TRABAJO DE INVESTIGACION PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRIA EN ECONOMIA

EL COLEGIO DE MEXICO

CENTRO DE ESTUDIOS ECONOMICOS

La medición del bienestar individual.

GASPAR NUÑEZ RODRIGUEZ

PROMOCION 1991-1993

Agosto, 1994

ASESOR: Jaime Sempere Campello

RESUMEN

La medición del bienestar individual, y en particular la evaluación del impacto de una reforma sobre el bienestar de un individuo, constituye uno de los problemas más importantes de la teoría económica y de la economía aplicada en lo que se refiere a la distribución y a la toma de decisiones entre reformas alternativas.

En este trabajo se hace una exposición del estado actual de la teoría económica en lo que al problema de la medición del bienestar individual respecta. Esta exposición se lleva a cabo mostrando en que consiste cada una de las medidas revisadas (superávit del consumidor [SC], variación compensatoria [VC] y variación equivalente [VE]), cómo fueron desarrolladas y, principalmente mostrando el análisis teórico que permite establecer los criterios para determinar cuales medidas son correctas y porque el SC marshalliano no lo es.

Finalmente, la metodología desarrollada por Hausman (1981) para el cómputo de la VC se extiende para cubrir el caso de la VE dadas las ventajas, discutidas en las secciones 3.1 y 3.2, que ésta tiene sobre aquella; dicha metodología se ilustra computando el cambio en el bienestar individual derivado del cambio en el precio de un sólo bien, utilizando tanto la VC como la VE.

El trabajo concluye que la VE es una medida más adecuada que la VC, puesto que permite comparar de manera directa el impacto sobre el bienestar individual de las distintas opciones de reformas disponibles para el planificador en un momento dado; sin embargo, ninguna de las medidas teóricamente correctas debe ser aplicada sin un cuidadoso examen que asegure el cumplimiento de las condiciones para que la medida en cuestión arroje una medición válida del cambio en el bienestar individual bajo análisis.

INDICE

1. INTRODUCCION*

La medición del bienestar individual y del bienestar social es un problema que ha recibido mucha atención por parte de los economistas desde que fue planteado. La importancia del mismo es evidente si consideramos que uno de los problemas primarios de la economía es el de la distribución y, por otra parte, que es necesario contar con un instrumento de medición que permita evaluar el impacto que las diversas reformas tienen sobre el bienestar.

El problema puede ser considerado en dos partes: a) la medición del bienestar individual y b) la medición del bienestar social. Casi todos los artículos sobre economía aplicada tienen una sección sobre "implicaciones de bienestar", lo que usualmente conduce a los autores a formular recomendaciones de política. Con mucha frecuencia estas recomendaciones son de calidad limitada: están basadas en una medida del bienestar teóricamente errónea (el superávit del consumidor), mezclan ordenamientos de las preferencias **ordinales** y **cardinales**, y/o reportan medidas del bienestar (MB) individuales que han sido, erróneamente, aplicadas a datos agregados.

Por lo menos teóricamente, parece que después de alrededor de 120 años de análisis del problema, existe cierto consenso acerca de cuales y como deberían ser las medidas apropiadas: la variación equivalente (VE) de Hicks, basada en una medidda monetaria (MM) es un ejemplo.

* Deseo hacer patente mi especial agradecimiento a Jaime Sempere por su apoyo, siempre dispuesto, a lo largo de la elaboración de este trabajo. También al Colegio de México y a los profesores que durante el programa de la Maestría en Economía (1991-1993) del CEE dedicaron su esfuerzo a la mejor realización del mismo.

Esta evaluación podría ser demasiado optimista, pues la controversia sobre el superávit marshalliano versus las medidas hicksianas alcanzó niveles álgidos durante los años 70 y los 80. En la práctica, aún hay quienes argumentan que la VE es difícil (o imposible) de estimar y que el superávit del consumidor (SC) es una buena aproximación a una medida teóricamente correcta del bienestar individual.

A pesar de que hace ya bastante tiempo se tiene acceso a medidas teóricamente correctas, el SC llegó a tener tanta influencia que continúa siendo utilizado por los economistas aplicados en estudios empíricos importantes para la toma de decisiones de política económica, v.g. casi todos los trabajos de economía industrial.

En este trabajo se hace una exposición del estado actual de la teoría económica en lo que al problema de la medición del bienestar individual respecta. Esta exposición se lleva a cabo mostrando en que consiste cada una de las medidas revisadas, cómo fue desarrollada y, principalmente mostrando el análisis teórico que permite establecer los criterios para determinar cuales medidas son correctas y porque el SC marshalliano no lo es.

Finalmente, la metodología desarrollada por Hausman (1981) para el cómputo de la VC será extendida para cubrir el caso de la VE dadas las ventajas, discutidas en las secciones 3.1 y 3.2, que ésta tiene sobre aquella; dicha extensión se ilustrará computando el cambio en el bienestar individual derivado del cambio en el precio de un sólo bien utilizando, tanto la VC como la VE.

2. EL SUPERAVIT DEL CONSUMIDOR (SC).

Para entender porque el SC es un concepto tan ampliamente utilizado en economía, es importante hacer un breve análisis de la historia del pensamiento económico en esta área. Say (1880) estableció que "...el precio es el valor de las cosas y el valor la medida de la utilidad que a ellas se le imputa". De acuerdo a Say, para medir la utilidad total, se debe multiplicar el precio por la cantidad de bienes comprados.

Jules Dupuit refinó el enfoque de Say argumentando que el precio observado no mide la utilidad de cada unidad, sino sólo la utilidad de la última unidad comprada. De acuerdo a Dupuit el consumidor estaría dispuesto a pagar p_i para $i=1,...,n$ unidades, donde $p_i>p_j$ para toda $i<j$, por cada unidad del bien. Suponiendo que el consumo es perfectamente divisible, la utilidad total, según Dupuit, se define como la suma de los precios individuales. La diferencia entre la medida de Dupuit y la de Say es el Superávit del Consumidor (SC).

En sus Principios Marshall define el superávit del consumidor en términos de la función de demanda. Textualmente "[el superávit del consumidor] es el exceso del precio que él [el consumidor] estaría dispuesto a pagar para no quedarse sin el bien, sobre el precio que actualmente paga". La Nota VI del Apéndice Matemático da una definición formal: El superávit del consumidor es el área a la izquierda de la curva de demanda acotada por las variables **a** y **b**.

En términos de la función de demanda $f(x)$, el superávit del consumidor está dado por la integral:

$$SC = \int_{b}^{a} f(x)\,dx$$

En donde la cota inferior b es una especie de nivel de subsistencia, por debajo del cual "f(x) sería infinita, o por lo menos indefinidamente grande", la cota superior **a** es la cantidad consumida.

Algunos problemas de la definición original de Marshall son inmediatamente obvios:

-el SC está definido en términos de la función de demanda inversa.

-Marshall supuso que sus funciones de demanda inversa eran estrictamente independientes unas de otras. Aunque esto satisface las condiciones de integrabilidad, es un supuesto sumamente restrictivo.

La actual definición del SC para un cambio único en el precio de un sólo bien con precios nominales $P=(p_1,...,p_n)$ [Takayama (1987)] es:

$$SC = -\int_{p_0^1}^{p_1^1} \sum_{i=1}^{n} x_i(p,m^0)\,dp_i$$

donde $p_1^0 > p_1^1$. Una extensión para cambios múltiples de precios se encuentra en Silberberg (1972).

Aceptando el importante juicio de valor de que "lo que el consumidor prefiere es lo mejor", un buen indicador "económico" del bienestar individual debe juzgarse de acuerdo a si refleja o no con exactitud las preferencias del consumidor.

Trabajo reciente de varios autores ha demostrado que las condiciones para que el SC cubra el requisito antedicho son muy restrictivas y se ha demostrado que no es una medida adecuada del bienestar. Otros autores, a pesar de reconocer que el SC no es una medida teóricamente correcta, afirman que se trata de una buena aproximación, y que además las medidas teóricamente correctas son difíciles o imposibles de calcular.

Chipman y Moore (1976 y 1980) han sentado estas condiciones para el SC. Ellos se preguntan "¿que propiedades deben ser satisfechas por una función vectorial f(p,m) de precios $p=(p_1...p_n)$ e ingreso m para que la integral de línea de esta función sobre el espacio de pares precio ingreso (p,m) que conecta un punto inicial (p_0,m_0) y un punto terminal (p_1,m_1) correctamente mida el cambio en la utilidad de un consumidor al pasar de la situación inicial a la terminal?".

Ellos muestran en primer lugar que, cuando los primeros n componentes de f(p,m) estan restringidos a ser función de los precios únicamente, el SC no puede representar las preferencias subyacentes del consumidor a menos que estas sean homotéticas. Segundo, demostraron que cuando los últimos n componentes de f(p,m) estan confinados a ser función de los precios únicamente, las preferencias deben ser paralelas. Las preferencias paralelas tienen la propiedad peculiar de que, para cualquier vector de precios p fijo, los incrementos en el ingreso son completamente gastados en el primer bien.

Los resultados de Chipman y Moore confirman y completan los obtenidos por Samuelson (1942) y muestran que para el caso de preferencias homotéticas, la utilidad marginal debe ser independiente de los precios y, en el caso de preferencias paralelas independiente del ingreso y de todos los precios excepto del precio del bien 1. Claramente, estos requerimientos son muy restrictivos, y lo son tanto que eliminan el SC como un indicador confiable del bienestar individual.

Lo antes expuesto puede ser sencillamente ilustrado con la siguiente prueba que muestra porque $SC>0 \not\Rightarrow U(1)>U(0)$:

Sea $v(m,p_1,\ldots p_n)$ la función de utilidad indirecta. Si diferenciamos totalmente esta función de utilidad indirecta y aplicamos la identidad de Roy entonces:

$$dv = \frac{\partial v}{\partial m}\, dm + \Sigma_n \frac{\partial v}{\partial p_n}\, dp_n \square \equiv \lambda\,[dm - \Sigma_n D_n(p)\, dp_n]$$

en donde λ es la utilidad marginal del ingreso.

Integrando de cero a uno:

$$\int_0^1 \frac{1}{\lambda}\, dv = m_1 - m_0 + SC \Rightarrow m_1 - m_0 + SC > 0 \not\Rightarrow v(1)>v(0)$$

ya que λ puede variar.

Por lo tanto, la condición para que $SC>0 \Rightarrow v(1)>v(0)$ es que la utilidad marginal del ingreso sea constante; esto sucede, por ejemplo, cuando las preferencias son homotéticas.

Willig (1976) admite que el SC no es una medida teóricamente correcta, pero argumenta que está tan "cercana" a las medidas correctas que los errores de aproximación son insignificantes comparados con los errores estándar de la estimación de las funciones de demanda.

Para ilustrar el caso, reporta los resultados de simulaciones para un rango de valores paramétricos sobre la elasticidad del ingreso y la razón del SC con respecto al ingreso base, algo que él define como "una medida del cambio proporcional en el ingreso real debido a un cambio en el precio."

Hausman (1981) rebate convincentemente la argumentación de Willig mostrando que:

-para un cambio en un sólo precio ninguna aproximación es necesaria porque las medidas exactas pueden ser calculadas directamente;

-si la pérdida del ingreso que resulta de un cambio en el precio es grande con respecto al nivel del ingreso original, el error de aproximación se hace muy grande;

-las medidas teóricamente correctas del "deadweight loss" se distorsionan mucho aun cuando el resultado de Willig sea válido.

3. LAS MEDIDAS DEL BIENESTAR INDIVIDUAL TEORICAMENTE EXACTAS.

Morey (1984) ha argumentado que una parte considerable de la confusión que persiste en la literatura sobre la medición del bienestar surge porque "la gente no es explícita acerca de si ellos creen que los consumidores tienen ordenamientos de las preferencias cardinales u ordinales". Este trabajo se interesa por las medidas del bienestar denotadas en unidades monetarias, que corresponden a ordenamientos de las preferencias del consumidor ordinales, y que son representaciones cardinales de funciones de utilidad ordinales. Tales medidas contienen información acerca de la importancia de cada reforma para un individuo y acerca de cuantas unidades monetarias cada individuo está mejor o peor; pero **no** contienen información acerca de la intensidad de la preferencia de un proyecto sobre otro, en el sentido de que el proyecto A por ejemplo, que reditúa 1000 unidades monetarias y el proyecto B que reditúa 2000 **no** implica que, para el individuo, el proyecto A vale tanto como el doble del proyecto B.

Existe sustancial acuerdo acerca de las cantidades correctas a medir: el monto que el consumidor pagaría (o cobraría) para estar justamente en el mismo nivel de bienestar después del cambio de precio que el que tenía antes del cambio. Las cantidades corresponden a las medidas de variación compensatoria (VC) de John Hicks. Una medida alternativa que toma la utilidad ex post como base de la comparación es la variación equivalente (VE) de Hicks.

La controversia se da precisamente sobre la forma de medición de esas cantidades. El procedimiento usual de medición consiste en tomar el área a la izquierda de la curva de demanda Marshalliana (de mercado) entre dos niveles de precios. Jules Dupuit originó esta medida de cambio del bienestar y Alfred Marshall y Hicks derivaron condiciones apropiadas para su uso.

La condición fundamental para que el área a la izquierda de la curva de demanda corresponda a la VC es la de una utilidad marginal del ingreso constante. Marshall dio esta condición y si se cumple, la misma cantidad será derivada como el área a la izquierda de la curva de demanda compensada (hicksiana).

Esta área a la izquierda de la curva de demanda compensada es exactamente lo que la VC y la VE miden. Así, la utilidad marginal constante del ingreso es una condición suficiente para que el SC Marshalliano sea igual al SC de Hicks.

Willig deriva cotas para la diferencia porcentual entre la medida correcta de la VC, o bien la VE, y la medida marshalliana derivada a partir de la curva de demanda del mercado. Sus resultados concluyen que el SC marshalliano es con frecuencia una buena aproximación al SC de Hicks.

En este trabajo se muestra que para el caso considerado por Willig de un cambio en el precio de un sólo bien, que también es la situación en la que el SC es con frecuencia usado en economía aplicada, ninguna aproximación es necesaria, a partir de una estimación de la curva de demanda podemos derivar una medida del SC exacto, bien sea la VC, la VE o alguna medida del cambio en la utilidad. En tanto que este resultado ha sido conocido desde hace mucho por los economistas teóricos, los economistas aplicados tienen un limitado conocimiento de su aplicación. Aún más, para la mayoría de los casos el cómputo es muy simple, parece pues preferible evitar cualquier aproximación tratándose de algo tan importante como el SC.

Las fórmulas desarrolladas por Hausman (1981) permiten calcular la precisión de los estimados del SC en términos de un error estándar de estimación; puesto que los parámetros desconocidos de la curva de demanda serán usualmente estimados con técnicas econométricas, las fórmulas para los errores estándar permiten la construcción de intervalos de confianza para la VC estimada. estos intervalos de confianza bien pueden ser importantes para decisiones de política.

3.1 LAS MEDIDAS DEL BIENESTAR INDIVIDUAL.

Hicks desarrolló cuatro conceptos del superávit del consumidor (SC), de ellos la variación compensatoria (VC) y la variación equivalente (VE) son los que han recibido la mayor atención en la medición del bienestar individual.

A partir del trabajo de Hausman (1981) y Vartia (1983) Hammond (1990) desarrolla la definición más generalizada de la VC y de la VE.

Se supone que el consumidor enfrenta un conjunto N de bienes comerciables cuyos precios se determinan en el mercado y que el consumidor puede comprar y vender. Las cantidades de los bienes se denotan por el vector $x \in R^N$.

El individuo maximiza una función de utilidad U(x) que cumple con los supuestos estándar de la teoría del consumidor. Para el conjunto de bienes N se supone un vector de precios observable p y un ingreso (no salarial) m=px para el consumidor.

El proceso de optimización conduce a la especificación de una función de demanda por bienes comerciables x(p,m).

Sea v(p,m) = U(x(p,m)) la función de utilidad indirecta, debido a los supuestos implicados esta función será diferenciable con respecto a m y a p.

La utilidad marginal del ingreso se define como:

$\lambda(p,m) = v'_m(p,m)$

La identidad de Roy puede entonces expresarse como:

$v'_p(p,m) = -\lambda(p,m)x(p,m)$

donde $v'_p(p,m)$ denota el vector gradiente de derivadas parciales de v con respecto a p.

Para construir las medidas monetarias del bienestar y del cambio en el bienestar, es necesario fijar un vector de precios de referencia p^R. La *función monetaria de utilidad directa* $\phi(x)$ se define implícitamente como la solución a la ecuación

$v(p^R,\phi(x)) = U(x)$

En otras palabras, $\phi(x)$ es el nivel de ingreso (no salarial) que bajo las condiciones de referencia p^R dejará al consumidor en el mismo nivel de bienestar en que estaba bajo (x).

La *función monetaria de utilidad indirecta* $\psi(p,m)$ se define similarmente como la solución a la ecuación:

$v(p^R, \psi(p,m)) = v(p,m)$

Las medidas del cambio en el bienestar se refieren al efecto que sobre el consumidor tendrá un cambio en las variables exógenas. Considérese un cambio de las variables exógenas (p,m) de sus valores iniciales (p^0,m^0) a determinados valores finales (p^1,m^1).

Dado el vector de precios de referencia (p^R) una medida del cambio en el bienestar es la *variación general*:

$\psi(p^1,m^1) - \psi(p^0,m^0)$

de utilidad monetaria.

La *variación compensatoria* (VC) se define al hacer (p^R) = (p^1) de tal modo que los valores finales de los precios son tomados como los valores de referencia.

De acuerdo con la definición de $\psi(p,m)$:

$\psi(p^1,m^1) = \psi(p^R,m^1) = m^1,$

de donde:

$CV = m^1 - \psi(p^0,m^0).$

Debido a que

$\psi(p^0,m^0) = m^1 - VC$

debe satisfacer:

$v(p^1,m^1-CV) = v(p^0,m^0),$

la CV representa la cantidad total que el consumidor esta dispuesto a pagar para pasar de la situación inicial a la situación final.

Dada una situación final fija la VC aumenta a medida que la situación inicial empeora; sin embargo nada puede decirse acerca de lo que pasa con la VC si la situación final cambia.

La *variación equivalente* (VE) se define al hacer $(p^R) = (p^0)$, de tal modo que los precios y cantidades iniciales se toman como valores de referencia.

De nuevo por la definición de $\psi(p,m)$: $\psi(p^0,m^0) = \psi(p^R,m^0) = m^0$, de donde:

$EV = \psi(p^1,m^1) - m^0$.

En contraste con la VC la VE es mayor cada vez que hay cambios mejores a partir de una situación inicial dada, por lo cual puede utilizarse directamente como un indicador del bienestar individual. Por esta razón se utilizará la VE en este trabajo siguiendo el método desarrollado por Hausman (1981) para la VC.

Puesto que la definición de $\psi(p,m)$ implica que

$\psi(p^1,m^1) = m^0 - EV$

debe satisfacer la ecuación

$v(p^0,m^0+EV) = v(p^1,m^1)$

entonces la VE representa la cantidad total que el consumidor está dispuesto a pagar para evitar el cambio de la situación inicial a la final.

Las medidas anteriormente definidas no consideran el efecto que sobre el bienestar de los individuos tendrán las externalidades provocadas por la reforma bajo consideración.

Ello significará que en la evaluación del impacto sobre el bienestar de un individuo de un cambio en el precio de un bien, un 20% de aumento en el precio de la gasolina por ejemplo, no se estará tomando en cuenta el efecto sobre el bienestar del individuo de la disminución en el consumo de dicho bien (la disminución en el consumo de gasolina conllevará menores niveles de contaminación) y en este ejemplo la VE estará sobrestimando el efecto negativo del aumento en el precio sobre el bienestar de cada consumidor.

Introducir esas externalidades en el cómputo de la medida del bienestar implicaría la estimación de la disponibilidad marginal a pagar por la disminución de la contaminación por ejemplo, y entonces recurrir a la propuesta metodológica desarrollada por Hammond (1990).

Sin embargo actualmente es difícil contar con estimaciones de este tipo, por ello procederemos a computar la VE haciendo esta aclaración y notando que en numerosos casos las externalidades no tendrán efectos significativos sobre el bienestar individual (v.g. subsidio al consumo de tortilla) y tendremos por tanto una medida satisfactoria del cambio en el bienestar individual.

3.2 OBTENCION DE LA VARIACION COMPENSATORIA Y DE LA VARIACION EQUIVALENTE.

En la sección anterior, siguiendo a Hammond, se expuso la definición generalizada de la VC y de la VE; esta generalización se lleva a cabo definiendo ambas medidas en términos de la función de utilidad indirecta e introduciendo una *función monetaria de utilidad indirecta* $\psi(p,m)$.

Como hemos dicho, en este trabajo seguiremos la metodología desarrollada por Hausman (1981) para el cómputo de la VC; éste, define la VC y la VE en términos de la función de gasto; considerando que para simplificar la exposición se considera un cambio positivo en el precio relevante ($p^1>p^0$) y que el ingreso no laboral (m) se mantiene constante, es sencillo comprobar que dicha definición se corresponde con la definición generalizada de Hammond, excepto por el signo algebraico, lo cual es irrelevante puesto que estamos queriendo medir la magnitud de un cambio y el signo depende de la dirección del mismo.

En el caso de dos bienes y recurriendo a la teoría dual, se comienza con la curva de demanda del mercado y se deriva la correspondiente función de utilidad indirecta. Estas dos funciones permiten el cómputo exacto de la VC y de la VE.

En el caso de muchos bienes cuando cambia un sólo precio, se deriva la "cuasi" función de utilidad indirecta y la "cuasi" función de gasto. Estas funciones se denotan como "cuasi" porque no corresponden exactamente a las funciones de utilidad indirecta y de gasto individuales. Para derivar estas funciones se requirirían estimaciones del sistema completo de ecuaciones de demanda, usualmente esto es difícil de hacer. En lugar de ello se utiliza el teorema de agregación de Hicks para demostrar que las cuasi funciones que corresponden al supuesto de un mundo de dos bienes proporcionarían exactamente la misma medida del SC que las funciones verdaderas para un cambio en un sólo precio.

Así, los estimados de la curva de demanda no compensada es todo lo que se requiere para realizar el cómputo de la medida teóricamente correcta.

3.2.1 LA VARIACION COMPENSATORIA Y LA VARIACION EQUIVALENTE EN EL CASO DE DOS BIENES.

Las herramientas básicas usadas para el análisis surgen del enfoque dual del comportamiento del consumidor. El tratamiento convencional de la conducta del consumidor considera la maximización de una función de utilidad estrictamente cuasi-cóncava definida sobre n bienes, $x=(x_1,...,x_n)$ y sujeta a una restricción presupuestal:

$$(1) \quad \max u(x) \text{ sujeto a } \sum_{i=1}^{n} p_i x_i = px \leq m$$

donde p_i son los precios y m es el ingreso (no salarial).

El enfoque dual consiste en considerar el problema de minimización asociado que define la función de gasto:

$$(2) \quad e(p,\bar{u}) \equiv \text{mín } px \text{ sujeto a } u(x) \geq \bar{u}$$

Una propiedad de la función de gasto que será muy útil es que la derivada parcial con respecto al j-ésimo precio proporciona las curvas de demanda compensada hicksianas:

$$(3) \quad \frac{\partial e(p,\bar{u})}{\partial p_j} = h_j(p,\bar{u})$$

Estas curvas de demanda hicksianas no observables, deben distinguirse de las curvas observables de demanda no compensada del mercado $x(p,m)$. En el óptimo (suponiendo interioridad de la demanda) ambas demandas coinciden: a una utilidad máxima u^*, $h(p,u^*) = x(p,m)$.

La otra función que se utiliza, y que conecta la función de utilidad de la ecuación (1) y la función de gasto de la ecuación (2), es la función de utilidad indirecta dada por la solución al problema de maximización:

$$(4) \quad v(p,m) \equiv \max[u(x) : px \leq m]$$

Una importante propiedad de la función de utilidad indirecta que será utilizada es la de la identidad de Roy que da las curvas de demanda del mercado observadas como derivadas parciales de $v(p,m)$:

$$(5) \quad x_j(p,m) = -\frac{\dfrac{\partial v(p,m)}{\partial p_j}}{\dfrac{\partial v(p,m)}{\partial m}}$$

Es la diferencia entre la ecuación (3), la curva de demanda compensada, y la ecuación (5), la curva de demanda no compensada, lo que da lugar a la diferencia entre el SC marshalliano y el SC exacto de Hicks cuando un cambio en el precio de un bien tiene lugar.

Puesto que la función de utilidad indirecta es monotónicamente creciente con respecto al ingreso mientras que la función de gasto es monotónicamente creciente con respecto a la utilidad, cualquiera de ellas puede ser invertida para derivar la otra función correspondiente.

Consideremos ahora un cambio en el vector de precios de p^0 a p^1 y definamos formalmente las medidas exactas del SC, la VC y la VE, a través de la función de gasto. Manteniendo constante el nivel del ingreso (no laboral) en m^0, la variación compensatoria $VC(p^0,p^1,m^0)$ es la cantidad mínima requerida para que en el nuevo estado caracterizado por (p^1,m^0+CV) el consumidor quede exactamente en el mismo nivel de bienestar en que estaba en el estado inicial caracterizado por (p^0,m^0).

En términos de la función de gasto:

$$(6) \quad CV(p^0,p^1,m^0) = e(p^1,u^0) - e(p^0,u^0) = e(p^1,u^0) - m^0$$

donde, a partir de la función de utilidad indirecta, $u^0=v(p^0,m^0)$. De manera equivalente la VC puede ser definida por medio de la función de utilidad indirecta como:

$v(p^1, m^0+CV) = v(p^0, m^0)$

Por otra parte, la variación equivalente (VE) se define como un cambio en el ingreso (m) que tendría exactamente el mismo efecto sobre el bienestar de un individuo que el efecto causado por el cambio de precio manteniendo el ingreso constante, es decir, en cuanto se tendría que cambiar el ingreso del individuo, sin cambiar los precios, para situarlo en el mismo nivel de bienestar en que quedaría si el cambio de precios tuviera lugar y su ingreso permaneciera constante. La VE $[EV(p^0, p^1, m^0)]$ utiliza el nivel de bienestar *ex-post* como base de comparación:

(7) $EV(p^0, p^1, m^0) = e(p^1, u^1) - e(p^0, u^1)$

A partir de estas definiciones de VC y de VE es posible apreciar que la diferencia esencial entre ambas es que la VC se define tomando el nivel de bienestar inicial como base de la comparación, esto es, tomando el vector de precios final como vector de referencia lo cual impide comparar estados finales alternativos; en cambio la VE toma el nivel de bienestar final como base de la comparación, estableciendo al vector de precios inicial como el vector de referencia, ello permite obtener la VE para diversas situaciones finales y comparar directamente el impacto de las reformas alternativas que se estén considerando.

Tanto a partir de la VC como de la VE puede mostrarse que el área bajo la curva de demanda compensada hicksiana, corresponde al SC.

Consideremos el caso en que sólo el primer precio cambia de p_1^0 a p_1^1 mientras todos los demás precios se mantienen constantes. La ecuación (3) da la curva de demanda compensada, e integrándola entre los dos niveles de precios se obtiene:

$$(8)\quad CV(p^0,p^1,m^0) = e(p^1,u^0) - e(p^0,u^0) =$$

$$= \int_{p_1^0}^{p_1^1} h_1(p,u^0)\,dp_1 = \int_{p_1^0}^{p_1^1} \frac{\partial e(p,u^0)}{\partial p_1}\,dp_1$$

La VE se deriva de la misma manera remplazando u^0 por u^1:

$$VE(p^0,p^1,m^0) = e(p^1,u^1) - e(p^0,u^1) =$$

$$= \int_{p_1^0}^{p_1^1} h_1(p,u^1)\,dp_1 = \int_{p_1^0}^{p_1^1} \frac{\partial e(p,u^1)}{\partial p_1}\,dp_1$$

Desde el punto de vista empírico resulta que no es necesario llevar a cabo aproximaciones pues tanto la VC como la VE pueden ser computadas con exactitud.

Comenzaremos con el caso más simple de dos bienes con precios $p^0=(p^0,1)$ donde el segundo bien es el numerario y se considera un cambio en el precio de p_1^0 a p_1^1. Tanto el precio del primer bien como el ingreso están normalizados con respecto al precio del segundo bien que se mantiene constante. Este es un caso muy simple pero no por completo irrealista, con frecuencia es utilizado en análisis empíricos, especialmente cuando el supuesto de separabilidad entre el bien cuyo precio cambia y los otros bienes es apropiado.

La separabilidad de la función de utilidad justifica la especificación y estimación de curvas de demanda que contienen un único precio. Un ejemplo importante con frecuencia usado en estudios empíricos, es la relación lineal de oferta de trabajo:

(11) $x_j = \alpha w_j + \delta m_j + \gamma z_j + \varepsilon_j;\quad j=1,\ldots,J$

que se estima sobre una muestra de J individuos donde w_j es el salario (neto) deflactado por el precio de los bienes, m_j es el ingreso (no laboral) también deflactado por el precio de los bienes, z_j es un vector de características socio-económicas y ε_j es una perturbación estocástica. Muchas ecuaciones de demanda son especificadas de este modo, sustituyendo el salario por el precio del bien.

La obtención de la VC exacta es directa y proporciona una medida exacta del bienestar individual. La idea básica consiste en tomar la curva de demanda del mercado **observada** y usar la identidad de Roy para integrar y derivar la función de utilidad indirecta. La inversión de ésta proporciona la función de gasto que permite el cálculo de la VC.

Equivalentemente, a partir de la ecuación tres podemos derivar la curva de demanda compensada **no observable**; y la ecuación (8) muestra que el área bajo la curva de demanda compensada proporciona el SC exacto.

En principio podemos siempre llevar a cabo esta integración para una función de demanda bien especificada. Esta afirmación es la esencia del famoso problema de integrabilidad en la teoría de la demanda del consumidor. Siempre que las derivadas de las funciones de demanda **compensada** satisfagan las propiedades de simetría, semidefinición negativa de la matrix de Slutsky y la condición de adición (adding up), la función de utilidad indirecta puede ser recuperada por integración.

En la práctica, muchas funciones de demanda comúnmente utilizadas en trabajos empíricos tienen soluciones explícitas, de tal modo que el análisis exacto del bienestar es fácilmente llevado a cabo.

Volviendo al ejemplo de dos bienes, considérese la función de demanda no estocástica (donde p_1 y m están deflactados por p_2):

$$(12)\quad x = \alpha p + \delta m + \gamma z = -\frac{\frac{\partial v(p,m)}{\partial p}}{\frac{\partial v(p,m)}{\partial m}}$$

Esta ecuación diferencial parcial lineal se resuelve aplicando el método de curvas características que asegura una solución única, dada una condición inicial. Para llevar a cabo comparaciones sobre el bienestar será deseable estar sobre una curva de indiferencia; a medida que el precio cambie, la ecuación $v(p(t),m(t))=u_0$ para algún u_0, será utilizada; por ejemplo, la utilidad inicial en el caso de la VC. A lo largo de una senda de cambio en el precio, para permanecer sobre la misma curva de indiferencia es necesario que:

$$(13)\quad \frac{\partial v(p_1(t),m(t))}{\partial p_1(t)}\frac{dp_1(t)}{dt} + \frac{\partial v(p_1(t),m(t))}{\partial m(t)}\frac{dm(t)}{dt} = 0$$

Utilizando el teorema de la función implícita (dada $F(y,x_1,...,x_n)$ entonces $\partial y/\partial x=-F_{x_i}/F_y$ $i=1,...n$) y la identidad de Roy:

$$\frac{\partial m(p_1)}{\partial p_1} = \frac{\frac{\partial v(p_1,m)}{\partial p_1}}{\frac{\partial v(p_1,m)}{\partial m}}$$

Y a partir de (12) obtenemos:

$$(14)\quad \frac{dm(p_1)}{dp_1} = \alpha p_1 + \delta m + \gamma z$$

Ahora m está expresada como función de p_1 y se puede resolver la ecuación diferencial ordinaria para encontrar:

$$(15)\quad m(p_1) = ce^{\delta p_1} - \frac{1}{\delta}(\alpha p_1 + \frac{\alpha}{\delta} + \gamma z)$$

donde c, la constante de integración, depende del nivel de utilidad inicial u_0. Puede simplemente escogerse $c=u_0$ como el índice de utilidad cardinal. Por ende, resolviendo la ecuación anterior encontramos la función de utilidad indirecta:

$$(16)\quad v(p_1,m) = c = e^{-\delta p_1}[m + \frac{1}{\delta}(\alpha p_1 + \frac{\alpha}{\delta} + \gamma z)]$$

Entonces la correspondiente función de gasto (otra vez normalizada con respecto al precio del segundo bien) se sigue de la ecuación anterior simplemente intercambiando el nivel de utilidad por la variable ingreso:

$$(17)\quad e(p_1,\bar{u}) = e^{\delta p_1}\bar{u} - \frac{1}{\delta}(\alpha p_1 + \frac{\alpha}{\delta} + \gamma z)$$

Es importante notar que este procedimiento da como resultado una **solución local** a la ecuación diferencial sobre una parte del dominio en el espacio de precios. No es siempre el caso que exista una solución global a la ecuación (12) que satisfaga las condiciones de integrabilidad. Sin embargo, para llevar a cabo el cálculo de las medidas del bienestar en que estamos interesados, con la solución local basta; pues sólo deseamos computar la medida del bienestar en dos puntos, a saber p_1^0 y p_1^1, lo cual podemos hacer a partir de las ecuaciones (16) y (17).

3.2.1.1 OBTENCION DE LA VARIACION COMPENSATORIA.

Para computar la VC utilizamos las ecuaciones (17) y (6) para encontrar:

$$(19)\quad CV(p_1^0, p_1^1, m^0) = e^{\delta(p_1^1 - p_1^0)}[m_0 + \frac{1}{\delta}(\gamma z + \frac{\alpha}{\delta} + \alpha p_1^0)] - \frac{1}{\delta}(\gamma z + \frac{\alpha}{\delta} + \alpha p_1^1) - m_0 =$$

$$= \frac{1}{\delta}\, e^{\delta(p_1^1 - p_1^0)}[x_1^0(p_1^0, m^0) + \frac{\alpha}{\delta}] - \frac{1}{\delta}[x_1^1(p_1^1, m^0) + \frac{\alpha}{\delta}]$$

Esta expresión para la VC aunque es ciertamente más complicada que la fórmula del triángulo Marshalliana, es aún directamente calculable. Además, puesto que los parámetros de la ecuación (17) son presumiblemente estimados a través de métodos económetricos, las correspondientes fórmulas estadísticas permiten el cálculo del error estándar para muestras grandes de la VC. Nótese también que la VC es distinta para diferentes individuos de acuerdo con sus características socio-económicas y sus niveles de ingreso, mientras que las correspondientes medidas marshallianas hacen caso omiso de estos factores.

3.2.1.2 OBTENCION DE LA VARIACION EQUIVALENTE.

Hasta aquí se ha expuesto la metodología desarrollada por Hausman para la obtención de la VC. A partir de ella obtendremos la VE, que como hemos discutido anteriormente, constituye una medida más adecuada del bienestar individual.

Por definición sabemos que:

$$VE(p_1^0, p_1^1, m^0) = e(p_1^1, u^1) - e(p_1^0, u^1) = m^0 - e(p_1^0, u^1)$$

De la ecuación (16) obtenemos u^1:

$$u^1 = e^{-\delta p_1^1}[m^0+\frac{1}{\delta}(\gamma z+\frac{\alpha}{\delta}+\alpha p_1^1)]$$

Utilizando el resultado anterior y la ecuación (17):

$$e(p_1^0,u^1) = e^{\delta p_1^0}[e^{-\delta p_1^1}[m^1+\frac{1}{\delta}(\gamma z+\frac{\alpha}{\delta}+\alpha p_1^1)]] - \frac{1}{\delta}(\gamma z+\frac{\alpha}{\delta}+\alpha p_1^0)$$
$$= e^{\delta(p_1^0-p_1^1)}[m^0+\frac{1}{\delta}(\gamma z+\frac{\alpha}{\delta}+\alpha p_1^1)] - \frac{1}{\delta}(\gamma z+\frac{\alpha}{\delta}+\alpha p_1^0)$$

Y entonces:

$$VE(p_1^0,p_1^1,m^0) = m^0 - e(p_1^0,u^1) =$$
$$= m^0 - e^{\delta(p_1^0-p_1^1)}[m^0+\frac{1}{\delta}(\gamma z+\frac{\alpha}{\delta}+\alpha p_1^1)] + \frac{1}{\delta}(\gamma z+\frac{\alpha}{\delta}+\alpha p_1^0)$$

Así, el empleo de la VC o de la VE pone fin a todas las argumentaciones acerca de lo apropiado de las aproximaciones marshallianas, puesto que permiten la obtención exacta del cambio en el bienestar.

3.3 EL CASO DE MUCHOS BIENES Y FUNCIONES DE DEMANDA MAS GENERALES.

En esta parte se generalizan los métodos de obtención de la VC para el caso de una economía con muchos bienes, pero aún para cambios en el precio de un único bien.

A pesar de que ahora ya no es posible recuperar la función de gasto completa, como antes, es sin embargo posible recuperar la cuasi-función de gasto cuya derivada da como resultado la curva de demanda compensada adecuada. Así, es de nueva cuenta posible estimar exactamente la VC y la VE dada la información sobre la curva de demanda del mercado para el bien cuyo precio ha cambiado.

La especificación completa de un sistema de ecuaciones de demanda tendría la forma general:

(24) $x_i = x(p,m,z,\varepsilon_i)$; $i=1,...,N$

donde p es el vector de precios, m es el ingreso, z es un vector de características socio-económicas y ε_i es una perturbación estocástica. En tanto los coeficientes estimados del sistema de demanda tengan la propiedad de que la matriz de Slutsky sea simétrica y semidefinida negativa y si además la función x(.) es regular tanto en p como en m, entonces, en principio, el sistema puede ser integrado y las funciones de gasto derivadas. Sin embargo, usualmente no contamos con la información sobre todas las cantidades demandadas a nivel individual. Pero, supóngase que tenemos información sobre la demanda por, digamos, el primer bien cuyo precio se espera, cambiará como resultado de la medida de política pública que estamos considerando. Una expansión de Taylor de primer orden de la ecuación anterior conduciría a la especificación econométrica:

(25) $$x(p,m) = \gamma z + \sum_{i=2}^{N} \frac{\delta_i m}{p_i} + \sum_{i=2}^{N} \frac{\alpha_i p_1}{p_i} + \varepsilon$$

Lo que es importante notar en la ecuación anterior es que, por construcción, solamente p_1 cambiará debido a la medida de política contemplada; mientras que z, m, y $p_2,...,p_N$ permanecerán constantes. Por lo tanto todos los precios, excepto el primero, pueden ser escritos como múltiplos de un índice de precios, $p_2=\lambda_2 q,...,p_N=\lambda_N q$ donde $\lambda_2,...,\lambda_n>0$ son conocidas y fijas.

Podemos ahora aplicar el teorema de Hicks del bien compuesto.

Reescribamos (25) como:

$$(26)\ x(p,q,m) = \gamma z + (\Sigma_{i=2}^{N} \frac{\delta_i}{\lambda_i}) \frac{m}{q} + (\Sigma_{i=2}^{N} \frac{\alpha_i}{\lambda_i}) \frac{p_1}{q} = \gamma z + \delta \frac{m}{q} + \alpha \frac{p_1}{q}$$

donde $\delta = \Sigma_{i=2}^{N} \frac{\delta_i}{\lambda_i})$ y $\alpha = \Sigma_{i=2}^{N} \frac{\alpha_i}{\lambda_i})$

Puesto que la ecuación anterior es la misma ecuación que (12), excepto porque el precio compuesto q ha remplazado a p_2, es posible repetir el análisis hecho para el caso de dos bienes basado en las ecuaciones (16) y (17). Nótese que las ecuaciones resultantes pueden ser consideradas como cuasi-función de utilidad indirecta y cuasi-función de gasto; no han sido recuperadas las funciones completas de utilidad indirecta y la de gasto, pero las "cuasi" funciones conducen a medidas del bienestar exactas cuando todos los demás precios permanecen constantes. Sin embargo no pueden ser utilizadas para análisis de bienestar cuando cambia más de un precio (excepto si el cambio es proporcional) sin llevar a cabo un análisis adicional.

A diferencia del SC las medidas aquí presentadas han sido construidas a partir de las preferencias del consumidor. Por ende, la cuestión no estriba en si representan o no correctamente tales preferencias, como en el caso del SC; sino en el hecho de que puedan o no calcularse a partir de un conjunto de funciones de demanda ordinarias.

4. COMPUTO DE LA VARIACION COMPENSATORIA Y DE LA VARIACION EQUIVALENTE.

En esta sección ilustraremos el cálculo específico de la VC y de la VE utilizando la curva hipotética de demanda por gasolina de largo plazo empleada por Hausman (1981). Como es de esperarse el resultado difiere debido a la diferencia en la base de la comparación que se establece en cada uno de los casos.

4.1 COMPUTO DE LA VARIACION COMPENSATORIA.

Suponiendo que la función de demanda por gasolina de largo plazo está dada por:

$$x = -14.22p + 0.082m + 4.95$$

y que el ingreso medio individual es de \$720 y el precio de la gasolina de \$0.75; consideraremos un cambio de precio de \$0.75 a \$1.5.

De acuerdo con la identidad de Roy:

$$x = -14.22p + 0.082m + 4.95 = -\frac{\frac{\partial v(p,m)}{\partial p}}{\frac{\partial v(p,m)}{\partial m}}$$

Según el teorema de la función implícita:

$$-\frac{\frac{\partial v(p,m)}{\partial p}}{\frac{\partial v(p,m)}{\partial m}} = \frac{\partial m(p_1)}{\partial p_1},$$

por lo tanto:

$$\frac{dm(p_1)}{dp_1} = -14.22p + 0.082m + 4.95$$

Resolviendo esta ecuación diferencial encontramos:

$$m(p) = ce^{0.082p} + 173.414p + 2054.446$$

Si ahora definimos la constante arbitraria c como el nivel de utilidad de referencia e invertimos la función de la solución anterior obtenemos:

$$v(p,m) = c = (m-173.414p - 2054.446)e^{-0.082p} \; (=\bar{u}) \qquad (*)$$

De donde: $e(p,\bar{u}) = \bar{u}e^{0.082p} + 173.414p + 2054.446 \qquad (**)$

La definición de variación compensatoria está dada por:

$$CV(p^0,p^1,m^0) = e(p^1,u^0) - e(p^0,u^0) = e(p^1,u^0) - m^0 \qquad (***)$$

Con m^0=\$720 y p^0=\$0.75 calculamos u^0 a partir de (*):

$$u^0 = [720-173.414(0.75)-2054.446]e^{-0.082(0.75)} = -1377.152$$

Puesto que p^1=\$1.5 y u^0=-1377.152, a partir de (**) calculamos $e(p^1,u^0)$:

$$e(p^1,u^0) = e^{0.082(1.5)}(-1377.152)+173.414(1.5)+2054.446 = 757.166$$

Finalmente, con m^0=720, podemos calcular la variación compensatoria a partir de (***):

$$CV(p^0,p^1,m^0) = e(p^1,u^0) - m^0 = 757.166 - 720 = 37.166$$

Este resultado, según se definió la VC, establece que sería necesario retribuir al consumidor \$37.166 para ubicarlo en el mismo nivel de bienestar en que se encontraba antes del cambio en el precio del bien analizado.

5.2 COMPUTO DE LA VARIACION EQUIVALENTE.

La definición de variación equivalente está dada por:

$$VE(p^0,p^1;m^0) = e(p^1,u^1) - e(p^0,u^1) = m^0 - e(p^0,u^1) \qquad (****)$$

Con m^0=\$720 y p^1=\$1.5 calculamos u^1 a partir de (*):

$$u^1 = [720-173.414(1.5)-2054.446]e^{-0.082(1.5)} = -1410.017$$

Puesto que p^0=\$0.75 y u^1=-1410.017, a partir de (**) calculamos $e(p^0,u^1)$:

$$e(p^0,u^1) = e^{0.082(.75)}(-1410.017)+173.414(.75)+2054.446 = 685.051$$

Finalmente, con m^0=720, podemos calcular la variación equivalente a partir de (****):

$$VE(p^0,p^1,m^0)= e(p^1,u^1) - m^0 = 720 - 685.051 = 34.948$$

Este resultado, según se definió la VE, establece que el consumidor estaría dispuesto a pagar \$34.94 para evitar el cambio de precios si su ingreso ha de permanecer constante.

5. CONCLUSIONES.

En este trabajo se ha llevado a cabo una revisión de las medidas del bienestar individual, demostrando en particular lo inexacto del superávit del consumidor marshalliano y la factibilidad del cálculo de las medidas teóricamente correctas.

Encontramos también que la VE es una medida más conveniente que la VC en el sentido de que permite la comparación directa de estados finales alternativos derivados de las diversas opciones de reformas con que se cuente en un momento dado; en consecuencia se deriva, a partir de la metodología desarrollada por Hausman (1981), la fórmula que permite el cálculo exacto de la VE.

Es muy importante enfatizar la importancia de verificar que se cumplan las condiciones para que ambas medidas aseguren un resultado confiable, en particular la condición de integrabilidad de la función de gasto, y que en general no sean utilizadas indiscriminadamente (ya hemos anotado que en muchos casos las externalidades pueden tener efectos significativos sobre el bienestar del consumidor).

Finalmente podemos dejar sentado que el estudio de la medición del bienestar individual establece las bases para la investigación de la agregación de este y la definición de las medidas teóricamente exactas del bienestar social.

6. BIBLIOGRAFIA.

Becht, Marco (1992) "Theory and Estimation of Individual and Social Welfare Measures: A Critical Survey" European University Institute. Florence, Italy.

Brock, W. y Malliaris, A. (1989), "Differential Equations, Stability and Chaos in Dynamic Economics". North-Holland.

Chiang, Alpha (1987), "Métodos Fundamentales de Economía Matemática". Mc Graw Hill, México.

Chipman, John y Moore, James (1976), "The Scope of Consumer´s Surplus Arguments", in *Evolution, Welfare and Time in Economics: Essays in Honor of Nicholas Georgescu-Roegen*, A.M. Tang, F. Westfield and J. Worley (eds). D.C. Heath: Lexington, Mass.

Chipman, John y Moore, James (1980)) "Compensating Variation, Consumer's Surplus, and Welfare". The American Economic Review, Vol. 70, No. 5.

Hammond, Peter (1990), "Money Metric Measures of Individual and Social Welfare Allowing for Environmental Externalities". European University Institute and Stanford University. Preliminary Version

Hausman, Jerry (1981), "Exact Consumer's Surplus and Deadweight Loss". American Economic Review, Vol. 71, No. 4.

Hicks, J.R. (1946), "The Generalizad Theory of Consumer Surplus". Review of Economic Studies.: pp. 68-74.

Hicks, J.R. (1956), "A Revision of Demand Theory". Oxford: Clarendon Press.

King, Mervyn (1983), "Welfare Analysis of Tax Reforms Using Household Data". Journal of Public Economics 21, (1983) 183-214, North-Holland.

Luenberger, David (1992), "Benefit Functions and Duality". Journal of Mathematical Economics 21 (1992) 461-481, North-Holland.

Morey, E. (1984), "Confuser Surplus". American Economic Review. 74: pp. 163-173

Samuelson, P.A. (1942), "Constancy of the Marginal Utility of Income", in *Studies in Mathematical Economics and Econometrics: In Memory of Henry Schultz*, O. Lange (ed). University of Chicago Press: Chicago. pp. 75-91.

Say, J.B. (1880), "A Treatise on Political Economy. New York: Augustus Kelley Editions (1970).

Silberberg, E. (1972), "Duality and the Many Consumer's Surpluses". American Economic Review. 62: pp. 942-952.

Takayama, Akira (1987), "Consumer Surplus". The New Palgrave: A Dictionary of Economics, J. Eatwell, N. Milgate and P. Newman (eds). Macmillan: London. pp. 607-613.

Varian, Hal (1992), "Microeconomic Analysis". W.W. Norton and Company.

Vartia,Yrjö (1983), "Efficient Methods of Measuring Welfare Change and Compensated Income in Terms of Ordinary Demand Functions". Econometrica, Vol. 51, No. 1.

Willig, R.D. (1976), "Consumer´s Surplus without Apology: Reply". American Economic Review.: pp. 469-474.