limita a encontrar el punto óptimo α que minimiza $\mu_a(\alpha, \xi)$.

Besley, Coates y Louty (1993) demuestran, muy elegantemente, el lema anterior a través de una aplicación de teoría de la dualidad. En este trabajo se evita ese desarrollo con el objetivo de incluir diferentes mecanismos de asignación de los fondos.

V. AUTOFINANCIAMIENTO

De acuerdo con el artículo 1 (Objetivo) de la Norma Oficial Mexicana NOM-143-SCFI-2000, Prácticas comerciales—Elementos normativos para los sistemas consistentes en la integración de grupos de consumidores para la adquisición de bienes y servicios (Norma), un Sistema de Autofinanciamiento consiste en la integración de grupos de consumidores que aportan periódicamente sumas de dinero destinadas a la adquisición de bienes y servicios.

Un Sistema de Autofinanciamiento es una versión más rica en variantes que una Rosca debido a su mecanismo de adjudicación. Un Sistema de Autofinanciamiento incorpora los tres mecanismos de adjudicación principales (adjudicación discreta, sorteo, puntuación y subasta)^{7,8}, pero con pequeñas variantes: el mecanismo por sorteo contempla un sorteo secuencial que señala los turnos de adjudicación de los grupos (sic); el mecanismo de adjudicación discreta determina que la adjudicación directa se realiza en caso de muerte o accidente del consumidor, así como por antigüedad o permanencia⁹; el mecanismo de puntuación asigna el bien durable al consumidor con la puntuación más alta, la cual se obtiene por adelantar mensualidades o el pago a tiempo de las mismas y; el mecanismo por subasta asigna el bien a la puja que ofrezca el mayor número de mensualidades adelantadas

Los métodos de adjudicación de un sistema de autofinanciamiento no son excluyentes entre si, participar en una subasta no elimina la probabilidad de resultar adjudicado por sorteo, ni la adjudicación discreta por antigüedad. Además, los contratos típicos de los Sistemas de Autofinanciamiento, no tienen ninguna restricción sobre el tamaño del periodo y del monto a contratar. Esta sección, en su primera parte, analiza la decisión del integrante sobre su ahorro considerando

⁷ Numeral 3.1 de la Norma.

⁸ A pesar que Besley, Coate y Loury, 1993, mencionan que en la práctica no se observan Roscas híbridas, debido a problemas de implementación (p. 800), los Sistemas de Autofinanciamiento son un ejemplo de una Rosca híbrida y que además es un mecanismo formal.

⁹ La mayoría de los contratos de las compañías de autofinanciamiento estipulan que se realiza una adjudicación directa cuando el consumidor tiene el 40 o 50 por ciento de las mensualidades pagadas.

que decide participar en un Sistema de Autofinanciamiento, ignorando la posibilidad de la adjudicación por sorteo y por subasta. Posteriormente se realiza la incorporación de esas opciones.

El numeral 4.8 de la Norma señala que no se permite la entrega de recursos líquidos a los consumidores lo que permite adoptar la explicación de una Rosca para la adquisición de un bien durable.

Las cuatro formas de adjudicación disponibles para el consumidor permiten separar el comportamiento de un integrante en activo y pasivo. El integrante activo participa en la subasta o la puntuación a través de pujar o dar mensualidades adelantadas. El integrante pasivo sólo espera un resultado positivo en el sorteo o el cumplimiento del paso. Independientemente del orden en las formas de adjudicación de un Sistema de Autofinanciamiento¹⁰, esta sección empezará con el comportamiento de un consumidor pasivo, analizando la adjudicación directa y el sorteo, y concluirá con un comportamiento activo, en el que el integrante participa en la subasta y la puntuación.

El consumidor decide participar en un Sistema de Autofinanciamiento en el que pagará s durante t periodos para la adquisición de un bien durable. El resto de su vida ($T-t$) consume el total de su ingreso (y) y se adjudica directamente el bien en el periodo $\frac{t}{2}$.

$$U_d(t, c) = tv(c) + (T-t)v(y) + \left(T - \frac{t}{2}\right)\xi \quad (\text{V.1})$$

Sustituyendo la restricción presupuestal IV.1 en V.1, el problema se reduce a elegir la $\hat{\alpha}_d$ que maximiza su función de utilidad:

¹⁰ El orden en los sistemas de adjudicación entre las diferentes compañías de autofinanciamiento, por ejemplo, el Consorcio Casafin y el Consorcio Firme Plus establecen el sorteo y la adjudicación directa como primera prioridad, respectivamente.

$$U_d(\alpha) = T(v(1) + \xi) - \frac{B}{y} \mu_d(\alpha, \xi) \quad (V.2)$$

$$\text{Donde: } \mu_d(\alpha, \xi) = \frac{1}{1-\alpha} \left[\frac{\xi}{2} + v(1) - v(\alpha) \right] \quad (V.3)$$

Proposición 1: Al decidir participar en un Sistema de Autofinanciamiento, el consumidor incrementa su utilidad ($U_a \langle U_d$) y ahorra a una tasa menor que si lo hiciera en autarquía ($\hat{\alpha}_a \langle \hat{\alpha}_d$).

Prueba: En virtud que las ecuaciones V.3 y IV.2 son similares y solo difieren en la variable ξ para IV.2 y $\frac{\xi}{2}$ para V.3, las condiciones de primer orden mantienen la misma diferencia. Diferenciando la condición de primer orden A.2, se obtiene $\frac{d\hat{\alpha}}{d\xi} = \frac{1}{(1-\hat{\alpha})v''(\hat{\alpha})} \langle 0$. Definiendo $\xi' = \frac{1}{2}\xi$ y dado que $\xi' \langle \xi$ entonces $\hat{\alpha}_a \langle \hat{\alpha}_d$. Para demostrar la ganancia en utilidad por participar en un sistema de autofinanciamiento y debido a que las funciones de utilidad V.2 y IV.3 presentan términos comunes, es suficiente comprobar que el costo del autofinanciamiento en términos de consumo es menor que el de autarquía ($\mu_d(\hat{\alpha}_d, \xi) \langle \mu_a(\hat{\alpha}_a, \xi)$ o $\mu_d(\hat{\alpha}_d, \xi) - \mu_a(\hat{\alpha}_a, \xi) \langle 0$), cuya condición puede expresarse como:

$$-\xi \left(1 - \frac{1-\hat{\alpha}_a}{2(1-\hat{\alpha}_d)} \right) - v(1) \left(1 - \frac{1-\hat{\alpha}_a}{1-\hat{\alpha}_d} \right) - \frac{1-\hat{\alpha}_a}{1-\hat{\alpha}_d} v(\hat{\alpha}_d) + v(\hat{\alpha}_a) \langle 0$$

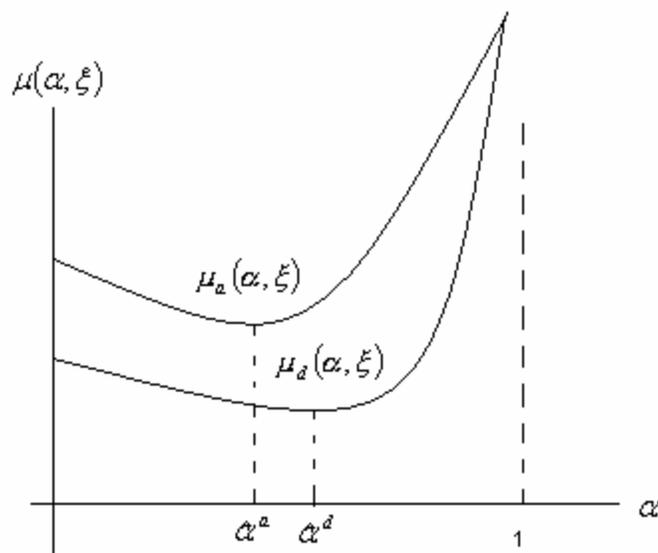
El lado izquierdo de la desigualdad es negativo estrictamente para $\hat{\alpha}_a \langle \hat{\alpha}_d$.

Por ejemplo, un consumidor que participa en un Sistema de Autofinanciamiento puede optar por ahorrar la mitad de lo que ahorraría en autarquía y aún así

recibiría el bien en el mismo periodo, por lo que su utilidad se incrementa al diferir su consumo en un periodo mayor.

Tanto Besley, Coute y Loury (1993 y 1994) así como Kovsted y Jensen (1999) encuentran un resultado similar en los casos estudiados en sus artículos. La Rosca es un mecanismo que incrementa la utilidad con respecto a la autarquía sin importar el mecanismo de asignación de recursos que se utilice. Asimismo, se encuentra que el ahorro en presencia de un mecanismo de intermediación financiera es menor que en autarquía. La proposición anterior solo demuestra que los resultados de ganancia en utilidad por participar en una Rosca son compartidos por los Sistemas de Autofinanciamiento.

Gráfica 2



La gráfica 2 representa el cambio en $\mu(\alpha, \xi)$ provocado por la adjudicación directa en $t/2$. La adjudicación con anticipación disminuye el tiempo de espera y genera que la tasa de consumo se incremente a α_d . Asimismo, para todo α el costo del

mecanismo de intermediación disminuye, lo que se observa como el movimiento de la curva a $\mu_d(\alpha, \xi)$.

La función de utilidad $U(\alpha, \xi)$ posee propiedades interesantes. Existe una relación positiva entre la utilidad y la valuación del bien durable ξ . Dicha relación es creciente debido a que el aumento en la valuación reduce el periodo de espera por el bien: a mayor valor se está dispuesto a esperar por el un menor tiempo.

a. Adjudicación por sorteo

El consumidor participa en el sorteo de un Sistema de Autofinanciamiento además de la adjudicación directa. El consumidor enfrenta una función de utilidad similar a V.1, pero se adiciona el aumento en utilidad ξ por gozar del bien durante τ periodos antes de la adjudicación directa:

$$U_o(c, t) = tv(c) + (T - t)v(y) + \left(T - \frac{t}{2}\right)\xi + \tau\xi \quad (V.4)$$

ó

$$U_o(\alpha, \xi) = \frac{B}{(1-\alpha)y} v(\alpha) + \left(T - \frac{B}{(1-\alpha)y}\right)v(1) + \left(T - \frac{B}{2(1-\alpha)y}\right)\xi + \tau\xi$$

Donde τ ¹¹ es una variable aleatoria con función de densidad f_τ , la cual se define como:

¹¹ Estudios anteriores sobre Roscas, consideran una probabilidad creciente debido a que como resultan adjudicados los integrantes de un grupo, el sorteo se realiza entre un número menor de posibles adjudicatarios en cada periodo. Sin embargo, de acuerdo con el numeral 4.2 de la Norma, en los Sistemas de Autofinanciamiento los grupos se forman por un máximo de 180 o 600 personas (dependiendo del tipo de bien), independientemente del plazo contratado por el consumidor. Por simplicidad y para evitar aumentar el número de variables se asume la uniformidad de la probabilidad de resultar adjudicado por sorteo.

$$f_{\tau} : [1, 2, 3, \dots, t/2 - 1] \rightarrow [0, 1] \text{ y } f_{\tau}(\tau) = \begin{cases} 0 & \text{si } \tau \notin [1, 2, 3, \dots, t/2 - 1] \\ \gamma & \text{si } \tau \in [1, 2, 3, \dots, t/2 - 1] \end{cases}$$

Tomando la utilidad esperada, repitiendo el proceso de incorporar la restricción presupuestal IV.1 y reorganizando, se obtiene

$$E(U_o(\alpha, \xi)) = T(v(1) + \xi) - \frac{B}{y} \mu_o(\alpha, \xi) \quad (\text{V.5})$$

y

$$\mu_o(\alpha, \xi) = \frac{1}{1-\alpha} \left[\frac{\xi}{2} \left(1 - \frac{\gamma}{4} \left(\frac{B}{(1-\alpha)y} - 1 \right) \right) + v(1) - v(\alpha) \right] \quad (\text{V.6})$$

Proposición 2: Al participar en el sorteo de un Sistema de Autofinanciamiento, un consumidor neutral al riesgo ahorra a una tasa menor ($1 - \hat{\alpha}_o$) que si lo hiciera sin el sorteo ($\hat{\alpha}_d < \hat{\alpha}_o$) y por lo tanto que en autarquía ($\hat{\alpha}_a < \hat{\alpha}_d < \hat{\alpha}_o$), además la utilidad se incrementa con el sorteo.

Prueba: Restando la condición de primer orden de la ecuaciones V.3 (B.1) a su similar V.6 y aplicando la condición de concavidad $v(\circ)$, se obtiene $v'(\hat{\alpha}_d) \geq v'(\hat{\alpha}_o)$ y por lo tanto $\hat{\alpha}_d \leq \hat{\alpha}_o$. El orden ascendente de las tasas de consumo ($\hat{\alpha}_a < \hat{\alpha}_d < \hat{\alpha}_o$) se obtienen de la proposición 2. Respecto al incremento en la utilidad del consumidor al participar en el sorteo, la comprobación se realiza mediante la comparación del costo del mecanismo de intermediación ($\mu_o(\hat{\alpha}_o, \xi) < \mu_d(\hat{\alpha}_d, \xi)$) para la adquisición del bien durable (Apéndice B).

Intuitivamente, agregar una opción genera que el tiempo de espera para la adjudicación disminuya *ex ante* y por lo tanto el integrante esté dispuesto a disminuir su tasa de ahorro.

Como se mencionó anteriormente, Besley, Coate y Loury consideran que las Roscas híbridas son un mecanismo de intermediación no observado en la realidad, por lo que la literatura al respecto es inexistente. Sin embargo, los Sistemas de Autofinanciamiento cumplen con la definición de una Rosca y la adaptación del modelo económico de Roscas normales a las Roscas híbridas se realiza con suavidad.

El efecto de una Rosca híbrida, es acortar el tiempo esperado de espera para la recepción del bien, incrementando la utilidad del consumidor. Asimismo, se observa que al agregar una opción genera que el tiempo de espera para la adjudicación disminuya *ex ante* y por lo tanto el integrante esté dispuesto a disminuir su tasa de ahorro.

b. Adjudicación por subasta y/o puntuación

Existen varias diferencias entre la subasta de un Sistema de Autofinanciamiento y una subasta tradicional. En primer lugar, en la subasta de un Sistema de Autofinanciamiento no existe un vendedor que maximice el ingreso proveniente de la subasta y tampoco se distribuye el beneficio de la subasta entre los integrantes de un sistema, por lo que no existe una ganancia por una puja más alta¹². La segunda diferencia consiste en que la puja es el número de mensualidades adelantadas ρ en el momento \bar{t} con el conocimiento que el bien será adjudicado en $t/2$ si se pierde la subasta. Tercera, el participar en la subasta no elimina la posibilidad de ser adjudicado por el sorteo, la adjudicación directa y/o el puntaje. Por último, el valor del bien a adjudicar es el mismo para todos los integrantes de un Sistema de Autofinanciamiento.

¹² Kovsted y Jensen (1999, p. 156) demuestran que en una Rosca con mecanismo de subasta para la adjudicación del fondo, todos los integrantes pujan un valor positivo de forma estratégica que tiene el efecto de aumentar el valor esperado de la puja ganadora y por lo tanto de los intereses generados por esperar un periodo más.

La no presencia de un vendedor ni de un beneficiario por una puja más alta, la existencia de un valor común del fondo y de un contrato igual para todos los integrantes de un grupo elimina el comportamiento estratégico de los integrantes de un Sistema de Autofinanciamiento. Por lo anterior, se considera aceptable el asumir información perfecta entre los integrantes de un Sistema de Autofinanciamiento.

Mediante un proceso de inducción hacia atrás, se encuentra que para todo $\bar{t} < \frac{t}{2}$ la puja óptima es $\rho = \frac{t}{2} - \bar{t}$, donde \bar{t} es el periodo del Sistema de Autofinanciamiento en el que se encuentra el consumidor¹³. ρ representa el número de mensualidades faltantes para la adjudicación directa del bien. El proceso de adjudicación directa estipula que el integrante se adjudica el bien por antigüedad al cumplir con el 50 por ciento de las mensualidades. En general, en el caso que el integrante decida pujar $\rho + \varepsilon$ y $\varepsilon > 0$, esto significa que el integrante está aportando una cantidad mayor a la necesaria para obtener la adjudicación directa, sacrificando consumo, y, para $\varepsilon < 0$ y dado que hay información perfecta la probabilidad de adjudicarse el bien durable es cero por lo que el integrante siempre puede aumentar la puja y obtener una probabilidad positiva de adquisición del bien antes de la adjudicación directa.

Hasta ahora cada mecanismo de intermediación tiene un sistema de pagos constantes durante t periodos. En el caso de la adjudicación por subasta, el número de periodos se reduce por el número de periodos subastados ($t - \rho$) sólo

¹³ Asumiendo que el integrante se encuentra en el periodo $\frac{t}{2}$ y en virtud que en este periodo el integrante logra la adjudicación directa, cada $\rho \neq 0$ no aumenta la probabilidad de ser adjudicado y sí disminuye el consumo. En el caso que el integrante se encuentre en el periodo $\frac{t}{2} - 1$, éste conoce que sólo falta un periodo para la adjudicación directa del bien, por lo que una $\rho > 1$, disminuiría su consumo y estaría pagando una cantidad mayor que la necesaria para adjudicarse el bien. El proceso se repite para periodos más alejados de $\frac{t}{2}$.

en el caso que se gane la subasta¹⁴. A fin que los participantes no enfrenten una restricción presupuestal y mantener el supuesto que el único objetivo del ahorro es la compra de un bien indivisible y durable, se asume que los integrantes pueden obtener préstamos libres de interés para participar en la subasta, los cuales deben ser pagados en ρ periodos. Este supuesto equivale a reducir el consumo por $2(1-\alpha)y$ durante ρ periodos.

El sistema por puntaje consiste en adjudicar el bien al integrante con un mayor número de puntos, los cuales se obtienen mediante el pago a tiempo y/o el adelanto de las mensualidades. Asumiendo que un integrante da mensualidades dobles hasta la adjudicación del bien, el sistema por puntaje es equivalente a la subasta¹⁵ en términos de utilidad. En este caso, ρ representa el número de periodos en los que un integrante aporta mensualidades dobles al Sistema de Autofinanciamiento.

La función de utilidad es la suma de la función de utilidad instantánea durante los t periodos que dura el contrato reducido por las mensualidades ofrecidas en la subasta; de la función de utilidad instantánea en la que el consumidor disfrute del ingreso total; de los periodos en los que se cuenta con el bien durable: la adjudicación directa más la adjudicación por sorteo y subasta; así como de la utilidad instantánea cuando se debe pagar la mensualidad doble:

$$U(c, t) = (t - \rho)v(c) + (T - t + \rho)v(y) + \left(T - \frac{t}{2}\right)\xi + \tau\xi + \rho v(c - 2s) \quad (V.7)$$

Incorporando la restricción presupuestal IV.1:

¹⁴ Para eliminar los incentivos perversos, los contratos de autofinanciamiento señalan que un integrante que no pueda respaldar una puja queda eliminado de participar en subastas posteriores.

¹⁵ La principal diferencia entre la subasta y el puntaje es que bajo el sistema de subasta el integrante solo requiere pagar en caso de ganar la subasta mientras que en el sistema de puntuación la cantidad adelantada no es reembolsable una vez que se da la adjudicación. Adicionalmente, el sistema de puntuación funcionaría como un mecanismo de compromiso de ahorro lo que concuerda con la hipótesis de Gugerty (2003) de las Roscas como un mecanismo de compromiso para el ahorro. Por último, el sistema por subasta y el de puntuación son equivalentes a una subasta descendente y ascendente, respectivamente.

$$U(\alpha, \xi) = \left(\frac{B}{(1-\alpha)y} - \rho \right) v(\alpha) + \left(T - \frac{B}{(1-\alpha)y} + \rho \right) v(1) + \left(T - \frac{B}{2(1-\alpha)y} \right) \xi + \tau \xi + \rho v(2\alpha - 1)$$

Donde τ , el número de periodos en los cuales se disfruta del bien durable antes de la adjudicación directa, y ρ , la puja esperada (el número de mensualidades adelantadas subastadas), son variables aleatorias con funciones de densidad:

$$f_x : [1, 2, 3, \dots, t/2 - 1] \rightarrow [0, 1] \text{ para } x = \tau, \rho \text{ y,}$$

$$f_\tau(\tau) = \begin{cases} 0 & \text{si } \tau \notin [1, 2, 3, \dots, t/2 - 1] \\ \phi & \text{si } \tau \in [1, 2, 3, \dots, t/2 - 1] \end{cases}$$

$$f_\rho(\rho) = \begin{cases} 0 & \text{si } \rho \notin [1, 2, 3, \dots, t/2 - 1] \\ \theta & \text{si } \rho \in [1, 2, 3, \dots, t/2 - 1] \end{cases}$$

En este caso, ϕ es la probabilidad de adjudicación por sorteo (γ) más la probabilidad de ganar la subasta dado que no ganó el sorteo ($\theta(1-\gamma)$): $\phi = \gamma + \theta(1-\gamma)$. Donde θ es la probabilidad de ganar la subasta. Asimismo, la subasta y el sorteo son eventos independientes.

Tomando la utilidad esperada y reorganizando, se obtiene (Apéndice C):

$$E(U_s(\alpha, \xi)) = T(v(1) + \xi) - \frac{B}{y} \mu_s(\alpha, \xi) \quad (\text{V.8})$$

donde:

$$\mu_s(\alpha, \xi) = \frac{1}{1-\alpha} \left[\left(\frac{1}{2} - \phi h(\alpha) \right) \xi + (1 - \theta h(\alpha))v(1) - (1 - \theta h(\alpha))v(\alpha) - \theta h(\alpha)v(2\alpha - 1) \right] \quad (V.9)$$

$$h(\alpha) = \frac{B - 2y(1-\alpha)}{8y(1-\alpha)}$$

Proposición 3: Al decidir participar en la subasta de un Sistema de Autofinanciamiento, un consumidor neutral al riesgo ahorra a una tasa menor ($1 - \hat{\alpha}_s$) que si lo hiciera sin la subasta ($\hat{\alpha}_o < \hat{\alpha}_s$) y obtiene una utilidad mayor que sin el sorteo ($E(U_o) < E(U_s)$).

Prueba: Restando la condición de primer orden de V.9 (C.1) a su similar de V.6 (B.1) y aplicando la condición de concavidad para $v(\cdot)$, se encuentra que $\hat{\alpha}_s > \hat{\alpha}_o$. La ganancia en utilidad se obtiene de comparar los costos de financiamiento y demostrando que $\mu_s(\hat{\alpha}_s, \xi) > \mu_o(\hat{\alpha}_o, \xi)$ (Apéndice C).

Este resultado confirma lo encontrado en la sección anterior: cada vez que se agrega una opción extra de adjudicación, el consumidor distribuye su ahorro en un periodo más largo de tiempo, a través de tasas de ahorro más bajas y aumenta su utilidad. La explicación se debe al efecto de disminuir la espera para la adjudicación del bien.

En resumen el efecto de las Roscas híbridas sobre el consumidor es que cada vez que se adiciona un mecanismo de asignación de los recursos el tiempo de espera disminuye *ex ante* y distribuye el ahorro en un tiempo mayor. Cabe señalar que el gran peso del supuesto que el único objetivo para ahorrar es el consumo de un bien indivisible.

Asimismo, Besley, Coate y Lorry (1993) en su proposición 3 comparan la utilidad generada por una Rosca por subasta y una segunda por sorteo. En ese caso, se encuentra que el sorteo es preferido a la subasta. En el caso de preferencias heterogéneas (proposición 4) se encuentra que el orden de las preferencias se invierte cuando los consumidores tienen preferencias lo suficientemente distintas.

Kovsted y Jensen (1999) encuentran que la elección entre diferentes tipos de Rosca depende del costo de obtener recursos en el mercado de crédito y la dispersión de las preferencias de los agentes.

Este trabajo no compara los diferentes tipos de Roscas entre si. Este trabajo encuentra que cuando se aglomeran los diferentes mecanismos de adjudicación en una sola, con cada mecanismo adicional la utilidad se incrementa y la tasa de ahorro disminuye. Retomando los resultados de estudios anteriores, una explicación natural es que una Rosca híbrida permite integrar en un solo mecanismo a agentes con diferentes preferencias.

VI. MERCADO DE CRÉDITO

Es relativamente fácil adaptar el modelo para el caso de un crédito con un enganche del 50 por ciento. Asumiendo un costo del crédito δ ($\delta > 1$) que se cobra una sola vez sobre el monto a financiar, la función de utilidad sería:

$$U_c(\alpha, \xi) = T(v(1) + \xi) - \frac{B(1 + \delta)}{2y} \mu_c(\alpha, \xi) \quad \text{VI.1}$$

$$\text{Donde } \mu_c(\alpha, \xi) = \frac{1}{1 - \alpha} \left[\frac{\xi}{2} + v(1) - v(\alpha) \right]$$

Esta modificación de IV.2 representa la decisión de un consumidor que debe decidir el plazo de un préstamo con pagos constantes en el cual se requiere un enganche del 50 por ciento¹⁶. En este marco, la selección de $\hat{\alpha}_c$ tiene la misma solución que V.3 y por lo tanto es fácil ver que $\hat{t}_c = \frac{1+\delta}{2}\hat{t}_d$. Además, se observa que la utilidad disminuye por el costo del financiamiento, en virtud que el consumidor debe sacrificar su consumo por un periodo más largo de tiempo y la utilidad generada por el bien durable permanece constante. El consumidor debe elegir el mecanismo de intermediación que provea la combinación de costo de ahorro y el costo de espera que proporcione mayor utilidad.

En general, se puede encontrar la relación entre un Sistema de Autofinanciamiento con adjudicación directa y un crédito. Igualando la función de costos de los mecanismos de intermediación financiera para el caso de adjudicación directa y de un mercado de crédito ($\mu_d(\alpha, \xi) = \mu_c(\alpha, \xi)$), se obtiene las condiciones bajo las cuales un crédito con un enganche de $1/c$, como fracción del total, y un costo del crédito de δ es equivalente a un Sistema de Autofinanciamiento que adjudica el bien directamente cuando se cumple un plazo $1/d$, como fracción de la cantidad total contratada:

$$\frac{B}{(1-\alpha)y} \left[\frac{\xi}{d} + v(1) - v(\alpha) \right] = \frac{B}{(1-\alpha)y} \left(\frac{c + \delta(c-1)}{c} \right) \left[\frac{\xi}{c} + v(1) - v(\alpha) \right]$$

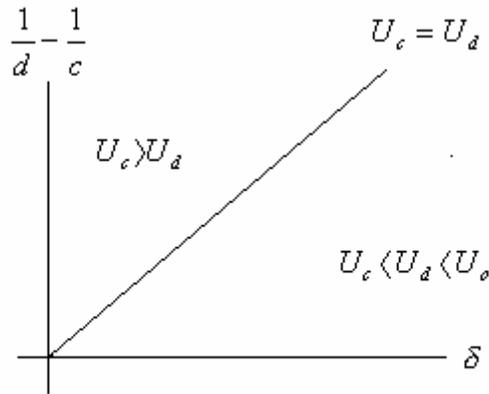
La igualdad se transforma en la relación entre la diferencia entre los tiempos de espera de ambos mecanismos de intermediación financiera en función de la tasa de interés:

¹⁶ En el caso que una institución financiera otorgara el 100 por ciento del crédito (0 por ciento de enganche), la ecuación carece de solución, lo cual representa una limitante del modelo. Intuitivamente, si un consumidor puede elegir el plazo de un crédito, éste elegirá el plazo mayor posible de forma que minimice la pérdida de consumo. Debido a que no existe restricción en el plazo, el consumidor elegiría un plazo infinito.

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{c} = \frac{\xi + v(1) - v(\alpha) \left(\frac{\delta(c-1)}{c} \right) \left(1 + \frac{1}{c} \right)}{\xi}$$

VI.2

Gráfica 3



La línea $U_c = U_d$ de la gráfica 3 es la relación entre la diferencia de los tiempos de espera para la adjudicación de un bien entre un crédito y un Sistema de Autofinanciamiento en función del precio del crédito. Van de Brink y Chavas (1997) encuentran que existe un nicho de mercado para las Roscas si la diferencia entre las tasas de interés activas y pasivas es lo suficientemente grande.

En este trabajo, el nicho de mercado está delimitado por los tiempos de espera para la adjudicación del bien durable y de la tasa de interés¹⁷, dicho nicho de mercado está representado por el área por debajo de la curva $U_c = U_d$. Para que un consumidor se mantenga indiferente entre ambos mecanismo, una baja en la tasa de interés debe estar acompañada por una disminución de la diferencia en los tiempos de adjudicación.

¹⁷ El caso de una Rosca híbrida, o un sistema de autofinanciamiento con sorteo y subasta, no es comparable debido a que los niveles óptimos de ahorro no son equivalentes con el de un crédito y por lo tanto quedan fuera del alcance del modelo de este trabajo.

VII. CONCLUSIÓN

El presente trabajo analizó la decisión entre el monto a ahorrar y el tiempo de espera para adquirir un bien durable e indivisible a través de diferentes mecanismos de intermediación financiera. Los mecanismos analizados fueron los del ahorro, un Sistema de Autofinanciamiento y un crédito con enganche. Con este fin, se utilizó un modelo desarrollado para el análisis de las Roscas en términos de la utilidad.

A diferencia de los demás trabajos, este estudio conglomeró los diferentes tipos de Roscas en una Rosca híbrida. El primer caso analizado fue el de un consumidor que debe ahorrar durante t periodos para adquirir un bien durable e indivisible. El segundo caso introdujo la opción de participar en un Sistema de Autofinanciamiento en el cual el consumidor decide contratar un plazo de tiempo t y se adjudica el bien a la mitad del plazo. Cuando se agregaron las opciones de sorteo y subasta, se obtuvo que cada vez que se adiciona una opción para la adjudicación temprana del bien, el consumidor decide ahorrar una tasa menor, lo que alarga el plazo del contrato. En resumen, adicionar un mecanismo de adjudicación del fondo incrementa la utilidad.

Cada opción extra representa un incremento en la utilidad del consumidor. Esto se explica debido a que con una tasa menor de ahorro el consumidor puede adjudicarse el bien en el mismo periodo y distribuir el costo del ahorro en un mayor tiempo. Asimismo, permite integrar grupos de consumidores con diversidad de preferencias.

Un ejercicio práctico (pero fuera del alcance de este trabajo) sería, a través de la base de datos de un Sistema de Autofinanciamiento, comprobar que a niveles de ingreso similares, las personas que participan más activamente en las subastas de los Sistemas de Autofinanciamiento contratarían plazos más largos y que ahorran una proporción menor de su ingreso.

En lo general, los mecanismos de intermediación financiera presentados en este trabajo presentan dos costos en utilidad, inversamente relacionados y entre los cuales debe decidir un consumidor: el costo de esperar por adjudicarse el bien durable y el costo de la utilidad por el consumo perdido. Para los casos de autarquía, adjudicación directa y el sorteo, la variable principal para determinar el período óptimo de cualquier mecanismo de intermediación financiera es el tiempo esperado de adjudicación del bien. Sólo en el caso de la subasta se afectaban los costos por la pérdida en consumo.

Este modelo es utilizado también para analizar el caso de un crédito en el cual el consumidor debe aportar el 50 por ciento de enganche. Los resultados encontraron que la decisión sobre el nivel de consumo, como proporción del ingreso, no depende de la tasa de interés y que el consumo óptimo cuando se participa en un Sistema de Autofinanciamiento es igual al caso de un crédito. Sin embargo, el plazo aumenta debido al pago de la tasa de interés. En el caso general, se comprobó que existe un nicho de mercado para las Roscas aún con la presencia de un mercado de crédito desarrollado. El tamaño de este nicho de mercado depende de las diferencias en los tiempos de espera y la tasa de interés. Una tasa de interés alta aumenta el nicho de mercado para los Sistemas de Autofinanciamiento y le permite incrementar los tiempos de adjudicación. En el caso extremo en el que los tiempos de espera para un crédito y un Sistema de Autofinanciamiento son iguales, este último es superior en términos de utilidad.

En tiempos recientes se han hecho esfuerzos significativos para detonar mecanismos de intermediación financiera populares (Cajas populares, instituciones de microcréditos y Bancos Comunales, entre otros). Los resultados aquí presentados indican que si se desea aumentar el ahorro del sector popular, la acción más eficaz sería eliminar toda posibilidad de financiamiento y proveer mecanismos de ahorro exclusivamente. Con las consecuencias de una disminución del consumo y por lo tanto la actividad económica de este sector de la población, así como de la disminución del bienestar. Sin embargo, el mecanismo

que maximizaría el bienestar sería aquel que otorgará créditos en el menor tiempo posible, como por ejemplo las microfinancieras. Una opción real, que considerara la promoción del ahorro y el otorgamiento del crédito, sería considerar un enganche para los receptores de crédito.

APÉNDICE A

Prueba del Lema:

El problema es minimizar el costo del mecanismo de intermediación financiera en autarquía, sujeto a las condiciones de dominio para $\alpha \in [0,1]$:

$$\mu(\alpha, \xi) = \left(\frac{1}{1-\alpha} \right) (\xi + v(1) - v(\alpha)) \quad \text{A.1}$$

Por el supuesto 1, conocemos que $v(\alpha)$ es creciente en α y tres veces diferenciable.

$$\frac{\partial \mu}{\partial \alpha} = \frac{1}{(1-\alpha)^2} (v(1) + \xi) - \frac{1}{(1-\alpha)} \left(\frac{1}{1-\alpha} v(\alpha) + v'(\alpha) \right)$$

Rearreglando:

$$\frac{\partial \mu}{\partial \alpha} = \frac{1}{(1-\alpha)^2} [v(1) - v(\alpha)] + \frac{1}{(1-\alpha)} \left[\frac{\xi}{1-\alpha} - v'(\alpha) \right]$$

El primer paréntesis es estrictamente positivo para $\alpha < 1$ debido a la naturaleza creciente de la función. El segundo paréntesis es negativo para α cercanos a 0, pero positivo para α lo suficientemente grandes. La segunda característica más las condiciones del supuesto 1 garantizan que existe un $\hat{\alpha}$ óptimo, el cual se obtiene de la condición de primer orden para A.1:

$$(1 - \hat{\alpha})v'(\hat{\alpha}) + v(\hat{\alpha}) - v(1) - \xi = 0 \quad \text{A.2}$$

La condición de primer orden se puede leer como la condición que el costo del mecanismo de intermediación financiera sea igual a la utilidad marginal del consumo.

La condición de segundo orden para A.1:

$$\frac{\partial^2 \mu}{\partial \alpha^2} = \frac{2}{(1 - \alpha)^3} [v(1) + \xi - v(\alpha)] - \frac{2}{(1 - \alpha)^2} v'(\alpha) - \frac{1}{1 - \alpha} v''(\alpha) \quad \text{A.3}$$

Sustituyendo A.2 en A.3:

$$\frac{\partial^2 \mu}{\partial \alpha^2} = -\frac{1}{1 - \hat{\alpha}} v''(\hat{\alpha}) < 0 \quad \text{A.4}$$

Lo que asegura un mínimo para $\mu(\alpha, \xi)$ evaluado en $\hat{\alpha}$.

APÉNDICE B

Prueba de la Proposición 2:

En primera parte se observa que la condición de primer orden para V.6 cumple con las condiciones establecidas en la solución general para la existencia de una solución interior para $\mu(\alpha, \xi)$. La condición de primer orden para V.6 es:

$$\frac{\xi}{2} \left(1 - \frac{\gamma}{2} \left(\frac{\hat{t}_o}{2} - 1 \right) \right) + v(1) - (1 - \hat{\alpha}_o)v'(\hat{\alpha}_o) = v(\hat{\alpha}_o) \quad \text{B.1}$$

$$\text{Donde } \hat{t} = \frac{B}{(1-\hat{\alpha})y}.$$

Restando las condiciones de primer orden de las ecuaciones para $\mu(\alpha, \xi)$ (V.3 - V.6) y reorganizando:

$$\frac{\xi\gamma}{2} \left(\frac{\hat{t}_o}{2} - 1 \right) - (1-\hat{\alpha}_d)v'(\hat{\alpha}_d) + (1-\hat{\alpha}_o)v'(\hat{\alpha}_o) = v(\hat{\alpha}_d) - v(\hat{\alpha}_o) \quad (\text{B.2})$$

Incorporando la definición de concavidad $v(\hat{\alpha}_d) - v(\hat{\alpha}_o) \leq v'(\hat{\alpha}_o)(\hat{\alpha}_d - \hat{\alpha}_o)$ y con un poco de álgebra:

$$\frac{\xi\gamma}{2(1-\hat{\alpha}_d)} \left(\frac{\hat{t}_o}{2} - 1 \right) \leq v'(\hat{\alpha}_d) - v'(\hat{\alpha}_o) \quad (\text{B.3})$$

El término a la izquierda de la desigualdad es estrictamente positivo y por lo tanto: $v'(\hat{\alpha}_o) \leq v'(\hat{\alpha}_d)$ y dado $v'(0) = \infty$, se obtiene $\hat{\alpha}_o \geq \hat{\alpha}_d$.

Respecto a la ganancia en utilidad por la inclusión del sorteo, es suficiente con demostrar que $-\frac{\partial g_o}{\partial \hat{\alpha}_o} < -\frac{\partial g_d}{\partial \hat{\alpha}_d}$, lo que se expresa como:

$$\frac{\hat{t}_o \xi \gamma}{8(1-\hat{\alpha}_o)} > v'(\hat{\alpha}_d) - v'(\hat{\alpha}_o) \quad (\text{B.3})$$

Debido a que $v'(\hat{\alpha}_o) \leq v'(\hat{\alpha}_d)$, el término de la derecha es estrictamente negativo y el de la izquierda es estrictamente positivo con lo que se comprueba la ganancia en utilidad por la inclusión del sorteo.

APÉNDICE C

La función de utilidad para el caso de una subasta o sistema de puntuación en la que el integrante decide pagar doble mensualidad por ρ hasta la adjudicación es:

$$U(c, t) = (t - \rho)v(c) + (T - t + \rho)v(y) + \left(T - \frac{t}{2}\right)\xi + \tau\xi + \rho v(c - 2s)$$

Los valores esperados para ρ y τ :

$$\rho^E = \sum_{i=1}^{\frac{t-1}{2}} \theta i = \frac{\theta(t-2)t}{8} = \theta h(\alpha)t \quad \text{y} \quad \tau^E = \sum_{i=1}^{\frac{t-1}{2}} \phi i = \frac{\phi(t-2)t}{8} = \phi h(\alpha)t$$

$$\text{Donde } h(\alpha) = \frac{t-2}{8} = \frac{B-2y(1-\alpha)}{8y(1-\alpha)}$$

$$E(U_s(\alpha, \xi)) = (t - \theta h(\alpha)t)v(\alpha) + (T - t + \theta h(\alpha)t)v(1) + \left(T - \frac{t}{2}\right)\xi + \phi h(\alpha)t\xi + \theta h(\alpha)t v(\alpha - 2(1-\alpha))$$

ó

$$E(U_s(\alpha)) = T(v(1) + \xi) - \frac{B}{y} \frac{1}{1-\alpha} \left[\left(\frac{1}{2} - \phi h(\alpha) \right) \xi + (1 - \theta h(\alpha))v(1) - (1 - \theta h(\alpha))v(\alpha) - \theta h(\alpha)v(2\alpha - 1) \right]$$

Prueba de la Proposición 3:

Derivando con respecto a α la ecuación V.9, se obtiene la condición de primer orden que determina la tasa de consumo óptimo en el caso de una subasta.

$$\xi \left(\frac{1}{2} - \phi h(\hat{\alpha}_s) - \theta(1 - \hat{\alpha}_s) h'(\hat{\alpha}_s) \right) + v(1)(1 - \theta h(\hat{\alpha}_s) - (1 - \hat{\alpha}_s) \theta h'(\hat{\alpha}_s)) - v(\hat{\alpha}_s)(1 - \theta h(\hat{\alpha}_s) - \theta(1 - \hat{\alpha}_s) h'(\hat{\alpha}_s)) - \theta v(2\hat{\alpha}_s - 1)(1 + (1 - \hat{\alpha}_s) h'(\hat{\alpha}_s)) - v'(\hat{\alpha}_s)(1 - \hat{\alpha}_s)(1 - \theta h(\hat{\alpha}_s)) - 2\theta h(\hat{\alpha}_s)(1 - \hat{\alpha}_s) v'(2\hat{\alpha}_s - 1) = 0$$

$$\text{Donde } h(\alpha) = \frac{B - 2y(1 - \alpha)}{8y(1 - \alpha)} = \frac{t - 2}{8}, \quad h'(\alpha) = \frac{B}{8y(1 - \alpha)^2} = \frac{t}{8(1 - \alpha)} \text{ y } \hat{t} = \frac{B}{(1 - \hat{\alpha})y}.$$

$$\begin{aligned} & \frac{\xi}{2} \left(1 - \frac{\hat{t}_s}{4} (\phi + \theta) + \frac{\phi}{2} \right) + v(1) \left(1 - \frac{\theta}{4} (\hat{t}_s - 1) \right) + \frac{\theta}{4} (\hat{t}_s - 1) v(s) - \theta \left(1 + \frac{\hat{t}_s}{8} \right) v(2\hat{\alpha}_s - 1) \\ & - \frac{\theta}{2} \left(\frac{\hat{t}_s}{2} - 1 \right) (1 - \hat{\alpha}_s) v'(2\hat{\alpha}_s - 1) - v'(\hat{\alpha}_s)(1 - \hat{\alpha}_s)(1 - \theta h(\hat{\alpha}_s)) = v(\hat{\alpha}_s) \end{aligned}$$

Restando la condición de primer orden para V.6 y utilizando la condición de concavidad $v(\hat{\alpha}_o) - v(\hat{\alpha}_s) \leq v'(\hat{\alpha}_s)(\hat{\alpha}_o - \hat{\alpha}_s)$ y se obtiene la desigualdad:

$$\begin{aligned} & \frac{\xi}{2} \left[\frac{\hat{t}_s}{4} (\phi + \theta) + \frac{\gamma}{2} \left(\frac{\hat{t}_o}{2} - 1 \right) - \frac{\phi}{2} \right] + \frac{\theta}{4} (\hat{t}_s - 1) (v(1) - v(\hat{\alpha}_s)) + \theta \left(1 + \frac{\hat{t}_s}{8} \right) v(2\hat{\alpha}_s - 1) \\ & + \theta(1 - \hat{\alpha}_s) \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\hat{t}_s}{2} - 1 \right) v'(2\hat{\alpha}_s - 1) - \frac{1}{4} \left(\frac{\hat{t}_s}{2} - 1 \right) v'(\hat{\alpha}_s) \right] \leq (1 - \hat{\alpha}_o) (v'(\hat{\alpha}_o) - v'(\hat{\alpha}_s)) \end{aligned}$$

Debido a que el término a la izquierda de la desigualdad es positivo, se obtiene la desigualdad $v'(\hat{\alpha}_o) \geq v'(\hat{\alpha}_s)$ que implica $\hat{\alpha}_o \leq \hat{\alpha}_s$.

Para comprobar la ganancia en utilidad por la inclusión de la subasta, la condición

$$-\frac{\partial g^s}{\partial \hat{\alpha}_s} \langle -\frac{\partial g^o}{\partial \hat{\alpha}_o} \text{ se expresa como:}$$

$$\begin{aligned} & - \left[-v'(\hat{\alpha}_s) + h'(\hat{\alpha}_s) (-\phi\xi - \theta v(1) + \theta v(\hat{\alpha}_s) - \theta v(2\hat{\alpha}_s - a)) + h(\hat{\alpha}_s) (\theta v'(\hat{\alpha}_s) - \theta 2v'(2\hat{\alpha}_s - 1)) \right] \\ & \langle - \left[-\frac{\xi}{2} h'(\hat{\alpha}_o) - v'(\hat{\alpha}_o) \right] \end{aligned}$$

Sustituyendo $h(\alpha) = (1 - \alpha)h'(\alpha) - \frac{1}{4}$ y con un poco de álgebra:

$$h'(\hat{\alpha}_s) [2(1 - \hat{\alpha}_s)v'(2\hat{\alpha}_s - 1) - \phi\xi - \theta v(1)] \left[\frac{\xi}{2} h'(\hat{\alpha}_o) + (v'(\hat{\alpha}_o) - v'(\hat{\alpha}_s)) + \theta h(o)v'(\hat{\alpha}_s) \right. \\ \left. + \theta h'(\hat{\alpha}_s) [v(\hat{\alpha}_s) - v(2\hat{\alpha}_s - 1)] \right]$$

C.1

El lado derecho de la desigualdad es estrictamente positivo, mientras que el lado izquierdo es indeterminado por lo que es suficiente comprobar que el término de la izquierda es estrictamente negativo para todo α .

Debido a la concavidad de la función de utilidad instantánea se observa que $v(1) - 2(1 - \hat{\alpha}_s)v'(2\hat{\alpha}_s - 1) \leq v(2\hat{\alpha}_s - 1)$. El requisito de negatividad para el lado izquierdo se expresa como:

$$v(1) - \frac{\phi}{1 - \theta} \xi v(2\hat{\alpha}_s - 1)$$

En virtud que $\frac{\phi}{1 - \theta} > 1$ y $v(1) < \xi$, se comprueba que la desigualdad C.1 se cumple de forma estricta.

BIBLIOGRAFÍA

- Anderson, Siwan y Baland, Jean-Marie, “The Economics of Roscas and intrahousehold resource allocation”, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 117, August 2002, pp. 963-95.
- Besley, Timothy, Coate, Stephen y Loury, Glen, “The Economics of Rotating Savings and Credit Associations”, *The American Economic Review*, Vol. 83, No. 4, September 1993, pp. 792-810.

- Besley, Timothy; Coate, Stephen y Loury, Glen, “Rotating Savings and Credit Associations, Credit Markets and Efficiency”, *The Review of Economic Studies*, Vol. 61, No. 4, October 1994, pp. 701-719.
- Calomiris, Charles W. y Rajamaran, Indira, “The Role of ROSCAs: lumpy durables or event insurance”, *Journal of Development Economics*, Vol. 56, 1998, pp. 207-216.
- Chiteji, N-S, “Promises kept: enforcement and the role of Rotating Savings and Credit Associations”, *Journal of International Development*, Vol. 14, May 2002, pp. 393-411.
- Diario Oficial de la Federación, Norma Oficial Mexicana NOM-143-SCFI-2000, Prácticas comerciales–Elementos normativos para los sistemas consistentes en la integración de grupos de consumidores para la adquisición de bienes y servicios (Sistemas de Autofinanciamiento), Diario Oficial de la Federación, el 19 de septiembre de 2000.
- Handa, Sudhanshu y Kirton, Claremont, “The economics of Rotating Savings and Credit Associations: evidence from the Jamaican ‘Partner’”, *Journal of Development Economics*, Vol. 56, 1999, pp. 173-194.
- Gugerty, Mary Kay, “You can’t save alone: Testing theories of Rotating Savings and Credit Associations in Kenya”, mimeo, University of Washington, 2003.
- Kovsted, Jens y Lyk-Jensen, Peter, “Rotating Savings and Credit Associations: the choice between random and bidding allocation of funds”, *Journal of Development Economics*, Vol. 60, 1999, pp. 143-172.

- Kloner, Stefan, "Rotating Savings and Credit Associations when participants are risk averse", *International Economic Review*, Vol. 44, August 2003, pp. 979-1005.
- Krishna, Vijay, "*Auction Theory*", Academic Press, 2002
- Rutherford, Stuart, "Los pobres y su dinero", La Colmena Milenaria y Universidad Iberoamericana, 2002.
- Van der Brink y Chavas, "The microeconomics of an indigeneous African institution: the rotating savings and credit association", *Economic Development and Economic Change*, 45 (4), 1997, pp. 745-772.