



EL COLEGIO DE MÉXICO

CENTRO DE ESTUDIOS ECONÓMICOS

MAESTRÍA EN ECONOMÍA

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN ECONOMÍA

**SUBASTAS DE MEDIANO PLAZO EN
EL MERCADO ELÉCTRICO EN MÉXICO**

EDITH JACQUELINE GONZÁLEZ LARA

PROMOCIÓN 2016-2018

ASESOR:

DR. DAVID CANTALA

MAYO 2018

Agradecimientos

El presente trabajo, más que ser fruto de los últimos meses, ha sido fruto de los dos últimos años de arduo trabajo, disciplina y perseverancia. El trayecto no fue fácil y culminar la maestría fue más que un trabajo individual.

En particular, quisiera agradecerle a mi familia, por siempre apoyarme y animarme en los momentos necesarios, por entender la distancia y por siempre haber estado para mí.

A mis amigos de la maestría, por haberme hecho el recorrido mucho más fácil y ameno. Gracias Axel, Ratza y Juvenal, por ese gran equipo de estudio del que formamos parte y sin el cual esto no hubiera sido posible. En especial, gracias Axel y Fer, por estar conmigo más allá de la parte académica.

A mis amigos de Morelia, Fanny y Ezequiel, por su apoyo incondicional a pesar de la distancia.

Gracias a EL COLEGIO DE MÉXICO. En particular, a la planta docente del CEE, por haberme dado estos dos últimos años de conocimiento y por haberme dotado de una gran disciplina. Gracias al Dr. David Cantala, por aceptar ser el asesor de la presente tesis y por los respectivos comentarios/sugerencias para el desarrollo de la misma. Más que el título, me llevo dos años de grandes experiencias, tanto académicas como personales, y unas cuantas grandes amistades.

Finalmente, le agradezco a CONACYT, por haberme becado y haberme dado la oportunidad de ser parte de un Programa de Posgrado.

Resumen

Las subastas resultan ser un mecanismo de asignación de recursos bastante eficiente y competitivo, tanto que han sido usadas a nivel mundial en los sectores como el de salud y el eléctrico.

El presente trabajo pretende hacer un análisis del caso mexicano, donde la comercialización de energía eléctrica se lleva a cabo a través de subastas. Por tanto, resulta bastante atractivo analizar el comportamiento estratégico que puedan tener los agentes involucrados.

Actualmente, existen dos tipos de subastas mediante los cuales es posible hacer la asignación de contratos de cobertura eléctrica: subastas de mediano y de largo plazo. Estas últimas han sido previamente analizadas por el M.E. Roberto Carlos Ordóñez en su trabajo de tesis de Maestría [8] y, dado que existen características particulares que distinguen a ambos tipos, nació el interés de realizar una investigación más a detalle de las de mediano plazo, tomando en cuenta la información que ha puesto a disposición el Centro Nacional de Control de Energía en su portal. La principal diferencia entre ambos tipos de subastas es que los productos objeto de las de largo plazo son combinaciones de energía, potencia y Certificados de Energías Limpias (CEL's), mientras que para las de mediano plazo son solamente, potencia y energía. Sin embargo, el elemento que determina la mayor diferencia es que las de largo plazo permiten un proceso iterativo al considerar un umbral de ahorro a la hora de maximizar la función objetivo, el excedente económico total, que las de mediano plazo no.

Los resultados de Roberto Carlos Ordóñez [8] muestran que el umbral considerado puede ser visto como un jugador más. Cabe señalar que en su análisis únicamente se considera el caso en el que los generadores hacen una oferta de venta. Sin embargo, dado que los resultados del Fallo de las subastas previas indican que los agentes suelen realizar más de una oferta de venta, se procederá a analizar dicho caso.

Finalmente, nuestros resultados muestran que no existe equivalencia en el ingreso en un mecanismo de subastas en donde los jugadores pagan su puja y en un mecanismo en el cual los jugadores pagan el precio sombra, correspondiente al precio de compra-venta en un sistema de subastas de mediano plazo (Sección 5.1).

Índice

1. Introducción	2
2. Antecedentes de las subastas en el sector eléctrico a nivel mundial	3
2.1. Antecedentes en las Subastas de Energía Eléctrica en México	4
2.1.1. Subasta de Mediano Plazo 2017 (SMP-1/2017)	5
2.1.2. Primera Subasta de Largo Plazo SMP-1/2015	6
2.1.3. Segunda Subasta de Largo Plazo SMP-1/2016	6
2.1.4. Tercera Subasta de Largo Plazo SLP-1/2017	7
3. Conceptos	9
4. Descripción del marco general de las Subastas de Mediano Plazo	10
4.1. Selección de las ofertas ganadoras y precio sombra	12
4.2. Consideración de las zonas de potencia	21
4.2.1. Convención de las zonas de potencia	21
5. Modelo	23
5.1. Subasta de Excedente Máximo con 2 generadores, y una zona de potencia (caso base)	23
5.2. Subasta de Excedente Máximo con información y con 2 generadores y una Zona de Potencia	26
5.3. Subasta de Excedente Máximo con dos generadores y dos Ofertas de Venta por generador	31
6. Conclusiones	39
7. Anexo matemático	40

1. Introducción

Dada la apertura del Sector Eléctrico mexicano, resultado de la reforma energética de 2013, se creó el Mercado Eléctrico Mayorista, mediante el cual, tanto los productores privados como la Comisión Federal de Electricidad (CFE), pudieron ofrecer y negociar la compra-venta de energía eléctrica en condiciones de libre mercado, ajustados a la demanda de los consumidores calificados. Por esta razón, la CFE se vio obligada a competir en igualdad de condiciones con empresas privadas en la generación de energía eléctrica, sin perder esta, el monopolio en cuanto al transporte y a la distribución de la misma, [7]. Por su parte, la Comisión Reguladora de Energía y el Centro Nacional de Control de Energía son, actualmente, las entidades encargadas de administrar los flujos y de asegurar la oferta en todo el país.

Además, dado lo establecido en el artículo 53 de la Ley de Industria Eléctrica, los Suministradores de Servicios Básicos deberán celebrar contratos de cobertura eléctrica única y exclusivamente a través de subastas que llevará a cabo el Centro Nacional de Control de Energía (CENACE). Por ello, resulta sumamente atractivo e interesante analizar la estructura de las subastas tanto desde un punto de vista metodológico como desde un punto de vista matemático.

El objetivo del presente trabajo radica en la importancia de las acciones estrategias que puedan tener los generadores de energía eléctrica bajo el actual Sistema de Subastas de Mediano Plazo en México, el cual es del tipo *pay as clear*, donde los pujadores (en este caso los generadores) pagan el precio que vacía el mercado y no el precio especificado en sus pujas. Se diseñará tal mecanismo mediante un juego Bayesiano y se analizará y se caracterizará, en la medida de lo posible, el equilibrio.

2. Antecedentes de las subastas en el sector eléctrico a nivel mundial

A continuación, se presenta una breve revisión de literatura sobre el papel de las subastas en el mercado eléctrico a nivel mundial.

En sus inicios, las subastas fueron puestas en práctica como mecanismo para atender servicios de generación, distribución y/o comercialización de energía eléctrica, con el objetivo de hacerlo de manera eficiente y a un menor costo. Sin embargo, los contratos llevados a cabo eran tan solo para el corto plazo, hecho que no garantizaba la posible expansión de capacidad de generación de los agentes responsables, cuestión de gran importancia en sectores como el eléctrico, debido al alto costo que implica formar parte de él.

Los contratos de largo plazo se remontan a la década de los 90's e involucraban a un comprador y a múltiples vendedores, donde únicamente el vendedor con menor precio de venta tenía derecho de firmar un contrato de compra de energía. Aunque si bien al principio no se le señaló a dicho mecanismo como una subasta, el proceso poseía muchas de las características de una subasta, en particular, la selección de las ofertas ganadoras se basaba en una oferta económica entre agentes previamente calificados.

Una década después, se introdujo otro modelo competitivo de subastas, la llamada subasta dinámica, diseñada para negociar una variedad más amplia de contratos a largo plazo. Tales contratos podían tomar diversas formas, entre ellas, contratos estándar de cobertura eléctrica u opciones de confiabilidad de suministro. Lo anterior requiere de una cobertura física que garantice el suministro acordado y las subastas se llevaban a cabo años antes de la entrega del producto. Otra característica de estas subastas (en su tiempo) fue la centralización de la adquisición del producto de confiabilidad mediante la organización y coordinación por parte del gobierno. El papel del gobierno era asignar contratos entre compradores, y entre los objetivos de las subastas, destacaba el aumentar la competencia y minimizar la responsabilidad del gobierno al no formar parte en los contratos de energía.

En cuanto a países que han llevado a cabo la compra-venta de energía mediante subastas, destacan varios de América Latina como Brasil, Colombia, Panamá, Perú y Chile. Pero también países como España, Francia y Estados Unidos. Existen distintos diseños de subastas que han sido puestos en práctica para atraer de manera competitiva los recursos para

equilibrar la oferta y la demanda, entre ellos: las subastas a sobre sellado, subastas de reloj descendente y las subastas híbridas, entre otras.

Proyectos recientes y/o futuros en el sector eléctrico en cuanto a subastas en el Sector Eléctrico:

- A principios de noviembre del 2017, el Ministro de Minas y Energía de Colombia, anunció que en el presente año (2018) se lanzará la primera subasta del país para proyectos a gran escala de energía solar, eólica y de biomasa.
- En marzo del presente año, el presidente de la Sociedad Peruana de Energías Renovables anunció que Perú tendrá una nueva subasta para energía solar y otras energías renovables en la segunda mitad del mismo año.
- El Ministerio de Industria, Energía y Turismo de España convocó en enero del 2016 a la primera subasta para la asignación de régimen retributivo específico a instalaciones de producción de energía eléctrica a partir de tecnología eólica y biomasa.
- El Ministerio de Minas y Energía de Brasil (MME) anunció que celebrará dos nuevas subastas de energía en diciembre del 2018. La primera de ellas, otorgará contratos de 30 años a proyectos hidroeléctricos y 20 años a los solares, eólicos y de biomasa. La segunda licitación estará abierta a proyectos eólicos, de biomasa, hidroeléctricos y de centrales de carbón y de gas de ciclo combinado.

Como podemos observar, las subastas siguen y seguirán jugando un papel fundamental en la industria eléctrica en varios países. Esto puede deberse a que proporcionan transparencia, competitividad e ingresos para la expansión, desarrollo y mejoramiento de los procesos de producción, generación y distribución de energía.

2.1. Antecedentes en las Subastas de Energía Eléctrica en México

Las Subastas de Energía Eléctrica resultan ser el medio mediante el cual se lleva a cabo la comercialización de energía eléctrica, potencia y certificados de energías limpias (CEL's) en México. Dicho mecanismo de compra-venta sustenta su función dado lo establecido en el artículo 53 de la Ley de la Industria Eléctrica:

Los Suministradores de Servicios Básicos celebrarán Contratos de Cobertura Eléctrica exclusivamente a través de subastas que llevará a cabo el CENACE. Los términos para llevar a cabo dichas subastas y asignar los Contratos de Cobertura Eléctrica respectivos se dispondrán en las Reglas del Mercado.

La compra-venta de energía, potencia y certificados de energías limpias se lleva a cabo en el Mercado Eléctrico Mayorista (MEM), el cual busca dar certidumbre y transparencia a las transacciones y alcanzar precios competitivos tanto para los generadores como para los usuarios. El MEM está a cargo del organismo público descentralizado denominado Centro Nacional de Control de Energía (CENACE).

Hasta mayo del 2018, suman ya cuatro las subastas que se han llevado a cabo: tres de largo plazo (SLP-1/2015, SLP-1/2016 y SLP-1/2017) y una de mediano plazo (SMP-1/2018). En una subasta de largo plazo, los contratos de cobertura eléctrica son por 15-20 años y se caracterizan por la consideración de un umbral de ahorro, donde si dicho umbral no es alcanzado se procede a un proceso iterativo en el cual los generadores tienen la opción de reducir sus precios y el proceso iterativo continua hasta el cumplimiento de una condición técnica. Los productos objeto de este tipo de subastas son energía, potencia y/o certificados de energías limpias.

Por su parte, en las subastas de mediano plazo se comercializa potencia y/o energía hasta por un período de 3 años. A diferencia de las de largo plazo, este tipo de subastas no consideran un umbral de ahorro, sin embargo, presentan la peculiaridad de que es posible que en las ofertas de venta se oferten cantidades y precios (energía y/o potencia) distintos para cada uno de los años objeto de la subasta.

A continuación, se exponen las características principales de los resultados preliminares y/o de los fallos correspondientes a cada una de las subastas de mediano y largo plazo que se han llevado a cabo hasta mayo del 2018.

2.1.1. Subasta de Mediano Plazo 2017 (SMP-1/2017)

El pasado 15 de agosto del 2017, fue publicada la primer convocatoria de las Subastas de Mediano Plazo, la cual tuvo como finalidad la asignación de contratos de cobertura eléctrica para la compra-venta de potencia y energía eléctrica. El objeto de tal subasta era permitir que los Suministradores de Servicios Básicos (SSB) llevaran a cabo contratos de cobertura

eléctrica y potencia, con la finalidad de reducir su exposición a los precios de estos productos en el corto plazo.

Por su parte, la Comisión Reguladora de Energía (CRE) declaró que no era necesario ejercer su facultad para establecer los precios máximos que los Suministradores de Servicios Básicos podrán especificar en sus ofertas de compra para cada producto en la Subasta de Mediano Plazo SMP-1/2017, convocada por el CENACE el 15 de agosto del 2017. Decisión tomada con el fin de permitir que los agentes económicos interesados en participar en la subasta mostraran las señales pertinentes al mercado basados en el conocimiento con el que contaban respecto a las variables que determinarían los precios de los productos que ofrecieran comprar en la subasta.

El fallo correspondiente a la Subasta fue publicado el 23 de febrero del año en curso. Durante dicho proceso, se recibieron 41 Ofertas de Compra para Energía y 10 para Potencia, y 3 Ofertas de Venta para cada uno de los Productos. Finalmente, para el producto de Potencia fueron adjudicados 50 MW-año en el Sistema Interconectado Nacional para el 2018, mientras que para los años 2019 y 2020 la cantidad de producto adjudicada fue nula al igual que la cantidad de producto de Energía para los 3 años objeto de la Subasta.

2.1.2. Primera Subasta de Largo Plazo SMP-1/2015

El fallo de la primera subasta de largo plazo, llevada a cabo en 2015, asignó a 11 empresas los contratos de cobertura eléctrica de largo plazo, que presentaron las 18 ofertas ganadoras, las cuales compitieron con 69 participantes que presentaron en total 227 ofertas.

Dicha subasta logró atender el 84.39 % de lo solicitado inicialmente por la Comisión Federal de Electricidad (5 millones 380 mil 911 certificados de energías limpias) y el 84.93 % de la demanda original de energía (5 millones 402 mil 880.5 megawatts hora).

2.1.3. Segunda Subasta de Largo Plazo SMP-1/2016

Los resultados preliminares arrojaron un excedente económico de 32.91 %, lo cual representa el ahorro logrado entre los precios máximos en que la CFE como suministrador de servicios ofreció comprar, y los precios en que los licitantes ganadores ofrecieron vender. Al lograrse un ahorro superior al 14.6 %, no se requirieron rodadas sucesivas (iteración de la subasta).

Con los resultados obtenidos se logró cubrir el 83.82 % de la compra de energía (8.9 millones de MWh de energía anuales), el 80.05 % de la oferta de compra de potencia (1,187 MW-año) y el 87.26 % de la oferta de compra de certificados de energías limpias.

La energía limpia adquirida en esta subasta equivale a aproximadamente el 3 % de la generación anual de electricidad en México. Dicho resultado representa un paso importante para cumplir la meta de generar el 35 % de la energía eléctrica en México a partir de fuentes limpias para el año 2024.

2.1.4. Tercera Subasta de Largo Plazo SLP-1/2017

La tercera subasta de largo plazo en 2017, se distinguió de las dos anteriores debido a que gracias al establecimiento de la Cámara de Compensación por parte del CENACE, fue posible que entidades distintas a la Comisión Federal de Electricidad Suministro Básico desempeñaran un papel como compradores. Tal fue el caso de Iberdrola Clientes y Menkent (CEMEX), quienes tuvieron la oportunidad de adquirir energías limpias a través de mecanismos competitivos en busca de mejores precios.

Los resultados preliminares mostraron un excedente económico de 50.77 %, que se traduce en un ahorro entre los precios máximos que los compradores ofrecieron comprar y los precios correspondientes a las ofertas de venta que fueron seleccionadas de manera preliminar. Cabe señalar que dado que el ahorro fue superior al 27.3 % (umbral de ahorro) no se requirió del proceso iterativo.

Con la subasta se logró el 90.2 % de la oferta de compra de energía (5.49 millones de MWh), el 97.8 % de la oferta de compra de certificados de energías limpias (5.95 millones) y el 41.9 % de la oferta de compra de potencia (593 MW-año).

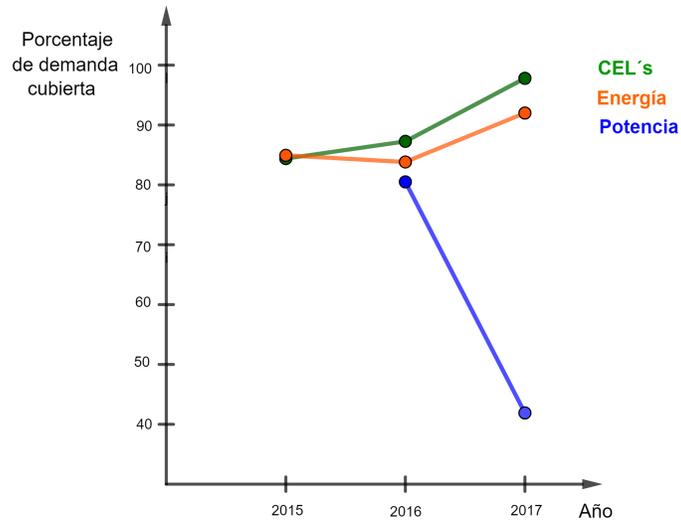


Figura 1: Resultados de las SLP

La Figura 1 muestra el comportamiento de la demanda cubierta de CEL's, energía y potencia para las subastas de largo plazo (SLP-1/2015, SLP-1/2016 Y SLP-1/2017). Como se puede observar, la eficiencia de las subastas ha presentado un comportamiento creciente en cuanto al producto de CEL's y energía. Mientras que para el producto de potencia se observa un comportamiento variable y drástico dado que en 2015 no se presentó porcentaje de demanda cubierta, para el 2016 se cubrió el 80.05 % y para el 2017 el porcentaje descendió a un 41.9%.

Con el fin de seguir impulsando las energías renovables en el país, el CENACE ha publicado la convocatoria de la Cuarta Subasta Eléctrica de Largo Plazo a la que podrán recurrir tanto la Comisión Federal de Electricidad (CFE) como todas aquellas entidades interesadas en la compra-venta de potencia, energía eléctrica acumulable y Certificados de Energías Limpias (CEL's), en contratos de 15 y 20 años. Por primera vez, esta subasta correrá a cargo de la Comisión Reguladora de Energía (CRE)(las anteriores fueron llevadas a cabo por la Secretaría de Energía (SENER)).

3. Conceptos

CRE. Comisión Reguladora de Energía.

Comprador Potencial. Entidad Responsable de Carga, ya sea el Suministrador de Servicios Básicos (SSB) u otro tipo de Entidad Responsable de Carga, registrada ante el Centro Nacional de Control de Energía (CENACE) y facultada para presentar Ofertas de Compra en una Subasta determinada.

CENACE. Centro Nacional de Control de Energía.

Energía eléctrica. Corresponde a la energía eléctrica entregada en tiempo real durante un año y es medida en MW/h.

Entidad Responsable de Carga. Cualquier representante de centros de carga: Suministradores de Servicios Básicos, Suministradores de Servicios Calificados, Suministradores de Último Recurso, Usuarios Calificados Participantes del Mercado o Generadores de intermediación.

Excedente económico total. Cantidad vendida de cada producto para cada oferta de compra por el precio máximo de compra en dicha oferta, menos la cantidad comprada de cada producto a partir de cada oferta de venta por el precio mínimo de venta en dicha oferta.

Generador. Es un permisionario que cuenta con centrales eléctricas que generan más de 0.5MW. Los generadores participan directamente en el Mercado Eléctrico Mayorista (MEM), donde vende día a día su electricidad.

Oferta de Venta aceptada. Ofertas de Venta que cumplen ciertos requisitos y que han sido previamente verificadas por el CENACE en los términos que establece el Manual de Subastas de Mediano Plazo.

Oferta de Venta seleccionada. Oferta de venta que ha sido parcial o totalmente seleccionada como ganadora en la Subasta.

Licitante. Persona o consorcio que participa en una subasta de mediano plazo determinada mediante la presentación de una o más Ofertas de Venta.

MEM. Mercado Eléctrico Mayorista.

Participante del Mercado. Persona que celebra el contrato respectivo con el CENACE en modalidad de Generador, Comercializador, Suministrador, Comercializador no Suministrador o Usuario Calificado.

Precio sombra. Precio que resulta de la maximización del Excedente Económico Total,

tal que la cantidad comprada es igual a la cantidad vendida.

Potencia. Compromiso para mantener Capacidad Instalada de Generación y ofrecerla al mercado de energía de corto plazo durante las horas de mayor demanda a lo largo del año (100 horas por año).

SEN. Sistema Eléctrico Nacional.

SSB. Suministrador de Servicios Básicos ^{*}. Son suministradores que llevan el servicio eléctrico a todos los usuarios que no participan en el MEM.

SSC. Suministrador de Servicios Calificados. Es un proveedor de servicios de comercialización de energía eléctrica que compra electricidad en el MEM con el fin de dar servicio eléctrico a los Usuarios Calificados con los que trnga un contrato de suministro y responde por ellos ante la CENACE.

Usuario Calificado. Es un usuario final que cuenta con grandes centros de carga (más de un 1 MW) que decida registrarse como usuario calificado ante la Comisión Reguladora de Energía (CRE), o aquellos centros de carga al amparo de contratos legados.

Sistema Interconectado. Sistema que abastece de energía eléctrica a zonas específicas del país. Algunas de ellos son: Sistema Interconectado Baja California, Sistema Interconectado Baja California Sur, Sistema Interconectado Mulegé y el Sistema Interconectado Nacional.

Vendedor Potencial. Persona que participa en una subasta de mediano plazo determinada mediante la presentación de una o varias Ofertas de Venta.

4. Descripción del marco general de las Subastas de Mediano Plazo

Las Subastas de mediano plazo son uno de los dos mecanismos mediante los cuales se lleva a cabo la comercialización de energía eléctrica en México, y la primera de su tipo se realizó en el año 2017. Según establece el Manual de Subastas de Mediano Plazo, las subastas tendrán por objeto:

- Que los SSB celebren contratos de cobertura eléctrica en forma competitiva y en condiciones de prudencia para que puedan satisfacer las necesidades de energía y potencia en el mediano plazo, a fin de reducir o eliminar su exposición a los precios de estos

^{*}Hasta el 2017 el único Suministrador de Servicios Básicos era la CFE.

productos en el corto plazo, así como cumplir con los requisitos de cobertura eléctrica que establezca la CRE.

- Permitir a cualquier Participante de Mercado participar en ellas cuando así lo decidan a fin de celebrar contratos de cobertura eléctrica para adquirir productos de potencia y/o de energía.

Los productos objeto de la subasta son: potencia y energía eléctrica por un plazo de hasta 3 años, y hasta por las cantidades que se establezcan en las ofertas de compra aceptadas.

Los licitantes podrán ofrecer una o varias ofertas de venta del tipo: $(P, p(P))$ y $(E, p(E))$, donde P y E representan las cantidades ofertadas de potencia y energía eléctrica, respectivamente y, $p(P)$ y $p(E)$ los precios correspondientes. Cabe señalar que los precios de las ofertas de venta podrán ser diferentes para cada año de la subasta, cosa que no es posible en las subastas de largo plazo.

Por su parte, los compradores (los SSB y las demás entidades de carga) podrán determinar las cantidades de potencia que ofrecerán comprar (superiores a los 50 MW-año) en la subasta, y en cada una de sus ofertas deberán especificar la zona de potencia en la que esta se recibirá.

Otro punto importante de las subastas de mediano plazo es que para poder fungir un papel de comprador y/o vendedor es necesario ser un participante del mercado, o al menos, comprometerse a serlo en caso de que sus ofertas de venta o compra resulten ser ganadoras. Además, la participación en la subasta para la compra de productos durante el primer año de vigencia del contrato se limita a participantes del mercado que cuenten con el permiso correspondiente de la CRE y cuenten con el contrato de participante de mercado debidamente celebrado con la CENACE. Cualquier Comprador que no sea participante del mercado sólo podrá ofrecer comprar productos para el segundo y/o tercer año.

Finalmente, es importante mencionar que cuando el CENACE establezca zonas de potencia específicas para la subasta, estas deberán ser notificadas en las Bases de Licitación correspondientes y cuando no sean especificadas, las zonas de potencia que se considerarán son: el Sistema Interconectado Nacional (SIN), el Sistema Interconectado Baja California (BCA) y el Sistema Interconectado Baja California Sur (BCS). La Figura 2 muestra una de las posibles configuraciones de las zonas de potencia.

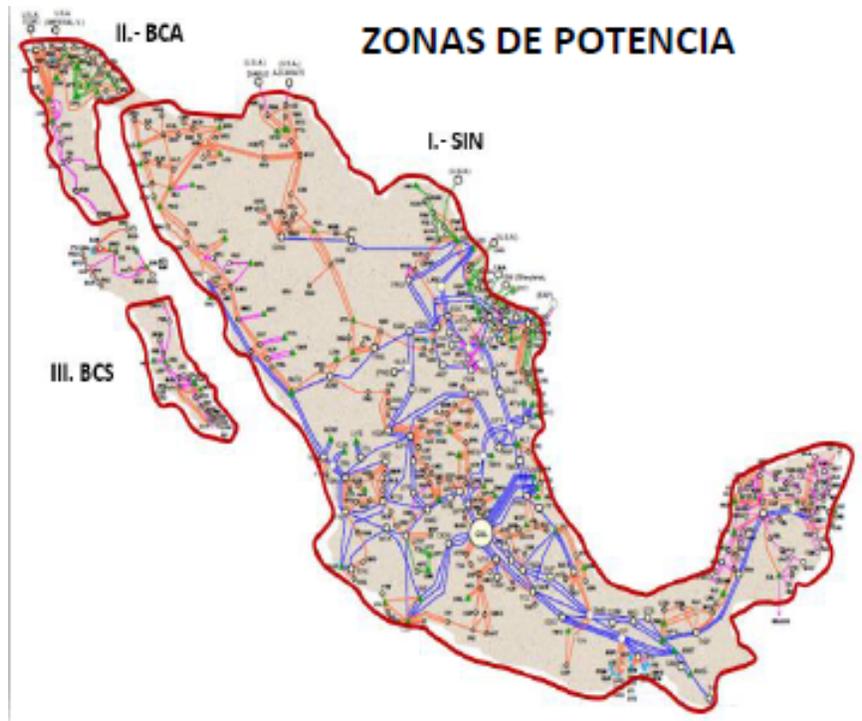


Figura 2: Zonas de Potencia: SIN, BCA y BCS. Fuente: [5].

4.1. Selección de las ofertas ganadoras y precio sombra

La selección de las ofertas de venta se realiza mediante la maximización del excedente total. Dicho problema de optimización es resuelto mediante un programa denominado *de enteros mixtos*, el cual determina las cantidades asignadas de potencia y energía eléctrica, resultado de la subasta, correspondientes a las ofertas de compra y venta precalificadas por el CENACE. El desarrollo del presente trabajo se enfocará únicamente en la comercialización de potencia.

Una vez que el CENACE determina las ofertas ganadoras se procede a determinar el precio de compra-venta por unidad de potencia.

El precio por unidad de producto asignado a cada contrato será el precio sombra, para el cual, la cantidad vendida y la cantidad comprada son las mismas para cada producto y para cada año objeto de la subasta. Más precisamente, el procedimiento para determinar el precio sombra en cada zona de potencia, para cada año objeto de la subasta, es el siguiente:

1. Ordenar las ofertas de venta de menor a mayor en función de su precio.

2. Ordenar las ofertas de compra de mayor a menor en función de su precio.
3. Graficar las curvas de ofertas de venta y demanda.

El punto de intersección de ambas curvas corresponde al punto de equilibrio del mercado, para la zona de potencia correspondiente, y lo denominaremos *precio sombra*. Es decir, tal precio es el precio que se pagará y recibirá para todas y cada una de las unidades de dicho producto. Cabe señalar que este tipo de subastas es del tipo *pay as clear*, es decir, el precio se determina de tal manera que se vacíe el mercado.

Notemos que dadas las hipótesis y tomando en cuenta el procedimiento para determinar el precio de equilibrio, existen 3 posibilidades para cada oferta de venta:

- (i) Que sea asignada totalmente.
- (ii) Que sea asignada parcialmente.
- (iii) Que no sea asignada.

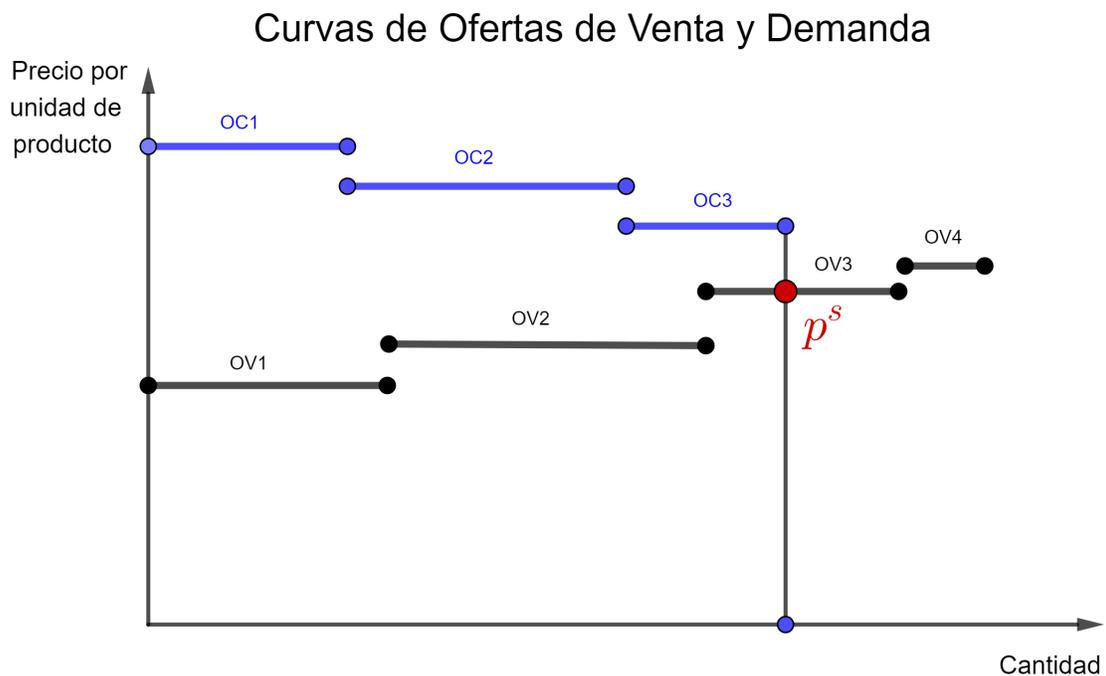


Figura 3: Asignación de las ofertas de venta

Los 3 casos anteriores se ilustran en la Figura 3, donde las ofertas de venta 1 y 2 (OV1 y OV2) son asignadas totalmente, la 3 (OV3) es asignada parcialmente y la 4 (OV4) no es asignada.

Por otro lado, es importante resaltar una serie de consideraciones a la hora de determinar el precio sombra en la práctica, las cuales dependen primordialmente de la unidad de producto, la cual corresponde a 1 MW-año en el caso de potencia en una zona de potencia dada, y de la relación entre la oferta y demanda del mismo (mayor, menor o igual). Algunos casos particulares de tales consideraciones se exponen a continuación:

(a) Oferta de potencia mayor a la demanda.

(i) Si tanto la oferta de compra más barata como oferta de venta más cara con productos asignados son asignadas totalmente, el precio sombra corresponde al precio de la oferta de venta más cara asignada totalmente. Figura 4

(b) Oferta y demanda de potencia iguales.

(i) Si el precio de la oferta de venta más cara es igual al precio de la oferta de compra más barata, el precio sombra corresponde al precio de la oferta de venta más cara, que a su vez es igual al precio de la oferta de compra de menor precio. Figura 5

(ii) Si los precios de la oferta de venta más cara y el de la oferta de compra más barata son distintos, el precio sombra corresponde al precio de la oferta de venta más cara. Figura 6

(c) Oferta de potencia menor a la demanda.

(i) Si la oferta de venta de venta más cara asignada es asignada parcialmente y la oferta de compra más barata asignada es asignada totalmente, el precio sombra corresponde al precio de la oferta de venta más cara asignada parcialmente. Figura 7

(ii) Si la oferta de compra más barata con producto asignado se asigna parcialmente y la parte no asignada es menor a la unidad de producto, y además, la oferta de venta más cara con producto asignado se asigna completamente, el precio sombra

corresponde al precio de la oferta de venta más cara con producto asignado. Figura [8](#).

- (iii) Si la oferta de compra más barata es asignada parcialmente y la parte no asignada es mayor o igual a la unidad de producto, el precio sombra corresponde al precio de la oferta de compra más barata asignada parcialmente. Figura [9](#).
- (iv) Si tanto la oferta de compra más barata con producto asignado como la oferta de venta asignada más cara con producto asignado se asignan completamente, el precio sombra corresponde al precio de la oferta de compra más cara no asignada y con precio mayor al de la oferta de venta asignada más cara. Figura [10](#).
- (v) Si la oferta de compra más barata con producto asignada se asigna parcialmente y la parte no asignada es menor que la unidad de producto y la oferta de venta asignada más cara con producto asignado se asigna completamente, entonces el precio sombra queda determinado por el precio correspondiente a la oferta de compra más cara no asignada con precio mayor al de la oferta de venta asignada más cara. Figura [11](#).
- (vi) Si la oferta de compra más barata con producto asignada se asigna parcialmente y la parte no asignada es mayor o igual que la unidad de producto y la oferta de venta asignada más cara con producto asignado se asigna completamente, entonces el precio sombra queda determinado por el precio correspondiente de la oferta de compra más barata asignada parcialmente. Figura [12](#).
- (vii) Si tanto la oferta de compra más barata con producto asignado como la oferta de venta más cara con producto asignado son asignadas completamente, el precio sombra queda determinado al precio de la oferta de venta más cara asignada. Figura [13](#).

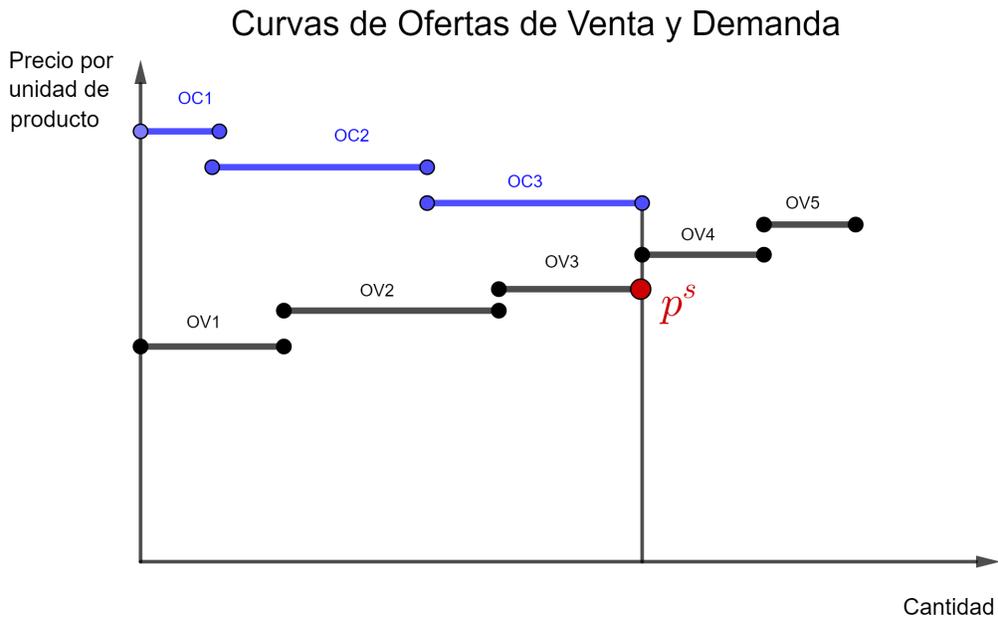


Figura 4: Caso (a)-(i)

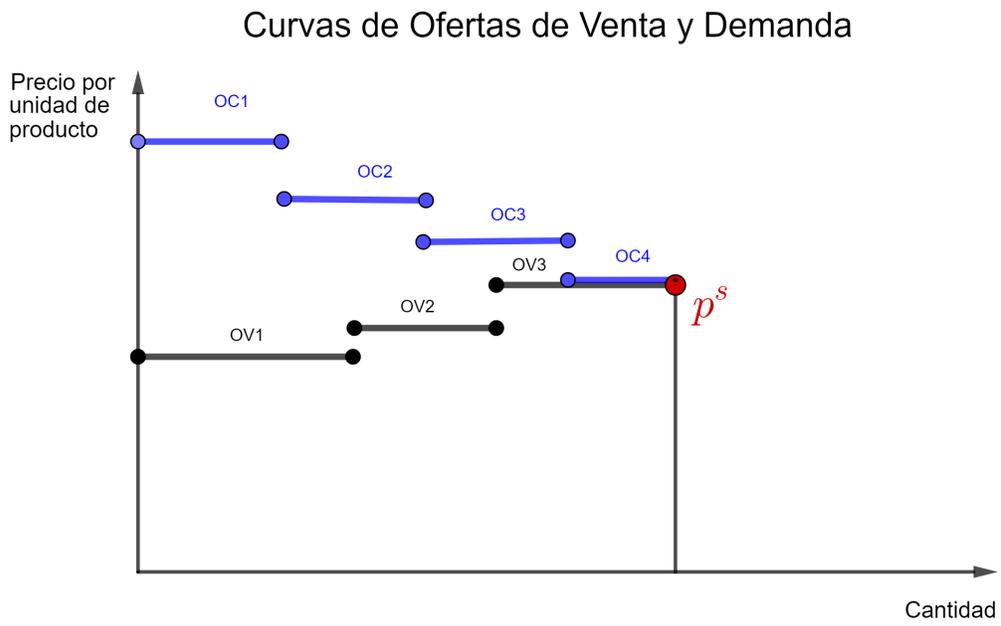


Figura 5: Caso (b)-(i)

Curvas de Ofertas de Venta y Demanda

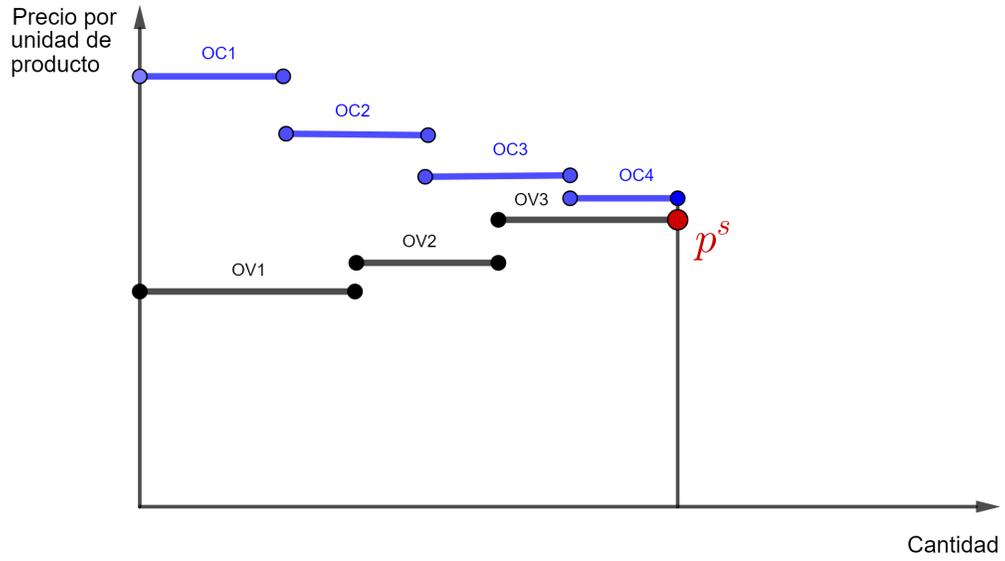


Figura 6: Caso (b)-(ii)

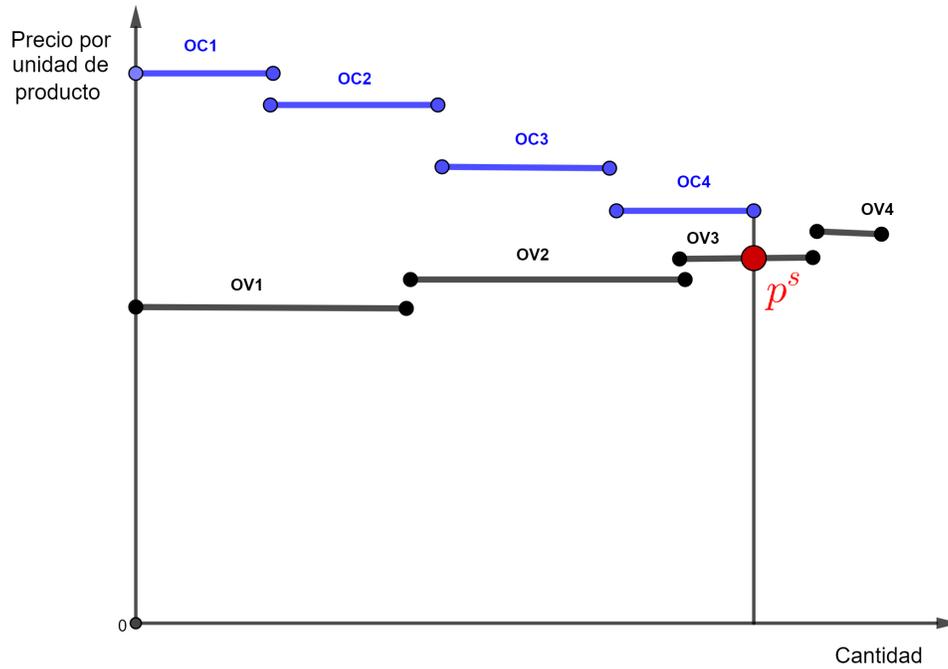


Figura 7: Caso (c)-(i)

Curvas de Ofertas de Venta y Demanda

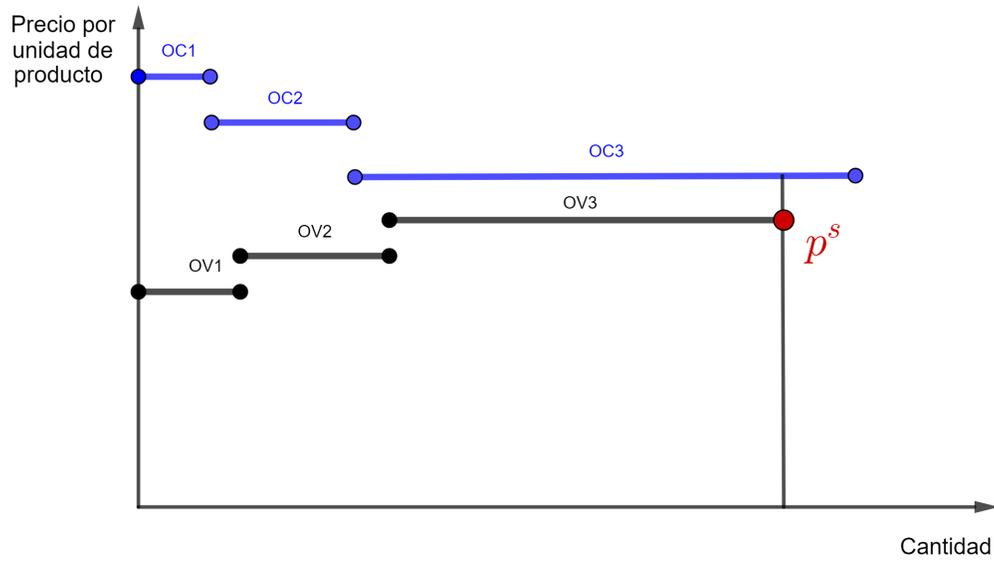


Figura 8: Caso (c)-(ii)

Curvas de Ofertas de Venta y Demanda

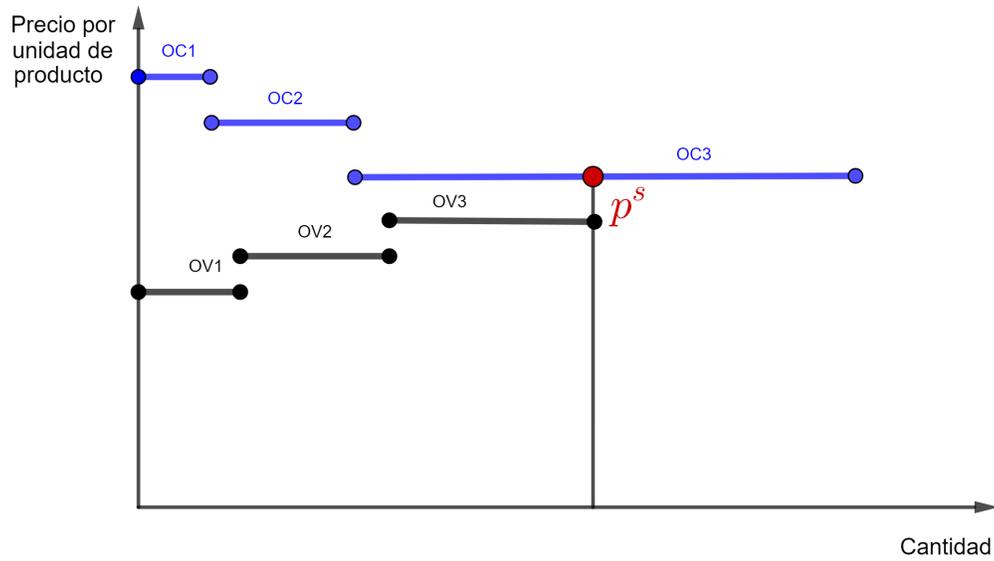


Figura 9: Caso (c)-(iii)

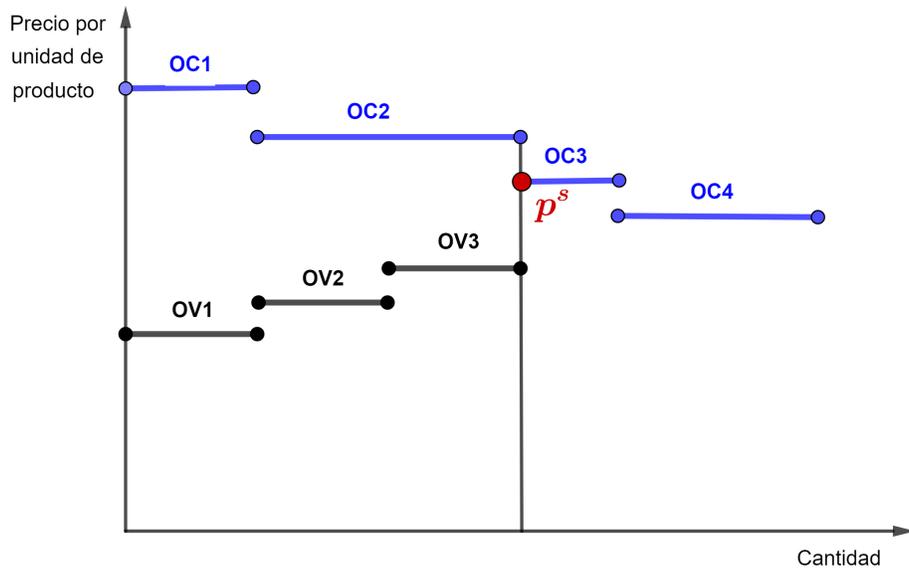


Figura 10: Caso (c)-(iv)

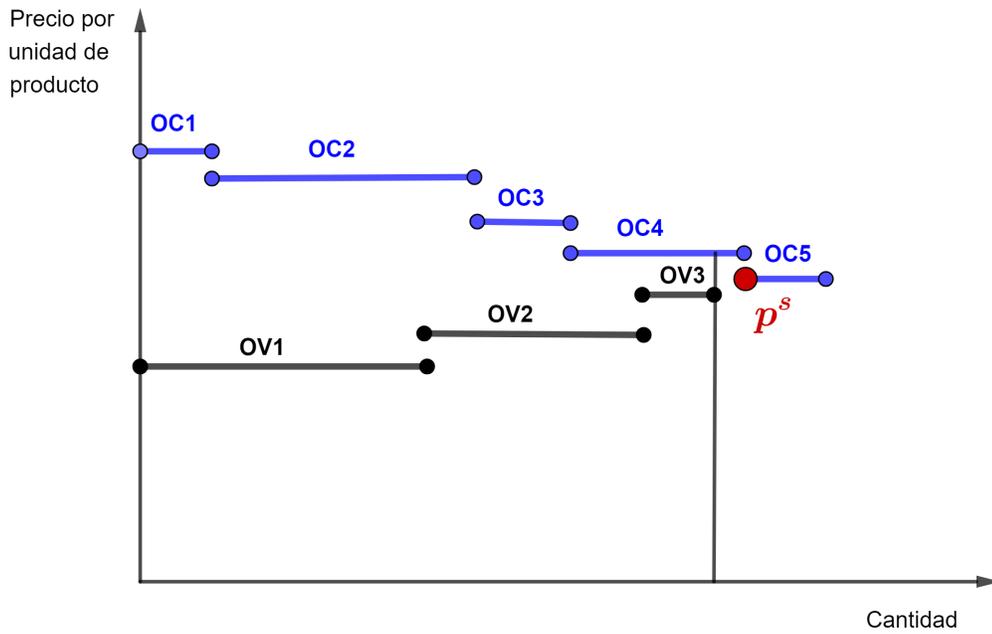


Figura 11: Caso (c)-(v)

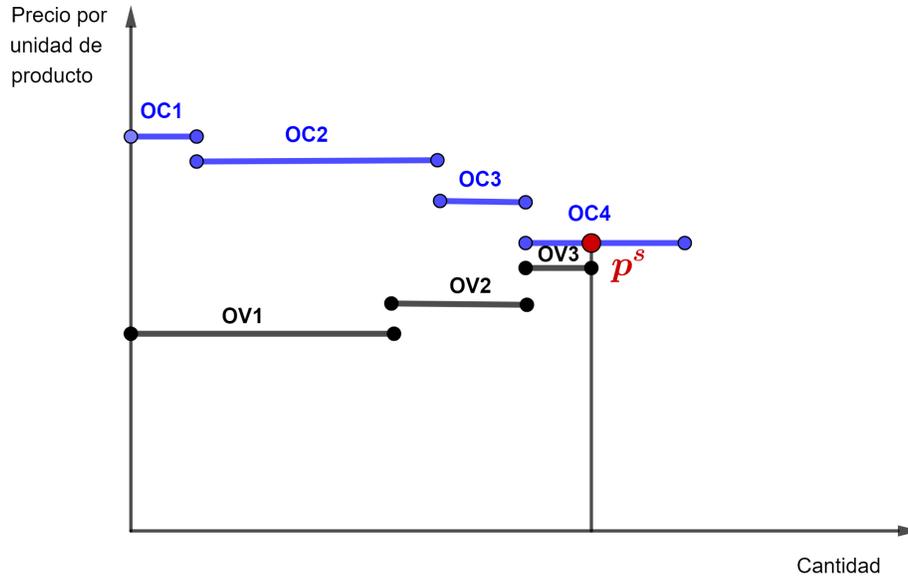


Figura 12: Caso (c)-(vi)

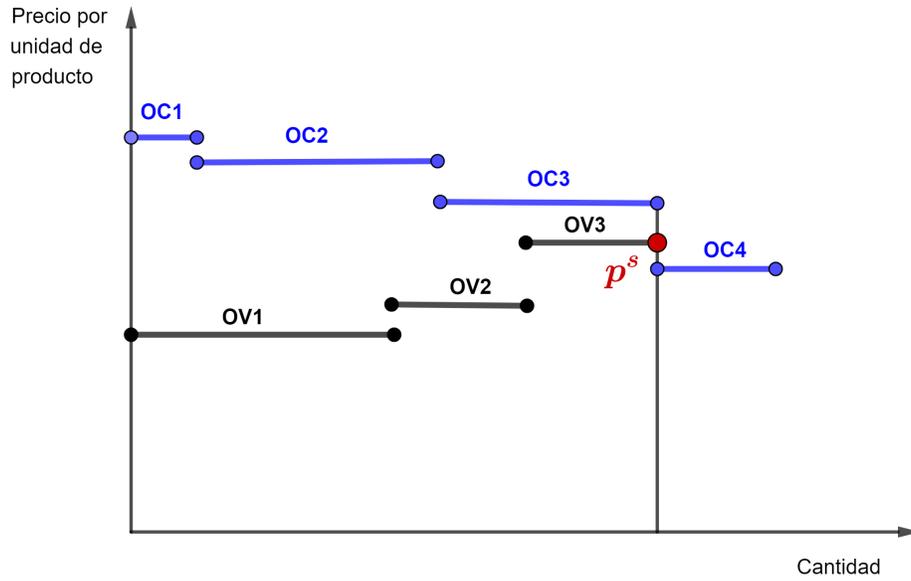


Figura 13: Caso (c)-(vii)

En nuestro modelo, consideraremos que el precio sombra queda determinado por el precio de la oferta de venta más cara aceptada total o parcialmente, independientemente de las consideraciones descritas en el párrafo anterior.

Finalmente, la asignación de producto entre compradores y generadores se hace de manera proporcional a las ventas totales de cada generador y a las compras totales de cada entidad responsable de carga de cada producto. Para más detalles consultar [4](#).

El mecanismo para determinar el precio sombra sugiere la existencia de estrategias por parte de los generadores al momento de determinar el precio de sus ofertas de venta dado que sus precios ofertados influyen más no determinan el precio de equilibrio. De manera más específica, los generadores tendrán incentivos a pujar precios *bajos* y cantidades relativamente *bajas* para que sus ofertas de venta sean aceptadas en su totalidad y esta no rebase la demanda agregada de producto, con el objetivo de vender sus productos a un precio mayor al ofertado. Tal estrategia debe ser analizada con detalle dado el riesgo que esta implica, debido a que precios por debajo del costo de producción generan beneficios negativos y precios apenas por arriba del costo marginal resultan en beneficios marginales.

4.2. Consideración de las zonas de potencia

De momento hemos caracterizado el precio sombra para cada una de las zonas de potencia en consideración, sin embargo, no hemos expuesto lo que es ni lo que implica ser una zona de potencia, así como tampoco se ha hablado del papel que juegan estas en el análisis de las subastas de mediano plazo.

4.2.1. Convención de las zonas de potencia

Una zona de potencia consiste en un conjunto específico de nodos de fijación de precios que están interconectados directamente entre ellos. Donde en cada uno de tales nodos se modela la inyección o retiro físico de energía.

Una *zona de potencia* debe cumplir las siguientes características:

- Cada sistema interconectado se considera una zona de potencia.

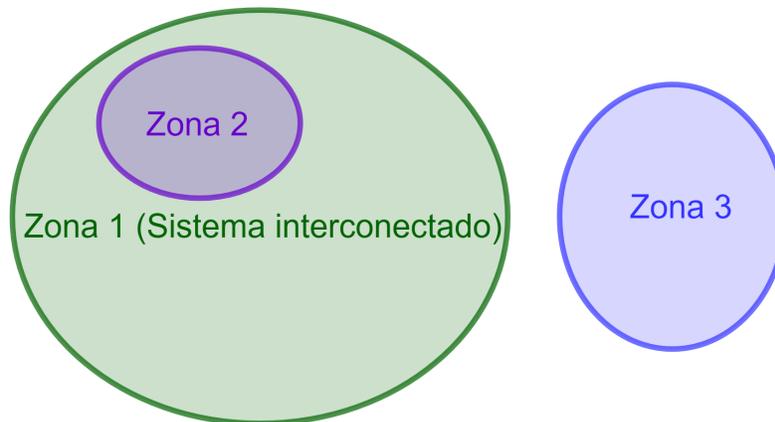


Figura 14: Zonas de potencia

- Las zonas de potencia pueden estar anidadas, es decir, una zona de potencia puede contener a otra zona de potencia.
- Se establecerán requisitos de potencia para cada zona.
- La potencia producida en una zona de potencia anidada puede utilizarse para satisfacer los requisitos en la zona de potencia que la contiene, por lo que se considera que la zona de potencia anidada forma parte de la zona de potencia que la contiene.

En la Figura 14 se puede observar una posible configuración de las zonas de potencia del mercado eléctrico.

5. Modelo

Una vez presentada la descripción del marco general de las subastas de mediano plazo, se procederá a modelar tal mecanismo mediante un juego Bayesiano, donde los jugadores serán los compradores y generadores de energía eléctrica y cuyos pagos quedarán determinados por su beneficio esperado. Por tanto, el objetivo de ahora en adelante será modelar y analizar el comportamiento estratégico de los jugadores, en particular de los generadores, para determinar y caracterizar finalmente el equilibrio.

Este primer modelo base fue tomado de [8], y nos servirá para obtener un modelo muy similar pero tomando en cuenta el hecho de que los generadores conocen el mecanismo mediante el cual se determina el precio sombra (modelo expuesto en la siguiente sección).

5.1. Subasta de Excedente Máximo con 2 generadores, y una zona de potencia (caso base)

Denotaremos por subasta de excedente máximo a aquella subasta de mediano plazo cuyo objetivo del comprador es maximizar el excedente económico total, previamente definido, y donde los generadores no conocen el mecanismo mediante el cual el comprador determina el precio sombra.

Nuestro propósito será analizar el comportamiento estratégico que puedan tener los generadores de energía en una subasta de mediano plazo bajo el actual sistema de subastas en México y, como primer paso, analizaremos el caso cuya demanda agregada de potencia es D^M , en el cual participan 2 generadores y donde se considera únicamente una zona de potencia. Además consideraremos el caso donde los generadores presentan únicamente una oferta de venta.

Observación: Haciendo analogía con el mecanismo descrito en la Sección 5, el CENACE y/o la CRE fungirán el papel de *comprador* (con demanda agregada de potencia D^M [8]), dado que estos organismos son los que llevan a cabo la maximización del excedente económico total, a partir de la cual son determinados tanto las ofertas de venta seleccionadas, como el precio de mercado (precio sombra).

**La demanda agregada de potencia, D^M , se define como la suma de potencia demandada en las ofertas de compra aceptadas por el CENCAE.

Sean:

i el índice para el i -ésimo generador, $i \in \{1, 2\}$.

$D^M \in \mathbb{R}^+$ la demanda agregada de potencia (conocida).

$p^M \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ el precio máximo por unidad de potencia (1 MW-hora)(conocido).

$q_i \in [0, D^M]$ la cantidad ofertada de potencia en la oferta de venta del i -ésimo generador.

p_i el precio de venta del i -ésimo generador.

G^i la función de distribución del nivel de producción q_i del i -ésimo generador, la cual es desconocida por su rival.

F^i la función de distribución del precio pujado de la oferta de venta del i -ésimo generador.

E^i la función de distribución *** del excedente económico ($E_i : p^M q_i - p_i > 0 \forall i$) del i -ésimo generador ****.

$x_i = x_i(q_i)$ la función de costos del i -ésimo generador con $x'_i(\cdot) > 0$ y $x''_i(\cdot) < 0$.

$\frac{p_i}{q_i} < p^M$, es decir, el precio unitario por unidad de potencia está acotado por p^M .

Cabe señalar que bajo este mecanismo, si la oferta agregada de potencia es mayor a la demanda agregada, se seleccionará únicamente aquella oferta de venta con mayor excedente, es decir, la i -ésima oferta de venta será elegida sí, y sólo si, $p^M q_i - p_i > p^M q_j - p_j$.

Problema del comprador:

El comprador maximizará el excedente económico total, es decir, las suma de los excedentes de los vendedores. Por tanto, su problema a resolver queda determinado por:

$$\max_{u_1, u_2} \sum_{i=1}^2 u_i (p^M q_i - p_i) \quad s.a. \quad \sum_{i=1}^2 u_i q_i \leq D^M, \quad (1)$$

donde
$$u_i = \begin{cases} 1 & \text{si } (q_i, p_i) \text{ es aceptada} \\ 0 & \text{si } (q_i, p_i) \text{ no es aceptada.} \end{cases}$$

Así, la solución queda determinada por:

*** Notemos que E^i es una función de distribución que depende de F^i y G^i .

**** Las funciones de distribución estarán representadas con superíndices

$$(u_1^*, u_2^*) = \begin{cases} (1, 1) & \text{si } q_1 + q_2 \leq D^M \\ (1, 0) & \text{si } p^M q_1 - p_1 > p^M q_2 - p_2 \quad \text{y } q_1 + q_2 > D^M \\ (0, 1) & \text{si } p^M q_1 - p_1 < p^M q_2 - p_2 \quad \text{y } q_1 + q_2 > D^M. \end{cases}$$

En palabras:

$(u_1^*, u_2^*) = (1, 1)$ quiere decir que ambas pujas serán aceptadas siempre y cuando las cantidades correspondientes no excedan la demanda agregada.

$(u_1^*, u_2^*) = (1, 0)$ ó $(u_1^*, u_2^*) = (0, 1)$ quiere decir que cuando la suma de las cantidades ofertadas por los generadores exceda la demanda agregada, se aceptará sólo una de las pujas, y esta corresponderá a la de mayor excedente.

Problema de los generadores:

Sin pérdida de generalidad, analicemos el caso del generador 1. Su función a maximizar es su beneficio esperado (π^e), el cual está dado por:

$$Pr[q_1 + q_2 \leq D^M](p_1 - x_1) + Pr[q_1 + q_2 > D^M]Pr[p^M q_1 - p_1 > p^M q_2 - p_2](p_1 - x_1). \quad (2)$$

Recordemos que $p_2 \sim F^2$, $E_2 = p^M q_2 - p_2 \sim E^2$ y $q_2 \sim G^2$. Para simplificar la notación, sean $E^2 = E$, $F^2 = F$ y $G^2 = G$. Una vez aclarada la notación, la ecuación (2) es equivalente a:

$$G(D^M - q_1)(p_1 - x_1) + (1 - G(D^M - q_1))E(p^M q_1 - p_1)(p_1 - x_1) \quad (3)$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi^e}{\partial p_1} = (p_1 - x_1) \{ & [1 - G(D^M - q_1)]e(p^M q_1 - p_1)(-1) \} \\ & + \{ G(D^M - q_1) + [1 - G(D^M - q_1)]E(p^M q_1 - p_1) \} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

De donde,

$$(p_1 - x_1)e(p^M q_1 - p_1)[1 - G(D^M - q_1)] = G(D^M - q_1) + [1 - G(D^M - q_1)]E(p^M q_1 - p_1). \quad (5)$$

Por otra parte:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi^e}{\partial q_1} = & (p_1 - x_1) \{g(D^M - q_1)(-1) + [1 - G(D^M - q_1)]p^M e^{(p^M q_1 - p_1)} + E(p^M q_1 - p_1)g(D^M - q_1) \\ & + \{G(D^M - q_1) + [1 - G(D^M - q_1)]E(p^M q_1 - p_1)\}(-x'_1)\} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Finalmente, de (5) y (6) se llega a que:

$$p_1 = x_1 + \frac{E}{e} + \frac{\lambda_G}{\lambda_E} \left[\frac{G}{g(1 - E)} \right] \quad \text{ó} \quad p_1 = x_1. \quad (7)$$

$$x'_1(q_1) = p^M - \frac{\lambda_G}{\lambda_E}. \quad (8)$$

Las dos últimas expresiones constituyen la solución al problema del generador 1, aunque si bien la solución es implícita, es posible deducir un par de características de la misma:

En primer lugar, notemos que el precio pujado por el agente será igual al costo de producción, o bien, mayor a éste, lo cual resulta razonable tomando en cuenta que los agentes son racionales y no quedarán obtener beneficios negativos. Lo que ya no es tan evidente es qué tan arriba del costo será el precio pujado. Sin embargo, el segundo y tercer término de la ecuación (7) nos dicen la magnitud: la cual depende de la función de distribución del excedente económico y de la distribución de la cantidad pujada del generador 2. También por ejemplo, entre menos probable sea que el generador 2 pujan el precio especificado por el generador 1, el precio de equilibrio (del agente 1) será mayor.

Por otra parte, la ecuación (8) nos dice que el costo marginal de producir una unidad adicional de potencia es estrictamente menor al precio de compra máximo p^M y dicho decremento con respecto al precio máximo depende también de las funciones de distribución del excedente y de la cantidad pujada por el generador 2.

5.2. Subasta de Excedente Máximo con información y con 2 generadores y una Zona de Potencia

El propósito de esta sección será incorporar al modelo de la sección anterior la hipótesis de que los generadores conocen el mecanismo mediante el cual se determina el precio sombra

y analizaremos las consecuencias que tiene esta información adicional sobre las cantidades y precios pujados.

Problema del comprador:

El problema del comprador es el mismo que el especificado en [1](#). Sin embargo, el problema a maximizar por el generador 1 es:

$$Pr[q_1 + q_2 \leq D^M](p^s - x_1) + Pr[q_1 + q_2 > D^M]Pr[p^M q_1 - p_1 > p^M q_2 - p_2](p^s - x_1)$$

Problema de los generadores:

Ahora, suponiendo que los generadores conocen el mecanismo mediante el cual se determina el precio sombra, el beneficio esperado del generador 1 se convierte en:

$$\begin{aligned} & Pr[p_1 < p_2]Pr[q_1 + q_2 \leq D^M](p_2 - x_1) + Pr[p_1 \geq p_2]Pr[q_1 + q_2 \leq D^M](p_1 - x_1) \\ & + Pr[q_1 + q_2 > D^M]Pr[p^M q_1 - p_1 > p^M q_2 - p_2](p_1 - x_1). \end{aligned}$$

Por hipótesis se sabe que $p_2 \sim F$, $p^M q_2 - p_2 \sim E$ y $q_2 \sim G$. Por tanto, la expresión anterior se puede reescribir como:

$$\begin{aligned} \pi^e = & G(D^M - q_1)\{[1 - F(p_1)](p_2 - x_1) + F(p_1)(p_1 - x_1)\} \\ & + [1 - G(D^M - q_1)]E(p^M q_1 - p_1)(p_1 - x_1). \end{aligned} \quad (9)$$

Condiciones de primer orden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi^e}{\partial p_1} = & G(D^M - q_1)\{(p_2 - p_1)f(p_1)(-1) + F(p_1) + (p_1 - x_1)f(p_1)\} \\ & + [1 - G(D^M - q_1)]\{E(D^M q_1 - p_1) + (p_1 - x_1)e(D^M q_1 - p_1)(-1)\} = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi^e}{\partial q_1} = & G(D^M - q_1)\{[1 - F(p_1)]x'_1(q_1)(-1) + F(p_1)x'_1(q_1)(-1)\} \\ & + \{[1 - F(p_1)](p_2 - x_1) + F(p_1)(p_1 - x_1)\}g(D^M - q_1)(-1) \\ & + [1 - G(D^M - q_1)]\{E(D^M q_1 - p_1)x'_1(-1) + (p_1 - x_1)e(D^M q_1 - p_1)p^M\} \\ & + E(D^M q_1 - p_1)(p_1 - x_1)g(D^M - q_1) = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

De [\(10\)](#) y [\(11\)](#) se tienen de manera implícita el precio y la cantidad óptima para el generador 1:

$$p_1 = x_1 + \frac{E}{e} + \frac{\lambda_G G[f(p_1 - p_2) + F]}{\lambda_E g(1 - E)}, \quad (12)$$

$$x'_1 = p^M \left\{ \frac{(G-1)E - G[F + f(p_1 - p_2)]}{(G-1)E - G} \right\}. \quad (13)$$

donde $\lambda_E = \frac{e}{1-E}$ y $\lambda_G = \frac{g}{1-G}$ son los correspondientes cocientes de Hazard (tasa de riesgos instantáneos). Además, por cuestión de notación se ha suprimido el argumento de las funciones e , E , y f .

Notemos además que:

$$x'_1 \begin{cases} > p^M & \text{si } F(p_1) + f(p_1)(p_1 - p_2) < 1 \\ < p^M & \text{si } F(p_1) + f(p_1)(p_1 - p_2) > 1 \\ = p^M & \text{si } F(p_1) + f(p_1)(p_1 - p_2) = 1. \end{cases} \quad (14)$$

Por lo que hemos obtenido una condición suficiente para que el costo marginal de producir 1 MW-hora adicional de potencia sea menor, igual o mayor que el precio unitario máximo de potencia, el cual es determinado por el CENACE. Ahora bien, dado que tal condición depende de si $F(p_1) + f(p_1)(p_1 - p_2)$ es menor, mayor o igual a 1, vale la pena analizar la intuición detrás de tal expresión. Reescribiendo dicha expresión tenemos que:

$$x'_1 \begin{cases} > p^M & \text{si } p_1 < p_2 + \frac{Pr[p_2 > p_1]}{Pr[p_2 = p_1]} \\ < p^M & \text{si } p_1 > p_2 + \frac{Pr[p_2 > p_1]}{Pr[p_2 = p_1]} \\ = p^M & \text{si } p_1 = p_2 + \frac{Pr[p_2 > p_1]}{Pr[p_2 = p_1]} \end{cases} \quad (15)$$

La Tabla 1 resume los resultados presentados en los dos modelos:

	<i>Con información</i>	<i>Sin información</i>
Precio	$p_1 = x_1 + \frac{E}{e} + \frac{\lambda_G}{\lambda_E} \frac{G[f(p_1 - p_2) + F]}{g(1-E)}$	$p_1 = x_1 + \frac{E}{e} + \frac{\lambda_G}{\lambda_E} \frac{G}{g(1-E)}$ ó $p_1 = x_1$
Cantidad	$x'_1(q_1) = p^M \frac{(G-1)E - G[F + f(p_1 - p_2)]}{(G-1)E - G}$	$x'_1(q_1) = p^M - \frac{\lambda_G}{\lambda_E}$

Tabla 1: Comparación

Analicemos los tres casos posibles para el costo marginal del generador 1 que dependen de si $F(p_1) + f(p_1)(p_1 - p_2)$ es menor, mayor o igual a 1:

- (i) Si $F(p_1) + f(p_1)(p_1 - p_2) = 1$, los precios obtenidos de manera implícita resultan ser iguales tanto para el caso con y sin información. Sin embargo, el costo marginal resulta ser mayor con información.
- (ii) Si $F(p_1) + f(p_1)(p_1 - p_2) > 1$, tanto el precio como el costo marginal resultan ser mayores para el caso con información.
- (iii) Si $F(p_1) + f(p_1)(p_1 - p_2) < 1$, el precio con información resulta más competitivo aunque no es posible dar una relación en el caso del costo marginal.

Una vez analizados los tres casos se concluye que la información (que los generadores conozcan el mecanismo mediante el cual es determinado el precio sombra) puede llegar a ser beneficiosa para los generadores únicamente cuando se cumple la condición $F(p_1) + f(p_1)(p_1 - p_2) < 1$.

Teorema 1. *Las pujas óptimas para cada jugador en un sistema de subastas con dos jugadores, determinadas por un mecanismo pay-as-bid^{*****} y por un mecanismo precio sombra^{*****}, están determinadas de manera implícita por:*

Mecanismo precio sombra:

$$p_i^* = x_i + \frac{E}{e} + \frac{\lambda_G}{\lambda_E} \frac{G[f(p_i^* - p_j^*) + F]}{g(1 - E)}. \quad (16)$$

$$x'_i(q_i^*) = p^M \frac{(G - 1)E - G[F + f(p_i^* - p_j^*)]}{(G - 1)E - G} \quad (17)$$

Mecanismo pay-as-bid:

$$p_i^{**} = x_i + \frac{E}{e} + \frac{\lambda_G}{\lambda_E} \left[\frac{G}{g(1 - E)} \right] \quad \text{ó} \quad p_i = x_i. \quad (18)$$

***** Los jugadores pagan el precio especificado en su puja en el sistema de subastas de mediano plazo expuesto en la Sección 5.1

***** Mecanismo mediante el cual se determina el precio sombra en el sistema de subastas de mediano plazo expuesto en la Sección 5.1

$$x'_i(q_i^{**}) = p^M - \frac{\lambda_G}{\lambda_E}, \quad (19)$$

donde E , F y G representan las funciones de distribución del excedente económico, del precio y de la cantidad pujada, respectivamente, del rival.

Del teorema podemos observar que, en el caso sin información, es posible que en el equilibrio los generadores pujen su precio igual al costo de producción. Sin embargo, cuando estos tienen información adicional (saben el mecanismo mediante el cual se determina el precio sombra) esto ya no es posible. Una posible explicación a esto es que al tener más información, los generadores tienen incentivos a pujar precios más altos (con mayor seguridad) para obtener un mayor beneficio. Recordemos que el precio sombra es determinado por el mayor precio de las ofertas de venta y el menor de las ofertas compra.

Por otro lado, la ecuación (16) nos garantiza que mientras más pequeña sea la probabilidad de que el generador j pujan el precio del generador i ($Pr[p_j = p_i]$), mayor podrá ser el precio pujado por el generador i cuando la subasta es de excedente máximo con información.

Finalmente, podemos afirmar que no existe equivalencia en el ingreso entre el mecanismo de subastas *pay-as-bid* y el mecanismo *precio sombra*. Más aun, en el caso general, no se cumple que en uno de los mecanismos los jugadores presenten una estrategia en precios más agresiva que en el otro. Sin embargo, es posible rescatar un resultado particular del Teorema 1, el cual se expone en el siguiente corolario.

Corolario 1. *En una subasta de excedente máximo la información puede resultar beneficiosa para los generadores ($p_i^* < p_i^{**}$) si y solamente si:*

$$F(p_1) + f(p_1)(p_1 - p_2) < 1.$$

Lo que el Corolario 1 nos dice es que no siempre resulta ser beneficioso para los generadores el hecho de que estos conozcan el mecanismo mediante el cual se determina el precio sombra. Para que tal información resulte en precios más competitivos es necesario que se cumpla la condición técnica $F(p_1) + f(p_1)(p_1 - p_2) < 1$, la cual es equivalente a $p_1 - p_2 < \frac{Pr[p_2 > p_1]}{Pr[p_2 = p_1]}$. Es decir, una subasta de excedente máximo con información resulta en precios más competitivos que una sin información, siempre que la diferencia en precios

$p_1 - p_2$ sea menor a la probabilidad de que el rival puje un precio por encima, ponderada por el inverso de la probabilidad de que ambos precios pujados sean iguales.

5.3. Subasta de Excedente Máximo con dos generadores y dos Ofertas de Venta por generador

Hasta ahora se ha analizado la situación donde los generadores presentan una única oferta de venta, sin embargo, este es un supuesto muy débil debido a que por lo general estos agentes presentan más de una oferta, en particular cuando se consideran varias zonas de potencia. En esta sección se analizará el caso donde cada generador hace dos ofertas de venta.

Para tal propósito, sean (q_1, p_1) (oferta de venta 1: primera oferta del generador 1) y (q_2, p_3) (oferta de venta 2: segunda oferta del generador 1) las respectivas pujas para cantidades de potencia y precio del generador 1, respectivamente y, (q_3, p_3) (oferta de venta 3: primera oferta del generador 2) y (q_4, p_4) (oferta de venta 4: segunda oferta de venta del generador 2) las correspondientes para el generador 2. Además, seguiremos con la notación y los supuestos establecidos en el caso base del modelo (Sección 6.1), a menos de que se especifique lo contrario.

El mecanismo mediante el cual se aceptará o rechazará una oferta de venta dará prioridad a las ofertas con mayor excedente y se aceptarán ofertas hasta que la suma de potencia aceptada no rebase la cantidad agregada demandada D^m . Dado tal mecanismo, existen 16 posibles combinaciones del estado de las 4 ofertas.

Denotemos por (u_1, u_2, u_3, u_4) el vector de resultados donde u_i es la función indicadora que vale 1 si la i -ésima ($i \in \{1, 2, 3, 4\}$) oferta de venta fue aceptada y 0 en caso contrario. Por ejemplo $(1, 1, 1, 1)$ indica que las 4 ofertas de venta fueron aceptadas y $(1, 0, 0, 4)$ indica que sólo fueron aceptadas las ofertas de venta 1 y 2.

Problema del comprador:

El problema a resolver por parte del comprador es el siguiente:

		Cantidad			
		q_1	q_2	q_3	q_4
Caso	1	1	1	1	1
	2	1	1	1	0
	3	1	1	0	1
	4	1	1	0	0
	5	1	0	1	1
	6	1	0	1	0
	7	1	0	0	1
	8	1	0	0	0
	9	0	1	1	1
	10	0	1	1	0
	11	0	1	0	1
	12	0	1	0	0
	13	0	0	1	1
	14	0	0	1	0
	15	0	0	0	1
	16	0	0	0	0

Figura 15: Solución del problema del comprador

$$\max_{u_1, u_2, u_3, u_4} \sum_{i=1}^4 u_i (p^M q_i - p_i) \quad s.a. \quad \sum_{i=1}^4 u_i q_i \leq D^M, \quad (20)$$

donde la solución queda determinada por la Figura 15. La numeración del 1 al 16 corresponde a la posible combinación de la solución (casos) y las columnas corresponden a la cantidad de potencia ofertada en las ofertas de venta 1, 2, 3 y 4, respectivamente. En particular, el caso 7 corresponde a la combinación (1, 0, 0, 1) donde las ofertas aceptadas son solamente la 1 y la 4.

Cabe señalar que la solución del comprador es mucho más compleja que en los dos modelos ya presentados, donde las combinaciones (casos) a analizar eran tan solo 3. Por tanto, no es difícil intuir que la solución para los generadores estará caracterizada por ecuaciones mucho más complejas que las ya presentadas.

Sin pérdida de generalidad se analizará el caso del generador 1 (el caso del generador 2 es análogo). Dado que los casos 13, 14, 15 y 16 no le generan beneficio a dicho generador, es posible tomar en cuenta únicamente los primeros 12 casos.

Problema de los generadores:

Planteemos ahora el problema del generador 1, pero para ello traduzcamos cada uno de los 12 casos de la Figura 15 en expresiones de manera que podamos hacer uso de las hipótesis del problema (distribución del excedente, costo de producción y de la cantidad ofertada de potencia de los generadores).

La ocurrencia de cada uno de los 12 casos se puede reescribir de la siguiente manera:

Caso 1: Todas las ofertas son aceptadas $\iff \sum_1^4 q_i \leq D^m$.

Caso 2: $(1, 1, 1, 0) \iff \begin{cases} E_1, E_2, E_3 > E_4 \\ q_1 + q_2 + q_3 + q_4 > D^m \end{cases}$

Caso 3: $(1, 1, 0, 1) \iff \begin{cases} E_1, E_2, E_4 > E_3 \\ q_1 + q_2 + q_3 + q_4 > D^m \end{cases}$

Caso 4: $(1, 1, 0, 0) \iff \begin{cases} E_1, E_2 > E_3, E_4 \\ q_1 + q_2 + q_3 > D^m \\ q_1 + q_2 + q_4 > D^m \end{cases}$

$$\text{Caso 5:} \quad (1, 0, 1, 1) \iff \begin{cases} E_1, E_3, E_4 > E_2 \\ q_1 + q_2 + q_3 + q_4 > D^m \end{cases}$$

$$\text{Caso 6:} \quad (1, 0, 1, 0) \iff \begin{cases} E_1, E_3 > E_2, E_4 \\ q_1 + q_2 + q_3 > D^m \\ q_1 + q_3 + q_4 > D^m \end{cases}$$

$$\text{Caso 7:} \quad (1, 0, 0, 1) \iff \begin{cases} E_1, E_4 > E_2, E_3 \\ q_1 + q_2 + q_4 > D^m \\ q_1 + q_3 + q_4 > D^m \end{cases}$$

$$\text{Caso 8:} \quad (1, 0, 0, 0) \iff \begin{cases} E_1 > E_2, E_3, E_4 \\ q_1 + q_2 > D^m \\ q_1 + q_3 > D^m \\ q_1 + q_4 > D^m \end{cases}$$

$$\text{Caso 9:} \quad (0, 1, 1, 1) \iff \begin{cases} E_2, E_3, E_4 > E_1 \\ q_1 + q_2 + q_3 + q_4 > D^m \end{cases}$$

$$\text{Caso 10:} \quad (0, 1, 1, 0) \iff \begin{cases} E_2, E_3 > E_1, E_4 \\ q_1 + q_2 + q_3 > D^m \\ q_2 + q_3 + q_4 > D^m \end{cases}$$

$$\text{Caso 11:} \quad (0, 1, 0, 1) \iff \begin{cases} E_2, E_4 > E_1, E_3 \\ q_1 + q_2 + q_4 > D^m \\ q_2 + q_3 + q_4 > D^m \end{cases}$$

$$\text{Caso 12:} \quad (0, 1, 0, 0) \iff \begin{cases} E_2 > E_1, E_3, E_4 \\ q_1 + q_2 > D^m \\ q_2 + q_3 > D^m \\ q_2 + q_4 > D^m. \end{cases}$$

El generador 1 maximizará su beneficio esperando, el cual quedará determinado por las 12 equivalencias anteriores y donde elegirá las cantidades óptimas de potencia q_1 y q_2 , y los precios óptimos p_1 y p_2 . El problema del generador 1 es maximizar:

$$\begin{aligned}
& \{(p_1 + p_2) - x_1(q_1, q_2)\} \{ Pr[q < D^m] \\
& \quad + Pr[E_1 > E_4]Pr[E_2 > E_4]Pr[E_3 > E_4]Pr[q > D^m] \\
& \quad + Pr[E_1 > E_3]Pr[E_2 > E_3]Pr[E_4 > E_3]Pr[q > D^m] \\
& + Pr[E_1 > E_3]Pr[E_1 > E_4]Pr[E_2 > E_3]Pr[E_2 > E_4]Pr[q_{123} > D^m]Pr[q_{124} > D^m] \\
& \quad + Pr[E_1 > E_2]Pr[E_3 > E_2]Pr[E_4 > E_2]Pr[q > D^m] \\
& + Pr[E_1 > E_2]Pr[E_1 > E_4]Pr[E_3 > E_2]Pr[E_3 > E_4]Pr[q_{123} > D^m]Pr[q_{134} > D^m] \\
& + Pr[E_1 > E_2]Pr[E_1 > E_3]Pr[E_4 > E_2]Pr[E_4 > E_3]Pr[q_{124} > D^m]Pr[q_{134} > D^m] \\
& + Pr[E_1 > E_2]Pr[E_1 > E_3]Pr[E_1 > E_4]Pr[q_{12} > Q^m]Pr[q_{13} > D^m]Pr[q_{14} > Q^m] \\
& \quad + Pr[E_2 > E_1]Pr[E_3 > E_1]Pr[E_4 > E_1]Pr[q > D^m] \\
& + Pr[E_2 > E_1]Pr[E_2 > E_4]Pr[E_3 > E_1]Pr[E_3 > E_4]Pr[q_{123} > D^m]Pr[q_{234} > D^m] \\
& + Pr[E_2 > E_1]Pr[E_2 > E_3]Pr[E_4 > E_1]Pr[E_4 > E_3]Pr[q_{124} > D^m]Pr[q_{234} > D^m] \\
& + Pr[E_2 > E_1]Pr[E_2 > E_3]Pr[E_2 > E_4]Pr[q_{12} > D^m]Pr[q_{23} > D^m]Pr[q_{24} > Q^m] \}, \quad (21)
\end{aligned}$$

donde $E_i = p^m q_i - p_i$ es el excedente de la i -ésima oferta, $q = q_1 + q_2 + q_3 + q_4$ y $q_{ijk} = q_i + q_j + q_k$.

De lo anterior podemos observar que los casos 8 y 12 pueden ser removidos de nuestro análisis debido a que están en términos de la probabilidad de que el generador 1 ofrezca vender (en ambas ofertas) una cantidad de potencia mayor a la demandada. Y bajo el supuesto de que los agentes son racionales, dicha probabilidad es cero ($Pr[q_{12} > D^m] = 0$).

Recordemos que el excedente de los agentes sigue una distribución E^i con soporte $[0, p^M D^m]$ ($E_3, E_4 \sim E_{[0, p^M D^m]}^i$) y que la cantidad de potencia sigue una distribución Q^i con soporte $[0, D^m]$ ($q_3, q_4 \sim G_{[0, D^m]}^i$). Como estamos analizando el caso del generador 1, sean $E_{[0, p^M D^m]}^i = E_{[0, p^M D^m]}$ y $G_{[0, D^m]}^i = G_{[0, D^m]}$. Para simplificar el problema supongamos además que:

- $q_1 + q_2, q_3 + q_4 \sim Q_{[0, D^m]}$.
- $Pr[E_1 > E_2] = Pr[E_1 \leq E_2] = Pr[E_3 > E_4] = Pr[E_3 \leq E_4] = \frac{1}{2}$.
- $E_3 - E_4, E_4 - E_3 \sim E_{[0, p^M D^m]}$.

- Sin pérdida de generalidad, supongamos que la cantidad ofertada en la primer oferta del generador 1 es mayor a la de la segunda oferta ($q_1 > q_2$), entonces no es absurdo suponer también que $p_1 > p_2$. Dado esto, podemos reescribir la puja (q_2, p_2) en términos de (q_1, p_1) :

$$(q_2, p_2) = (\alpha q_1, \beta p_1) \text{ con } \alpha, \beta \in (0, 1). \quad (22)$$

Así, la expresión (21) se convierte en:

$$\begin{aligned} & \{(1 + \beta)p_1 - x_1(q_1, \alpha q_1)\} \{G^{12} + (1 - G^{12})\{E^1 E^2 \\ & \quad + (1 - G^{12})(E^1)^2(E^2)^2 + \frac{1}{2}(1 - E^2)^2 \\ & \quad + \frac{1}{2}(1 - G^1)(1 - E^2)E^1 + \frac{1}{2}(1 - E^1)^2 + \frac{1}{2}(1 - G^2)(1 - E^1)E^2\}\}, \quad (23) \end{aligned}$$

donde $G^{12} = Pr[q_3 + q_4 < D^m - q_1 - q_2]$ y $G^i = Pr[\hat{q} < D^m q_i - p_i]$ para $\hat{q} \in \{q_3, q_4, q_3 + q_4\}$ y $E^i = Pr[\hat{q} < p^M q_i - p_i]$ para $i \in \{1, 2\}$ y $\hat{q} \in \{q_3, q_4\}$.¹

Dada la complejidad de la función a maximizar, definamos:

$$\begin{aligned} B := & G^{12} + (1 - G^{12})\{E^1 E^2 + (1 - G^{12})(E^1)^2(E^2)^2 \\ & + \frac{1}{2}(1 - E^2)^2 + \frac{1}{2}(1 - G^1)(1 - E^2)E^1 \\ & + \frac{1}{2}(1 - E^1)^2 + \frac{1}{2}(1 - G^2)(1 - E^1)E^2\}. \quad (24) \end{aligned}$$

Mediante álgebra se llega a que $\frac{\partial B}{\partial p_1} < 0$ [Ver anexo matemático]. Determinemos las condiciones de primer orden en términos de B :

$$\frac{\partial \pi^e}{\partial p_1} = \{(1 + \beta)p_1 - x_1(\alpha q_1)\} \frac{\partial B}{\partial p_1} + B(1 + \beta) = 0, \quad (25)$$

de donde,

$$p_1 = \frac{x_1(\alpha q_1)}{1 + \beta} - \frac{B}{\frac{\partial B}{\partial p_1}}. \quad (26)$$

Es muy importante tomar en cuenta que los subíndices para letras mayúsculas hacen referencia a funciones determinísticas, mientras que los superíndices hacen referencia a funciones de distribución evaluadas en el argumento especificado.

En los modelos presentados en las secciones (6.1) y (6.2) se llegó a que, en el equilibrio, es posible que los generadores pujen por arriba de su costo de producción x_1 . Donde el *punto de corte* es el costo de producción, es decir, siempre pujan x_1 más una cantidad que depende de la probabilidad de que el rival pujan por arriba de su precio. Sin embargo, en este modelo ocurre algo distinto: *el punto de corte* es menor al costo de producción ($\frac{x_1(\alpha q_1)}{1+\beta}$). Es decir, ahora los generadores pujan por arriba de una proporción de su costo de producción ($\frac{x_1(\alpha q_1)}{1+\beta} < x_1$), además de que su función de producción x_1 depende de α (establece una relación entre q_1 y q_2).

Por otra parte, resulta complicado decir qué tan arriba del punto de corte pueden pujar los generadores en este último modelo, dado que p_1^* quedó en términos de B y de su derivada. Además, tanto B como su derivada resultan expresiones no muy manejables y esto complica el poder sacar más intuiciones al respecto. Sin embargo, como ya hemos expuesto, es posible decir algo respecto del *punto de corte* del precio que pujarán los generadores en el equilibrio. Tomando en cuenta los resultados de los modelos presentados en las secciones (6.1) y (6.3) tenemos el siguiente corolario.

Observación. *Consideremos una subasta de excedente máximo. Entonces, el precio pujado por los generadores cuando estos presentan dos ofertas de venta, tiene un punto de corte menor que cuando estos presentan únicamente una oferta de venta.*

6. Conclusiones

Las subastas resultan ser un mecanismo de asignación de recursos eficiente y muy competitivo, tanto que han sido usadas a nivel mundial en mercados como el de salud y el eléctrico. Se ha hablado de proyectos de energía pasados y futuros que países como México, Brasil, Colombia y España han o llevarán a cabo en los próximos años. Por lo cual, al menos en el sector eléctrico, las subastas seguirán siendo una herramienta fundamental.

De las secciones 6.1 y 6.2 se concluye que la información que los participantes de una subasta de mediano plazo puedan llegar a tener, como el saber el mecanismo mediante el cual se determina el precio sombra, puede llegar a ser beneficiosa para los generadores solamente en algunos casos, los cuales dependen de la probabilidad de que el contricante pujan un precio de venta mayor.

Por su parte, de las secciones 6.1 y 6.3, cuyos modelos difieren en el número de ofertas de venta presentadas por los generadores, se puede concluir que cuando se hacen dos ofertas de venta, entonces, en el equilibrio no es posible que los generadores pujen su costo de producción. Además de que el *el punto de corte* para el caso de dos ofertas de venta presentadas resultó menor con respecto al de una oferta.

Los modelos presentados consideran una sola zona de potencia, por lo que se queda para trabajo futuro, un modelo que contemple tanto dos ofertas de venta como dos zonas de potencia. El reto no suena nada fácil dado que dicho modelo queda en términos del modelo de dos ofertas de venta (y una zona de potencia), cuya función objetivo resultó ser muy compleja y sólo se pudieron sacar las conclusiones de una de las condiciones de primer orden.

7. Anexo matemático

Veamos que $\frac{\partial B}{\partial p_1} < 0$. Únicamente se expondrá la expresión de dicha derivada, ya que teniéndola es fácil ver lo que debemos demostrar, dado que las funciones de probabilidad son siempre positivas.

$$\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial p_1} = & (1-G^{12})\{E_1(-\beta e_2)+E_2 e_1(-1)+(1-G_{12})[2E_1 E_2(-\beta E_1 e_2-E_2 e_1)]+(1-E_2)(-1)(-\beta)+ \\ & \frac{1}{2}(1-G_1)[(1-E_2)e_1(-1)+E_1(-1)e_2(-\beta)]+(1-E_1)(-1)(-1)+\frac{1}{2}(1-G_2)[(1-E_1)e_2(-\beta)+ \\ & E_2(-1)e_1(-1)]\}. \end{aligned}$$

Referencias

- [1] Centro Nacional de Control de Energía, *Bases de Licitación de la Subasta de Mediano Plazo SMP-1/2017*, 2017.
- [2] Centro Nacional de Control de Energía, *Precio sombra-Precio del mercado Subasta de Mediano Plazo 1/2017*, 2018.
- [3] Centro Nacional de Control de Energía, *Presentación de Ofertas de Compra Primera Subasta de Mediano Plazo 2017*, 2017.
- [4] Comisión Reguladora de Energía, *Manual de Subastas de Mediano Plazo*, 2015.
- [5] Maurer Luiz- Barroso Luiz, *Electricity Auctions: an overview of efficient practices*, 2011.
- [6] Gobierno de la República, *Reforma Energética*.
- [7] KPMG Global Energy Institute, *Reforma Energética: ¿hacia dónde vamos?*, 2015.
- [8] Ordóñez Flores Roberto Carlos, *El Sistema de Subastas de Energía Eléctrica en México*, 2017.