EL COLEGIO DE MÉXICO
CENTRO DE ESTUDIOS ECONÓMICOS

MAESTRÍA EN ECONOMÍA

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN ECONOMÍA

CRÉDITO, COLATERAL Y RESTRICCIONES DE RIQUEZA

SAMUEL VÁZQUEZ HERRERA

PROMOCIÓN 2004-2006

ASESOR:

DR. DRAGAN BRANIMIR FILIPOVICH ZACHRISSON

2007

Agradecimientos

Principalmente agradezco a mi asesor el Dr. Dragan Filipovich por el basto tiempo dedicado a esta tesis, así como por la disposición a enseñar y un claro interés en mi aprendizaje. Además expreso mi gratitud al Dr. Jaime Sempere y al Dr. David Cantala por sus consejos y comentarios.

El apoyo de mi madre durante todos estos años ha sido fundamental, así como el impulso que mi padre me dio. Gracias a mi primo Eric por influir en mi el estudio de esta maestría, así como al Colegio de México por permitirme estudiarla. Al último para remarcar su importancia, a Cys sin quien no hubiesen existido incentivos para hacerlo.

Resumen

El presente trabajo considera el racionamiento que puede existir en el mercado crediticio. Distintos autores han abordado este tema desde distintas perspectivas, aquí lo haremos desde un punto de vista de selección adversa debido a que el prestamista desconoce qué tan riesgosos son los prestatarios.

La investigación inicial en esta vertiente mostró que el precio del crédito (la tasa de interés) no necesariamente equilibra el mercado generando racionamiento de crédito. Investigación subsecuente arrojó que contratos que consideran el pago de intereses junto con la aportación de una garantía pueden evitar el racionamiento cuando los agentes cuentan con la riqueza necesaria para aportar la garantía, la cual es igual entre todos los prestatarios. En este caso se dice que existe un menú de contratos de crédito donde cada tipo de prestatario escoge uno contrato distinto *separándose* del resto. Cuando la riqueza de alguno de los prestatarios no es suficiente para aportar la garantía, se sugiere una relación entre racionamiento de crédito y contratos que serán elegidos por más de un tipo de prestatario, *agrupándolos.*

Dada la condición de una riqueza suficiente, se busca en el presente escrito conocer el impacto de un cambio en dicha condición. Se asume que la riqueza no es igual entre los prestatarios y además es menor entre menor sea el riesgo del prestatario tal que para el menos riesgoso sea restrictiva. La pregunta es si se mantienen los resultados anteriores de una relación entre racionamiento y contratos que *agrupen* a los prestatarios.

El resultado que se obtiene es que existe la posibilidad de un menú de contratos de equilibrio donde sí exista racionamiento, pero cada prestatario elija un contrato diferente *separándolos.* Se muestra que el resultado depende básicamente de las diferencias en los parámetros.

Índice

Sección	Página
1. Introducción	2
2. El Modelo	4
3. Equilibrio	6
4. Caracterización	8
5. Equilibrio de Bester (1987)	10
6. Existencia de un Equilibrio Separador	12
7. Conclusiones	14
Apéndice	15
Bibliografía	19

CRÉDITO, COLATERAL Y RESTRICCIONES DE RIQUEZA

1. Introducción

El racionamiento de crédito, entendido como la situación en que un prestatario está dispuesto a pagar el costo del crédito pero no se le otorga, suele ser un fenómeno económico que llama la atención debido a que en la práctica a menudo el sistema crediticio cuenta con recursos para otorgar créditos, pero no lo hace. Stiglitz y Weiss (1981) muestran que en el mercado de crédito puede existir racionamiento debido a problemas de selección adversa o a efectos de incentivos. En un contexto de selección adversa, el prestamista no otorgaría el crédito aunque los prestarios estén dispuestos a pagar una mayor tasa de interés porque los únicos prestatarios que aceptarían esta mayor tasa de interés serían prestatarios que toman riesgos mayores (selección adversa).

Para resolver este problema de selección adversa se ha considerado añadir una dimensión al contrato con el objeto de que los prestatarios revelen por sí mismos sus características. Por ejemplo, exigirle al acreditado comprometer un activo como garantía (colateral) o asignar el crédito por medio de una lotería (probabilidad de obtención del crédito). El colateral por sí solo no resuelve este problema. El colateral puede lograr este propósito en un mercado de competencia perfecta[1], mientras que la asignación aleatoria del crédito puede servir dependiendo en qué sentido un agente es más riesgoso que otro[2].

Bester (1985) demostró que cuando los prestamistas compiten utilizando colateral y tasa de interés al mismo tiempo para filtrar el riesgo del prestatario no surge racionamiento. Un prestatario de bajo riesgo prefiere un incremento en su nivel de colateral a cambio de una disminución de su tasa de interés y viceversa para el agente riesgoso.

Este resultado presupone que las distintas clases de agentes disponen de suficiente riqueza para cumplir el requerimiento de colateral. Bester (1987) relaja este supuesto y establece que el

[1] Dada una estructura de mercado de competencia perfecta el pago de intereses es justo para cubrir el costo del crédito, el tipo de alto riesgo tiene incentivos a tomar el crédito diseñado para un tipo de menor riesgo y el colateral sirve para reestablecer la compatibilidad de incentivos entre los distintos tipos.

[2] La estructura de incertidumbre de la realización de los proyectos se ha considerado de dominancia estocástica de primer orden y de segundo orden. La probabilidad de obtener el crédito es funcional bajo una estructura de incertidumbre de segundo orden como en Stiglitz y Weiss (1981).

racionamiento puede ocurrir cuando la riqueza del prestatario no es suficiente para cumplir dicho requerimiento. Besando y Thakor (1987) obtienen resultados similares en una economía neutral al riesgo. Ambos trabajos sugieren una relación entre racionamiento y contratos agrupadores (contratos que en equilibrio son tomados por agentes con distintas características de riesgo).

En este trabajo exponemos que en el modelo de Bester (1987)[3], la conexión entre racionamiento y contratos agrupadores se origina en un supuesto secundario, a decir, que los agentes con características distintas de riesgo tienen la misma riqueza. Por lo que asumimos que la riqueza de los agentes es mayor entre mayor sea su riesgo, y mostramos que existe racionamiento con contratos separadores. Stiglitz y Weiss (1986) trabajaron este mismo escenario para analizar el racionamiento desde la perspectiva de riesgo moral, mientras que este trabajo lo realiza para selección adversa. Mostramos que dependiendo de los parámetros puede existir racionamiento para el agente menos riesgoso, pero con un menú de contratos que permite separar los distintos tipos de riesgo.

Este tipo de resultados han sido criticados por no formularse explícitamente desde la perspectiva de teoría de juegos. Como muestra, Clemenz (1993)[4] señala que la conclusión de Besanko y Thakor no puede ser un equilibrio de Nash. Clemenz muestra que en un juego de dos etapas donde la parte no informada mueve primero existen contratos atractivos para los agentes de bajo riesgo que generan beneficios positivos[5].

Por eso aquí formulamos un juego secuencial donde se mueven alternadamente prestamistas y prestatarios empezando por la parte no informada. La información privada es tanto la probabilidad de éxito del proyecto como los niveles de riqueza.

[3] En una estructura de mercado de competencia perfecta con dominancia estocástica de segundo orden.
[4] Clemenz cita a Hellwig (1987) quien, contextualizando al problema de racionamiento de crédito, hace una comparación entre los resultados de un juego en dos etapas donde mueve primero la parte no informada (Rothschild y Stiglitz 1976); un juego en tres etapas donde la parte informada mueve primero y en la tercera etapa (Cho y Kreps 1986); y un juego en tres etapas donde la parte no informada mueve en la primera y tercera etapa (Hellwig por publicarse). Su trabajo muestra que en el primer caso un equilibrio separador depende de los parámetros, sin embargo en el segundo caso existe un equilibrio único separador y en el tercero un equilibrio agrupador no puede ser superado por un contrato separador.
[5] Otra forma que presenta de romper el equilibrio de Besanko y Thakor es ofrecer un crédito seguro con beneficio cero a los agentes racionados

2. El Modelo

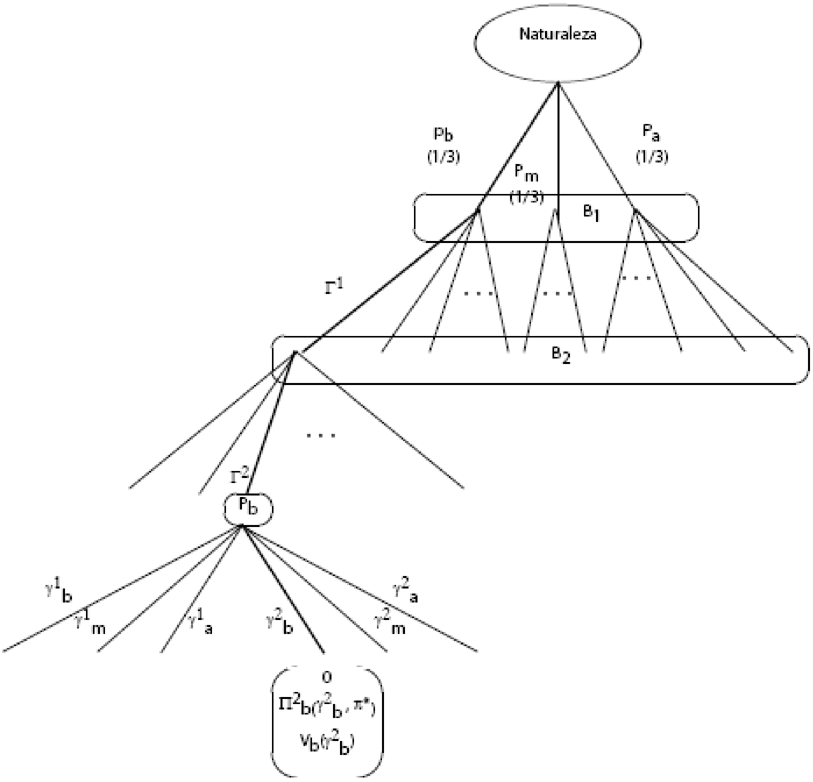

Figura I. Forma Estructural del juego.

Consideremos el modelo de Bester (1987) visto como un juego de tres etapas donde la naturaleza comienza determinando el tipo de firma que se acerca a pedir un crédito al banco. En la segunda etapa los prestamistas escogen simultáneamente un menú de contratos que maximice su beneficio esperado. En la tercera etapa el prestatario elige del menú el contrato que maximice su ganancia en utilidad. La inversión inicial necesaria para cada proyecto es *I*. Existe un oferta inelástica de fondos a la tasa π*. Tenemos

- El **conjunto de jugadores**, ***N***, está formado por dos prestamistas (B_i), i = 1,2; y un prestatario (P) que puede ser cualquiera de tres tipos.

  $N = \{P, B_1, B_2\}$

  El proyecto de cada prestatario tiene dos posibles resultados: a) éxito con probabilidad p_i e ingreso positivo X_i; b) falla con un ingreso de cero con probabilidad complementaria. Suponemos $0 < p_a < p_m < p_b < 1$, y que $I < X_b < X_m < X_a$ tal que $p_t X_t = k$ para toda t. El modelo que presentamos diverge en la distribución en del ingreso, en Bester (1987) el ingreso es constante entre las *n* firmas, aquí asumimos $0 < W_b < W_m < W_a < I$.

- El tipo, $t \in T$, está dado por un par (p_t, W_t), donde p_t es la probabilidad de éxito y W_t es la riqueza;
- $T = \{b, m, a\}$, donde *b* es riesgo *bajo*, *m* riesgo *medio* y *a* riesgo *alto*.

* El **conjunto de estrategias**, **Σ**, está dado por el conjunto de estrategias de los prestamistas y el de los prestatarios:
  - El **conjunto de estrategias de los prestamistas**, Σ_j^B, elemento genérico $\sigma_i^B \in \Sigma_i^B$, está dado por el conjunto de menús de contratos. Cada menú de contratos, Γ, está formado por tres contratos[6] γ_t. Un contrato, γ_t, es una tripleta (R, C, λ), donde $R \in [1, \infty)$ es el pago de intereses, $C \in [0, \infty)$ es el requerimiento de colateral y $\lambda \in [0, 1]$ es la probabilidad que la firma tiene de obtener el crédito; $\sigma_i^B = \{\Gamma(\gamma_b, \gamma_m, \gamma_a)\}$, $\gamma = (R, C, \lambda) \ \forall i \in \{1,2\}$
  - El **conjunto de estrategias de los prestatarios**, Σ^P, elemento genérico $\sigma^P \in \Sigma^P$, es seleccionar un y sólo un contrato o ninguno de los seis contratos ofrecidos entre los prestamistas. Estas estrategias son representadas por los vectores unidad[7] donde 1 significa que toma el crédito y 0 que lo rechaza; $\sigma^P = \{\underline{0}, \underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3, \underline{e}_4, \underline{e}_5, \underline{e}_6,\}$.

    Por ejemplo, si se realiza la estrategia $\sigma^P = \overline{e}_2 = (0,1,0,0,0,0)$ significa que opta por el contrato γ_m que ofrece el prestamista B_1.

* Las **preferencias de los jugadores** son representadas por funciones de pago $u_i : \Sigma \to \Re$
  - Las **preferencias de los prestamistas** están dadas por la función de beneficio esperado, $\tilde{\Pi}_i : \Sigma_i^B \to \Re$,

$$\tilde{\Pi}_i(\sigma_i^B) = \Pi_i(\Gamma) = \begin{cases} \frac{1}{3}\sum_{t \in T} \lambda_t [p_t R_t + (1 - p_t) C_t - (1 + \pi) I] & \sigma^P \neq \underline{0} \\ 0 & \sigma^P = \underline{0} \end{cases}.$$

  - Las **preferencias de los prestatarios** se representan con funciones de ganancia en utilidad, $\tilde{V}_P : \Sigma^P \to \Re$. La función de ganancia en utilidad nos dice cuánto utilidad

[6] Tenemos solo tres tipos de firmas y por el Principio de Revelación sabemos que son suficientes los menús con tres contratos, uno para cada tipo.
[7] Los vectores unidad se consideran vectores columna.

adicional obtiene el prestatario al optar por el crédito respecto de si no lo toma y se queda con su riqueza inicial.Definamos $V_t(\sigma^P)$ como

$$V_t(\gamma_t) = \lambda_t [p_t U(X_t - R_t + W_t) + (1-p_t)U(W_t - C_t) - U(W_t)]^8;$$

por lo que $\tilde{V}_P(\sigma^P)$se expresa como

$$\tilde{V}_P(\sigma^P) = \sigma^P \cdot (V_t(\gamma_b^1) \quad V_t(\gamma_m^1) \quad V_t(\gamma_a^1) \quad V_t(\gamma_b^2) \quad V_t(\gamma_m^2) \quad V_t(\gamma_a^2)).$$

Nótese que al igual que en Bester (1987) se asume que los prestatarios son aversos al riesgo, mientras que los prestamistas son neutrales al riesgo. La estructura de mercado es de competencia perfecta, *i.e.* los prestamistas compiten a la Bertrand.

3. Equilibrio

Dada la estructura del juego el equilibrio que buscamos es un *equilibrio bayesiano perfecto débil*[9]. En este juego el prestamista desconoce el tipo del prestatario por lo que las estrategias del primero deben ser secuencialmente racionales dadas sus creencias. En este caso hemos supuesto que existe el mismo número de prestatarios de cada tipo de tal forma que la probabilidad de cualquier tipo es la misma.

Sea $\sigma = (\sigma_1^B, \sigma_2^B, \sigma^P)$ un perfil de estrategias; y sea μ un sistema de creencias[10], entonces podemos definir un equilibrio.

Definición. Un perfil de estrategias y un sistema de creencias (σ, μ) son un **equilibrio** si

i) La naturaleza escoge el tipo de acuerdo a una distribución uniforme[11];

ii) Cada prestamista responde al tipo de prestatario diseñando un menú de contratos de acuerdo al sistema de creencias comunes, μ[12], que maximice sus beneficios, $\tilde{\Pi}_i(\sigma_i^B)$, dado la función de pagos del otro prestamista, $\tilde{\Pi}_j(\sigma_j^B)$;

iii) El prestario elige el contrato del menú que maximice su ganancia en utilidad, $\tilde{V}_P(\sigma^P)$.

[8] Se asume que $U' > 0$ y $U'' < 0$.
[9] Véase Mas-Colell, Whinston y Green (1985) p. 285.
[10] Véase Mas-Colell, Whinston y Green (1985) p. 283.
[11] Recuérdese que se ha supuesto que los tres tipos son equiprobables.
[12] De acuerdo a la regla de Bayes

Dado que el objeto de este trabajo es mostrar la posibilidad de que exista un equilibrio separador y no caracterizar todos los equilibrios podemos decir que el siguiente equilibrio es un equilibrio particular del juego establecido.

Definición. $\{\Gamma(\gamma_b^*, \gamma_m^*, \gamma_a^*), \pi^*\}$es un **equilibrio bajo información imperfecta** si

1) Existe **racionalidad individual**

$$V_t(\gamma_t^*) \geq 0 \quad \forall t \tag{3}$$

$$\Pi_t(\gamma_t^*, \pi^*) \geq 0 \quad \forall t \tag{4}$$

2) Existe **compatibilidad de incentivos**

$$V_t(\gamma_t) \geq V_t(\gamma_s) \quad \forall s \tag{5}$$

3) No existe un contrato γ tal que devengue beneficios esperados positivos a alguno de los prestamistas.

El problema a resolver por parte del prestamista B_i es

$$\max_{\gamma} \tilde{\Pi} = \frac{1}{3}\sum_t \Pi_t(\gamma_t, \pi)$$

sujeto a

$$\Pi_t(\gamma_t^*, \pi^*) \geq 0 \tag{6}$$

$$V_t(\gamma_t^*) \geq 0 \tag{7}$$

$$V_t(\gamma_t^*) \geq V_t(\gamma_s^*) \tag{8}$$

y que no exista un menú de contratos tal que genere beneficios esperados positivos.

4. Carcterización

La condición de equilibrio de que no exista un menú de contratos compatible de incentivos que genere beneficios positivos, la restricción de racionalidad individual para el prestamista y la competencia a la Bertrand nos llevan a que en equilibrio:

$$\Pi_t^*\left(\gamma_t^*, \pi^*\right) = 0 \ \forall t \tag{9}$$

Por lo que en equilibrio, cada contrato del menú se encontrará sobre la curva de isobeneficio donde el valor esperado de ese contrato es igual a cero. Si al menos un contrato se encuentra sobre una curva de isobeneficio positiva, entonces otro prestamista podría generar un menú con un contrato más atractivo para ese prestatario y generar beneficios esperados positivos. De otra forma, ningún contrato puede estar sobre una curva de isobeneficio negativa porque en ese caso el prestamista puede optar simplemente por no ofrecerlo.

A partir de ahora utilizaremos la definición de racionamiento que se presenta también en Bester (1987). Siempre que nos refiramos a racionamiento en este escrito será con base en la siguiente definición.

Definición. Un contrato γ_t* exhibe **racionamiento** para P_t si $0 < \lambda_t^* < 1$ y $V_t(\gamma_t^*) > 0$.

4.1 Tipo Observable

Dada que las restricciones en (6) son activas, podemos caracterizar un equilibrio por medio de la siguiente optimización.

$$\max_{R,C} V_t(\gamma_t) = \lambda_t\left[p_t U(X_t - R_t + W_t) + (1 - p_t)U(W_t - C_t) - U(W_t)\right]$$

sujeto a $\Pi_t^*\left(\gamma_t^*, \pi^*\right) = 0$.

De la restricción tenemos

$$R_t = \frac{(1+\pi)I - (1 - p_t)C_t}{p_t} \tag{10}$$

sustituyendo este resultado en la función objetivo, obtenemos

$$C_t = (1+\pi)I - p_t X_t \tag{11}$$

Esta expresión es menor o igual que cero, pues si el costo del crédito es mayor que su valor esperado el prestatario no tomaría el proyecto. Por lo que tomamos el nivel de colateral óptimo como igual a cero, pues el prestamista no pagará una garantía el acreditado por aceptar el crédito. Así, las combinaciones de pago de intereses y colateral óptimos son

$$C_t^* = 0 \tag{12}$$

$$R_t^* = \frac{(1+\pi)I}{p_t} \tag{13}$$

<u>4.2 Tipo No Observable</u>

Nótese que conforme disminuye el riesgo (aumenta la probabilidad de éxito p_i) decrece el pago de intereses. Sin embargo, esta combinación claramente no es compatible de incentivos, pues todos los prestatarios prefieren el contrato del acreditado menos riesgoso. Si los prestatarios P_a y P_m toman el contrato para P_b, el prestamista obtendría beneficios esperados negativos lo cual no cumple con (6).

Con el objetivo de reestablecer la compatibilidad de incentivos utilizamos el resultado de Bester (1985) y Bester (1987). La tasa marginal de sustitución (TMS) entre tasa de intereses y colateral es

$$TMS_t = -\frac{1-p_t}{p_t}\frac{U'(W-C)}{U'(X_t - R - W)} \tag{14}$$

la cual es decreciente en el riesgo

$$TMS_s > TMS_t \quad \text{para } t \text{ más riesgoso que } s \tag{15}$$

Por compatibilidad de incentivos debemos tener que $V_t(\gamma_t^*) \geq V_t(\gamma_s^*)$, entonces

$$\lambda_t^*\left[p_t U\left(X_t - R_t^* + W_t\right) + (1-p_t)U\left(W_t - C_t^*\right) - U(W_t)\right] \geq \lambda_s^*\left[p_t U\left(X_t - R_s^* + W_t\right) + (1-p_t)U\left(W_t - C_s^*\right) - U(W_t)\right]$$

reescribiendo,

$$\frac{\left[p_t U\left(X_t - R_t^* + W_t\right) + (1-p_t)U\left(W_t - C_t^*\right) - U(W_t)\right]}{\left[p_t U\left(X_t - R_s^* + W_t\right) + (1-p_t)U\left(W_t - C_s^*\right) - U(W_t)\right]} \geq \frac{\lambda_s^*}{\lambda_t^*} \tag{16}$$

Para t más riesgoso que s, por la condición de $TMS_s > TMS_t$, (15), tenemos que $C_t^* < C_s^*$ y $R_t^* > R_s^*$. Tanto el nivel de colateral como la tasa de interés se eligen de tal forma que la compatibilidad de incentivos, (5), se cumpla. Cuando no se puede elegir libremente el nivel de colateral, digamos por una restricción de riqueza, la asignación aleatoria del crédito, $\lambda < 1$, sirve para reestablecer la compatibilidad de incentivos.

5. Equilibrio de Bester (1987)

Los primeros dos resultados de Bester (1987):

1. Sea $U(0) = -\infty$. Entonces, en un equilibrio, no existe agrupamiento y los beneficios esperados por parte del banco son iguales a cero.
2. Sea $U(0) = -\infty$. Entonces, en un equilibrio, el requerimiento de colateral es mayor entre menor sea el riesgo siempre que la ganancia en utilidad sea positiva. Además, el requerimiento del n-ésimo prestatario es igual a cero.

Estos primeros resultados no tienen mayor discrepancia, sin embargo nos enfocaremos en los dos siguientes resultados.

3. Si $U(0) = -\infty$, entonces no existe racionamiento en ningún contracto en un equilibrio. Si un equilibrio exhibe racionamiento en algún contrato, entonces a algún agente se le requiere el total de su riqueza como garantía.
4. Si un equilibrio exhibe racionamiento en algún contrato, entonces también existe agrupamiento en algún otro contrato.

El mismo autor explica que siempre que existe racionamiento, los riesgos malos y buenos son agrupados en algún contrato. No obstante, como él mismo señala, cuando existe un mecanismo de señalización –como el incremento de colateral por disminución en tasa de interés– no existe agrupamiento en un ambiente competitivo, pero en este caso como el prestatario no puede dar un colateral mayor el mecanismo no funciona.

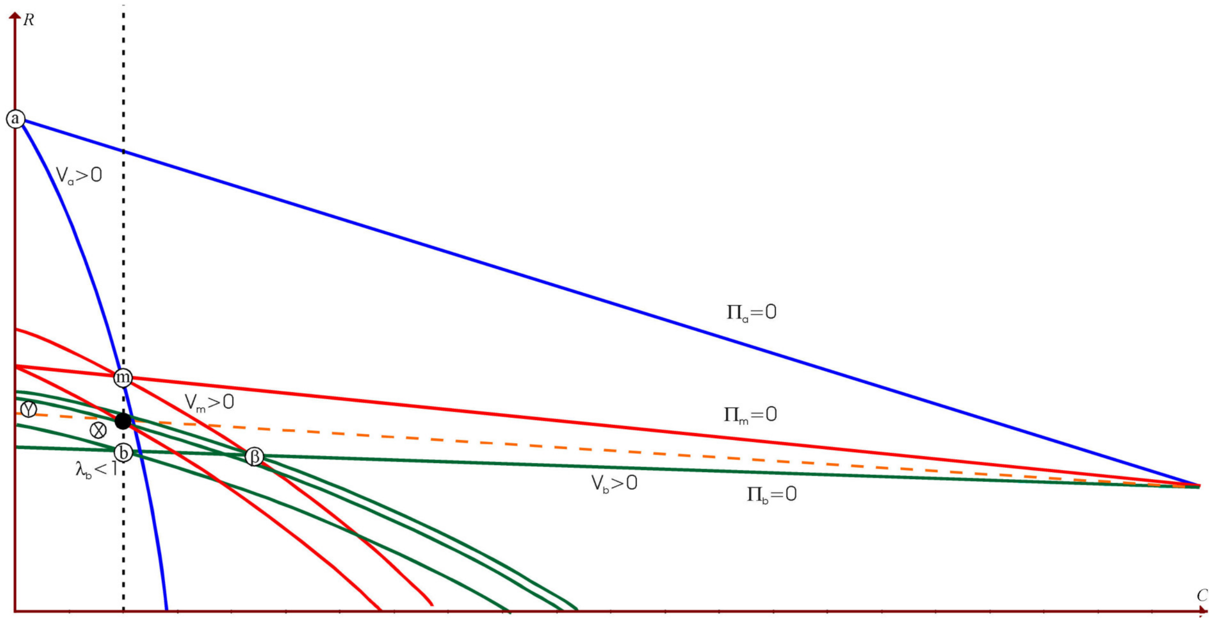

Figura II. Ejemplo de equilibrio con contrato agrupador

En la Figura II el menú de contratos que se ofrecería en equilibrio sin restricciones activas de riqueza sería el formado por los contratos indicados por (β), (m) y (a) para el tipo bajo, medio y alto riesgo respectivamente. La restricción activa de riqueza nos lleva a que el máximo colateral que se puede requerir es W (indicado por la línea punteada vertical), por lo que el menú de contratos de equilibrio estaría formado por los contratos (b), (m) y (a) en el mismo orden. En este equilibrio el contrato γ_b diseñado para P_b implicaría racionamiento, $\lambda_b < 1$, para no atraer a los otros dos tipos P_m y P_a.

Sin embargo, el racionamiento del contrato indicado por (b) es mayor que el del contrato agrupador (indicado por el punto sólido). El contrato agrupador es preferido por P_b ya que aun cuando en (b) la tasa de interés es menor que en el contrato agrupador, el racionamiento es mayor al del contrato agrupador. Este contrato agrupador también es preferido por P_m pues otorgando el mismo colateral adquiere un menor tasa de interés con un poco de racionamiento. En ambos casos el racionamiento es tal que P_a no sea atraído por el contrato agrupador. Nótese que el racionamiento necesario para que no sea atraído por (b) es mayor que en el contrato agrupador.

Ahora verifiquemos que no existe un contrato adicional que genere beneficios esperados positivos. Dada la restricción en el requerimiento de colateral, sólo se podrían ofrecer contratos con igual o menor requerimiento. Un contrato como (X) no se ofrecería, pues atraería tanto a P_m como P_b generando pérdidas a quien lo ofrezca, por lo que no se ofrecerá ningún contrato por debajo de la línea agrupadora de P_b y P_m (línea semicontinua). Otra posibilidad es un contrato como (Y) que se encuentra por arriba de la línea agrupadora y atraería a estos dos últimos tipos, pero ambos tipos tendrían que estar más racionados para no atraer a P_a, lo que desincentiva a tanto a P_b como a P_m a tomar dicho contrato.

Precisamente este el objeto del presente trabajo. El punto es mostrar que el resultado anterior depende esencialmente de los parámetros. Un caso evidente es cuando tenemos una distribución de la riqueza creciente en el riesgo, tal que el prestatario menos riesgoso no puede cumplir con el requerimiento de colateral inicialmente planteado, éste se ve racionado, pero de cualquier forma existe un menú de contratos separador de equilibrio.

6. Existencia de un Equilibrio Separador

En este momento cambiamos el supuesto sobre la distribución de la riqueza. En esta distribución, el nivel de riqueza de P_b es tan bajo que en principio no podría otorgar el colateral solicitado por el prestamista al igual que en el caso anterior, pero como esta distribución es creciente en el riesgo no implica necesariamente que otro tipo tenga el mismo nivel de colateral.

Supuesto: Asúmase la siguiente forma de distribución de riqueza: $0 < W_b < W_m < W_a < I$, tal que W_b sea menor al requerimiento óptimo de colateral sin restricción de riqueza.

Proposición. Existe un equilibrio separador $\{\Gamma(\gamma_b^*, \gamma_m^*, \gamma_a^*), \pi^*\}$ cuando el nivel de W_b es lo suficientemente bajo para que exhiba racionamiento para el tipo más bajo ($\lambda_b^* < 1$) con requerimiento de colateral igual a la totalidad de su riqueza ($C_b^* = W_b$).

Prueba gráfica[13]

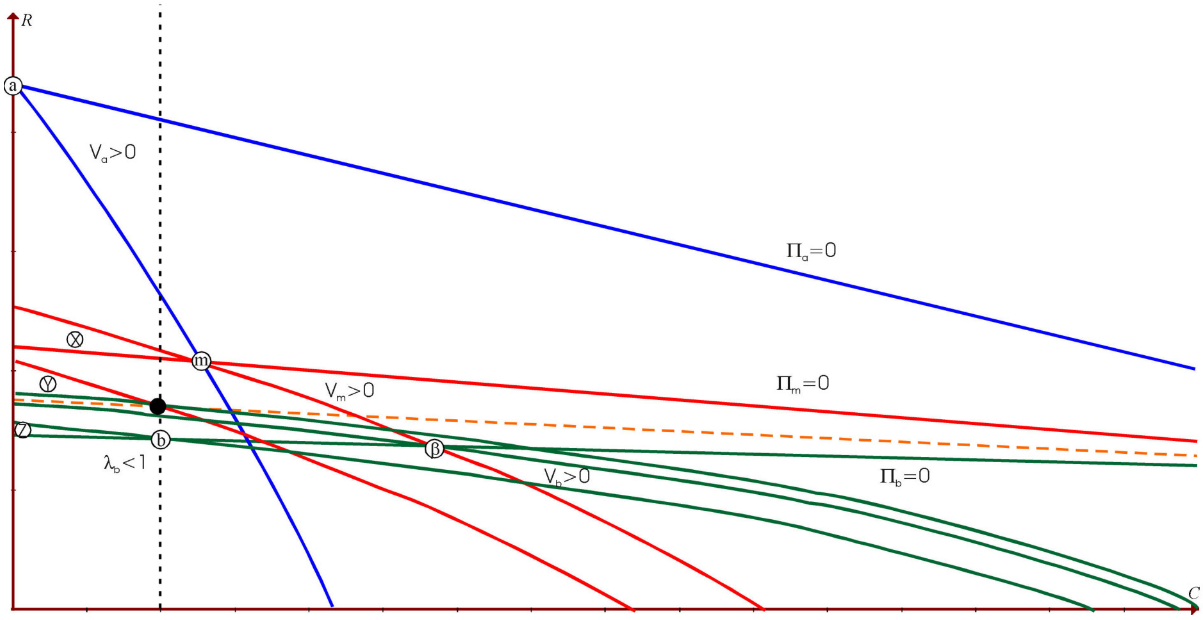

Figura III. Equilibrio separador.

1. Sabemos de la condición de beneficios esperados igual a cero, (9), que los contratos ofrecidos se situarán sobre las respectivas curvas de isobeneficio esperado igual a cero, $\Pi_t^*\left(\gamma_t^*, \pi^*\right) = 0$.
2. El menú de contratos, Γ, que se ofrecería sin restricciones activas de riqueza está representado por los puntos (β), (m) y (a) para el tipo bajo, medio y alto riesgo respectivamente.
3. Dada la restricción de riqueza activa para P_b, $W_b < C_\beta$, el nuevo equilibrio estaría indicado por los puntos (b), (m) y (a) en el mismo orden que en el punto anterior. El contrato representado por (b), diseñado para P_b, implica racionamiento ($\lambda_b < 1$) con el objeto de no atraer a los tipos P_m y P_a[14].
4. El prestatario P_b prefiere el contrato (b) a cualquier otro situado a la izquierda (menor colateral) sobre la curva de isobeneficio $\Pi_b^* = 0$, pues cualquiera de esos le implica un mayor racionamiento.

[13] En el Apéndice se incluye un prueba algebraica.
[14] Nótese que el racionamiento es mayor con la presencia de P_a, ya que si solo se considerará a P_m el racionamiento sería menor.

5. Ahora analicemos el contrato agrupador (indicado por el punto sólido) propuesto por Bester (1987). Aunque este contrato reduce el racionamiento para P_b, su ganancia en utilidad es menor que el contrato (b), $V_b(\gamma_b^*) > V_b(\gamma_\beta^*)$. El decremento en el racionamiento no compensa el incremento en la tasa de interés. Este contrato tampoco es atractivo para P_m pues el racionamiento supera al decremento tanto en colateral como en tasa de interés. Dada la distribución del ingreso, P_m puede otorgar un mayor colateral y pagar una tasa mayor de interés con tal de no quedar racionado. Esta es la diferencia con el resultado de Bester (1987), el racionamiento que implica el contrato agrupador para no atraer a P_a es mayor que cuando tenemos una distribución constante.
6. Verifiquemos que no existe un contrato adicional que genere beneficios esperados positivos. Los contratos a probar solo pueden requerir un colateral igual o menor que la riqueza de P_b, W_b. Un contrato como (X) puede ser redituable si solo atrajera al tipo P_m, pero también sería seleccionado por el tipo más riesgoso, P_a, por lo que si se ofrece debe estar racionado y dejaría de ser interesante para el tipo P_m. Cualquier otro contrato que implique un colateral menor que W_b, como (Y) y (Z), incrementarían el racionamiento disminuyendo su atractivo.

Nótese que el equilibrio depende de los parámetros. Como el nivel de riqueza es creciente en el riesgo, la forma de las curvas cambia de tal forma que el contrato agrupador deja de ser un equilibrio.

7. Conclusiones

El racionamiento de crédito puede implicar contratos agrupadores o separadores. De hecho no podemos afirmar que sólo uno de estos dos tipos de equilibrio suceda. El hecho de que en equilibrio exista un contrato agrupador o separador depende en gran medida de los parámetros que describen a los tipos, o dicho de otra manera en las diferencias paramétricas de los tipos.

Apéndice

Presentamos la prueba algebraica de la Proposición de Equilibrio Separador con Racionamiento.

Prueba. La competencia a la Bertrand garantiza que el menú de contratos establezca cada uno de ellos sobre la curva de isobeneficio igual a cero para cada tipo de firma P_t, condición (9).

1. A partir de la condición (9) obtengamos el contrato que maximiza la ganancia en utilidad del tipo más riesgoso P_a. De acuerdo a la solución general presentada en (12) y (13), tenemos que el contrato γ_a*

   $$\gamma_a^* = \left(R_a^* = \frac{1+\pi^*}{p_a} I, C_a^* = 0, \lambda_a^* = 1 \right) \tag{17}$$

   como $(1 + \pi^*)I < k$, entonces este contrato genera una ganancia en utilidad positiva para P_a y un beneficio esperado de cero para el prestamista que lo ofrezca

   $$V_a(\gamma_a^*) > 0 \text{ y } \Pi_{\boldsymbol{a}}(\gamma_{\boldsymbol{a}}^*, \pi^*) = 0 .$$

   Cualquier contrato que busque ser más atractivo para P_a tiene que reducir la tasa de interés, pero dicho contrato no se ofrecerá porque generaría un pago esperado negativo al prestamista que lo ofrezca. Si algún prestamista diseña algún contrato alternativo con una tasa de interés mayor en $\varepsilon > 0$, el prestatario P_a elegirá el contrato presentado que le genera mayor ganancia de utilidad.

2. De forma similar para P_m el contrato que maximiza su utilidad sujeto a que el beneficio esperado por el prestamista sea igual a cero al otorgar tal contrato no requiere colateral;

   $$\gamma_m' = \left(R_m' = \frac{1+\pi^*}{p_m} I, C_m' = 0, \lambda_m' = 1 \right). \tag{18}$$

No obstante, dicho contrato no es compatible de incentivos, pues el prestatario P_a prefiere este contrato al diseñado originalmente para él. Con el objeto de reestablecer la compatibilidad de incentivos nos valemos del resultado de Bester e incrementamos el colateral de P_m tal que

$$V_a(\gamma_a^*) \geq V_a(\gamma_m^*) \tag{19}$$

Esto presenta un problema de existencia. ¿Existe $C_m > C_a^* = 0$ tal que (19) se cumpla? Con el objeto de probar que tal C_m existe, primero se establecen algunas propiedades de las funciones de V_t y Π_t

- P1. $\dfrac{\partial \Pi_t / \partial C_t}{\partial \Pi_t / \partial R_t} > \dfrac{\partial \Pi_s / \partial C_s}{\partial \Pi_s / \partial R_s}$ para todo t más riesgoso que s.
- P2. $\dfrac{\partial V_t / \partial C_t}{\partial V_t / \partial R_t} > \dfrac{\partial \Pi_s / \partial C_s}{\partial \Pi_s / \partial R_s}$ para todo t más riesgoso que s, y $C \in [0, (1 + \pi^*)I)$, que es el intervalo de importancia, ya que si el colateral cubre el costo del fondeo para el prestamista, éste está totalmente asegurado.
- P3. $\dfrac{\partial V_t}{\partial C_t} < 0$

Estas propiedades se cumplen para λ_t constante (digamos $\lambda_t = 1$).

Estas propiedades nos garantizan que existen combinaciones R y C sobre $\Pi_t = 0$ para todo t, tal que V_a es constante en tales puntos. Precisamente P3 es lo que nos permite reestablecer la compatibilidad de incentivos, pues al incrementar C_m disminuirá $V_a(\gamma_m)$ hasta que cumpla con (19). Por lo tanto, por P1 y P2 sabemos que existe C_m tal que (19) se cumple. De esta forma, el contrato que maximiza la ganancia de utilidad para P_m tal que se cumpla la compatibilidad de incentivos es

$$\gamma_m^* = \left(R_m^* = \frac{1+\pi^*}{p_m} I - \frac{1-p_m}{p_m} C_m^*, C_m^* > 0, \lambda_m^* = 1 \right). \tag{20}$$

El nivel de C_m^* es tal que $V_a(\gamma_a^*) = V_a(\gamma_m^*)$, ya que si la desigualdad fuera estricta existiría un contrato más atractivo para P_m y que genere ganancias al disminuir el colateral por P3.

Como en el caso para P_a, cualquier prestamista que busque diseñar un contrato más atractivo para P_m, tendría que reducir el colateral o la tasa de interés. Sin embargo, una reducción mínima en cualquiera de las dos variables atraería a P_a, por lo que generaría un pago negativo. En un sentido parecido, si alguno de los prestamistas busca diseñar un contrato que le genere beneficios positivos tendría que subir la tasa de interés y disminuir el colateral, pero eso atraería a P_a causándole pérdidas en ese contrato

3. El contrato que maximiza la ganancia en utilidad para P_b cumple con la solución general

$$\gamma_b' = \left(R_b' = \frac{1+\pi^*}{p_b} I, C_b' = 0, \lambda_b' = 1 \right). \tag{21}$$

Como en el caso anterior, este contrato no es compatible de incentivos. Este contrato es atractivo tanto para P_a como para P_m y si éstos lo toman generarían pagos esperados negativos al prestamista.

Seguimos exactamente el mismo procedimiento que en 2. para reestablecer la compatibilidad de incentivos, pero ahora con referencia a P_m, pues por P1, P2 y P3 si se reestablece la compatibilidad entre P_m y P_b queda reestablecida para P_a y P_b. Así que tenemos

$$\gamma_b'' = \left(R_b'' = \frac{1+\pi^*}{p_b} I - \frac{1-p_b}{p_b} C_b'', C_b'' > C_m^*, \lambda_b'' = 1 \right). \tag{22}$$

Como en el caso anterior, el nivel de $C_b^{"}$ es tal que $V_m(\gamma_m^*) = V_m(\gamma_b^{"})$, ya que si la desigualdad fuera estricta existiría un contrato más atractivo para P_m y que genere ganancias al disminuir el colateral por P3. Y por las mismas razones que en el punto anterior no existe un contrato más atractivo para P_b que genere beneficios positivos a algún prestamista.

4. No obstante lo anterior, el supuesto que se estableció fue que el tipo menos riesgoso, P_b, no tiene la riqueza suficiente para cumplir con el requerimiento de colateral. Por lo que si $W_b < C_b^{"}$ lo máximo que puede pedir como colateral cualquiera de los prestamistas es $C_b^* = W_b$. Este requerimiento de colateral rompe con la compatibilidad de incentivos entre P_m y P_b, y en un caso donde W_b es demasiado pequeño podría romper también con la compatibilidad entre P_a y P_b.

   Por lo demostrado en la sección anterior, tenemos que podemos reestablecer la compatibilidad de incentivos mediante el racionamiento a P_b. De esta forma se selecciona un $\lambda_b^* < 1$ tal que $V_m(\gamma_m^*) = V_m(\gamma_a^{"})$, pues si se cumple con desigualdad estricta existiría un contrato con menor racionamiento que genere un beneficio esperado positivo para algún prestamista. Con lo que tenemos el siguiente contrato

$$\gamma_b^* = \left(R_b^* = \frac{1+\pi^*}{p_b} I - \frac{1-p_b}{p_b} W_b \,, W_b \,, \lambda_b^* < 1 \right). \tag{23}$$

5. De esta forma ambos prestamistas seleccionan el menú de contratos Γ^*

$$\Gamma^* \left(\gamma_b^*, \gamma_m^*, \gamma_a^*\right). \tag{24}$$

Donde cada prestatario P_t selecciona γ_t^* y no existen contratos más atractivos que generen ganancias positivas. Este equilibrio exhibe racionamiento de acuerdo a la definición presentada y es un equilibrio separador. ∎

Bibliografía

BESANKO, D. AND A. THAKOR, “Collateral and Rationing: Sorting Equilibria in Monopolistic and Competitive Credit Markets,” *The International Economic Review* 28 (1987), 671-689.

_____, “Response to ‘A Note on the Nonexistence of a Rationing Equilibrium in the Besanko-Thakor Model’,” *The International Economic Review* 34 (1993), 739-740.

BESTER, H., “Screening versus Rationing in Credit Markets with Imperfect Information,” *American Economic Review* 75 (1985), 850-855.

_____, “The Role of Collateral in Credit Markets with Imperfect Information,” *The European Economic Review* 31 (1987), 887-889

CHO, I.-K. AND D. M. KREPS, “Signalling Games and Stable Equilibria,” *Quarterly Journal of Economics* 102 (1987), 179-222.

CLEMENZ, G., “A Note on the Nonexistence of a Rationing Equilibrium in the Besanko-Thakor Model,” *International Economic Review* 34 (1993), 727-737.

HELLWIG, M., “Some Recent Developments in the Theory of Competition in Markets with Adverse Selection,” *The European Economic Review* 31 (1987) 319-325.

ROTHSCHILD, M. AND J.E. STIGLITZ, “Increasing Risk I: A Definition,” *The Journal of Economic Theory* 2 (1970), 225-243.

_____ and _____, “Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay on the Economics of Imperfect Information,” *Quarterly Journal of Economics* 90 (1976), 628-649.

SPENCE, A. MCIAHEL, *Market Signalling* (Cambridge, MA: Harvard University Press, 1974).

STIGLITZ, J. E. AND A. WEISS, "Credit Rationing in Markets with Imperfect Information," *American Economic Review* 71 (1981), 393-410.

STIGLITZ, J. E. AND A. WEISS, "Credit Rationing and Collateral," en *Recent Developments in Corporate Finance*, Jeremy Edwards, et. al. (eds.), New York: Cambridge University Press, 1986, pp. 101-135.