Recaudador Vs. Contribuyente: El juego de la evasión fiscal

El Colegio de México

José Alberto Lara Pulido

México, D.F. a 18 de Mayo de 2006

Índice

Introducción

La presente investigación pretende generar un modelo teórico basado en la teoría de juegos y fundamentos macroeconómicos, que permita entender la interacción estratégica entre los contribuyentes y el recaudador con respecto a la evasión fiscal y a los recursos destinados para detectarla, así como los determinantes de estas decisiones. El modelo presenta recomendaciones de política orientadas a reducir la evasión.

Estudios anteriores han priorizado el lado del contribuyente[1]. En particular, el trabajo de Allingham-Sandmo (JPE1972) modela a la evasión fiscal como una variable que se determina mediante la maximización de la utilidad esperada del contribuyente. El presente estudio parte de esta teoría estándar y la extiende, presentando un modelo que nos permite estudiar el equilibrio entre *demanda* y *oferta* de evasión, entendida la primera como la evasión escogida por el contribuyente ante ciertos recursos para detectar la evasión, y la segunda, como la que el recaudador está dispuesto a soportar para cierto nivel de recursos que tienen el fin de detectarla.

Algunos trabajos que han tratado el tema de la evasión fiscal en el contexto de la teoría de juegos son: *Tax evasión and the underground economy* (1992); *Tax evasión and the theory of games* (1984) ambos de Luis Corchón; *Honesty and Evasión in the Tax Compliance Game,* de Erard y Feinstein (1994), y *Avoiding Tax avoidance: A (repeated) game theoretical aproach,* de J. Greenberg (1984). En el trabajo de Corchón (1992), la decisión de evasión es una variable dicotómica entre evadir o no evadir. Entre sus principales resultados destacan los siguientes: la probabilidad de monitoreo es la misma en el equilibrio de Nash, Stackelberg, maximin y equilibrio bayesiano y una sanción más alta para los evasores es socialmente deseable.

La motivación de este estudio es proveer una base teórica que permita conocer algunos determinantes de la evasión y el impacto que en ella provocan los choques de política, además de entender los efectos de los incentivos destinados para detectarla.

---

[1] Slemrod-Yitzhaki (2002)

La estructura del trabajo es la siguiente: la sección 1 presenta los supuestos del modelo y lo resuelve; la sección 2 hace un análisis de estática comparada; la sección 3 se refiere a las implicaciones de política del modelo; la sección 4 establece alcances y limitaciones del modelo y la sección 5 describe las conclusiones.

1.1 Elementos formales del juego

Un juego se define formalmente por los jugadores, sus estrategias, el orden en que juegan y sus pagos respectivos.[2] En nuestro contexto, el primer elemento – es decir los jugadores – están representados por el responsable de la política fiscal (R), que recauda impuestos, y un contribuyente representativo (C),[3] que es el agente que tiene la obligación de pagar impuestos. Las estrategias de cada jugador están definidas como sigue: el recaudador escoge la proporción del gasto público que estará destinada a detectar la evasión; en otras palabras, si el gobierno tiene presupuestado un gasto por un monto de *G* unidades monetarias, entonces el recaudador dispone una proporción de éste para detectar la evasión fiscal. Así, el recaudador tiene un continuo de estrategias en el espacio [0,1]. Por otro lado, el contribuyente escogerá una proporción de su ingreso antes de impuestos, que no declarará como ingreso gravable. Por lo tanto, las estrategias del contribuyente también estarán en el intervalo [0,1]. En síntesis, el recaudador determinará cuántos recursos destinar a detectar la evasión como proporción de su gasto y el contribuyente decidirá cuánto evadir como proporción de su ingreso gravable.

Para hablar de los demás elementos formales del juego, es necesario establecer una serie de supuestos que planteamos a continuación.

1.2 Supuestos

Los supuestos utilizados en el presente trabajo podemos dividirlos en tres categorías: los supuestos sobre el contribuyente, sobre el recaudador y los del juego en sí.

[2] Mas-Colell (1995) p. 219
[3] Para entender las implicaciones que existen al asumir un consumidor (en nuestro caso contribuyente) representativo consultar Mas-Colell (1995) p. 116

1.2.1 Supuestos sobre el contribuyente

- El contribuyente tiene una función de utilidad $U: R_+ \to R$ donde $U'(\cdot) > 0; U''(\cdot) < 0$.
- El ingreso gravable está representado por Y y expresado en unidades monetarias.
- La evasión está caracterizada por una proporción δ del ingreso gravable, donde $\delta \in [0,1]$.

1.2.2 Supuestos sobre el administrador fiscal

- La tasa impositiva y las sanciones por evasión son proporcionales al ingreso gravable y están representadas por t y s, respectivamente; donde $t \in [0,1]; s \in [0,1]$ y son exógenas al modelo.
- El recaudador determina una proporción h del gasto programado del gobierno que destinará a detectar la evasión.
- El gobierno tiene un gasto público programado que asciende a un monto de G unidades monetarias.

1.2.3 Supuestos generales

- Los jugadores actúan racionalmente, esto es, juegan su mejor estrategia, dependiendo de lo que juegan los demás.
- Las decisiones de los jugadores son tomadas de manera simultánea.
- Existe una función $p: (0,1) \to (0,1)$, que depende de los recursos destinados a detectar la evasión, donde $p'(h) > 0; p''(h) < 0$ y representa la probabilidad de detectar la evasión.[4]
- Existe una función $f: (0,1) \to (0,1)$, que depende de los recursos destinados a detectar la evasión, donde $f'(h) > 0; f''(h) \geq 0$ y representa el costo de detectar la evasión.

[4] No debe interpretarse que la función $p(h)$ es una función de distribución o de densidad sobre los recursos destinados a detectar la evasión. Esta función es determinística, es decir con seguridad sabemos qué probabilidad de detección se obtiene para cierto nivel de recursos. La parte estocástica radica en la detección de la evasión, esto es, con probabilidad $p(h)$ se detecta la evasión y con probabilidad $(1 - p(h))$ no se detecta, por lo tanto, hablamos de un evento Bernoulli donde el éxito es detectar la evasión y el fracaso no detectarla.

- Existe información perfecta acerca de las preferencias de los jugadores, de la tasa impositiva y de las sanciones por evasión, así como de las funciones de probabilidad de detección y de costos.

1.3 Los pagos de los jugadores

Para realizar predicciones del equilibrio en un juego, es necesario conocer los pagos de los jugadores. En nuestro contexto, utilizaremos como medida de éstos, la utilidad esperada del contribuyente y la recaudación esperada del recaudador. En el trabajo de Allingham-Sandmo (1972), se propone que la utilidad esperada del contribuyente está representada de la siguiente forma:

$$p \cdot U[Y(1-t) - s(Y-x)] + (1-p) \cdot U[Y(1-t) + t(Y-x)] \qquad (1)$$

Donde $(Y-x)$ representan las unidades monetarias que no se declaran ante el recaudador. En nuestro contexto, es más conveniente hacer una ligera modificación a esta representación: en lugar de tomar a la evasión como unidades monetarias, nos conviene caracterizar a la evasión como una fracción δ del ingreso gravable. Por otro lado, la probabilidad de detección está determinada de manera endógena, pues los recursos que destine el recaudador para detectar la evasión condicionarán la probabilidad de detección. Así, re-expresamos la ecuación (1) de la siguiente manera:

$$p(h) \cdot U[Y(1-t) - s\delta Y] + (1-p(h)) \cdot U[Y(1-t) + t\delta Y] \qquad (2)$$

Esto es, con probabilidad $p(h)$ se detecta la evasión y el recaudador grava todo el ingreso y sanciona la fracción no declarada con una proporción s, mientras que con probabilidad $(1-p(h))$ no se detecta la evasión y el contribuyente recibe el ingreso declarado después de impuestos más la fracción íntegra de lo evadido.

Por otro lado, el responsable de la política fiscal tiene una recaudación esperada representada por:

$$p(h) \cdot (tY + s\delta Y) + (1-p(h)) \cdot (tY - t\delta Y) \qquad (3)$$

Es decir, con probabilidad $p(h)$ recibe la recaudación del ingreso gravable total, más la fracción sancionada del ingreso no declarado, pero con probabilidad $(1-p(h))$ recibe solamente la recaudación del ingreso declarado.

Una vez que determinamos una medida de los pagos, podemos preguntarnos acerca de las decisiones de los jugadores, es decir ¿cuál es la mejor respuesta de uno dada la estrategia del otro? Puesto que supusimos racionalidad en la toma de decisiones de los jugadores, entonces podemos plantear un problema de optimización para cada uno.

1.3.1 El problema del contribuyente

Siguiendo a Allingham-Sandmo (1972), el problema de maximización de utilidad esperada del contribuyente se plantea de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} &\max_{\delta} p(h)\cdot U(Y(1-t)-s\delta Y)+(1-p(h))\cdot U(Y(1-t)+t\delta Y) \\ &s.a. \quad 0\le \delta \le 1 \end{aligned} \tag{4}$$

Esto es, el contribuyente escoge la fracción del ingreso gravable que no declarará, de tal manera que maximice su utilidad esperada. De las condiciones de primer orden obtenemos:

$$\frac{U'(Y_A)}{U'(Y_U)}=\frac{(1-p(h))t}{p(h)s} \tag{5}$$

Donde los subíndices A y U denotan el estado auditado y no auditado, respectivamente. La ecuación (5) es la condición de primer orden obtenida por Allingham-Sandmo (1972), con la única diferencia de que la probabilidad de detección es función de los recursos destinados a detectar la evasión. Como veremos más adelante, esta ecuación nos servirá como instrumento para encontrar el equilibrio del juego. Por ahora conviene estudiar el problema de optimización del recaudador.

1.3.2 El problema del recaudador

De acuerdo con la ecuación (3) e incorporando la función de costos definida en los supuestos iniciales podemos plantear el problema de maximización de recaudación esperada de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}&\max_h p(h)\cdot(tY+s\delta Y)+(1-p(h))\cdot(tY-t\delta Y)-f(h)G\\&s.a.\quad 0\le h\le 1\end{aligned}\qquad (6)$$

Nótese que a la recaudación esperada, como se definió antes, se les resta el costo de detectar la evasión. La función de costos, multiplicada por el gasto público, captura el costo efectivo en términos monetarios de estos recursos. Por ejemplo, en presencia de corrupción en el manejo de los recursos, esperaríamos un costo efectivo mayor que si hubiera transparencia.

Así, obteniendo las condiciones de primer orden:

$$p'(h)(t+s)\delta Y = f'(h)G \qquad (7)$$

Nótese que $(t+s)\delta Y$ es la recaudación extra obtenida si se detecta la evasión. Por lo tanto, la ecuación (7) se interpreta como sigue: la recaudación extra obtenida por la ganancia marginal en probabilidad de detección por aumentar *h*, es igual, en el óptimo, al costo marginal en términos de gasto de este aumento. Es decir, el recaudador destinará mayores recursos a detectar la evasión, en la medida en que el aumento en la probabilidad de detección compense el costo de éstos.

1.3.3 Condiciones de segundo orden

Las condiciones suficientes se obtienen de derivar las ecuaciones (5) y (7) respecto de *h* en el caso del recaudador y de δ en el caso del contribuyente. Así tenemos que:

$$p''(h)\cdot\delta Y(t+s)-f''(h)G<0 \quad \forall h\in[0,1] \qquad (8)$$

$$p(h)U''(Y_A)(sY)^2+(1-p(h))U''(Y_U)(tY)^2<0 \quad \forall\delta\in[0,1] \qquad (9)$$

Por lo tanto, hemos caracterizado las condiciones necesarias y suficientes de un problema de maximización para cada agente. Para el análisis que sigue es necesario analizar la *forma* de las funciones objetivo a maximizar. Para esto, analicemos la pendiente de cada función objetivo respecto de su variable de control:

$$(1-p(h))\cdot U'(Y_U)tY - p(h)\cdot U'(Y_A)sY \tag{10}$$

$$p'(h)\cdot \delta Y(t+s) - f'(h)G \tag{11}$$

Estas expresiones tienen signo ambiguo para distintos valores de δ y h; sin embargo, dado que sus segundas derivadas son negativas, entonces podemos saber que para valores bajos de δ y h, la pendiente es mayor que para valores altos, como se muestra en la figura (1):

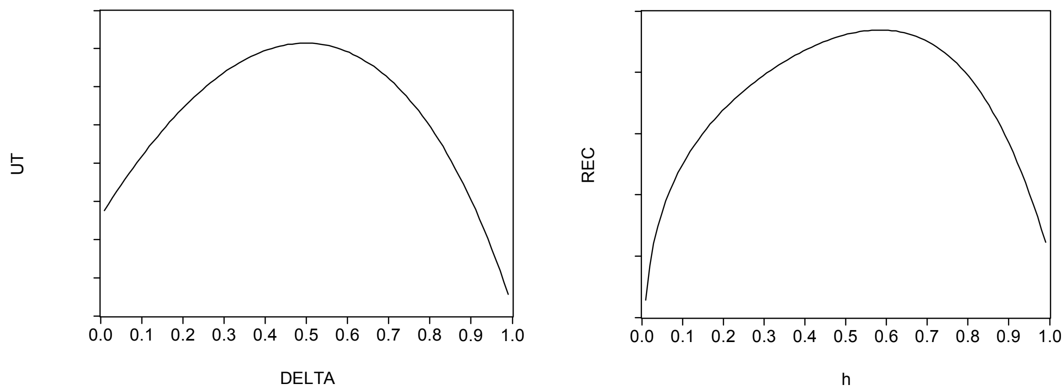

Figura 1. Función objetivo a maximizar de cada agente.

1.3.4 Soluciones de esquina

Lo anterior nos es útil para entender cuándo existe una solución de esquina en los problemas de maximización. Dado que existen restricciones para los problemas de maximización (en particular, las proporciones escogidas para cada jugador deben estar en el intervalo $[0,1]$), entonces es factible encontrar soluciones de esquina. Estas soluciones surgen cuando las condiciones de primer orden no pueden ser iguales a cero, es decir que las restricciones en las ecuaciones (4) y (6) se cumplen con igualdad con cero o con uno.[5] Un ejemplo de esto se muestra en la figura (2):

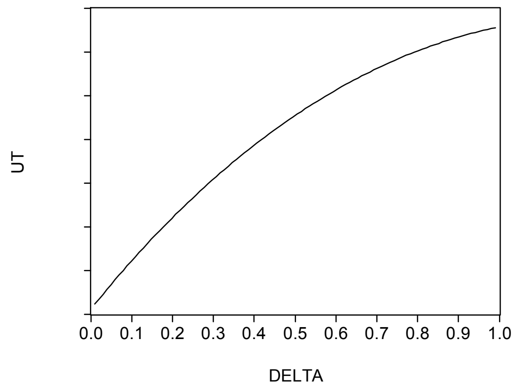

Figura 2. Representación de la función objetivo del contribuyente cuando la solución es un valor extremo, en particular, δ es igual a uno.

Formalmente existen soluciones de esquina en los siguientes casos:

$$h = \begin{cases} 0 & si \ p'(h) \cdot (t+s)\delta Y - f'(h)G < 0 \\ 1 & si \ p'(h) \cdot (t+s)\delta Y - f'(h)G > 0 \end{cases} \tag{12}$$

$$\delta = \begin{cases} 0 & si \ (1-p(h)) \cdot U'(Y_U)tY - p(h) \cdot U'(Y_A)sY < 0 \\ 1 & si \ (1-p(h)) \cdot U'(Y_U)tY - p(h) \cdot U'(Y_A)sY > 0 \end{cases} \tag{13}$$

Ilustremos esto con un ejemplo: supongamos que la probabilidad de detectar la evasión sea tan pequeña que la utilidad marginal por evadir siempre supere a la utilidad marginal por no evadir (es decir, que la ecuación (13) sea positiva para cualquier valor de δ). Por lo tanto, el contribuyente decidirá evadir todo su ingreso gravable (esto es, que la proporción δ es igual a uno).

1.3.5 Solución única

[5] Cabe hacer que las proporciones pueden tomar valores extremos en otro caso, cuando el máximo de la función objetivo se alcanza en cero o uno. Es diferente esta situación a la anterior, ya que las condiciones de primer orden de los problemas de maximización son iguales a cero. Por lo tanto, este caso no es una solución de esquina.

Existe una única solución para cada problema de maximización si no existen zonas *planas* en la función objetivo. Dados los supuestos iniciales, no encontramos este caso. En particular, para garantizar una única solución, es suficiente que las segundas derivadas de la función de utilidad y de la función de probabilidad de detección sean estrictamente negativas. Nótese que esta condición no se impone sobre la función de costos, es decir, puede existir una función de costos lineal.

La condición de concavidad estricta, si bien es suficiente, no es necesaria. Si suponemos que la función de utilidad o de detección de probabilidad es lineal, entonces la solución al problema de maximización es un valor extremo. Y, por lo tanto, aun en presencia de estas linealidades, garantizamos una solución única.

Pueden existir múltiples soluciones sólo cuando la función objetivo tiene el mismo valor para diferentes valores de la variable de control. Se han descartado estos casos porque son particularidades de las funciones de utilidad y de probabilidad de detección que, en el presente contexto, no tienen un significado económico importante. Por lo tanto, en general es plausible hablar de una solución única a los problemas de maximización de los jugadores.

1.3.6 Las funciones de reacción

Habiendo resuelto los problemas de optimización de cada agente del juego, podemos derivar una función de reacción para cada uno, entendiendo a ésta como la mejor respuesta de un jugador ante la estrategia del otro agente. En nuestro contexto, la función de respuesta de cada jugador está determinada por las condiciones de primer orden obtenidas en las ecuaciones (5) y (7). Así, definamos a $RC = \delta(h)$ como la función del contribuyente obtenida de la ecuación (5), y a $RR = h(\delta)$ como la función del recaudador derivada de la ecuación (7).

En el problema de maximización de utilidad esperada del contribuyente, h es un parámetro para este jugador, porque las decisiones son simultáneas y él no tiene ninguna información acerca de la decisión del otro jugador. Al resolver el problema, obtendremos una solución de δ en función de parámetros, uno de los cuales es h; por lo tanto, $\delta^* = \delta(h)$ maximizará la utilidad esperada del contribuyente y, en consecuencia, cualquier otra estrategia tendrá un pago estrictamente menor.[6] El mismo argumento es válido para el recaudador: dado un valor de δ, la estrategia que maximiza la recaudación esperada de este jugador es $h^* = h(\delta)$.

1.3.7 La pendiente de las funciones de reacción

En este punto conviene analizar las pendientes de las funciones de reacción para cada jugador, ya que esto nos permitirá conocer características fundamentales del equilibrio como su existencia y su posible unicidad. Para este fin haremos uso del Teorema de la Función Implícita.[7]

Reordenando la ecuación (5) y diferenciándola respecto de δ y de *h,* obtenemos:

$$\frac{d\delta}{dh} = \frac{1}{Y} \cdot \frac{p'(h) \cdot [U'(Y_A)s + U'(Y_U)t]}{p(h) \cdot U''(Y_A)s^2 + (1 - p(h)) \cdot U''(Y_U)t^2} < 0 \quad Si\ (5) = 0 \tag{14}$$

Nótese que el numerador es positivo y el denominador es negativo bajo los supuestos iniciales. Por lo tanto, el contribuyente responderá disminuyendo la evasión conforme más recursos se destinen a detectar la evasión.

Ahora analicemos la función de reacción del recaudador; diferenciando de igual manera la ecuación (7), obtenemos:

$$\frac{d\delta}{dh} = \frac{g}{t+s} \cdot f''(h) - \delta p''(h) > 0 \quad Si\ (7) = 0 \tag{15}$$

Es decir, la función de reacción tiene pendiente positiva en el espacio (h, δ). Intuitivamente, el gobierno destinará mayores recursos a detectar la evasión conforme mayor sea ésta.

---

[6] Decimos que es estrictamente menor por el argumento de la existencia de una única solución en los problemas de maximización.
[7] Mas-Colell (1995) p. 940

De tal forma, podemos graficar las funciones de reacción ordenando a *h* en el eje de las abscisas y a δ en el de las ordenadas.

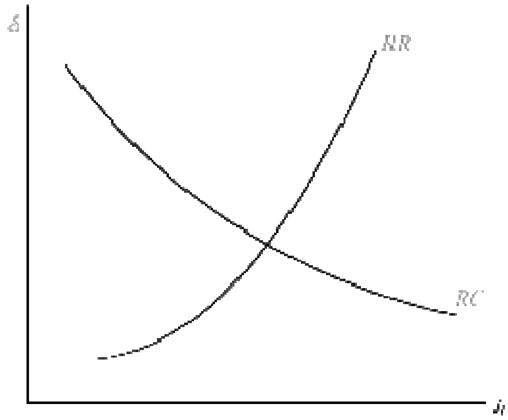

Figura 3. Funciones de reacción del contribuyente y recaudador cuando la solución es interior.

Las funciones de reacción deben estar definidas para todo valor de su dominio. Sin embargo, puede ser que el valor que toma la función de respuesta para ciertos valores de su argumento no tenga sentido económico. Por ejemplo, puede ocurrir que para un valor *h* la función de respuesta del contribuyente tome un valor estrictamente mayor a uno. Por lo tanto, debemos caracterizar el comportamiento de las funciones en estos casos. Supongamos que existen dos números $h_0 \in (0,1)$ y $h_1 \in (0,1)$, donde $h_0 < h_1$ son tales que ambos maximizan la utilidad esperada del contribuyente y la condición de primer orden de su problema de maximización se cumple con igualdad a cero. Es decir, la función de reacción es exactamente igual a uno en h_1 [$1 = \delta(h_1)$] y es igual a cero en h_0 [$0 = \delta(h_0)$]. Por lo tanto, para todo $h_0 < h < h_1$, la restricción del contribuyente no ata, esto es $\delta \in (0,1)$. Entonces, para todo valor $0 \le h_d < h_0$ y para todo valor $h_1 < h_u \le 1$, tenemos una solución de esquina, es decir, se cumple la ecuación (12). Esto se muestra en la figura (4):

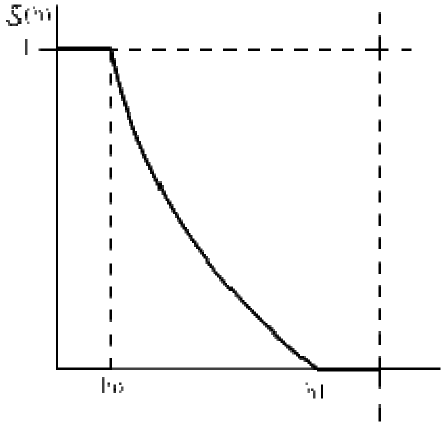

Figura 4. Función de reacción del contribuyente definida en todo el rango [0,1].

De la misma forma, supongamos que para el recaudador existen dos números: $\delta_0 \in (0,1)$ y $\delta_1 \in (0,1)$, donde $\delta_0 < \delta_1$, son tales que $0 = h(\delta_0)$ y $1 = h(\delta_1)$. Entonces, para todo número $0 \le \delta_d < \delta_0$ y para todo $\delta_1 < \delta_u \le 1$ se cumple la ecuación (13) y tenemos una solución de esquina. Esto se muestra en la figura (5):

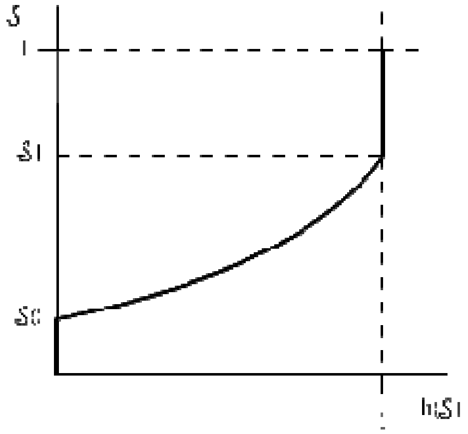

Figura 5. Función de reacción del recaudador para todo el rango [0,1].

Por lo tanto, hemos caracterizado las funciones de reacción para todo valor de su dominio. Como veremos a continuación, esto nos es útil para demostrar la existencia del equilibrio en estrategias puras.

1.4 Equilibrio

El equilibrio de Nash estará constituido por un par de estrategias tal que ningún jugador obtenga un pago mayor por una desviación unilateral de dicha estrategia.[8] Dado que las funciones reacción indican la mejor respuesta de cada jugador ante la estrategia del contrario, entonces el par de estrategias $\delta^* = \delta(h^*);\ h^* = h(\delta^*)$ agotan los incentivos a desviarse y por lo tanto, representan el equilibrio de Nash en el juego de la evasión fiscal.

1.4.1 Existencia del equilibrio

Se puede demostrar que, dado que el conjunto de estrategias para cada jugador es un subconjunto no vacío, compacto y convexo de $\Re$ y las funciones de utilidad y de recaudación esperadas son continuas en todo punto de su dominio y ambas son funciones cóncavas, entonces existe por lo menos un equilibrio de Nash.[9]

Intuitivamente, en virtud de que las funciones de reacción son continuas en todo punto de su dominio y estamos trabajando en un conjunto acotado y cerrado, entonces con seguridad las funciones se cruzarán por lo menos una vez. Esto se muestra en la figura (6):

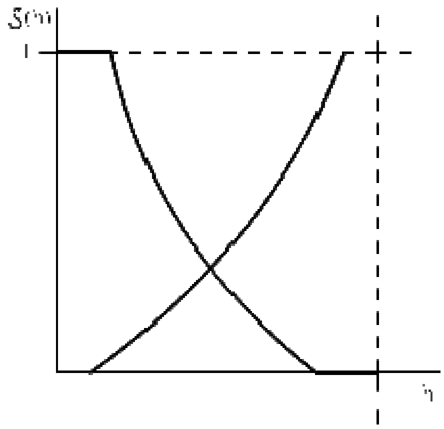

Figura 6. Equilibrio de Nash en el juego de evasión fiscal.

1.4.2 Unicidad del equilibrio

[8] Mas-Colell (1995) p. 246
[9] Para la demostración de esta proposición ver Mas-Collel (1995) p.260

Sabemos que si existe equilibrio, éste será único (localmente)[10] por el siguiente argumento: ya que las pendientes de las funciones de reacción tienen un signo determinado en todo su dominio y la función del recaudador es siempre creciente y la del contribuyente es siempre decreciente, entonces se cruzarán una sola vez.

Formalmente, sean $f(x)$ y $g(x)$ dos funciones tales que $f'(x) > 0$ y $g'(x) < 0 \; \forall x$; entonces, $\varphi(x) \equiv f(x) - g(x)$ y, por lo tanto, $\varphi'(x) > 0 \; \forall x$, es decir, será una función estrictamente creciente y podrá ser igual a cero, a lo más en un único punto.

En resumen, existe equilibrio en estrategias puras del juego de evasión y es único, por lo menos localmente.

2.1 Estática comparada

Para hacer recomendaciones de política es útil analizar el comportamiento del equilibrio ante cambios en el parámetro del modelo. En particular, nos interesa conocer cómo se comporta el equilibrio ante cambio en la tasa impositiva, sanciones, ingreso gravable y gasto público.

A partir de aquí supondremos que existe una solución interior, es decir, que en equilibrio, tanto la evasión como los recursos destinados a detectarla, son no negativos y menores o iguales a la unidad. Como se verá a continuación, las predicciones que podemos hacer sin asumir una forma explícita de las funciones de interés, son pocas y más bien ambiguas. Por ello, posteriormente se asumirá una forma explícita de las funciones, donde observaremos que el impacto de cambios en los parámetros será más claro.[11]

En general, se hará uso del Teorema de la Función Implícita y se resolverá un sistema de ecuaciones, donde las incógnitas son los cambios en evasión y recursos destinados a

[10] Decimos que es local porque las pendientes de las funciones de reacción se derivaron por el Teorema de la Función Implícita, que aplica para vecindades sobre un punto. Si conocemos la forma explícita de las funciones, podemos demostrar que el equilibrio es único, global o localmente; sin embargo, si no la conocemos, sólo podemos decir que es local.

[11] Como veremos más adelante, los signos ambiguos que se obtienen en el siguiente análisis son consistentes con los obtenidos cuando se asume una forma explícita de las funciones; sin embargo, en este último caso, podemos obtener una explicación con sentido económico.

detectarla por cambios en los parámetros (tasas impositivas, sanciones, gasto público e ingreso gravable), mientras que las ecuaciones se obtienen de diferenciar las funciones de reacción respecto de *h, δ* y el parámetro de interés. Así, definamos el sistema de ecuaciones lineal de la siguiente forma:

$$Ax = K(\omega) \tag{16}$$

Donde *A* es la matriz de coeficientes, *x* el vector de incógnitas (cambios en evasión y recursos por cambios en el parámetro *ω*) y *K*(*ω*) un vector que incluye constantes exógenas al modelo y que varía según el parámetro que esté cambiando. Mediante operaciones algebraicas, se puede demostrar que para cambios en cualquier parámetro, la matriz *A* se define de la siguiente manera:

$$A = \begin{bmatrix} p''(h)\cdot(t+s)\cdot\delta Y - f''(h)G & p'(h)\cdot(t+s) \\ p'(h)\cdot[U'(Y_A)s + U'(Y_U)t] & -\{p(h)\cdot U''(Y_A)s^2Y + (1-p(h))\cdot U''(Y_U)t^2Y\} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Nótese que el determinante general de *A* es negativo y está dado por:

$$D \equiv \det(A) = ad - cb < 0 \tag{17}$$

Por otro lado, el vector de incógnitas estará representado por:

$$x = \begin{bmatrix} \dfrac{dh}{d\omega} \\ \dfrac{d\delta}{d\omega} \end{bmatrix}$$

Donde *ω* indica el parámetro *t, s, G* o *Y.*

Finalmente, el vector *K*(*ω*) varía según el parámetro que estamos analizando.

2.1.1 Cambios en la tasa impositiva

Cuando cambia la tasa impositiva *t,* el vector *K*(*t*) está definido por:

$$K(t)=\begin{bmatrix} -p'(h)\delta Y \\ p(h)\cdot U''(Y_A)sY-(1-p(h))\cdot U''(Y_U)tY(1-\delta) \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} K_{th} \\ K_{t\delta} \end{bmatrix}$$

Por tanto, la solución al sistema se representa de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} dh/dt \\ d\delta/dt \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} (K_{th}\cdot d-K_{t\delta}\cdot b)/D \\ (K_{t\delta}\cdot a-K_{th}\cdot c)/D \end{bmatrix} \tag{18}$$

Nótese que el término $K_{t\delta}$ tiene signo indeterminado, luego, el signo de las soluciones también lo está. Esto nos dice que la relación entre la tasa impositiva y las variables de interés no es lineal y que su pendiente tiene signo ambiguo. Una vez que hayamos asumido formas funcionales explícitas, veremos que este efecto se debe a que los aumentos en tasas impositivas tendrán, primero, un efecto positivo en la evasión para, después, volverse negativo.

2.1.2 Cambios en las sanciones por evasión

En este caso, el vector *K*(*s*) está dado por:

$$K(s)=\begin{bmatrix} -p'(h)\delta Y \\ p(h)\cdot[U'(Y_A)-U''(Y_A)sY] \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} K_{sh} \\ K_{s\delta} \end{bmatrix}$$

Así, la solución queda como sigue:

$$\begin{bmatrix} dh/ds \\ d\delta/ds \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} (K_{sh}\cdot d-K_{s\delta}\cdot b)/D \\ (K_{s\delta}\cdot a-K_{sh}\cdot c)/D \end{bmatrix} \tag{19}$$

Esto ofrece conclusiones para el contribuyente: ante aumentos en las sanciones, responderá disminuyendo la evasión. Este resultado es consistente con trabajos anteriores[12]. Por otro lado, existe ambigüedad en el signo del recaudador. Una vez más, cuando asumamos una forma explícita, se observará de manera más clara el efecto de esta relación no monótona entre las sanciones y los recursos destinados a detectar la evasión.

2.1.3 Cambios en el gasto público

Este es el único parámetro que nos da signos determinados para los dos agentes; esto es resultado de que el gasto público no está en la función de reacción del contribuyente.

En este caso, el vector $K(G)$ está representado por:

$$K(G) = \begin{bmatrix} f''(h) \\ 0 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} K_{Gh} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema, obtenemos:

$$\begin{bmatrix} dh/dG \\ d\delta/dG \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (K_{Gh} \cdot d)/D \\ (-K_{Gh} \cdot c)/D \end{bmatrix} \tag{20}$$

Por lo tanto, podemos concluir que mientras mayores sean las necesidades fiscales del recaudador, el contribuyente aumentará la proporción de ingreso no declarada y aquél (el primero) disminuirá sus recursos destinados a detectar la evasión.

2.1.4 Cambios en el ingreso gravable

El vector $K(Y)$ está dado por:

$$K(Y) = \begin{bmatrix} -p'(h)(t+s)\delta \\ p(h)U''(Y_A)s(1-t-s\delta) - (1-p(h))U''(Y_U)t(1-t+t\delta) \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} K_{Yh} \\ K_{Y\delta} \end{bmatrix}$$

Resolviendo,

[12] En particular con los trabajos de Corchón (1992) , Allingham-Sandmo (1972) y Yitzhaki (1974).

$$\begin{bmatrix} dh/dY \\ d\delta/dY \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (K_{Yh}\cdot d - K_{Y\delta}\cdot b)/D \\ (K_{Y\delta}\cdot a - K_{Yh}\cdot c)/D \end{bmatrix} \tag{21}$$

Una vez, más no podemos obtener conclusiones, dado que el término $K_{Y\delta}$ no tiene un signo determinado. Sin embargo, notemos que en la definición del ingreso en el estado auditado y no auditado, $Y_A = Y(1-t) - s\delta Y$ y $Y_U = Y(1-t) + t\delta Y$, respectivamente, la base gravable Y es un factor común. Por lo tanto, podemos analizar el caso donde la función de utilidad es de grado r en su argumento. De acuerdo con los supuestos iniciales, el argumento de la función de utilidad es el consumo que, a su vez, es igual al ingreso disponible (Y_A o Y_U, según el caso); entonces, por definición,[13] la función es de grado r si $U(k\cdot c) = k^r U(c)$, lo que implica, por la Ecuación de Euler, que $U'(k\cdot c) = k^{r-1}U'(c)$. Así, supongamos que la función de utilidad es de grado r en el consumo, por lo tanto si $k = 1/Y$, entonces $U(k\cdot Y_A) = k^r U(Y_A)$ en el estado auditado y $U(k\cdot Y_U) = k^r U(Y_U)$ en el estado no auditado; lo que implica que $U'(k\cdot Y_A) = k^{r-1}U'(Y_A)$ o $U'(k\cdot Y_U) = k^{r-1}U'(Y_U)$, respectivamente. Entonces, multiplicando y dividiendo el lado izquierdo de la ecuación (5) por el término k^{r-1}, tenemos que:

$$\frac{p(h)\cdot k^{r-1}U'(Y_A)s}{(1-p(h))\cdot k^{r-1}U'(Y_U)t} = \frac{p(h)\cdot U'(1-t-s\delta)s}{(1-p(h))\cdot U'(1-t+t\delta)t}$$

Lo anterior implica que el ingreso ya no está presente en la ecuación (5) y, por lo tanto, su diferenciación respecto del ingreso implicará que el término $K_{Y\delta}$ de la ecuación (21) será igual a cero. Así, podemos re-expresar la ecuación (21) de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} dh/dY \\ d\delta/dY \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (K_{Yh}\cdot d)/D \\ (-K_{Yh}\cdot c)/D \end{bmatrix}$$

[13] Mas-Colell (1995) p. 928

Dado que K_{Yh} es negativo, entonces el cambio en los recursos destinados a detectar la evasión siempre es positivo y el cambio en la evasión siempre es negativo.[14]

2.2 Ejemplo

Para realizar un análisis de estática comparada más profundo, nos conviene ilustrar el modelo planteado mediante un ejemplo teórico, asumiendo formas funcionales que cumplan con los supuestos iniciales.

Sea $p(h) = h^{1-\varepsilon}$ donde $\varepsilon \in (0,1)$. Nótese que $p'(h) = (1-\varepsilon)h^{-\varepsilon} > 0$ y $p''(h) = (1-\varepsilon)\varepsilon h^{-\varepsilon-1} < 0$. El término $(1-\varepsilon)$ representa la elasticidad de la probabilidad de detección de la evasión respecto de los recursos destinados a detectarla, por lo tanto, mientras menor sea el parámetro ε, la probabilidad de detección responderá más a cambios en recursos. Por otro lado, si ε aumenta, entonces existe una mayor probabilidad de detección para cada nivel de recursos, según se muestra en la figura (7):

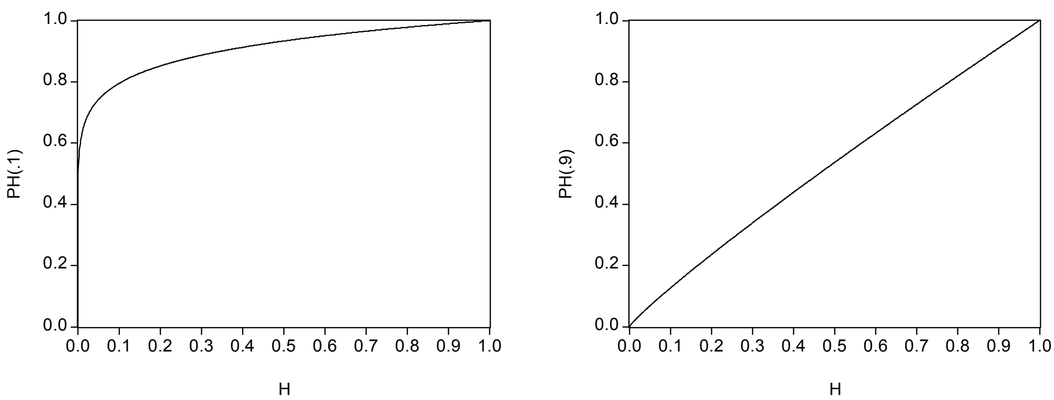

Figura 7. Dos diferentes funciones de probabilidad de detección de la evasión.

Sea $f(h) = h^{1/\gamma}$, donde $\gamma \in (0,1]$. Si asumimos esta forma funcional, un valor mayor del parámetro γ implica mayores costos que uno menor. La figura (8) muestra dos distintos valores del parámetro.

[14] Como veremos más adelante, este resultado es consistente cuando asumimos una forma explícita de las funciones donde la utilidad es de grado $1-\theta$.

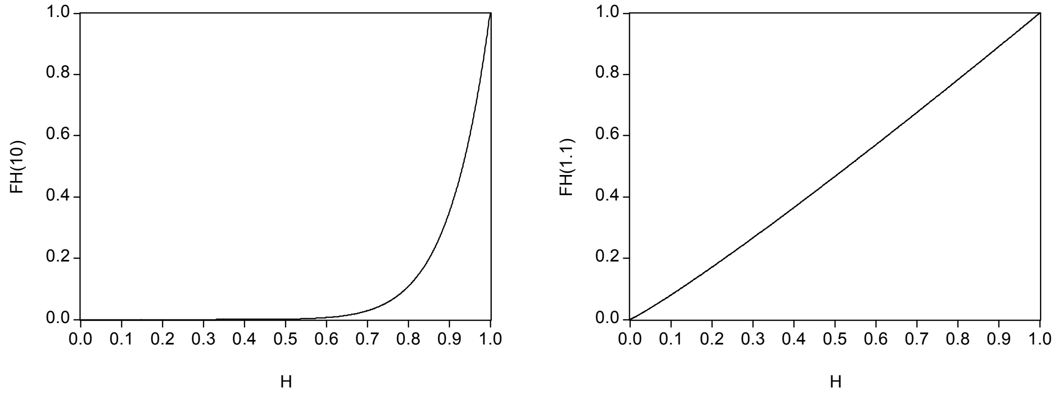

Figura 8. Dos diferentes funciones de costos.

Finalmente, definamos a la función de utilidad del contribuyente de la siguiente forma: $U(c)=\dfrac{c^{1-\theta}}{1-\theta}$. Nótese que el parámetro θ define a la aversión al riesgo relativa.[15] De tal forma que si la aversión es muy poca, entonces la función tiende a adoptar una forma lineal (i.e. el contribuyente es neutral al riesgo). La representación gráfica de esta función es prácticamente la misma que la de la función de probabilidad de detección.

Dados estos nuevos supuestos, podemos derivar las funciones de cada agente. Así, la mejor respuesta del contribuyente y del recaudador está dada, respectivamente, por:

$$\delta_C=\delta(h)=(1-t)\cdot\frac{1-\varphi(h)}{\varphi(h)t+s}\text{; donde }\varphi(h)=\left(\frac{h^{(1-\varepsilon)}s}{(1-h^{(1-\varepsilon)})t}\right)^{\frac{1}{\theta}}. \tag{22}$$

$$\delta_R=\delta(h)=\frac{1}{\gamma(1-\varepsilon)}\cdot\frac{g}{(t+s)}\cdot h^{\frac{1-\gamma(1-\varepsilon)}{\gamma}}\text{; donde }g=\frac{G}{Y}. \tag{23}$$

El equilibrio estará definido cuando $\delta_C=\delta_R$. Sin embargo, no existe una solución cerrada al sistema, lo que implica que debe hallarse por medio de métodos numéricos. Si suponemos los siguientes valores de los parámetros $t=0.35;\ s=0.2;\ G=35;\ Y=100;\ \varepsilon=0.75;\ \gamma=1.01;\ \theta=0.5$, entonces el equilibrio consiste en el par de estrategias $(h^*=0.12;\delta^*=0.51)$. Esto es, el recaudador destinará

[15] Mas-Colell (1995) p. 194

el 12% por ciento de su presupuesto para detectar la evasión, mientras que el contribuyente no declarará el 51% de su ingreso.

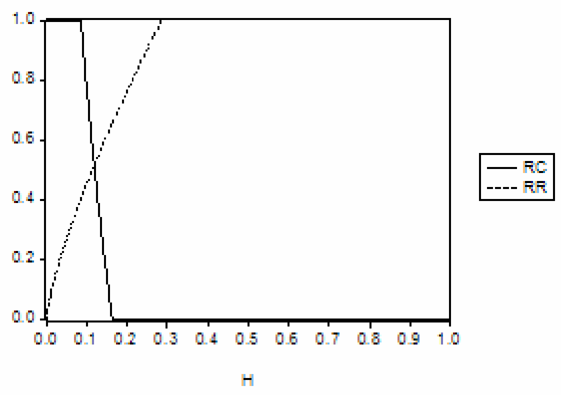

Figura 9. Equilibrio de Nash del juego de evasión fiscal.

Lo que nos interesa ahora es estudiar los cambios en el equilibrio ante cambios en los parámetros. Además de los parámetros vistos anteriormente, ahora podemos analizar otros tres: la elasticidad de la probabilidad de detección, la elasticidad de la función de costos y la aversión al riesgo relativa.

Al efecto, tomaremos los valores base asumidos anteriormente y cambiaremos el parámetro de interés para después analizar la senda de los equilibrios. Esto nos permite un análisis gráfico más comprensible.

2.2.1 Cambios en la tasa impositiva

Las sendas de equilibrio de la evasión y los recursos destinados a detectarla por variaciones en la tasa impositiva se grafican en la Figura 10.

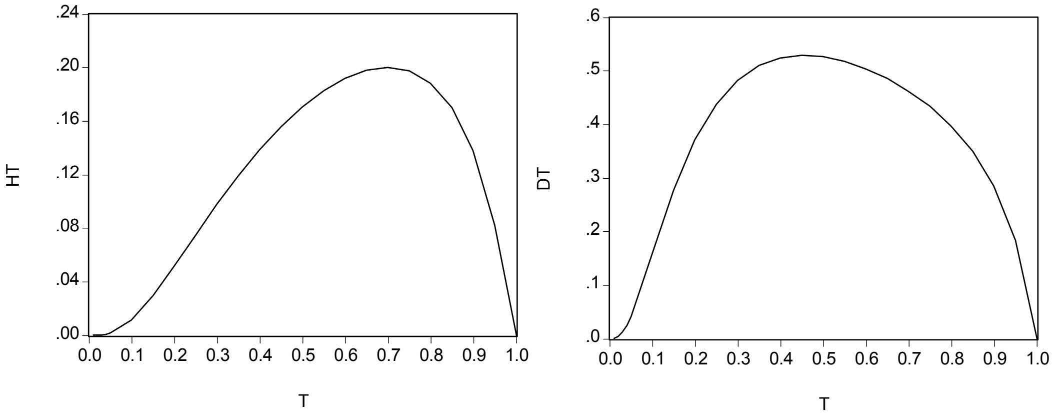

Figura 10. Sendas de los equilibrios ante cambios en la tasa impositiva.

NOTA: En esta figura no se representan los casos donde la evasión es igual a uno y los recursos para detectarla son iguales a cero.

Cuando la tasa impositiva es cero, la evasión es total (i.e. es igual a uno) y no se destinan recursos para detectarla.[16] Lo mismo sucede para niveles muy bajos de tasas impositivas: el recaudador no tiene incentivos para destinar recursos y el contribuyente evade todo su ingreso. Después de cierto nivel (menor al 0.05%, según los resultados de las simulaciones), los recursos se vuelven positivos, lo que obliga al contribuyente a disminuir su evasión abruptamente porque ya está supervisado. Sin embargo, conforme la tasa sigue creciendo, se crean incentivos para aumentar la evasión, la cual llega a un máximo para después decrecer. El mismo comportamiento se observa por parte del recaudador.

Intuitivamente podemos argumentar que existe un nivel mínimo de la tasa impositiva a partir del cual, aumentos en la misma generarán incentivos para incrementar los recursos del recaudador, pero que no son suficientes para disminuir la evasión; sin embargo, si la tasa sigue creciendo, se llega a un nivel tal que la evasión empieza a reducirse. Posteriormente, como la evasión sigue decreciendo, el recaudador también tiene incentivos para disminuir sus recursos. Por lo tanto, existe una tasa impositiva que maximiza la evasión fiscal (sin tomar en cuenta los casos donde la tasa impositiva está en valores muy cercanos a cero).

[16] Este resultado se puede comprobar algebraicamente con las condiciones de primer orden de los jugadores.

2.2.2 Cambios en las sanciones

Siguiendo el mismo procedimiento que se describió anteriormente obtenemos:

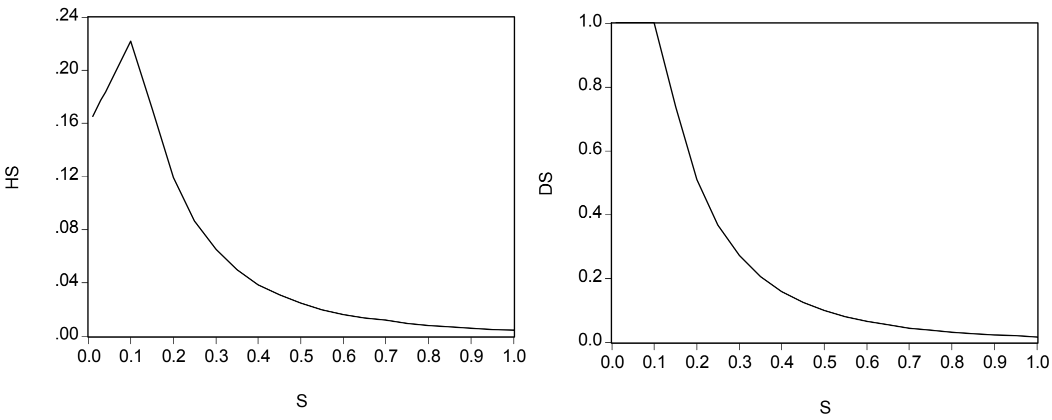

Figura 11. Sendas de los equilibrios ante cambios en las sanciones.

Esto es, cuando las sanciones están en niveles muy bajos, la evasión es completa (es igual a uno) y el recaudador tiene incentivos para aumentar los recursos para detectarla. Después, existe un nivel de las sanciones en el cual el contribuyente empieza a reducir su evasión, entonces el recaudador también empieza a destinar menor recursos para detectar la evasión.[17] Para el recaudador, podemos interpretar que después de este nivel, las sanciones son un sustituto de los recursos destinados a detectar la evasión; por lo tanto, a mayores sanciones se disminuirán los recursos. Por otro lado, el contribuyente disminuirá su evasión conforme mayores sean las sanciones. En resumen, si las sanciones son lo suficientemente grandes, entonces disminuye la evasión y le permiten al recaudador reducir sus esfuerzos para detectarla.

2.2.3 Cambios en el gasto público

La senda de los equilibrios queda representada de la siguiente manera:

[17] Nótese que los recursos empiezan a disminuir exactamente cuando la evasión deja de ser igual a uno.

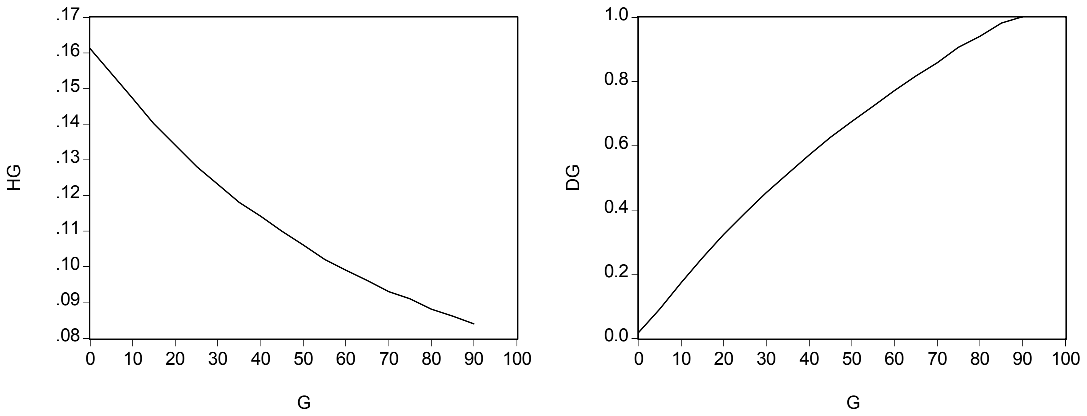

Figura 12. Sendas de los equilibrios ante cambios en el gasto público.

Podemos nombrar a éste *el peor de los casos*, ya que cuando el tamaño del gobierno aumenta, el recaudador se ve obligado a disminuir sus recursos destinados a detectar la evasión y el contribuyente responderá aumentándola. Intuitivamente, si el gobierno de un país tiene necesidades de gasto muy grandes, el recaudador entrará en un círculo vicioso en el cual necesitará cada vez más recursos, pero los esfuerzos destinados a obtenerlos serán cada vez menores.

2.2.4 Cambios en la base gravable

Los cambios en el ingreso gravable nos muestran las siguientes predicciones:

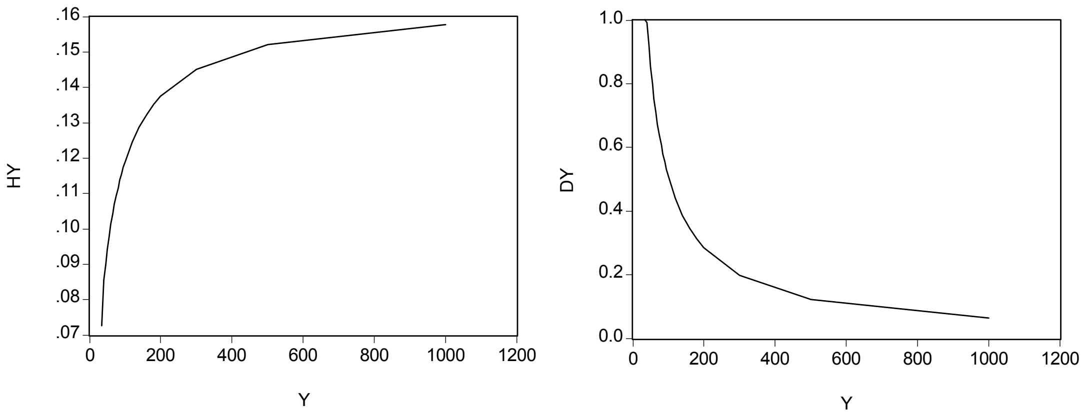

Figura 13. Sendas de los equilibrios ante cambios en el ingreso antes de impuestos.

Al contrario de cambios en gasto público, éste es *el mejor de los casos*: el recaudador aumentará sus recursos mientras el contribuyente disminuirá su evasión. Aún más, observando las gráficas, se puede ver que el aumento de los recursos destinados a detectar la evasión, aumentan de forma modesta yendo del 0% al 16%, aproximadamente, mientras que la evasión disminuye del 100% al 1%. Esto es, cada unidad más de recursos destinada a detectar la evasión tendrá un efecto más que proporcional en la reducción de la evasión. De manera intuitiva, si un país aumenta su producto y el gobierno mantiene el mismo tamaño, entonces el contribuyente estará más dispuesto a financiarlo.

2.2.5 Cambios en la elasticidad de la probabilidad de detección respecto de los recursos destinados a detectar la evasión

Para cambios en este parámetro, observamos las siguientes respuestas óptimas:

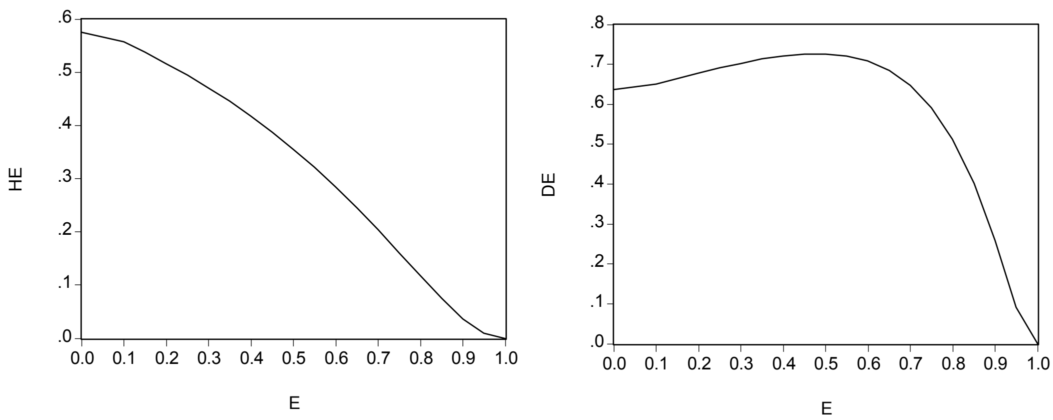

Figura 14. Sendas de los equilibrios ante cambios en el parámetro ε.

Cuando el impacto en probabilidad para cierto nivel de recursos es más alto (es decir, ε aumenta), entonces el recaudador disminuirá sus recursos. Esto se debe a que son necesarios menos recursos para alcanzar la misma probabilidad de detección. Por otro lado, cambios del parámetro a niveles bajos aumentarán de manera modesta la evasión (esto, porque el recaudador está destinando menos recursos); sin embargo, después de cierto nivel, la ganancia en probabilidad de detección por aumentos en el parámetro se traducirán en disminuciones de evasión. En otras palabras, incrementos en ε garantizan una mayor probabilidad de detección; no obstante, en niveles bajos es más fuerte el incentivo del recaudador a disminuir sus recursos y eso implica mayor evasión, pero, después de cierto nivel, la probabilidad de detección es tan alta que pocos recursos serán suficientes para disminuir la evasión.

2.2.6 Cambios en la elasticidad de la función de costos

Los cambios en el parámetro γ tienen el siguiente impacto en el equilibrio:

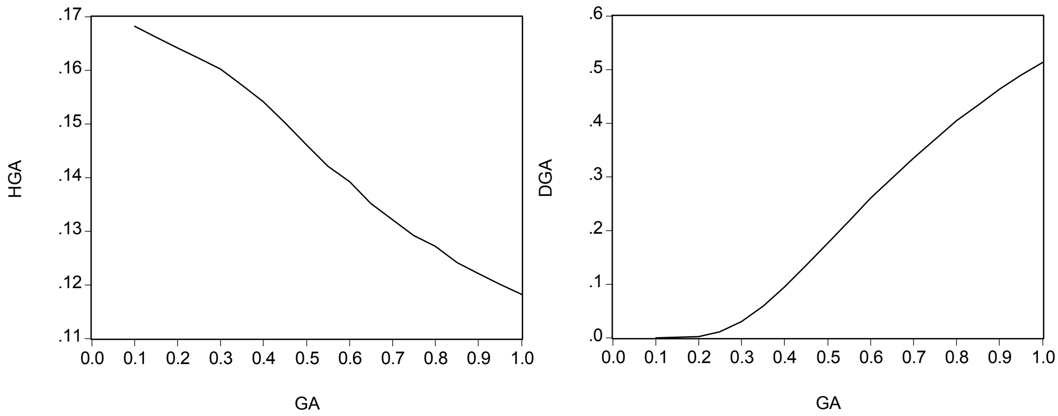

Figura 15. Sendas de los equilibrios ante cambios en el inverso de la elasticidad de la función de costos, respecto de los recursos destinados a detectar la evasión.

Mientras sea más costoso destinar recursos a detectar la evasión (capturado por el parámetro γ), el recaudador disminuirá sus recursos y el contribuyente aumentará la evasión. Este caso es parecido al obtenido por aumentos en el gasto público. De manera intuitiva, este resultado nos dice que si un gobierno carece de transparencia y no todos los recursos que destina a detectar la evasión llegan a tal fin (por motivos de corrupción, por ejemplo), entonces decidirá disminuirlos y los contribuyentes, por su parte, no declararán una proporción mayor de su ingreso gravable.

2.2.7 Cambios en la aversión al riesgo relativa

Finalmente, el último parámetro por analizar nos da los siguientes resultados:

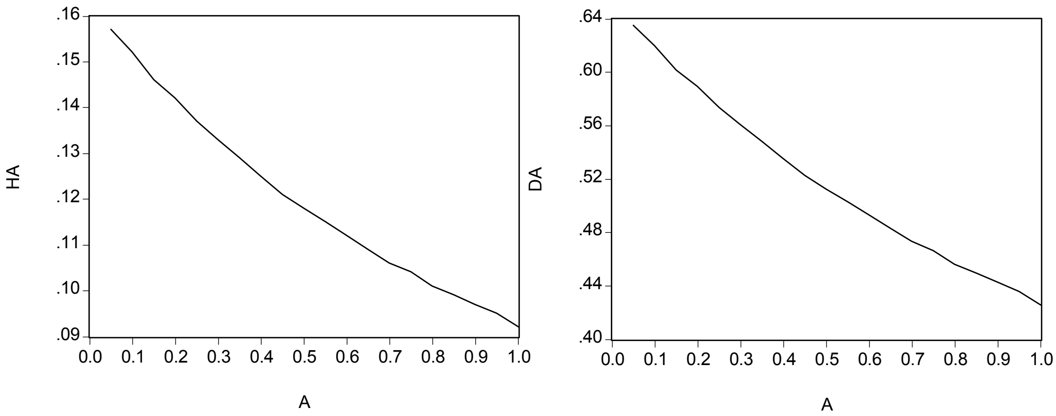

Figura 16. Sendas del equilibrio ante cambios en la aversión al riesgo.

Si aumenta la aversión relativa al riesgo del contribuyente, entonces éste decidirá disminuir su evasión[18] y el recaudador también puede reducir sus recursos para detectarla. Esto es, como el recaudador percibe que el contribuyente es más temeroso de evadir sus obligaciones fiscales, entonces destinará menos recursos para tal fin, mientras que el contribuyente por cuenta propia disminuirá su evasión.

2.2.8 Impuestos progresivos

Slemrod y Yitzhaki (2002)[19] comentan que los esfuerzos empíricos por conocer los determinantes de la evasión han tenido un éxito limitado, principalmente por problemas con los datos. Sin embargo, observan que se ha encontrado un efecto significativo de la progresividad de las tasas impositivas en la evasión. En los supuestos iniciales se asumió que la tasa impositiva era única y se determinaba de manera exógena. En este punto relajaremos dicho supuesto, asumiendo que la base gravable determina la tasa marginal y que esta relación es positiva.

Formalmente, asumamos que la tasa impositiva es una función continua y diferenciable: $T: Y \to (0, t_{MAX})$, donde $t = T(Y);\ \lim_{Y\to 0} T(Y) = 0;\ \lim_{Y\to\infty} T(Y) = t_{MAX};\ T'(Y) > 0$ y t_{MAX} representa la tasa máxima aplicable en el sistema fiscal. Además, asumiremos que la función tiene elasticidad constante, es decir, $\rho = \frac{dT(Y)}{dY} \cdot \frac{Y}{T(Y)}$.

[18] Este resultado es consistente con Allingham-Sandmo-Yitzhaki (1974).
[19] Slemrod-Yitzhaki (2002) p. 1440

Llamemos a $T(Y)$ la política impositiva, entonces ésta será más progresiva que otra cuando la primera tenga una elasticidad mayor que la última. Esto se ilustra en la Figura 17.

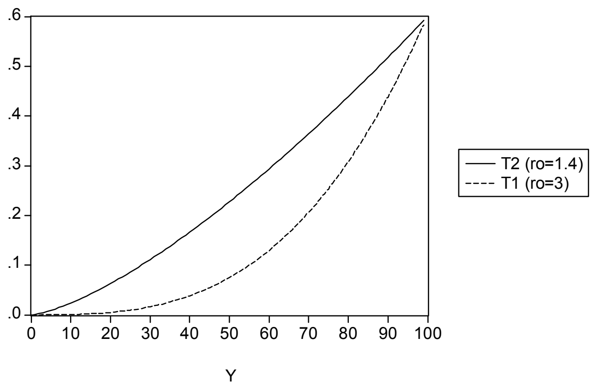

Figura 17. Una elasticidad mayor implica que para todos los niveles de ingreso, la tasa impositiva es mayor o igual en la política 2 que en la 1.

Por otro lado, definamos progresividad *débil* cuando $0 < T''(Y) < 1$ y *fuerte* cuando $1 \leq T''(Y) < \infty$. Esto es, si una política impositiva presenta progresividad débil, el cambio en la tasa marginal por cambios en el ingreso para bajos niveles de ingreso es mayor que en niveles altos. Por el contrario, en presencia de progresividad fuerte, el cambio en la tasa marginal por cambios en el ingreso es menor en niveles bajos que en altos. Esta forma de modelar la progresividad tiene el fin de observar los cambios en evasión y en los recursos destinados a detectarla para un amplio rango de políticas impositivas. De hecho, nótese que si $T'(Y) = 0$, entonces regresamos al modelo base, donde la tasa impositiva es una constante. Por lo tanto, observar los cambios en el equilibrio cuando $T'(Y)$ va aumentando (empezando desde valores cercanos a cero), nos dirá, de forma gradual, cómo se transforma el modelo base hasta convertirse en un modelo que incorpora una política impositiva fuertemente progresiva.

Finalmente, siguiendo a Yitzhaki (1974), asumiremos que las sanciones son proporcionales al monto monetario que hubiera de pagarse en ausencia de evasión ($T(Y)\cdot Y$). Sea π dicha sanción proporcional, donde $\pi > 0$. Esta forma de modelar se adopta porque es el único caso en el que la distinción entre el modelo convencional de

Allingham-Sandmo (1972) y la corrección de Yitzhaki (1974) genera resultados distintos. Como se verá más adelante, la diferencia radica en el lado del recaudador.

Para continuar con nuestro análisis, asumamos que $T(Y) = t_{MAX} \cdot (Y / Y_{MAX})^{\rho}$, donde Y_{MAX} representa el límite superior del ingreso gravable.[20] A continuación se presentan los resultados cuando $\rho \in (0,3.5)$, $\pi = 0.7$ y $t_{MAX} = 0.6$:

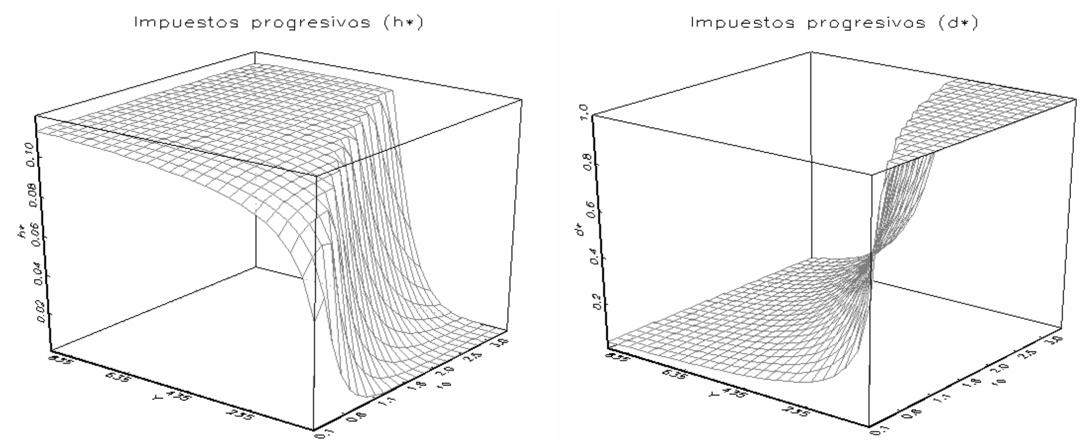

Figura 18. Equilibrios para distintos niveles de progresividad y de ingreso.

La Figura 18 ilustra los valores de equilibrio de los recursos destinados por el recaudador y la evasión del contribuyente para distintos niveles de progresividad y de la base gravable. El análisis de estática comparada cuando la tasa impositiva era única, se basó en interpretar el cambio en evasión o recursos ante cambios en la misma. En este caso, como la tasa impositiva se determina de manera endógena y, además, están cambiando los niveles de progresividad, entonces debemos determinar una dirección hacia donde se dirigen los parámetros de progresividad e ingreso gravable.[21] Sean $D_{h^*,v} = \frac{\partial h^*}{\partial Y} v_1 + \frac{\partial h^*}{\partial \rho} v_2$ y $D_{\delta^*,v} = \frac{\partial \delta^*}{\partial Y} v_1 + \frac{\partial \delta^*}{\partial \rho} v_2$ las derivadas direccionales que indican los cambios en los recursos y la evasión de equilibrio, respectivamente, por cambios en la progresividad y en la base gravable cuando se mueven en la dirección *v*,

[20] El límite superior de la base gravable no es necesariamente el nivel máximo de ingreso individual de un país, sino aquel donde se empieza a gravar con la tasa máxima aplicable

[21] Para conocer los fundamentos técnicos de este argumento, el lector puede consultar Swokowski (1989) p. 829

donde v_1 y v_2 denotan la primera y segunda coordenadas del vector v. Abusando ligeramente de la notación, tomemos en cuenta tres direcciones que tienen una interpretación económica importante, esto es, cuando $v = \{(1,0);(0,1);(1,1)\}$. Por lo tanto, si v = (0,1), entonces $D_{h^*,(1,0)} = \left.\frac{\partial h^*}{\partial Y}\right|_{\rho=\bar{\rho}}$ y conoceremos cómo cambian los recursos de equilibrio ante cambios en la base gravable, manteniendo constante el nivel de progresividad $(\bar{\rho})$. De la misma forma, cuando v = (1,0), entonces $D_{h^*,(0,1)} = \left.\frac{\partial h^*}{\partial \rho}\right|_{Y=\bar{Y}}$ y se interpreta como los cambios en la evasión de equilibrio ante cambios en la progresividad cuando la base gravable es constante y está en el nivel $\bar{Y}$. Finalmente, la dirección v = (1,1) se interpreta como el cambio en los recursos de equilibrio cuando el ingreso y la progresividad aumentan en la misma proporción. Con respecto a la evasión de equilibrio, la interpretación es análoga.

2.2.8.1 Impacto de cambios en el ingreso manteniendo la progresividad constante. [v = (1,0)]

Los resultados obtenidos para los recursos destinados a detectar la evasión de equilibrio no varían considerablemente con el modelo base. Inicialmente se encontró una relación positiva y decreciente. En niveles bajos de progresividad, esta relación se mantiene, sin embargo, cuando la progresividad es alta, entonces la relación es positiva y creciente para cierto rango de ingresos. Nótese en la Figura 19 que en este rango de ingresos, los recursos tienen más o menos el mismo comportamiento que las tasas marginales cuando la progresividad va aumentando,[22] lo cual sugiere que la respuesta óptima del recaudador es seguir el comportamiento de la progresividad cuando cambia el ingreso. Es decir, siempre es óptimo para el recaudador aumentar sus recursos cuando el ingreso se incrementa, pero conviene aumentarlos de forma más moderada en sistemas menos progresivos. Por otro lado, los recursos se mantienen más o menos constantes a partir de cierto nivel de ingreso, es decir, cambios en ingreso no modifican significativamente los recursos cuando éste alcanza cierto nivel y será necesario un ingreso mayor para que los recursos sean más o menos constantes en sistemas más progresivos. Los recursos se vuelven menos sensibles a cambios en el ingreso, porque los aumentos en la tasa

[22] Véase la Figura 17.

impositiva por incrementos en el ingreso provocan que el evadir sea más costoso y la tasa marginal adquiere un papel similar a las sanciones, sirviendo como sustituto a los recursos destinados a detectar la evasión.[23]

Finalmente, si las sanciones no son proporcionales al monto que debiera pagarse en ausencia de evasión (enfoque de Alligham-Sandmo (1972)), entonces los recursos serán siempre crecientes y no se volverán constantes para ningún nivel de progresividad. Este resultado es la única diferencia que surge cuando se hace la distinción entre el modelo de Alligham-Sandmo (1972) y Yitzhaki (1974).

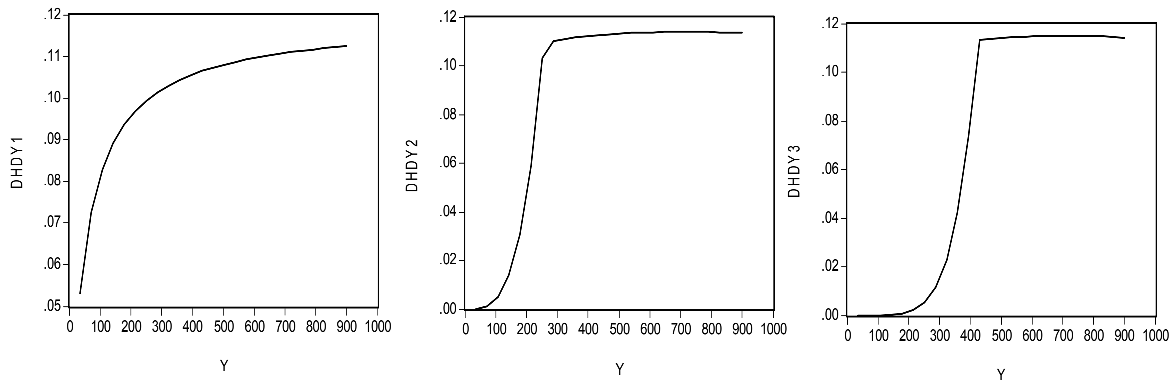

Figura 19. Impacto del ingreso para distintos niveles de progresividad.

Las decisiones del contribuyente mantienen la misma relación que en el modelo base. Conforme aumenta el ingreso, la evasión de equilibrio será decreciente. Sin embargo, será necesario un nivel más alto de ingreso para que la evasión sea decreciente en sistemas más progresivos. Intuitivamente, los individuos con mayor ingreso estarán más supervisados y esto generará incentivos para que aquellos de menor ingreso evadan más en equilibrio. Estos resultados se muestran en la Figura 20.

---

[23] Obsérvese en la utilidad esperada del contribuyente que un aumento en el ingreso genera una des-utilidad mayor cuando la tasa impositiva depende del ingreso que cuando está determinada de manera exógena.

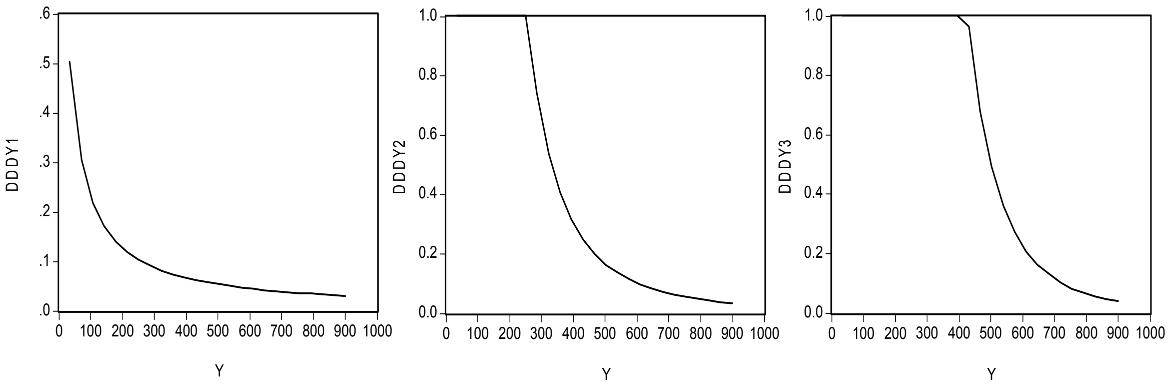

Figura 20. Impacto del ingreso en la evasión para distintos niveles de progresividad.

2.2.8.2 Impacto de cambios en la progresividad manteniendo el ingreso constante. [$\nu = (0,1)$]

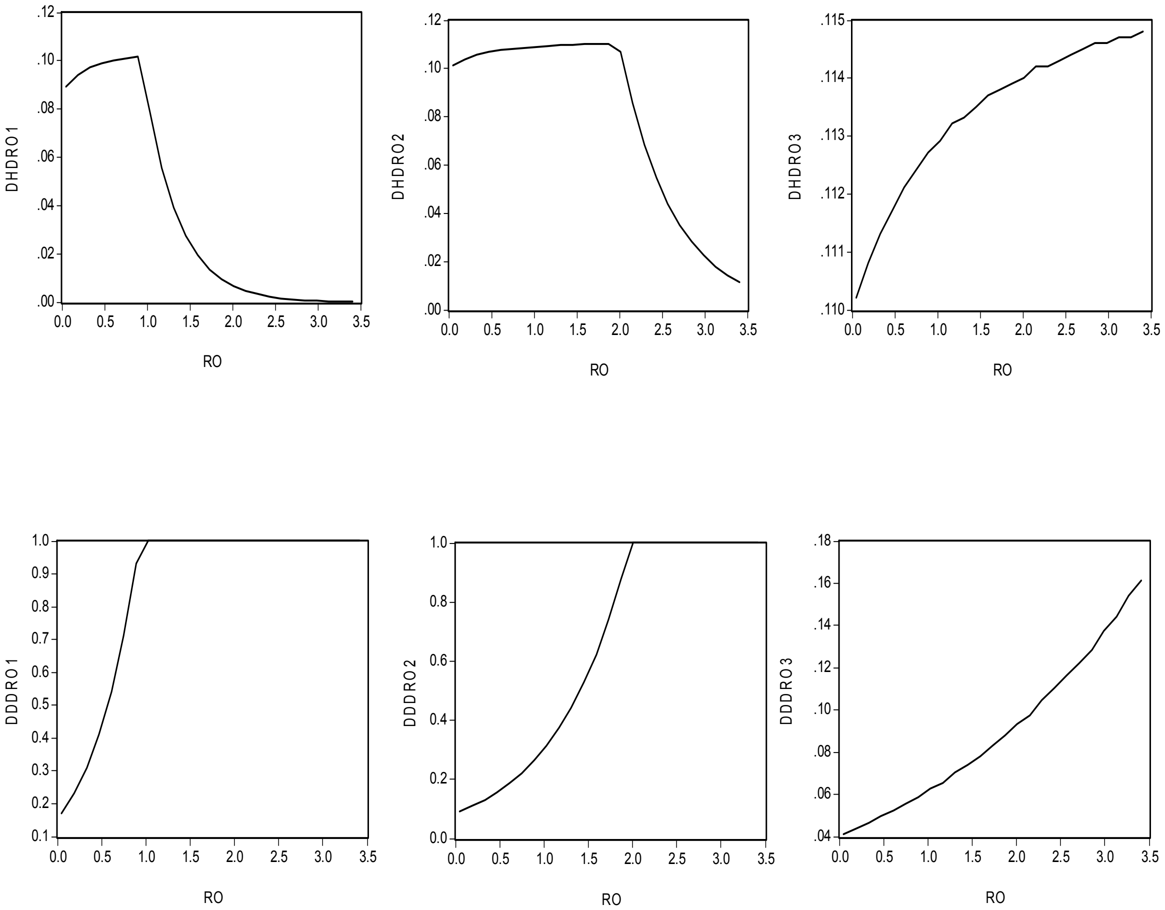

Figura 21. Impacto de la progresividad en la evasión y los recursos para detectarla para distintos niveles de ingreso

Cambios en la progresividad provocan que el contribuyente aumente la evasión, independientemente del nivel de ingreso. La razón intuitiva de esto indica que un aumento en la progresividad implica que el mismo nivel de ingreso tendrá una tasa impositiva mayor y, por lo tanto, existirán mayores incentivos a evadir. Por otro lado, a mayores niveles de ingreso, la evasión se vuelve menos sensible; es decir, un aumento en la progresividad provocará un menor aumento en la evasión cuando el ingreso es más alto.

Respecto a los recursos de equilibrio, obsérvese en la Figura 21 que cuando la evasión es menor a uno, el recaudador tiene incentivos para aumentar los recursos conforme aumenta la progresividad; sin embargo, cuando la evasión es igual a uno, es óptimo para el recaudador disminuir sus recursos e, incluso, no destinar ninguno si la progresividad sigue aumentando. Esto significa que existe un punto donde son más fuertes los incentivos para evadir que aquellos para destinar recursos; por lo tanto, el recaudador opta por disminuir sus recursos y el contribuyente por seguir aumentando la evasión.

2.2.8.3 Cambio de los equilibrios por un cambio proporcional en progresividad e ingreso. [v =(1,1)]

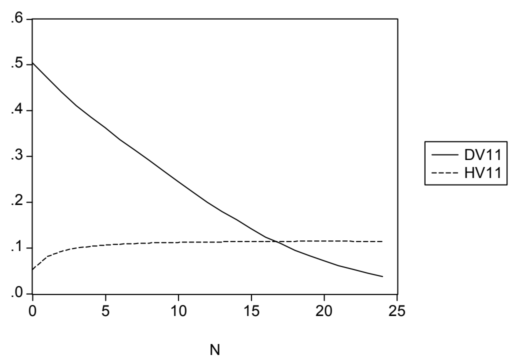

Figura 22. Cambio en recursos y evasión por cambios proporcionales en progresividad e ingreso.

En el último apartado observamos que cambios en la progresividad, manteniendo el ingreso constante, provocaban un aumento en la evasión; por lo mismo, no pareciera atractivo adoptar un sistema fiscal más progresivo si no se tiene un aumento en el ingreso. Como muestra la Figura 22, un incremento en la progresividad, con un respectivo aumento proporcional en el ingreso, provocará disminuciones en evasión y, además, no será necesario un incremento considerable en los recursos destinados a detectarla. Por lo tanto, un aumento proporcional del ingreso con la progresividad provocará que mayores recursos para detectar la evasión tengan un efecto negativo más que proporcional en la evasión.

3 Implicaciones de política

3.1 ¿Qué tasa impositiva utilizar?

El modelo base predice que la relación de equilibrio entre la tasa impositiva y la evasión no tiene un signo determinado. Sin embargo, podemos concluir que existe una tasa tal que maximiza la evasión y otra tasa (en general, distinta a la primera) que maximiza los recursos destinados a detectar la evasión. Por lo tanto, no podemos hablar de que exista una tasa óptima en este primer modelo. Sin embargo, recordando que establecimos las sanciones en 20% del monto evadido, el gasto público en 35% del ingreso nacional, $\varepsilon = 0.75$, $\gamma = 1.01$ y la aversión relativa al riesgo como 0.5, entonces el modelo predice que cambios positivos en una tasa de alrededor de 35% aumentará la evasión y recíprocamente, las disminuciones tenderán a reducirla.

Por otro lado, cuando incorporamos progresividad en el sistema fiscal, observamos que sólo será deseable cambiar a un sistema más progresivo cuando existan también aumentos en el ingreso, ya que una mayor progresividad manteniendo constante el ingreso sólo provocará mayores tasas de evasión. Por lo tanto, si la progresividad es deseable en términos de bienestar, debe ir acompañada por esfuerzos por alcanzar crecimiento económico.

3.2 Las sanciones

Un resultado que es consistente con otros modelos, nos indica que las sanciones son un buen instrumento para desincentivar la evasión fiscal. Cualitativamente, aumentos en las sanciones disminuyen la evasión y le permiten al recaudador destinar menos recursos. Desde el punto de vista cuantitativo, el modelo nos sugiere que esta disminución (para ambos agentes) es exponencial. Por lo tanto, aumentos en las sanciones tendrán un efecto negativo más que proporcional en las variables de interés. Dado que una sanción no juega el mismo papel que una tasa impositiva (i.e. los impuestos son obligación de todo contribuyente pero, por otro lado, éste decide si evitar las sanciones con seguridad o no), entonces podemos recomendar un aumento de las sanciones que no tendrán ningún efecto en el bienestar si el contribuyente decide no evadir. En tal sentido, debemos resaltar que un aumento en las sanciones puede no tener el efecto esperado si la probabilidad de detección es nula. Aun cuando aumentemos las sanciones, el contribuyente evadirá todo su ingreso si percibe que la probabilidad de que lo detecten es cero. Aquí podemos hablar de que un aumento en la sanción será efectiva sólo cuando sea una amenaza creíble, es decir, cuando este aumento vaya acompañado de una probabilidad de detección positiva.

3.3 El tamaño del gobierno

Las recomendaciones usuales de mantener un gobierno chico y disciplinado desde el punto de vista fiscal, son consistentes con el modelo. Cuando el recaudador se enfrenta a menos necesidades fiscales, tiene mayor facilidad para inspeccionar la evasión y esto tendrá un efecto positivo en la recaudación.

Cuantitativamente, la Figura 12 muestra que la variación en recursos destinados a detectar la evasión es de alrededor del 16%, mientras que la evasión aumenta de 0% al 100%. En el lado derecho de la misma, podemos observar que el aumento del gasto del gobierno tiene un impacto más o menos proporcional en la evasión fiscal. Por lo tanto, esfuerzos encaminados a reducir las necesidades fiscales tendrán un efecto directo en la reducción de la evasión.[24]

Conviene mencionar que lo que importa es el peso relativo que tiene el gasto público respecto del ingreso gravable. Es decir, lo que nos interesa es la proporción del gasto público con respecto del ingreso gravable. A mayor participación del gasto en el ingreso, los incentivos a evadir serán mayores.

[24] Recuérdese que estos resultados descansan sobre el valor supuesto de los parámetros.
$t = 0.35; s = 0.2; G = 35; Y = 100; \varepsilon = 0.75; \gamma = 1.01; \theta = 0.5$

3.4 Cambios en la base gravable

Bajo el argumento anterior, explicamos cómo aumentos en el ingreso producen el efecto contrario al del gasto público: si el ingreso aumenta, esto equivale a que el gobierno redujera su tamaño. Por lo tanto, si el aumento del ingreso provoca un aumento en el gasto público, los beneficios de la reducción de la evasión por el aumento en el ingreso se anulan. Así, las políticas de crecimiento económico deben ir acompañadas de disciplina fiscal.

El mejor de los casos es un gobierno chico con crecimiento económico. Esto nos llevará a una reducción de la evasión y mayores recursos para inspeccionar.

En resumen, esperaríamos que países ricos con menor participación del Estado en la economía tuvieran tasas de evasión menores que países pobres con un gobierno muy grande (en proporción al ingreso del país).

Finalmente, convendría estudiar si aumentos en el ingreso provocan un incremento en la participación del gobierno; esto provocaría que el parámetro G se determinara de manera endógena y la conclusión anterior no sería acertada. Por otro lado, si aumentos en el ingreso provocan un gobierno más chico, esperaríamos que el efecto fuera mayor al que se predice en el modelo. Aquí no estudiaremos esta cuestión y sólo diremos que si las proporciones G_A / Y_A y G_B / Y_B son tales que $G_A / Y_A > G_B / Y_B$, entonces en A habrá mayor evasión fiscal.[25]

3.5 La elasticidad de la probabilidad de detección

Como se mencionó anteriormente, un aumento en el parámetro ε implica que para el mismo nivel de h se alcanza una mayor probabilidad de detección. El modelo predice que si bien en un rango determinado, aumentos en el parámetro implican una mayor evasión, el incremento es modesto. Por otro lado, después de cierto umbral, la evasión cae más que proporcionalmente. Ello implica que esfuerzos sostenidos y enfocados a que la probabilidad de detección sea más alta, tendrán un impacto positivo en términos

[25] Nótese que este resultado descansa sobre el supuesto de que la función de utilidad es de grado *r*.

de recaudación. Estos esfuerzos se traducen en un sistema fiscal más eficiente, que permita una mayor inspección de las declaraciones de los contribuyentes. Esta eficiencia le permitirá al recaudador destinar menores recursos a detectar la evasión y el contribuyente se dará cuenta que es más difícil no ser detectado.

Conviene resaltar que si los esfuerzos no son suficientes, no se obtendrá una disminución en la evasión; de ahí que se subraye la importancia de que los esfuerzos sean sostenidos.

Finalmente, se debe reconocer que está más allá de los alcances del modelo determinar los mejores instrumentos para lograr una probabilidad de detección más alta. Sin embargo, sí nos dice en qué dirección debemos de ir.

3.6 Corrupción

Un resultado intuitivo consistente con el modelo nos dice que mientras mayores sean los costos de destinar recursos a detectar la evasión, la evasión aumentará y los esfuerzos para detectarla disminuirán. Ya se mencionó anteriormente el tema de la corrupción: si tenemos un sistema fiscal corrupto, esperaríamos que los recursos que se hayan especificado en un presupuesto de gobierno no se destinarán completamente a su fin inicial. Por lo tanto, son convenientes los esfuerzos dirigidos a abatir la corrupción y aumentar la transparencia del manejo de los recursos, ya que tendrán un efecto positivo en recaudación y negativo en evasión fiscal.

Si bien una vez más, el modelo no nos dice cuáles son las mejores políticas para lograrlo, sin embargo, nos indica la dirección correcta de éstas: si se formula una política con el fin de lograr la transparencia, tenemos que estudiar el impacto efectivo que tiene ésta en el parámetro γ; si se consigue el fin de la política, esperaríamos una disminución en evasión y aumentos en recaudación.

En resumen, los beneficios de destinar mayores recursos a detectar la evasión están íntimamente relacionados con su costo en términos de presupuesto público.

3.7 La aversión al riesgo relativa

En realidad, son pocas las recomendaciones de política que se pueden hacer para cambiar la aversión al riesgo de un individuo: el modelo supone que la aversión al riesgo relativa es constante y exógena; por tanto, no podemos instrumentar políticas que logren una mayor aversión al riesgo, ya que éste es un parámetro inherente al contribuyente.

Sin embargo, una política que asigne una mayor tasa impositiva a individuos con una mayor aversión al riesgo, disminuirá la evasión fiscal. Este tipo de política tiene dos implicaciones: se necesita información acerca de la aversión de los contribuyentes, lo que suena bastante complicado y, además, no se hace ninguna consideración sobre el peso, en términos de bienestar, que tienen distintos contribuyentes. Esto es, si un contribuyente tiene un mayor peso en la función de bienestar social[26] y también mayor aversión al riesgo, entonces este tipo de política logrará un impacto mayor en términos de bienestar, lo que nos llevaría a dudar en cuanto a lo deseable de ésta.

3.8 Una política para disminuir la evasión fiscal

Podemos sintetizar los argumentos anteriores en una política general: Para disminuir la evasión fiscal, es deseable:

- Un gobierno disciplinado desde el punto de vista fiscal, con menores necesidades de gasto público
- Crecimiento económico con sistemas impositivos progresivos
- Mayores sanciones por evasión
- Encaminar esfuerzos sostenidos a lograr eficiencia de los procesos de inspección, que resulten en una probabilidad de detección de la evasión mayor
- Crear políticas que fomenten la transparencia y el buen uso de los recursos del gobierno.

4 Limitaciones y alcances del modelo

[26] Para conocer los fundamentos teóricos de la función de bienestar social, consultar Mas-Colell p. 117

Como todo modelo económico, el presente está sujeto a la validez de sus supuestos. Primero, la existencia de un consumidor representativo puede resultar un supuesto fuerte, como se mencionó en la nota al pie número 2, existen ciertas condiciones que se deben cumplir para asumir la existencia de un contribuyente representativo.

Segundo, el supuesto acerca de la función de probabilidad de detección está sujeto a su validez empírica: estimaciones econométricas pueden determinar si existe una relación causal entre los recursos destinados a detectar la evasión y la probabilidad de detección y la forma que toma esta relación. Debido a la escasez de este tipo de datos, en este punto, no podemos decir nada de la validez de este supuesto. Sin embargo, la intuición económica no contradice la forma que asume esta función.

Tercero, el argumento anterior es el mismo para la función de costos: intuitivamente, uno espera que si no existe transparencia en un gobierno, entonces el dinero presupuestado para ciertos fines no llegará completamente a su propósito.

Cuarto, el juego es simultáneo y se juega una sola vez. Quizá es el supuesto más fuerte del modelo. Uno esperaría que en cada ejercicio fiscal los agentes vayan aprendiendo de las acciones anteriores. Por otro lado, si las decisiones no fueran simultáneas y digamos, el recaudador juega primero, los resultados podrían variar en magnitud, mas no en su sentido. Esto es, si el contribuyente observa cuántos recursos se destinarán a detectar la evasión a priori, quizá profundice o relaje su evasión. Sin embargo, el sentido en que disminuya o aumente su evasión será el mismo al predicho por el modelo. No obstante, si los resultados son distintos, se consideran como una extensión del modelo.

Finalmente, relajando el supuesto de información perfecta, nos llevaría a construir otro modelo. Su validez radica en la eficiencia de la información acerca de los contribuyentes y viceversa. Uno esperaría que si el sistema de información de un país es eficiente y la información del gobierno es pública, entonces el modelo es un buen instrumento.

Por el otro lado, tenemos resultados que apoyan la intuición económica; es decir, las predicciones son consistentes con lo que se esperaba. También existe consistencia con modelos anteriores relacionados. Finalmente, las implicaciones de política son claras y concretas. En conclusión, el presente modelo describe, de forma coherente, las relaciones que existen entre el recaudador y contribuyente respecto a sus decisiones.

5 Conclusiones

Se generó un modelo teórico construyendo un juego simultáneo entre un contribuyente representativo y el recaudador. Las posibles estrategias de cada agente son el ingreso no declarado, como proporción del ingreso gravable, y los recursos destinados a detectar la evasión, como proporción del gasto público, respectivamente. Se demostró que la pendiente de la función de reacción del contribuyente es negativa y la del recaudador positiva, en el espacio (h,δ). Al resolver el modelo, se demostró la existencia del equilibrio de Nash en estrategias puras y su unicidad local. Posteriormente, se realizó un análisis de estática comparada con el fin de observar cómo se comporta el equilibrio ante cambios en los parámetros del modelo (cambios en tasas impositivas, sanciones por evasión, gasto público e ingreso gravable).

Después, se asumió una forma explícita de las funciones de probabilidad de detección, de costos y de utilidad. Se hizo un análisis de estática comparada, obteniendo los siguientes resultados: ante cambios en la tasa impositiva, el contribuyente aumenta la evasión en niveles bajos y después la disminuye, mientras que el recaudador incrementa los recursos destinados a detectar la evasión y después los disminuye. Cambios proporcionales del ingreso con la progresividad disminuirán la evasión y será óptimo para el recaudador aumentar sus recursos de forma moderada; si se opta por un sistema más progresivo y se mantiene constante el ingreso, entonces la evasión aumentará y llegará, incluso, a ser total. Ante cambios en las sanciones, el contribuyente disminuye su evasión y el recaudador puede destinar menos recursos (i.e. las sanciones son un sustituto de los recursos destinados a detectar la evasión). Si el gasto público aumenta, el contribuyente incrementa la evasión y el recaudador reduce los recursos; si el ingreso gravable aumenta, el contribuyente reduce su evasión y el recadudador aumenta los recursos (i.e. el contribuyente está más dispuesto a financiar al recaudador). Si para cada nivel de recursos se alcanza una mayor probabilidad de detección, el contribuyente primero aumenta la evasión de manera modesta, sin embargo, llega un punto donde disminuye la evasión; por otro lado, el recaudador siempre disminuye sus recursos. Cuando es más costoso destinar recursos a detectar la evasión, el contribuyente decide no declarar una proporción mayor de sus ingresos y el recaudador destina menos recursos. Finalmente, ante aumentos en la aversión relativa al riesgo, el contribuyente disminuye su evasión y el recaudador puede destinar menos recursos para detectarla.

Con base en los resultados anteriores se analizaron las implicaciones de política, concluyendo que un gobierno chico, con crecimiento económico acompañado de un sistema impositivo progresivo, que aumente las sanciones por evasión, realice esfuerzos de eficiencia en los procesos de inspección y busque la transparencia en el manejo de sus recursos, podrá reducir la evasión fiscal.

Por último, se realizó un análisis de los alcances y limitaciones del modelo que consistió básicamente en evaluar la validez de los supuestos del modelo.

En conclusión, el presente modelo es un buen instrumento para entender las interrelaciones que existen entre las decisiones de los contribuyentes y el recaudador con respecto a la evasión fiscal y los recursos destinados para detectarla y los determinantes de estas decisiones.

Referencias

Allingham, M.G. and A. Sandmo (1972), "Income tax evasion: a theoretical analysis", Journal of Public Economics 1(3-4):323-338

Corchón, Luis C. (1984), "Tax evasion and the theory of games", Mimeo

Corchón, Luis C. (1992), "Tax evasion and the underground economy", European Journal of Political Economy 8:445-454

Crocker, Keith J., Slemrod, Joel (2004), "Corporate tax evasion with agency costs", NBER Working Papers, n.1960

Erard, B. and Feinstein, J. (1994), "Honesty and evasion in the tax compliance game", The RAND Journal of Economics, 25(1):1-19

Feinstein, J. (1991), "An econometric analysis of income tax evasion and its detection", The RAND Journal of Economics, 22(1):14-35

Greenberg, J. (1984), "Avoiding tax avoidance: A (repeated) game theoretical approach", Journal of Economic Theory 32, 1-13

Mas-Colell, Andreu et al (1995), "Microeconomic Theory", Oxford University Press

Schneider, F. and Klingmair, R. (2004), "Shadow economies around the World: What do we know?" IZA DP No. 1043

Slemrod, J. and Yitzhaki, S. (2002), "Tax avoidance, evasion, and administration", Handbook of Public Economics 3:1423-1470

Swokowski, Earl W. (1989), "Cálculo con geometría analítica", Grupo Editorial Iberoamérica.

Yitzhaki, S. (1974), "A note on 'income tax evasion: a theoretical analysis", Journal of Public Economics 3(2):201-202

Apéndice I
(Código del programa en Gausss para encontrar la solución del equilibrio)

```
//Definición de parámetros NOTA: sens es uno si la multa es proporcional a t y cero de
otra forma,//

t=.35;
sens=0;
s=.2*(t^sens);
G=35;
Y=100;
e=.25;
ga=1.01;
av=.5;

/*Parámetros de la progresividad: theta es la multa proporcional a la tasa impositiva
por evasión
tmax es la tasa máxima aplicable en el sistema fiscal,
sensp es uno si la multa es proporcional a t y cero de otra forma*/

theta=.7;
sensp=1 ;
tmax=.6;


n=10000;
h=seqa(0,1/(n-1),n);
unos=ones(n,1);

//Funciones de reacción del recaudador y del contribuyente//

proc RR1(t,s,G,Y,e,ga,av);
retp ((ga/e)*(G/Y)*(1/(t+s))*h^(ga-e));
endp;

proc RC1(t,s,G,Y,e,ga,av);
local fih;
fih=((h^e*s)./((unos-h^e)*t))^(1/av);
retp ((1-t)*(unos-fih)./(fih*t+s*unos));
endp;

proc RR(&RR1);
retp ((RR1 .* ((RR1 .> 0) .* (1 .> RR1)))+(RR1 .>1));
endp;

proc RC(&RC1);
retp ((RC1 .* ((RC1 .> 0) .* (1 .> RC1)))+(RC1.>1));
endp;

//Equilibrio//
proc equil(&RC,&RR);
retp (h[(sumc((RC-RR) .> minc(abs(RC-RR)))),.]);
endp;

proc delta(t,s,G,Y,e,ga,av,h,unos);
local fih;
fih=((h^e*s)./((unos-h^e)*t))^(1/av);
if ((1-t)*(unos-fih)./(fih*t+s*unos)) >=1;
retp (1);

elseif ((1-t)*(unos-fih)./(fih*t+s*unos)) <= 0;
retp (0);

else;
retp ((1-t)*(unos-fih)./(fih*t+s*unos));
endif;

endp;

hop=equil(RC(RC1(t,s,G,Y,e,ga,av)),RR(RR1(t,s,G,Y,e,ga,av)))~delta(t,s,G,Y,e,ga,av,equil
(RC(RC1(t,s,G,Y,e,ga,av)),RR(RR1(t,s,G,Y,e,ga,av))),1);

//Definición de parámetros para el análisis de estática comparada//
n1=25;
```

```
n2=25;

unosb=ones(n1,1);
t1=seqa(.001,(1-.001)/n1,n1);
s1=t1;
G1=seqa(1,120/n2,n2);
Y1=seqa(1,999/n2,n2);
e1=t1;
ga1=t1;
av1=t1;


//Solución de los equilibrios para distintos valores de los parámetros//

i=0;
tasas=zeros(n1,2);
do while i<n1;
i=i+1;
tasas[i,.]=equil(RC(RC1(t1[i,.],s,G,Y,e,ga,av)),RR(RR1(t1[i,.],s,G,Y,e,ga,av)))~
delta(t1[i,.],s,G,Y,e,ga,av,equil(RC(RC1(t1[i,.],s,G,Y,e,ga,av)),RR(RR1(t1[i,.],s,G,Y,e,
ga,av))),1);
endo;

proc tp(Y,ro);
retp (tmax*((Y/Y1[n1,.])^ro));
endp;



ro=seqa(.05,3.5/n1,n1)';
Yp=seqa(35,(900/n1),n1);
progresh=zeros(n1,n1);
progresd=zeros(n1,n1);

j=0;
do while j<n1;
j=j+1;

i=0;
do while i<n1;
i=i+1;

progresh[i,j]=equil(RC(RC1(tp(Yp[i,.],ro[.,j]),theta*(tp(Yp[i,.],ro[.,j])^sensp),G,Yp[i,
.],e,ga,av)),RR(RR1(tp(Yp[i,.],ro[.,j]),theta*(tp(Yp[i,.],ro[.,j])^sensp),G,Yp[i,.],e,ga
,av)));
progresd[i,j]=delta(tp(Yp[i,.],ro[.,j]),theta*(tp(Yp[i,.],ro[.,j])^sensp),G,Yp[i,.],e,ga
,av,equil(RC(RC1(tp(Yp[i,.],ro[.,j]),theta*(tp(Yp[i,.],ro[.,j])^sensp),G,Yp[i,.],e,ga,av
)),RR(RR1(tp(Yp[i,.],ro[.,j]),theta*(tp(Yp[i,.],ro[.,j])^sensp),G,Yp[i,.],e,ga,av))),1);



endo;

endo;

i=0;
sanciones=zeros(n1,2);
do while i<n1;
i=i+1;
sanciones[i,.]=equil(RC(RC1(t,s1[i,.],G,Y,e,ga,av)),RR(RR1(t,s1[i,.],G,Y,e,ga,av)))~delt
a(t,s1[i,.],G,Y,e,ga,av,(equil(RC(RC1(t,s1[i,.],G,Y,e,ga,av)),RR(RR1(t,s1[i,.],G,Y,e,ga,
av)))),1);
endo;

i=0;
Gasto=zeros(n2,2);
do while i<n2;
i=i+1;
Gasto[i,.]=equil(RC(RC1(t,s,G1[i,.],Y,e,ga,av)),RR(RR1(t,s,G1[i,.],Y,e,ga,av)))~delta(t,
s,G1[i,.],Y,e,ga,av,(equil(RC(RC1(t,s,G1[i,.],Y,e,ga,av)),RR(RR1(t,s,G1[i,.],Y,e,ga,av))
)),1);
endo;

i=0;
Ingreso=zeros(n2,2);
do while i<n2;
i=i+1;
```

```
Ingreso[i,.]=equil(RC(RC1(t,s,G,Y1[i,.],e,ga,av)),RR(RR1(t,s,G,Y1[i,.],e,ga,av)))~delta(
t,s,G,Y1[i,.],e,ga,av,(equil(RC(RC1(t,s,G,Y1[i,.],e,ga,av)),RR(RR1(t,s,G,Y1[i,.],e,ga,av
)))),1);
endo;

i=0;
epsilon=zeros(n1,2);
do while i<n1;
i=i+1;
epsilon[i,.]=equil(RC(RC1(t,s,G,Y,e1[i,.],ga,av)),RR(RR1(t,s,G,Y,e1[i,.],ga,av)))~delta(
t,s,G,Y,e1[i,.],ga,av,(equil(RC(RC1(t,s,G,Y,e1[i,.],ga,av)),RR(RR1(t,s,G,Y,e1[i,.],ga,av
)))),1);
endo;

i=0;
gaa=zeros(n1,2);
do while i<n1;
i=i+1;
gaa[i,.]=equil(RC(RC1(t,s,G,Y,e,ga1[i,.],av)),RR(RR1(t,s,G,Y,e,ga1[i,.],av)))~delta(t,s,
G,Y,e,ga1[i,.],av,(equil(RC(RC1(t,s,G,Y,e,ga1[i,.],av)),RR(RR1(t,s,G,Y,e,ga1[i,.],av))))
,1);
endo;

i=0;
aversion=zeros(n1,2);
do while i<n1;
i=i+1;
aversion[i,.]=equil(RC(RC1(t,s,G,Y,e,ga,av1[i,.])),RR(RR1(t,s,G,Y,e,ga,av1[i,.])))~delta
(t,s,G,Y,e,ga,av1[i,.],(equil(RC(RC1(t,s,G,Y,e,ga,av1[i,.])),RR(RR1(t,s,G,Y,e,ga,av1[i,.
])))),1);
endo;

//Recaudación//
proc recd(delta,h,t,s,Y,G,e,ga);
retp ((h .^ e) .*(t .* Y + s .* delta .* Y)+(ones(rows(h),1) -h .^ e) .*(t .* Y - t .*
delta .* Y)-(h .^ga) .*G);
endp;

rect=recd(tasas[.,2],tasas[.,1],t1,s,Y,G,e,ga);
recs=recd(sanciones[.,2],sanciones[.,1],t,s1,Y,G,e,ga);
recG=recd(Gasto[.,2],Gasto[.,1],t,s,Y,G1,e,ga);
recY=recd(Ingreso[.,2],Ingreso[.,1],t,s,Y1,G,e,ga);
rece=recd(epsilon[.,2],epsilon[.,1],t,s,Y,G,e1,ga);
recga=recd(gaa[.,2],gaa[.,1],t,s,Y,G,e,ga1);
recav=recd(aversion[.,2],aversion[.,1],t,s,Y,G,e,ga);
recp=recd(progresd,progresh,(tp( (Yp.*ones(rows(Yp),1)') , (ones(rows(Yp),1).*ro)
)),s,(Y1 .*ones(rows(Yp),1)'),G,e,ga);

//Utilidad//

proc util(delta,h,t,s,Y,G,e,ga,av);
retp ((h .^ e) .* (1 ./(ones(rows(h),1)-av.*ones(rows(h),1))) .* ((Y .*
(ones(rows(h),1)-t.*ones(rows(h),1)) - s .* delta .* Y).^(ones(rows(h),1)-
av.*ones(rows(h),1))) + (ones(rows(h),1)-h .^ e) .* ((Y .* (ones(rows(h),1)-
t.*ones(rows(h),1)) + t .* delta .* Y).^(ones(rows(h),1)-av.*ones(rows(h),1))));
endp;

utilt=util(tasas[.,2],tasas[.,1],t1,s,Y,G,e,ga,av);
utils=util(sanciones[.,2],sanciones[.,1],t,s1,Y,G,e,ga,av);
utilG=util(Gasto[.,2],Gasto[.,1],t,s,Y,G1,e,ga,av);
utilY=util(Ingreso[.,2],Ingreso[.,1],t,s,Y1,G,e,ga,av);
utile=util(epsilon[.,2],epsilon[.,1],t,s,Y,G,e1,ga,av);
utilga=util(gaa[.,2],gaa[.,1],t,s,Y,G,e,ga1,av);
utilav=util(aversion[.,2],aversion[.,1],t,s,Y,G,e,ga,av1);
utilp=util(progresd,progresh,(tp( (Yp.*ones(rows(Yp),1)') , (ones(rows(Yp),1).*ro)
)),s,(Y1 .*ones(rows(Yp),1)'),G,e,ga,av);

//Imprime el equilibrio para los parámetros iniciales//

print on;

print "h*=" hop[.,1];
print "delta*=" hop[.,2];

library pgraph;
graphset;
```

```
title("Equilibrio");
xlabel("h");
ylabel("delta");
xy(h,RC(RC1(t,s,G,Y,e,ga,av))~RR(RR1(t,s,G,Y,e,ga,av)));
wait;

title("Cambios en t");
xlabel("t");
ylabel("h* y delta*");
xy(t1,tasas);
wait;

title("Impuestos progresivos (h*)");
xlabel("ro");
ylabel("Y");
zlabel("h*");
surface(ro,Yp,progresh);
wait;

title("Impuestos progresivos (d*)");
xlabel("ro");
ylabel("Y");
zlabel("d*");
surface(ro,Yp,progresd);
wait;

title("Cambios en s");
xlabel("s");
ylabel("h* y delta*");
xy(s1,sanciones);
wait;

title("Cambios en G");
xlabel("G");
ylabel("h* y delta*");
xy(G1,Gasto);
wait;

title("Cambios en Y");
xlabel("Y");
ylabel("h* y delta*");
xy(Y1,Ingreso);
wait;

title("Cambios en epsilon");
xlabel("e");
ylabel("h* y delta*");
xy(1-e1,epsilon);
wait;

title("Cambios en gamma");
xlabel("gamma");
ylabel("h* y delta*");
xy(1/ga1,gaa);
wait;

title("Cambios en la aversión al riesgo relativa");
xlabel("theta");
ylabel("h* y delta*");
xy(av1,aversion);
wait;
```