Comunicación en Presencia de Emisores y Receptores Autómatas

El Colegio de México

Edgar Hernández Mendoza
Asesor: Dr. Dragan Filipovich

Septiembre 2008

Agradecimientos

A mis padres por el apoyo y la confianza que me han brindado a lo largo de mi vida, en particular, por sufrir conmigo o por mi durante estos dos años.

A mis hermanos Nancy, Leticia y Eduardo, y a mi abuelita Margarita por apoyarme en todo momento.

A todos mis compañeros por la amistad y la ayuda brindadas, en especial, a Lizbeth Leyva, Jaime Olivares, Diana Ramírez, Francisco Rodríguez y Edgar Mendoza.

Al Dr. Dragan Filipovich por la asesoría, orientación y apoyo brindados en el desarrollo y culminanción de este trabajo.

Al Dr. Gerardo Esquivel por el apoyo y las oportunidades brindadas.

Resumen

Partiendo del trabajo de Crawford (2003), en el presente trabajo se explora que posibilidades de comunicación se abren en un juego de señalización gratuita de suma-cero cuando se le modifica introduciendo emisores y receptores autómatas (Honestos, Mentirosos, Crédulos y Contrarios). La diferencia con Crawford es que usamos autómatas más simples y se introducen uno a la vez. Como en Crawford, se encuentra que se abren posibilidades de comunicación creíble cuando se introducen estos autómatas. La introducción gradual de tipos nos permite concluir que no importan cuando, de que lado o que tipo de autómata se introduzca, para ciertos parámetros hay equilibrios en los cuales el emisor y el receptor racionales están ambos mejor que en el juego de suma-cero original. En un segundo ejercicio se flexibiliza el comportamiento de los autómatas introduciendo autómatas que siempre dicen la verdad o siempren mienten. Se encuentra que no obstante que se abren posibilidades de comunicación creíble importa el tipo de autómata que se introduzca para encontrar equilibrios en los cuales tanto el emisor como el receptor racionales estén mejor que en el juego de suma-cero original. Esto indica que el simple hecho de existan autómatas que siempre dicen la verdad o siempre mienten no es suficiente para que el emisor racional y el receptor racional estén ambos mejor que en el juego original.

Índice general

1. Introducción

En el equilibrio del juego de señalización gratuita de suma-cero original no existe comunicación, es decir, tanto la acción del emisor como la del receptor son independientes del mensaje enviado (Crawford y Sobel (1982)).

En el presente trabajo tomamos como punto de partida el trabajo de Crawford (2003) para explorar que posibilidades de comunicación se abren en un juego de señalización gratuita de suma-cero cuando se le modifica introduciendo a tipos de jugadores con estrategias de comportamiento rígidas (i.e., autómatas).

En un primer ejercicio, la diferencia con Crawford (2003) es que usamos autómatas más simples y se introducen gradualmente. En particular, se introducen dos tipos de emisores: *a*) Honestos (envían el mensaje u y hacen U) y *b*) Mentirosos (envían el mensaje d y hacen U) ; y dos tipos de receptores: *a*) Crédulos (si reciben el mensaje u creen que el emisor hará U y si reciben el mensaje d creen que el emisor hará D) y *b*) Contrarios (si reciben el mensaje u creen que el emisor hará D y si reciben el mensaje d creen que el emisor hará U).

Como en Crawford (2003), se encuentra que se abren posibilidades de comunicación creíble cuando se introducen estos autómatas, es decir, las acciones del emisor y del receptor racionales dependen del mensaje enviado, y por tanto, el mensaje enviado puede afectar el pago esperado de los jugadores racionales. Se encuentran dos tipos de equilibrio: *a*) para varias configuraciones de parámetros (probabilidades y pagos) el modelo tiene un único equilibrio secuencial en estrategias puras en el cual el emisor y el receptor (racionales) están ambos mejor que en el juego de suma-cero original, *b*) para otras configuraciones de parámetros el modelo tiene esencialmente un único equilibrio secuencial en estrategias mixtas en el cual los jugadores racionales obtienen el mismo pago que en el juego de suma-cero original.

Lo que nos permite la introducción gradual de tipos es concluir que no importa cuando, de que lado o que tipo de autómata se introduzca, para ciertos parámetros siempre existe un equilibrio secuencial en el cual el emisor y el receptor (racionales) están ambos mejor que en el juego de suma-cero original.

En un segundo ejercicio se flexibiliza el comportamiento de los emisores autómatas. Los emisores Honestos si envían el mensaje u hacen U y si envían el mensaje d hacen D; en tanto que, los emisores Mentirosos si envían el mensaje u hacen D y si envían el mensaje d hacen U, pero ninguno de los dos autómatas esta obligado a enviar uno u otro mensaje como en el primer ejercicio.

En este segundo ejercicio, se encuentra que en los casos en los cuales sólo se introducen emisores autómatas desaparecen las posibilidades de comunicación creíble. Es decir, importa el tipo de autómata que se introduzca para encontrar equilibrios en los cuales tanto el emisor Racional como el receptor Racional estén mejor que en el juego de suma-cero original. Esto último indica que el simple hecho de existan autómatas que siempre dicen la verdad o siempre mienten no es suficiente para que el emisor Racional y el receptor Racional estén ambos mejor que en el juego de suma-cero original.

1.1. Discusión de la literatura

Los primeros trabajos que exploran posibilidades de comunicación en un juego de Emisor-Receptor de suma-cero son los trabajos de Hendricks y McAfee (2002) y Crawford (2003). Estos autores tratan de modelar la tergiversación de intenciones en un juego que sólo se juega una vez; el emisor busca hacer creer al receptor que hará cierta acción y hace otra. En constraste, en el presente trabajo no se trata de modelar la tergiversación de intenciones, sino que se explora que posibilidades de comunicación se abren cuando se introducen jugadores autómatas y se analiza bajo que condiciones existen equilibrios en los cuales el emisor y el receptor Racionales están ambos mejor que en el juego de suma-cero original.

Hendricks y McAfee (2002) -HM de aquí en adelante- tratan de modelar la tergiversación de intenciones vía lo que ellos llaman fintas. Para motivar su análisis ocupan como ejemplo la invasión de Normandía. En su modelo, el atacante elige como asignar sus recursos entre dos posibles alternativas (Normandía y Calais). Entonces, el defensor observa una señal binaria cuya distribución de probabilidad depende de la asignación de recursos del atacante y asigna sus propios recursos entre las dos alternativas. La asignación conjunta de recursos determina sus pagos.

Para modelar la tergiversación de intenciones HM introducen dos tipos de tecnología de señalización, una tecnología informativa y una poco informativa. Bajo la tecnología poco informativa ellos encuentran que sólo el receptor puede obtener un pago mayor que el correspondiente al juego de suma-cero original. En cambio, bajo la segunda tecnología el atacante puede fintar al defensor y obtener un mayor que el correspondiente al juego de suma-cero original.

Crawford (2003) para dar cuenta de la tergiversación de intensiones introduce tipos con "racionalidad estratégica limitada" en un juego de señalización gratuita de suma-cero.[1]

Crawford (2003) encuentra dos tipos de equilibrio:

a) Para varias configuraciones de paramétros (probabilidades y pagos) su modelo tiene un único equilibrio secuencial en estrategias puras en el cual el emisor y el receptor racionales están ambos mejor que en el juego de suma-cero original.

b) Para otras configuraciones de parámetos, su modelo tiene esencialmente un único equilibrio secuencial en estrategias mixtas en el cual los jugadores racionales obtienen el mismo pago que en el juego de suma-cero original.

A diferencia de Crawford (2003), en el presente trabajo se introducen autómatas que se comportan igual que los tipos con "racionalidad limitada" definidos por Crawford, pero los autómatas que usamos son más simples. Además, estos autómatas se introducen uno a la vez.

En un trabajo más reciente, Ettinger y Jehiel (2007) proponen un nuevo enfoque de equilibrio para modelar la tergiversación de intenciones en un marco más general,

[1]Crawford considera tipos que satisfacen los supuestos usuales sobre conocimiento de las creencias y racionalidad, y tipos que maximizan su pago esperado pero que no siempre tienen creencias correctas sobre el comportamiento de sus oponentes. En particular, ellos esperan que sus intentos de engañar a sus oponentes sean siempre exitosos.

en éste los agentes pueden manipular las creencias y decepcionar a otros jugadores. En contraste al presente trabajo, Ettinger y Jehiel definen tipos de jugadores que se diferencian de acuerdo a si pueden o no distinguir el comportamiento de los diversos tipos de sus oponentes.

En este trabajo, las creencias de los receptores Racionales no pueden ser manipuladas (i.e., de acuerdo a la noción de equilibrio utilizada los receptores Racionales no se equivocan sobre distribución de tipos ni sobre sus estrategias), en contraste, en el trabajo de Ettinger y Jehiel (2007), el receptor Racional termina con creencias incorrectas, lo que lo conduce a elegir un estrategia subóptima.

El resto del trabajo se organiza como sigue. En la sección 2 se presenta el modelo. En la sección 3 se analiza el modelo introduciendo autómatas totalmente rígidos. En la sección 4 se analiza el modelo cuando se introducen semi-autómatas. Finalmente, en la sección 5 se presentan las conclusiones.

2. Juego Base

El modelo se basa en un juego de suma-cero con dos jugadores muy parecido a Matching Pennies. Los dos jugadores, un Emisor (un análogo a los Aliados) y un Receptor (un análogo a los alemanes), eligen de forma simúltanea entre dos acciones, U (un análogo a atacar Calais) o D para el emisor y L (análogo de defender Normandía) y R para el receptor. Se asume que el valor de a > 1, lo cual corresponde a la menor dificultad de una invasión no anticipada a Calais. Pero antes de ser jugado el citado juego, el Emisor envía un mensaje gratuito, u o d, sobre sus intenciones , donde u (d) representa la acción U (D). Luego, los jugadores escogen sus acciones simultáneamente.

		Receptor	
		L	R
Emisor	U	$a, -a$	$0, 0$
	D	$0, 0$	$1, -1$

Figura 1: Juego subyacente

En el análisis estándar de equilibrio de este juego, en cualquier equilibrio el mensaje del emisor debe ser no informativo, es decir, la probabilidad de que el emisor juegue U condicional en su mensaje es independiente del mensaje enviado; por lo que el receptor debe ignorarlo, en el sentido de que la probabilidad de que él juegue L debe ser independiente del mensaje recibido. Entonces, el juego tiene un único equilibrio en estrategias mixtas, en el cual el emisor juega U con probabilidad 1/(1+a) y el Receptor juega L con probabilidad 1/(1+a), y los pagos esperados de este equilibrio son a/(1+a) y -a/(1+a), respectivamente. En conclusión, no existe comunicación.

2.1. Introduciendo Emisores y Receptores Autómatas

Así, para permitir la comunicación se asume que tanto el rol del emisor como el del receptor son ocupados por jugadores elegidos aleatoriamente de distribuciones independientes, en las que jugadores racionales y jugadores autómatas tienen probabilidad positiva.

En el Cuadro 1 se presentan los tipos de jugadores considerados en el modelo.

Cuadro 1: Tipos de Jugadores

Emisor	Receptor
Racional	Racional
Honesto	Crédulo
Mentiroso	Contrario

Los jugadores racionales satisfacen los supuestos usuales sobre conocimiento de las creencias y racionalidad, en tanto que los jugadores autómatas tienen estrategias de comportamiento rígidas. En particular, los autómatas siguen las siguientes reglas de comportamiento:

Cuadro 2: Tipos de Autómatas

Jugador	Tipo	Estrategia
Emisor	Honesto	Envía el mensaje u, hace U
	Mentiroso	Envía el mensaje d, hace U
Receptor	Crédulo	Si recibe el mensaje u, hace R
		si recibe el mensaje d, hace L
	Contrario	Si recibe el mensaje u, hace L
		si recibe el mensaje d, hace R

Se analiza el modelo asumiendo que los emisores autómatas no eligen el mensaje que envían. En particular, se asume que los emisores Honestos siempre envían el mensaje u y hacen U, en tanto que los emisores Mentirosos siempre envían el mensaje d y hacen U.

En equilibrio, estas estrategias de comportamiento pueden llevar a que el mensaje enviado sea informativo sobre las intenciones del emisor, lo cual a su vez implica que el mensaje puede tener efectos directos en los pagos.

El en cuadro 3 se presentan las estrategias puras disponibles para el emisor y receptor Racionales.

Cuadro 3: Estrategias Puras para Emisor y Receptor Racionales

Emisor	
	(mensaje, acción$\|$envió u, acción$\|$envió d)
	(u,U,U), (u,U,D), (u,D,U), (u,D,D), (d,U,U), (d,U,D), (d,D,U), (d,D,D)
Receptor	
	(acción$\|$recibió u, acción$\|$recibió d)
	(L,L), (L,R), (R,L), (R,R)

En los cuadro 4 y 5 se definen las probabilidades de los jugadores considerados en el modelo.

Cuadro 4: Probabilidad de los distintos Tipos de Emisores

e_r=	Pr{Emisor sea Racional}
e_h=	Pr{Emisor sea Honesto}
e_m=	Pr{Emisor sea Mentiroso}
Donde:	e_r+e_h+e_m=1

Cuadro 5: Probabilidad de los distintos Tipos de Receptores

r_r=	Pr{Receptor sea Racional}
r_c=	Pr{Receptor sea Crédulo}
r_i=	Pr{Receptor sea Contrario}
Donde:	r_r+r_c+r_i=1

Para evitar casos triviales, se asume que la probabilidad del emisor Racional y la del receptor Racional son estrictamente positivas.

Finalmente, se asume que los roles tanto del emisor como del receptor son cubiertos por jugadores elegidos aleatoriamente de distribuciones independientes. Ningún jugador observa el tipo del otro jugador; pero la estructura del juego así como las distribuciones de probabilidad son conocimiento común.

2.2. Concepto de Equilibrio

A lo largo del trabajo se utiliza la noción de equilibrio secuencial como concepto de equilibrio.

Definición 1. *Una **evaluación** en un juego extensivo es una pareja (β, μ), donde β es un perfil de estrategias de comportamiento y μ es una función que asigna a todo conjunto de información* *una distribución de probabilidad sobre las historias de ese conjunto de información.*

Definición 2. *Una evaluación (β, μ) es* ***secuencialmente racional*** *si para todo jugador $i \in N$ y todo conjunto de información $I_i \in \mathcal{I}_i$ la estrategia del jugador i es una mejor respuesta a las estrategias de los demás dadas las creencias de i en I_i.*

Definición 3. *Una evaluación (β, μ) es* ***consistente*** *si existe una secuencia $((\beta^n, \mu^n))_{n=1}^{\infty}$ de evaluaciones que converge a (β, μ) en el espacio euclidiano y tiene las propiedades de cada perfil β^n es completamente mixto y que cada sistema de creencias μ^n es derivado de β^n utilizando la regla de Bayes.*

Definición 4. *Un* ***equilibrio secuencial*** *-de un juego extensivo finito con memoria perfecta- es una evaluación que es secuencialmente racional y consistente.*

3. Análisis del Modelo con jugadores Autómatas

Bajo el supuesto de que los emisores Honestos siempre envían el mensaje u y hacen U, en tanto que los emisores Mentirosos siempre envían el mensaje d y hacen U, el comportamiento de los autómatas definidos en esta sección es el mismo que el comportamiento de los tipos con "racionalidad limitada" definidos por Crawford (2003).[2]

En el cuadro 6 se presentan los casos analizados bajo el supuesto de que los emisores autómatas no eligen el mensaje que envían.

Cuadro 6: Casos analizados

	Emisor	Receptor
1)	Racional y Honesto	Racional
2)	Racional	Racional y Crédulo
3)	Racional, Honesto y Mentiroso	Racional
4)	Racional	Racional, Crédulo y Contrario
5)	Racional y Honesto	Racional y Crédulo
6)	Racional y Honesto	Racional, Crédulo y Contrario

Nota: Los casos 3-6 son analizados en el Apéndice

Dado el supuesto de que los emisores autómatas no eligen el mensaje que envían, las estrategias de todos los jugadores autómatas son independientes entre ellas y son independientes de las estrategias de los jugadores racionales, por lo que todos los autómatas

[2] Los autómatas usados en el presente trabajo son más simples. Crawford asume de forma ad hoc que los jugadores no racionales pueden tener creencias incorrectas, en particular, asume que éstos esperan que sus intentos de engañar a sus oponentes sean siempre exitosos. Dado este supuesto, los emisores Honestos y Mentirosos de Crawford responden al mayor pago de U contra L sobre D contra R enviando un mensaje que busca inducir al Receptor a jugar L, y después jugando U en la ruta de equilibrio. Pero estas creencias son inconsistente con el modelo. Por ejemplo: un Emisor Honesto no puede esperar que su intento de engañar sea siempre exitoso, ya que él conoce la distribución de probabilidad de los receptores, y en particular conoce r_c, la probabilidad con la que se haya frente a un receptor crédulo al cual por definición no puede engañar.

pueden ser tratados como exógenos y el análisis se puede enfocar a un *juego reducido* entre posibles jugadores racionales en cada rol.

En el juego reducido, las estrategias de los jugadores racionales ponderan las respuestas de sus contrapartes racionales contra las estrategias de los jugadores autómatas. La posibilidad de jugadores autómatas altera el juego desde el punto de vista de los jugadores racionales. El juego reducido ya no es de suma-cero debido a que el pago de los jugadores autómatas puede diferir del pago de los jugadores racionales. Finalmente, en el juego reducido -aunque el mensaje del emisor es nominal [3] sobre sus intenciones- el mensaje enviado transmite información a un receptor Racional sobre el tipo de emisor e indirectamente sobre sus intenciones. Por ejemplo, cuando el receptor Racional recibe el mensaje u sabe que se enfrenta a un emisor Honesto o a un emisor Racional, y sabe que si el emisor es Honesto, éste hará U.

Si la estrategia del emisor Racional implica juegar U con probabilidad 1, después de recibir cualquier mensaje, la mejor respuesta de receptor Racional es R (ya que todos los emisores autómatas también juegan U). De otro modo, su mejor respuesta depende de su probabilidad posterior o creencia, z, de que el emisor sea Racional. Si x es el mensaje y α es la probabilidad con la que el emisor Racional envía el mensaje u, la creencia del receptor Racional de que enfrenta a un emisor Racional es $z \equiv f(x, \alpha)$, donde:

$$f(u, \alpha) \equiv \alpha e_r/(e_h + \alpha e_r) \quad \text{y}$$
$$f(d, \alpha) \equiv (1 - \alpha)e_r/[(1 - \alpha)e_r + e_m]$$

por la regla de Bayes.

Para identificar el rol que desempeñan los jugadores autómatas, el resto de esta sección esta dividida en dos apartados. En el primero de ellos se analizan dos casos: *a*) dos tipos de Emisor y el receptor Racional y; *b*) el Emisor Racional y dos tipos de Receptor. En el segundo apartado se presentan las conclusiones del caso con dos tipos de Emisor y los tres tipos de Receptor, el caso más general analizado en el trabajo.[4]

3.1. El papel de los jugadores autómatas

En este primer apartado, para identificar el rol de los tipos autómatas, se consideran dos casos: *a*) dos tipos de emisor (Honesto y Racional) y el receptor Racional; *b*) el emisor Racional y dos tipos de receptor (Racional y Crédulo).

Caso I.1: Emisores Racional y Honesto, y Receptor Racional

En este primer caso se introduce el emisor Honesto en el juego de suma-cero original. Dado que el emisor Honesto siempre envía el mensaje u y hace U, entonces, se

[3] El mensaje enviado u (d), sobre las intenciones del emisor, representa la acción U (D). Pero el mensaje u (d) no obliga al emisor Racional a jugar U o D. Entonces, el mensaje enviado sólo es nominal sobre las intenciones del emisor.

[4] Como anteriormente se mencionó, bajo el supuesto de que los emisores autómatas no eligen el mensaje que envían, el comportamiento de los autómatas definidos en esta sección es el mismo comportamiento que el de los jugadores definidos por Crawford (2003). Dado que Crawford asume que la probabilidad de cada uno de los tipos considerados en su modelo es estrictamente positiva se omite el análisis del caso general, así como las demostraciones correspondientes, remitiendo al lector al artículo de Crawford.

puede construir la matriz de pagos de un juego reducido entre un emisor Racional y un receptor Racional.

Emisor Racional \ Receptor Racional	L, L	L, R	R, L	R, R
u, U, U	$a, -a$	$a, -a$	$0, 0$	$0, 0$
u, U, D	$a, -a$	$a, -a$	$0, 0$	$0, 0$
u, D, U	$0, -ae_h$	$0, -ae_h$	$1, -e_r$	$1, -e_r$
u, D, D	$0, -ae_h$	$0, -ae_h$	$1, -e_r$	$1, -e_r$
d, U, U	$a, -a$	$0, 0$	$a, -a$	$0, 0$
d, U, D	$0, 0$	$1, -1$	$0, 0$	$1, -1$
d, D, U	$a, -a$	$0, 0$	$a, -a$	$0, 0$
d, D, D	$0, 0$	$1, -1$	$0, 0$	$1, -1$

Figura 2: Matriz de Pagos del juego reducido entre un emisor Racional y receptor Racional

Si, por ejemplo, la estrategia de un emisor Racional es (u,D,D) y la estrategia de un receptor Racional es (L,L), el primero juega D y el segundo juega L cuando se envía el mensaje u. El emisor Honesto juega U. Así, el pago esperado de un emisor Racional es 0; y el pago esperado de un receptor Racional, cuya creencia posterior de que el emisor sea Honesto es $1 - z = e_h$, es -ae_h.[5]

Las figuras 3 y 4 presentan las matrices de pagos de los juegos reducidos que siguen a los mensajes u y d, "u" y "d" respectivamente, determinados por la creencia del receptor Racional $z \equiv f(x, \alpha)$.

Emisor Racional \ Receptor Racional	L	R
U	$a, -a$	$0, 0$
D	$0, -a(1-z)$	$1, -z$

Figura 3: Juego "u" después de mensaje u

Emisor Racional \ Receptor Racional	L	R
U	$a, -a$	$0, 0$
D	$0, -a(1-z)$	$1, -z$

Figura 4: Juego "d" después de mensaje d

Analizando cada uno de los subjuegos encontramos:

El juego u tiene un único equilibrio como sigue:

[5]Nótese que en este caso la estrategia del emisor Racional indica que él juega u con probabilidad 1, es decir, $\alpha = 1$ y $z = e_r$.

I. D,R es un equilibrio en estrategias puras si y sólo si (ssi) $z < a/(1+a)$.

II. hay un equilibrio en estrategias mixtas ssi $z > a/(1+a)$ con Pr{Emisor Racional juegue U} = $1-a/(1+a)z$, Pr{Receptor racional juegue L} = 1/(1+a). El pago esperado del emisor Racional es a/(1+a), y el pago esperado del receptor Racional es -a/(1+a). Los pagos del juego de suma-cero original.

El juego d: tiene un único equilibrio como sigue:

I. hay un equilibrio en estrategias mixtas con Pr{emisor Racional juegue U} = 1/(1+a), Pr{receptor Racional juegue L} = 1/(1+a). Los pagos asociados a este equilibrio son los del juego de suma-cero original. [6]

Proposición 1. *En el juego completo:*

- *Si* $ae_h > e_r$

  1. *Existe un único equilibrio en estrategias puras* $\{(u, D, a/(1+a)), (R, a/(1+a))\}$ *y los pagos asociados a este equilibrio son:* $\{1, -e_r\}$ *para los jugadores racionales y 0 para el emisor Honesto.*
  2. *Estos pagos son mayores tanto para el emisor Racional como para el receptor Racional a los obtenidos en el juego de suma-cero original.*

- *Si* $ae_h < e_r$

  1. *Existen múltiples equilibrios en estrategias mixtas.*[7]
  2. *El pago esperado del emisor Racional es a/(1+a), y el pago esperado del receptor Racional es -a/(1+a). Los pagos del juego de suma-cero original.*[8]

En palabras: Introducir un emisor Honesto (Mentiroso) abre posibilidades de comunicación creíble. En este caso la existencia del emisor Honesto cambia el juego desde el punto de vista del receptor Racional. Cuando el receptor Racional recibe el mensaje u tiene la creencia $1 - z = 1 - \alpha e_r/(e_h + \alpha e_r)$ de que el emisor sea Honesto.

Si el emisor Racional envía el mensaje u con probabilidad 1 su mensaje es no informativo. Los previos del receptor Racional no cambian después del mensaje u. En tanto que, si el emisor Racional envía el mensaje d, con probabilidad estrictamente positiva,

[6] Nótese que $z = 1$ después del mensaje d.

[7] $\{(\hat{\alpha}, 1 - a/(1+a)z, 1/(1+a)), (1/(1+a), 1/(1+a))\}$, donde $\hat{\alpha} \in [\bar{\alpha}, 1]$. $\bar{\alpha}$ es la probabilidad mínima con la que el emisor Racional debe enviar el mensaje u, para ser indiferente entre enviar el mensaje u y el mensaje d, como más adelante se verá.

[8] De forma similar cuando consideramos a los emisores Racional y Mentiroso, y al receptor Racional se encuentran dos tipos de equilibrio. Si $ae_m > e_r$ existe un único equilibrio en estrategias puras en el cual los dos jugadores racionales obtienen un pago mayor que en juego original. Si $ae_m < e_r$ existen múltiples equilibrios en estrategias mixtas. Los pagos asociados a estos equilibrios son los del juego de suma-cero original.

su mensaje es informativo. La creencia del receptor Racional en el subjuego u, de que el emisor sea Racional es $z = \alpha e_r/(e_h + \alpha e_r)$. [9]

Si el receptor Racional recibe el mensaje d, sabe que se enfrenta a un emisor Racional. Por lo que en el subjuego d mezcla de la misma forma que en el juego original (i.e., juega L con probabilidad 1/(1+a)).

Cuando se recibe el mensaje u. Si la probabilidad de un emisor Honesto es suficientemente alta (tal que $ae_h > e_r$) jugar R es mejor respuesta para el receptor Racional independientemente de lo que haga el emisor Racional. Conociendo esto, el emisor Racional imitará al emisor Honesto, enviando el mensaje u y haciendo D. En este equilibrio, ambos jugadores racionales obtienen un pago mayor que en el juego de suma-cero original.

Cuando se recibe el mensaje u. Si la probabilidad de un emisor Honesto no es lo suficientemente alta (es decir, $ae_h < e_r$), aún cuando el mensaje pueda ser informativo sobre el tipo de emisor, no existe una mejor respuesta para el receptor Racional independientemente de lo que haga el emisor Racional. Ahora ambos jugadores racionales mezclan. Para ver esto se presenta el siguiente argumento:

Para que el emisor Racional sea indiferente entre enviar el mensaje u y el mensaje d debería ser el caso de que el pago esperado en los subjuegos u y d fuera el mismo.

Si el emisor Racional enviara el mensaje d con probabilidad 1, el receptor Racional al recibir el mensaje u sabría que se enfrenta a un emisor Honesto y debería jugar R. Si el receptor Racional siempre juega R en el subjuego u, el emisor Racional debería de enviar el mensaje u y hacer D, con lo cual obtendría un pago mayor. Por tanto, el emisor Racional no envía el mensaje d con probabilidad igual a 1.

En general, si el emisor Racional enviara el mensaje u con probabilidad demasiado baja, el receptor Racional creería, después de recibir el mensaje u, que enfrenta a un emisor Honesto con alta probabilidad. Entonces, la mejor respuesta del receptor Racional sería jugar R y el emisor Racional debería jugar D. Pero el emisor Racional no sería indiferente entre enviar el mensaje u y el mensaje d. Obtendría un pago mayor cuando enviara el mensaje u. Por tanto, el emisor Racional no envía el mensaje u con probabilidad demasiado baja.

Si el emisor Racional enviara el mensaje u con probabilidad 1. El receptor Racional creería que enfrenta a un emisor Racional con alta probabilidad. [10] Dada esta creencia, la estrategia óptima del receptor Racional es mezclar. En particular, el receptor Racional debe jugar L con probabilidad 1/(1+a), lo cual hace indiferente al emisor Racional entre jugar U y D.

En general, si el emisor Racional enviara el mensaje u con una probabilidad alta, el receptor Racional creería que enfrenta a un emisor Racional con alta probabilidad ($z > a/(1+a)$). Dada esta creencia, la estrategia óptima del receptor Racional es mezclar. En particular, el receptor Racional debe jugar L con probabilidad 1/(1+a), lo cual hace indiferente al emisor Racional entre jugar U y D. Dado que el emisor Racional es indiferente entre jugar U y D, éste mezcla. En equilibrio el emisor Racional juega U con

[9] Si el emisor Racional siempre enviará el mensaje d, el receptor Racional sabría con certeza ante que tipo de emisor se enfrenta después de cada mensaje.

[10] $z = e_r$. Así, $z > a/(1 + a)$.

probabilidad $1 - a/(1+a)z$.

Los puntos anteriores indican que existe un valor mínimo crítico de α, $\bar{\alpha}$, tal que, para valores mayores o iguales a $\bar{\alpha}$ el emisor Racional es indiferente entre enviar el mensaje u y el mensaje d.

Para cada $\alpha \geq \bar{\alpha}$ existe un único equilibrio en estrategias mixtas. En cada uno de estos equilibrios, el pago esperado del emisor Racional es a/(1+a), y el pago esperado del receptor Racional es -a/(1+a). Los pagos del juego de suma-cero original.

Caso I.2: Emisor Racional y receptores Racional y Crédulo

En este caso se introduce el receptor Crédulo. Dado que la estrategia del receptor Crédulo es independiente de la estrategia de los otros tipos de jugadores también se puede construir la matriz de pagos de un juego reducido entre un Emisor Racional y un Receptor Racional.

		Receptor Racional			
		L, L	L, R	R, L	R, R
Emisor Racional	u, U, U	$ar_r, -a$	$ar_r, -a$	$0, 0$	$0, 0$
	u, U, D	$ar_r, -a$	$ar_r, -a$	$0, 0$	$0, 0$
	u, D, U	$r_c, 0$	$r_c, 0$	$1, -1$	$1, -1$
	u, D, D	$r_c, 0$	$r_c, 0$	$1, -1$	$1, -1$
	d, U, U	$a, -a$	$ar_c, 0$	$a, -a$	$ar_c, 0$
	d, U, D	$0, 0$	$r_r, -1$	$0, 0$	$r_r, -1$
	d, D, U	$a, -a$	$ar_c, 0$	$a, -a$	$ar_c, 0$
	d, D, D	$0, 0$	$r_r, -1$	$0, 0$	$r_r, -1$

Figura 5: Matriz de Pagos del juego reducido entre un emisor Racional y receptor Racional

Si, por ejemplo, la estrategia de un emisor Racional es (u,D,D) y la estrategia de un receptor Racional es (L,L), el primero juega D y el segundo juega L cuando se envía el mensaje u. El receptor Crédulo juega R. Entonces, el pago esperado de un emisor Racional es r_c; y el pago esperado de un receptor Racional es 0.

Las figuras 6 y 7 presentan las matrices de pagos de los juegos reducidos que siguen a los mensajes u y d, "u" y "d" respectivamente, determinados por la creencia del receptor Racional $z \equiv f(x, \alpha)$.

		Receptor Racional	
		L	R
Emisor Racional	U	$ar_r, -a$	$0, 0$
	D	$r_c, 0$	$1, -1$

Figura 6: Juego "u" después de mensaje u

		Receptor Racional	
		L	R
Emisor Racional	U	$a, -a$	$ar_c, 0$
	D	$0, 0$	$r_r, -1$

Figura 7: Juego "d" después de mensaje d

Proposición 2. *En el juego completo:*

- *Si* $ar_c > r_r$
  1. *Existe un único equilibrio en estrategias puras* $\{(d, D, U), (L, R)\}$ *y los pagos asociados a este equilibrio son:* $\{ar_c, 0\}$.
  2. *Estos pagos son mayores tanto para el emisor Racional como para el receptor Racional a los obtenidos en el juego de suma-cero original, en tanto que el pago esperado del receptor Crédulo es -a.*
- *Si* $ar_c < r_r$
  1. *Existe sólo equilibrios en estrategias mixtas.*[11]
  2. *Los pagos asociados a este equilibrio son los del juego de suma-cero para cada jugador racional.*[12,13]

Como en el caso en el que se introduce un emisor autómata, introducir un receptor autómata abre posibilidades de comunicación creíble en el modelo. En este caso, la existencia del receptor Crédulo cambia directamente el juego desde el punto de vista del emisor Racional. El mensaje enviado tiene efectos sobre su pago esperado vía la respuesta del receptor autómata.

Si la probabilidad de un receptor Crédulo es lo suficientemente alta (tal que $ar_c > r_r$), inducir al receptor Crédulo a jugar L y después jugar U es la estrategia óptima del emisor Racional independientemente de lo que haga el receptor Racional. Por tanto, el emisor Racional envía el mensaje d y juega U. El receptor Racional al conocer esto deberá jugar R. En este equilibrio, el pago esperado de ambos jugadores racionales es mayor que en el juego original.

Si la probabilidad de un receptor Crédulo no es lo suficientemente alta (es decir, $ar_c < r_r$), no existe una mejor respuesta para el emisor Racional independientemente de lo que haga el receptor Racional. Ambos jugadores usan estrategias mixtas y obtienen

[11] $\{(\hat{\alpha}, 1/(1+a), 1/(1+a)), (1/(1+a)r_r, [1-(1+a)r_c]/(1+a)r_r)\}$ donde $\hat{\alpha} \in [0, \bar{\bar{\alpha}}]$. $\bar{\bar{\alpha}}$ es la probabilidad máxima con la que el emisor Racional debe enviar el mensaje u, para ser indiferente entre enviar el mensaje u y el mensaje d, como más adelante se verá.

[12] $\{a/(1+a), -a/(1+a)\}$ para los jugadores racionales y $-a/(1+a)$ para el receptor Crédulo.

[13] De forma similar cuando consideramos al emisor Racional y dos tipos de receptores (Racional y Contrario) se encuentran dos tipos de equilibrio. Si $ar_i > r_r$, existe un único equilibrio en estrategias puras, en el cual los dos jugadores Racionales obtienen un pago mayor al correspondiente al juego original. Si $ar_i < r_r$, existen sólo equilibrios en estrategias mixtas, en todos estos equilibrios el pago esperado de ambos jugadores racionales es el mismo que en el juego de suma-cero original.

como pago esperado el pago del juego original. Para ver esto se presenta el siguiente argumento:

Para que el emisor Racional sea indiferente entre enviar el mensaje u y el mensaje d debería ser el caso de que el pago esperado en los subjuegos u y d fuera el mismo.

Enviar el mensaje u y hacer U no es una estrategía óptima para el emisor Racional. Si el emisor Racional hace D en vez de U su pago esperado aumenta ya que todos los receptores Crédulos hacen R.

De forma análoga, enviar el mensaje d y hacer D no es una estrategía óptima para el emisor Racional. Si el emisor Racional hace U en vez de D su pago esperado aumenta ya que todos los receptores Crédulos hacen L.

Si el emisor Racional enviara el mensaje u con probabilidad 1 y después jugara D. El receptor Racional jugaría L. Si el receptor Racional siempre juega L, el emisor Racional debería de jugar U y obtendría un pago de $ar_r > r_c$. Por tanto, no es óptimo para el emisor Racional enviar el mensaje u y después jugar D.

En general, si el emisor Racional enviara el mensaje u con probabilidad alta y después jugara D, podría aumentar su pago enviando el mensaje d y después jugando U, esto por la asimetría en los pagos. Si envía el mensaje u y juega D, el mensaje "engaña" al receptor Crédulo y obtiene 1 por unidad de probabilidad del receptor Crédulo. Pero si el emisor Racional invierte su mensaje y su acción, nuevamente "engaña" al receptor Crédulo, pero ahora obtiene un pago de $a > 1$ por unidad de probabilidad. Por tanto, el emisor Racional no envía el mensaje u con probabilidad demasiado alta.

Si el emisor Racional siempre enviara el mensaje que induce al receptor Crédulo a jugar L y después jugara U. El receptor Racional jugaría R. En este caso, el pago esperado del emisor Racional sería ar_c. Si el receptor Racional siempre jugara R, el emisor Racional aumentaría su pago jugando D. Obtendría un pago de $r_r > ar_c$. Por tanto, no es óptimo para el emisor Racional enviar el mensaje d y después jugar U.

Si el emisor Racional enviara el mensaje d con probabilidad alta y después mezclara de forma tal que hiciera indiferente al receptor Racional entre jugar L o R, en equilibrio, el emisor Racional obtendría el pago más alto que puede alcanzar, $a/(1+a) > ar_c$. El receptor Racional, en equilibrio, jugaría L con probabilidad $1/(1+a)r_r$.

Los puntos anteriores indican que existe un valor máximo crítico de α, $\bar{\bar{\alpha}}$, tal que, para valores menores o iguales a $\bar{\bar{\alpha}}$ el emisor Racional es indiferente entre enviar el mensaje u y el mensaje d.

Para cada $\alpha \leq \bar{\bar{\alpha}}$ existe un único equilibrio en estrategias mixtas. En cada uno de estos equilibrios el pago esperado del emisor Racional es a/(1+a), y el pago esperado del receptor Racional es -a/(1+a). Los pagos del juego de suma-cero original.

3.2. Interacción entre autómatas

El análisis del caso de dos tipos de Emisor y los tres tipos de Receptor nos permite concluir que: la introducción de tipos autómatas abre posibilidades de comunicación creíble. Este caso muestra además, que conforme se introducen más jugadores autómatas se amplían las posibilidades de comunicación creíble.

La existencia de los jugadores autómatas cambia el juego desde el punto de vista de los jugadores racionales. A pesar de que el mensaje del emisor es nominal sobre sus intenciones, éste transmite información al receptor Racional sobre el tipo de emisor que enfrenta y directamente sobre sus acciones. Además, el mensaje enviado afecta los pagos del emisor Racional vía la respuesta de los receptores autómatas.

Cuando la probabilidad de los jugadores autómatas es suficientemente alta, tal que el emisor Racional o el receptor Racional tienen una mejor respuesta independientemente de lo que haga su contraparte racional, siempre existe un equilibrio único en estrategias puras en el cual el emisor y receptor racionales están ambos menor que en el juego de suma-cero original.

Cuando la probabilidad de al menos uno de los receptores autómatas es muy alta, el emisor racional envía el mensaje que induce al receptor autómata más probable a jugar L y juega U, independientemente de la probabilidad de los distintos emisores autómatas. [14]

Si la probabilidad de ninguno de los receptores autómatas es lo suficientemente alta, pero la probabilidad de alguno de los emisores autómatas lo es, tal que el receptor Racional tiene una mejor respuesta independientemente de lo que haga el emisor Racional, el emisor Racional imita el emisor autómata más probable. Envía el mismo mensaje que éste pero juega D. El receptor Racional juega R.

Cuando la probabilidad de ninguno de los jugadores autómatas es lo suficientemente alta para que alguno de los jugadores racionales tenga una mejor respuesta en los subjuegos u o d independientemente de lo que haga su contraparte racional, y además, la probabilidad del emisor Racional no es muy alta, existen dos equilibrios en estrategias mixtas en los cuales el emisor y el receptor racionales están ambos mejor que en el juego de suma-cero original. Estos equilibrios surgen de la asimetría en los pagos y del hecho de que no existe equilibrio en el cual el receptor Racional juegue L con probabilidad 1. Estos equilibrios, son por lo demás similares a los anteriores equilibrios -en estrategias puras- y convergen a ellos conforme los parámetros relevantes de la población convergen.

Finalmente, si la probabilidad de los dos jugadores racionales es demasiado alta, aún cuando el mensaje es informativo sobre el tipo de emisor, ambos jugadores racionales mezclan y obtienen el pago esperado del juego de suma-cero original.

4. Análisis del Modelo con Semi-autómatas

Como se mencionó anteriormente, las creencias de los tipos con "racionalidad limitada" de Crawford (2003) son inconsistentes con el modelo. Crawford asume que los jugadores no racionales esperan que sus intentos de engañar a sus oponentes sean siempre exitosos. Pero estas creencias son inconsistentes con el modelo. Los emisores autómatas no pueden creer siempre -independientemente de la distribución de los tipos de receptor- que sus intentos de "engañar" sean siempre exitosos, ya que éstos cono-

[14] Ver apéndice.

cen la probabilidad de cada tipo de receptor, en particular, el emisor Honesto conoce la probabilidad de un receptor Crédulo y el emisor Mentiroso conoce la probabilidad de un emisor Contrario, a los cuales por definición no pueden "engañar". En el caso de los receptores autómatas pasa algo semejante. Éstos también tienen creencias inconsistentes con el modelo.

En la sección anterior, al definir autómatas totalmente rígidos, en particular, al suponer que el emisor Honesto siempre envía el mensaje u y hace U y el emisor Mentiroso envía el mensaje d y hace U, el comportamiento de los autómatas usados era el mismo que el de los tipos con "racionalidad limitada" de Crawford (2003).

Con el fin de determinar si las conclusiones obtenidas en la sección anterior se originan en el supuesto de que los emisores autómatas siempre envían el mismo mensaje, en esta sección se flexibiliza el comportamiento de éstos. Los emisores Honestos si envían el mensaje u hacen U y si envían el mensaje d hacen D; en tanto que, los emisores Mentirosos si envían el mensaje u hacen D y si envían el mensaje d hacen U, pero ninguno de los dos autómatas esta obligado a enviar uno u otro mensaje como en el primer ejercicio. Además, a lo largo de esta sección, se asume que estos emisores autómatas satisfacen los supuestos usuales sobre conocimiento de las creencias y racionalidad.

En el Cuadro 7 se presentan los tipos Semi-autámatas introducidos en esta sección.

Cuadro 7: Tipos de Semi-autómatas

Jugador	Tipo	Estrategia
Emisor	Honesto	Si envía el mensaje u, hace U
		si envía el mensaje d, hace D
	Mentiroso	Si envía el mensaje u, hace D
		si envía el mensaje d, hace U
Receptor	Crédulo	Si recibe el mensaje u, hace R
		si recibe el mensaje d, hace L
	Contrario	Si recibe el mensaje u, hace L
		si recibe el mensaje d, hace R

Como en la sección anterior, para identificar el rol que desempeñan los jugadores autómatas, el resto de esta sección esta dividida en dos apartados. En el primero de ellos se introduce al emisor Honesto. En el segundo, se introducen a los emisores Honesto y Mentiroso.

En el cuadro 8 se presentan los casos analizados en esta sección.

Cuadro 8: Casos analizados

	Emisor	Receptor
1)	Racional y Honesto	Racional
2)	Racional, Honesto y Mentiroso	Racional

Caso II.1: Emisores Racional y Honesto, y el Receptor Racional

Introducimos notación.

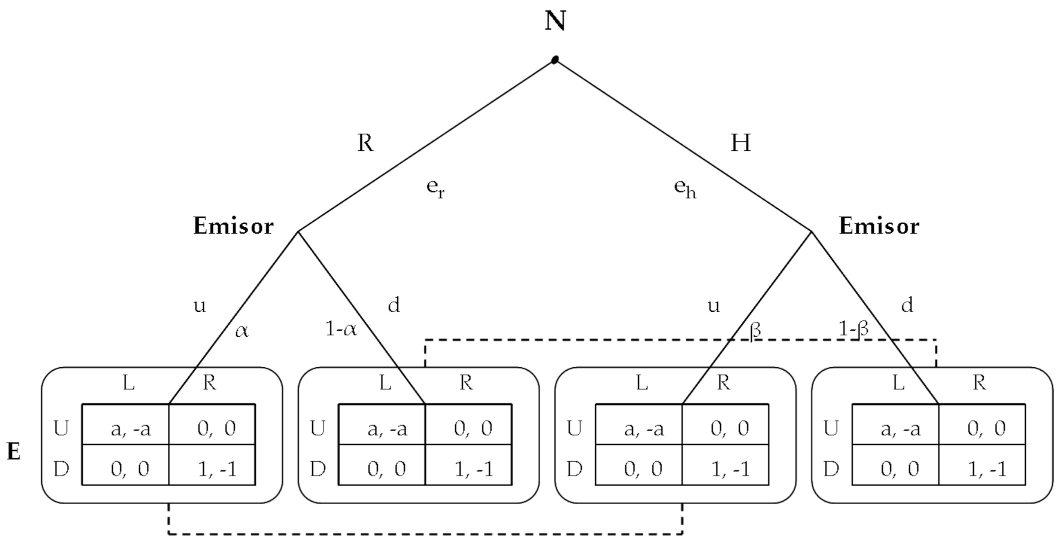
Cuadro 9: Probabilidad con la que cada tipo de emisor envía el mensaje u

$\alpha =$	Pr{Emisor Racional envía el mensaje u}
$\beta =$	Pr{Emisor Honesto envía el mensaje u}

Cuadro 10: Creencias del receptor Racional

Pr{Emisor sea Racional dado el mensaje u} =	$\alpha e_r / (\alpha e_r + \beta e_h)$
Pr{Emisor sea Honesto dado el mensaje u} =	$\beta e_h / (\alpha e_r + \beta e_h)$
Pr{Emisor sea Racional dado el mensaje d} =	$(1-\alpha) e_r / \left[(1-\alpha) e_r + (1-\beta) e_h\right]$
Pr{Emisor sea Mentiroso dado el mensaje u} =	$(1-\beta) e_h / \left[(1-\alpha) e_r + (1-\beta) e_h\right]$

Cuando se flexibiliza el comportamiento de los emisores autómatas lo primero que debe notarse es que ahora la estrategia del emisor Honesto (Mentiroso) no es independiente de las estrategias de los otros tipos de jugadores, por lo que no se puede trabajar con un modelo reducido entre emisor Racional y receptor Racional. En el siguiente gráfico se ilustra el juego.



Juego entre emisores Racional y Honesto, y receptor Racional

Proposición 3. *En este caso existen sólo equilibrios en estrategias mixtas, pero en todos tanto el emisor Racional como el emisor autómata obtienen un pago esperado de a/(1+a) y el receptor Racional obtiene un pago de -a/(1+a), los pagos del juego se suma-cero original.*

Demostración. Esta demostración consta de cuatro puntos:

1. En equilibrio el emisor Honesto envía el mensaje u y el mensaje d con probabilidad positiva ssi el emisor Racional envía con probabilidad positiva ambos mensajes, en caso de que el emisor Racional sólo envíe alguno de ellos el receptor Honesto lo imita, es decir, envía el mismo mensaje que éste, en particular: $(e_h - (1-\alpha)ae_r)/e_h \leq \beta \leq \alpha e_r/ae_h$

2. Dada la estrategia del emisor Honesto, el emisor Racional en equilibrio es indiferente entre enviar el mensaje u y el mensaje d, pero:

   a) Después del mensaje u el emisor Racional juega U con probabilidad = $(\alpha er - a\beta e_h)/(1+a)\alpha e_r$.

   b) Después del mensaje d el emisor Racional juega U con probabilidad = $((1-\alpha)er + (1-\beta)e_h)/(1+a)(1-\alpha)e_r$.

3. Dadas las estrategias de los emisores Honesto y Racional el receptor Racional mezcla en equilibrio. En particular:

   a) Después del mensaje u, el receptor Racional es indiferente entre jugar L o R ssi Pr{emisor Racional juegue U} = $(\alpha er - a\beta e_h)/(1+a)\alpha e_r$.

   b) Después del mensaje d, el receptor Racional es indiferente entre jugar L o R ssi Pr{emisor Racional juegue U} = $((1-\alpha)er + (1-\beta)e_h)/(1+a)(1-\alpha)e_r$.

4. (1-3) implican que existen múltiples equilibrios en estrategias mixtas. Dado que el juego nuevamente es de suma-cero no existe ningún equilibrio en estrategias puras. Por tanto, sólo existen equilibrios en estrategias mixtas y en cada uno de ellos el pago esperado de cada uno de los jugadores es el pago del juego de suma-cero original.

□

En palabras: Cuando el emisor Honesto puede enviar cualquiera de los dos mensajes, u o d, éste imita al emisor Racional (es decir, envía el mismo mensaje que el emisor Racional cuando el emisor Racional sólo envía uno de los dos mensajes), o envía el mensaje u con una probabilidad $\hat{\beta}$, tal que el receptor Racional no pueda inferir a que tipo de emisor se enfrenta. Dada la estrategia del emisor Honesto, el emisor Racional es indiferente entre enviar el mensaje u y el mensaje d.

En los subjuegos "u" y "d" tanto el emisor Racional como el receptor Racional deben de mezclar. Para ver esto se presenta el siguiente argumento:

Como se mencionó anteriormente, dada la estrategía del emisor Honesto, el emisor Racional es indiferente entre enviar el mensaje u y el mensaje d. [15]

[15] Dada la asimetría en los pagos, sólo se analiza el caso en el cual el emisor Racional envía el mensaje u con probabilidad 1.

Si el emisor Racional enviara el mensaje u con probabilidad 1. [16] Su mensaje sería no informativo, dada la estrategía del emisor Honesto. Hacer U nunca sería mejor respuesta para el emisor Racional. Si el emisor racional siempre hace U, el receptor Racional debería hacer R. Si el receptor Racional hace R, el emisor Racional debería hacer D y no U.

Si la probabilidad del emisor Racional es suficientemente alta, tal que no existe una mejor respuesta para el receptor Racional independientemente de lo que haga el emisor Racional en el subjuego u, por el argumento de la sección anterior, ambos jugadores racionales mezclan.

Si la probabilidad de un emisor Honesto es alta, tal que jugar R sea mejor respuesta para el receptor Racional en el juego u independientemente de lo que haga el emisor Racional. Entonces, el emisor Honesto cambiaría su estrategia y enviaría el mensaje d con probabilidad positiva, tal que jugar L fuera mejor respuesta para el receptor Racional después de recibir el mensaje u. Esto provocaría que el emisor Racional mezclara en el juego u.

El emisor Racional no tiene una mejor respuesta independientemente de lo que haga el emisor Honesto. En particular, el emisor Honesto puede amenazar de forma creíble con modificar su mensaje hasta que enviar el mismo mensaje que el emisor Racional sea su mejor respuesta (cuando el emisor Racional sólo envía un mensaje).

Si el emisor Racional envía ambos mensajes con probabilidad positiva, el emisor Honesto puede enviar el mensaje u con una probabilidad tal que en equilibrio todos los jugadores obtengan el pago del juego de suma-cero original.

Por tanto, independientemente de la distribución de los emisores, existen sólo equilibrios en estrategias mixtas. En cada uno de estos equilibrios el pago esperado del emisor Racional es a/(1+a) y el pago del receptor Racional es -a/(1+a). Los pagos del juego de suma-cero original.

Caso II.2: Los tres tipos de Emisor y el receptor Racional

En este caso se introducen a los emisores Honesto y Mentiroso. [17]

[16] El emisor Honesto también envía el mensaje u con probabilidad 1. Si el emisor Honesto enviara el mensaje d, con probabilidad estrictamente positiva, después del mensaje d, el receptor Racional sabría que se enfrenta a un emisor Honesto y haría L.

[17] Sea γ la probabilidad con la que el emisor Mentiroso envía el mensaje u.
Las creencias del receptor Racional son:

Pr{Emisor sea Racional dado el mensaje u} = $\alpha e_r/(\alpha e_r + \beta e_h + \gamma e_m)$

Pr{Emisor sea Honesto dado el mensaje u} = $\beta e_h/(\alpha e_r + \beta e_h + \gamma e_m)$

Pr{Emisor sea Mentiroso dado el mensaje u} = $\gamma e_h/(\alpha e_r + \beta e_h + \gamma e_m)$

Pr{Emisor sea Racional dado el mensaje d} = $(1-\alpha)e_r/[(1-\alpha)e_r + (1-\beta)e_h + (1-\gamma)e_m]$

Pr{Emisor sea Honesto dado el mensaje d} = $(1-\beta)e_r/[(1-\alpha)e_r + (1-\beta)e_h + (1-\gamma)e_m]$

Pr{Emisor sea Mentiroso dado el mensaje d} = $(1-\gamma)e_r/[(1-\alpha)e_r + (1-\beta)e_h + (1-\gamma)e_m]$

Proposición 4. *En este caso sólo existen equilibrios en estrategias mixtas. En todos los equilibrios, tanto el emisor Racional como los emisores autómatas obtienen un pago esperado de a/(1+a) y el receptor Racional obtiene un pago de -a/(1+a).*[18]

Cuando los emisores autómatas puede enviar cualquiera de los dos mensajes, éstos envían el mensaje u con una probabilidad tal que el receptor Racional no puede inferir, en ninguno de los subjuegos, a que tipo de emisor se enfrenta. Dada la estrategia de los emisores autómatas, el emisor Racional es indiferente entre enviar el mensaje u o el mensaje d. En los subjuegos "u" y "d" tanto el emisor Racional como el receptor Racional deben de mezclar.

Independientemente de la distribución de los emisores, existen sólo equilibrios en estrategias mixtas. En cada uno de estos equilibrios el pago esperado del emisor Racional es a/(1+a) y el pago del receptor Racional es -a/(1+a). Los pagos del juego de suma-cero original.

En conclusión, en este segundo ejercicio, se muestra que cuando se flexibiliza el comportamiento de los emisores autómatas y sólo se introducen emisores autómatas que siempre dicen la verdad o siempre mienten, no existen equilibrios en los cuales el emisor y receptor racionales estén ambos mejor que en el juego de suma-cero original.

5. Conclusiones

En el presente trabajo se tomó como punto de partida el trabajo de Crawford (2003) para explorar que posibilidades de comunicación se abren en un juego de señalización gratuita de suma-cero cuando se le modifica introduciendo a tipos de jugadores con estrategias de comportamiento rígidas i.e., autómatas.

En un primer ejercicio, como en Crawford (2003), se encontró que se abren posibilidades de comunicación creíble cuando se introducen jugadores autómatas totalmente rígidos. El mensaje enviado puede afectar el pago esperado de los jugadores racionales.

En ese sentido, se encuentran dos tipos de equilibrio:

a) para varias configuraciones de parámetros (probabilidades y pagos) el modelo tiene un único equilibrio secuencial en estrategias puras en el cual el emisor y el receptor están ambos mejor que en el juego de suma-cero original,

b) para otras configuraciones de parámetros el modelo tiene esencialmente un único equilibrio secuencial en estrategias mixtas en el cual los jugadores racionales obtienen el mismo pago que en el juego se suma-cero original.

La introducción gradual de tipos nos permite concluir que no importa cuando, de que lado o que tipo de autómata se introduzca para ciertos parámetros siempre existe un equilibrio secuencial en el cual el emisor Racional y el receptor Racional están ambos mejor que en el juego de suma-cero original.

En un segundo ejercicio se flexibilizó el comportamiento de los emisores autómatas. Se encontró que en los casos en los cuales se introducen sólo emisores autómatas que

[18]Ver Demostración 4 en el Apéndice

siempre dicen la verdad o siempre mienten no existen equilibrios en los cuales el emisor y receptor racionales estén ambos mejor que en el juego de suma-cero original.

Cuando se flexibiliza el comportamiento de los emisores autómatas, no obstante que se abren posibilidades de comunicación creíble, importa el tipo de autómata que se introduzca para encontrar equilibrios en los cuales tanto el emisor Racional como el receptor Racional estén mejor que en el juego de suma-cero original. Esto indica que el simple hecho de existan autómatas que siempre dicen la verdad o siempre mienten no es suficiente para que el emisor Racional y el receptor Racional estén ambos mejor que en el juego de suma-cero original.

6. Apéndice

Casos I.3-I.6 referidos a la Sección 3

Interacción entre autómatas del mismo lado

En este apartado se abordan los casos en los que se introducen los dos autómatas de un sólo lado, es decir: *a*) los tres tipos de Emisor y el Receptor Racional y; *b*) el emisor Racional y los tres tipos de Receptor.

Caso I.3: Los tres tipos de Emisor y el Receptor Racional

Dado que las estrategias de los jugadores autómatas son independientes de las estrategias de los otros tipos de jugadores también se puede construir la matriz de pagos de un juego reducido entre un Emisor Racional y un Receptor Racional, pero por cuestiones de espacio no se presenta. [19]

Para caso existen tres tipos de equilibrio:

Proposición 5. *Equilibrios con los tres tipos de Emisor y el Receptor Racional.*

I. *Si* $ae_h > ae_m > e_r$

   1) *Existe un equilibrio único en estrategias puras* $(u, D, D), (R, R)$.
   2) *Los pagos asociados a este equilibrio son:* $\{1, -e_r/(e_r + e_h)\}$.[20]

II. *Si* $ae_m > ae_h > e_r$

   1) *Existe un equilibrio único en estrategias puras* $(d, D, D), (R, R)$.
   2) *Los pagos asociados a este equilibrio son:* $\{1, -e_r/(e_r + e_m)\}$.[21]

III. *Si* $e_r > ae_h$ *y* $e_r > ae_m$

   1) *Existe múltiples equilibrios en estrategias mixtas*[22]
   2) *Los pagos asociados a cada uno de estos equilibrios son los del juego de suma-cero original.*

Al introducir a los dos emisores autómatas se encuentra que se amplían las posibilidades de comunicación creíble respecto al caso en el cual sólo se introduce un emisor

[19]Más adelante, en este apéndice se presenta la matriz de pagos del juego reducido para el caso general, así como las matrices "u" y "d" a partir de las cuales se pueden obtener las matrices de pagos utilizadas.

[20]Si $ae_h > e_r > ae_m$ existe un equilibrio único $\{(u, D, (e_r - ae_m)/(1+a)e_r), (R, 1/(1+a)\}$ con idénticos pagos asociados.

[21]Si $ae_m > e_r > ae_h$ existe un equilibrio único $\{(u, (e_r - ae_h)/(1+a)e_r), D), (1/(1+a), R)\}$ con idénticos pagos asociados.

[22]$\{\big(\alpha, (e_r - ae_h)/(1+a)e_r, (e_r - ae_m)/(1+a)e_r\big), \big(1/(1+a), 1/(1+a)\big)\}$

autómata. Aunque el mensaje del emisor es nominal sobre sus intenciones, éste transmite información al receptor Racional sobre el tipo de emisor que enfrenta e indirectamente sobre sus intenciones.

Si la probabilidad de al menos uno de los emisores autómatas es lo suficientemente alta jugar R es la mejor respuesta para el receptor Racional en el juego u o d independientemente de lo que haga el emisor Racional, conociendo esto, el emisor Racional imita al emisor autómata más probable y hace D. En este equilibrio el pago esperado de los jugadores racionales es mayor para ambos que el pago del juego original.

Si la probabilidad de los emisores autómatas no es lo suficientemente alta ambos jugadores usan estrategias mixtas y obtienen como pago esperado el pago del juego original.

Caso I.4: El Emisor Racional y los tres tipos de Receptor

Para caso existen tres tipos de equilibrio:

Proposición 6. *Equilibrios con el Emisor Racional y los tres tipos de Receptor.*

I. *Si* $ar_i > ar_c > r_r + r_i$

   1) *Existe un equilibrio único en estrategias puras* $\{(u, U, U), (R, R)\}$.
   2) *Los pagos asociados a este equilibrio son:* $\{ar_i, 0\}$.[23]

II. *Si* $ar_c > ar_i > r_r + r_c$

   1) *Existe un equilibrio único en estrategias puras* $\{(d, U, U), (R, R)\}$.
   2) *Los pagos asociados a este equilibrio son:* $\{ar_c, 0\}$.[24]

III. *Si* $r_r + r_c > ar_i > ar_c$ *ó* $r_r + r_i > ar_b > ar_i$

   1) *Existen múltiples equilibrios en estrategias mixtas.*[25]
   2) *Los pagos asociados a este equilibrio son los del juego de suma-cero original.*

Al introducir a los dos receptores autómatas se amplían las posibilidades de comunicación creíble. La existencia de los receptores autómatas cambia el juego desde el punto de vista del emisor Racional. El mensaje enviado tiene efectos sobre el pago esperado del emisor vía la respuesta de los receptores autómatas.

Si la probabilidad de al menos uno de los receptores autómatas es lo suficientemente alta la estrategia óptima del emisor Racional es enviar el mensaje que induce al receptor autómata más probable a jugar L y después juegar U en la ruta de equilibrio. Dado

[23]Si $ar_i > r_r + r_c > ar_c$ existe un equilibrio único $\{(u, U, 1/(1+a)), (R, (r_i + r_r - ar_c)/(1+a)r_r)\}$ con idénticos pagos asociados.

[24]Si $ar_c > r_r + r_c > ar_i$ existe un equilibrio único $\{(u, 1/(1+a), U), ((r_r + r_c - ar_i)/(1+a)r_r, R)\}$ con idénticos pagos asociados.

[25]$\{(\alpha, 1/(1+a), 1/(1+a)), ((r_r + r_c - ar_i)/(1+a)r_r, (r_r + r_i - ar_c)/(1+a)r_r)\}$.

esto, el receptor Racional ajusta su estrategia a la del emisor Racional y juega R. En este equilibrio el pago esperado de los jugadores racionales es mayor para ambos que el pago del juego original.

Si la probabilidad de los receptores autómatas no es lo suficientemente alta ambos jugadores racionales usan estrategias mixtas y obtienen como pago esperado el pago del juego original.

Interacción entre jugadores autómatas

Para finalizar esta sección se analizan dos casos en los cuales se introducen más de un tipo de Emisor y de Receptor, con el fin de analizar su interacción.

Caso I.5: Emisores Racional y Honesto y Receptores Racional y Crédulo

Para caso existen cuatro tipos de equilibrio:

Proposición 7. *Equilibrios con Emisores Racional y Honesto y Receptores Racional y Crédulo.*

I. *Si* $ar_c > 1$

   1) *Existe un equilibrio único en estrategias puras* $(d, D, U), (R, R)$.
   2) *Los pagos asociados a este equilibrio son:* $\{ar_c, 0\}$. [26]

II. *Si* $ar_c < 1$, $ar_c > r_r$ *y* $e_r < ae_h$

   1) *Existe un equilibrio único en estrategias puras* $(u, D, U), (R, R)$.
   2) *Los pagos asociados a este equilibrio son:* $\{1, -e_r\}$. [27]

III. *Si* $ar_c < 1$, $ar_c > r_r$ *y* $e_r > ae_h$

   1) *Existe un equilibrio único en estrategias mixtas.* [28]
   2) *Los pagos asociados a este equilibrio son:* $\{ae_h/e_r + (1 - ae_h/e_r)ar_c, -ae_h\}$.[29]

IV. *Si* $ar_c < 1$, $ar_c < r_r$ *y* $e_r > ae_h$

   1) *Existen múltiples equilibrios en estrategias mixtas.*[30] *y*
   2) *Los pagos asociados a este equilibrio son los del juego original para ambos jugadores racionales.*

[26]En este caso $(d, D, U), (L, R)$ no es un equilibrio secuencial, para que este perfil fuera un equilibrio secuencial (D,L) debería ser un equilibrio en el juego "u" cuando $\alpha = 0$, lo cual nunca es cierto.

[27]Si $ar_c < 1$, $ar_c < r_r$ y $e_r < ae_h$ existe un equilibrio único en estrategias puras $\{(u, D, e_r/(a + e_r)), (R, (r_r - ar_c)/(1 + a)r_r)\}$ con idénticos pagos asociados.

[28] $\{(ae_h/e_r, D, U), (R, R)\}$

[29]Ver Demostración 1.

[30] $\{(\alpha, 1 - a/(1 + a)z, 1/(1 + a)), (1/(1 + a)r_r, (r_r - ar_c)/(1 + a)r_r)\}$

La introducción de tipos autómatas de ambos lados amplía las posibilidades de comunicación creíble. La existencia de los jugadores autómatas cambia el juego desde el punto de vista de los jugadores racionales. El mensaje del emisor Racional tiene efectos sobre su pago esperado vía la respuesta de los receptores autómatas. Además, aunque el mensaje del emisor es nominal sobre sus intenciones, éste transmite información al receptor Racional sobre el tipo de emisor que enfrenta e indirectamente sobre sus intenciones.

Cuando la probabilidad del receptor autómata es lo suficientemente alta, el emisor envía el mensaje que induce al receptor autómata a jugar L y juega U, en cambio, cuando la probabilidad del emisor autómata es lo suficientemente alta el emisor Racional lo imita. En este equilibrio ambos jugadores racionales reciben un pago mayor que en el juego de suma-cero original.

Además de estos equilibrios surge un nuevo equilibrio en estrategias mixtas (III), en éste el mensaje del emisor Racional es aleatorio y sirve para "castigar" al receptor Racional de desviarse de R,R. En este equilibrio se relaja la restricción de $e_r < ae_h$ y se impide a un receptor Racional realizar el pago esperado mayor del equilibrio (II). Por lo demás, este equilibrio es similar al equilibrio en estrategias puras (II) y converge a él conforme los parámetros relevantes de la población convergen.

Pero si la probabilidad de los jugadores autómatas no es lo suficientemente alta, aún cuando el mensaje es informativo sobre el tipo de emisor, no existe una mejor respuesta para el receptor Racional independientemente de lo que haga el emisor Racional. Ambos jugadores mezclan y obtienen el pago del juego de suma-cero original.

Caso I.6: Emisores Racional y Honesto y los tres tipos de Receptor

Para caso existen seis tipos de equilibrio:

Proposición 8. *Equilibrios con Emisores Racional y Honesto y los tres tipos de Receptor.*

I. *Si* $ar_i > ar_c > r_r + r_i$

   1) *Existe un equilibrio único en estrategias puras* $\{(u, U, U), (R, R)\}$.
   2) *Los pagos asociados a este equilibrio son:* $\{ar_i, 0\}$.[31]

II. *Si* $ar_c > ar_i > r_r + r_c$

   1) *Existe un equilibrio único en estrategias puras* $\{(d, U, U), (R, R)\}$.
   2) *Los pagos asociados a este equilibrio son:* $\{ar_c, 0\}$.[32]

III. *Si* $r_c > r_i$*,* $ar_c + r_i < 1$*,* $ar_c > r_r + r_i$ *y* $e_r < ae_h$

   1) *Existe un equilibrio único en estrategias puras* $(u, D, U), (R, R)$.

[31]Si $ar_i > r_r + r_c > ar_c$ existe un equilibrio único $\{(u, U, 1/(1+a)), (R, (r_i + r_r - ar_c)/(1+a)r_r)\}$ con idénticos pagos asociados.

[32]Si $ar_c > r_r + r_c > ar_i$ existe un equilibrio único $\{(u, 1/(1+a), U), ((r_r + r_c - ar_i)/(1+a)r_r, R)\}$ con idénticos pagos asociados.

2) Los pagos asociados a este equilibrio son: $\{r_r + r_c, -e_r\}$. [33]

IV. *Si* $r_c > r_i$*,* $ar_c + r_i < 1$*,* $ar_c < r_r + r_i$ *y* $e_r < ae_h$

1) Existe un equilibrio único en estrategias puras $\{(u, D, 1/(1+a)), (R, (r_r + r_i - ar_c)/(1+a)r_r)\}$.

2) Los pagos asociados a este equilibrio son: $\{r_r + r_c, -e_r\}$.

V. *Si* $ar_c + r_i < 1$*,* $ar_c > r_r + r_i$ *y* $e_r > ae_h$

1) Existe un equilibrio único en estrategias mixtas $\{(ae_h/e_r, D, U), (R, R)\}$.

2) Los pagos asociados a este equilibrio son: $\{ae_h/e_r + (1 - ae_h/e_r)ar_c, -ae_h\}$.[34]

VI. *Si* $r_r + r_c > ar_i > ar_c$ *ó* $r_r + r_i > ar_b > ar_i$ *y* $e_r > aeh$

1) Existen múltiples equilibrios en estrategias mixtas [35]

2) Los pagos asociados a cada uno de estos equilibrios son los del juego de suma-cero original.

Matrices de pagos del juego reducido de la Sección 3.

Matriz de pagos del juego reducido entre un Emisor Racional y un Receptor Racional.

		Receptor			
		L, L	L, R	R, L	R, R
E	u, U, U	$a(r_i + r_r), -a$	$a(r_i + r_r), -a$	$ar_i, 0$	$ar_i, 0$
	u, U, D	$a(r_i + r_r), -a$	$a(r_i + r_r), -a$	$ar_i, 0$	$ar_i, 0$
	u, D, U	$r_c, \frac{-ae_h}{e_r+e_h}$	$r_c, \frac{-ae_h}{e_r+e_h}$	$(r_c + r_r), \frac{-e_r}{e_r+e_h}$	$(r_c + r_r), \frac{-e_r}{e_r+e_h}$
	u, D, D	$r_c, \frac{-ae_h}{e_r+e_h}$	$r_c, \frac{-ae_h}{e_r+e_h}$	$(r_c + r_r), \frac{-e_r}{e_r+e_h}$	$(r_c + r_r), \frac{-e_r}{e_r+e_h}$
	d, U, U	$a(r_c + r_r), -a$	$ar_c, 0$	$a(r_c + r_r), -a$	$ar_c, 0$
	d, U, D	$r_i, \frac{-ae_m}{e_r+e_m}$	$(r_i + r_r), \frac{-e_r}{e_r+e_m}$	$r_i, \frac{-ae_m}{e_r+e_m}$	$(r_i + r_r), \frac{-e_r}{e_r+e_m}$
	d, D, U	$a(r_c + r_r), -a$	$ar_c, 0$	$a(r_c + r_r), -a$	$ar_c, 0$
	d, D, D	$r_i, \frac{-ae_m}{e_r+e_m}$	$(r_i + r_r), \frac{-e_r}{e_r+e_m}$	$r_i, \frac{-ae_m}{e_r+e_m}$	$(r_i + r_r), \frac{-e_r}{e_r+e_m}$

Figura 8: Matriz de Pagos del juego reducido entre un Emisor Racional y un Receptor Racional

Matrices de pagos de los juegos reducidos "u" y "d", que siguen los mensajes u y d.

[33] Si $ar_c + r_i < 1$, $ar_c < r_r + r_i$ y $e_r < ae_h$ existe un equilibrio único en estrategias puras $\{(u, D, 1/(1+a))), (R, (r_r + r_i - ar_c)/(1+a)r_r)\}$ con idénticos pagos asociados.

[34] Ver Demostración 1.

[35] $\{(\alpha, (e_r - ae_h)/(1+a)e_r, 1/(1+a)), ((r_r + r_c - ar_i)/(1+a)r_r, (r_r + r_i - ar_c)/(1+a)r_r)\}$ donde $\alpha > ae_h$. (Ver Demostración 2.)

		Receptor	
		L	R
Emisor	U	$a(r_i + r_r), -a$	$ar_i, 0$
	D	$r_b, -a(1-z)$	$(r_b + r_r), -z$

Figura 9: Juego "u" después de mensaje u

		Receptor	
		L	R
Emisor	U	$a(r_c + r_r), -a$	$ar_b, 0$
	D	$r_i, -a(1-z)$	$(r_i + r_r), -z$

Figura 10: Juego "d" después de mensaje d

Demostración 1

Demostración. Si $ar_c > r_r + r_i = r_c > 1/(1+a)$, el juego d tiene un único equilibrio en estrategias puras (U,R), con pagos esperado ar_c para el emisor Racional. Si $\alpha = 0$, el juego u estaría fuera de la ruta de equilibrio, por lo que el mensaje u haría $z = 0$, y el juego u tendría un único equilibrio en estrategias puras (D,R) con pago $r_c + r_r > ar_b$ para el emisor racional. Entonces, no puede haber un equilibrio en este caso con $\alpha = 0$. Si $\alpha = 1$ el juego u tiene un equilibrio único en estrategias puras, (D,L), y pagos esperados $r_b < ar_b$ para el emisor racional. Por lo que no existe equilibrio con $\alpha = 1$. Ya que en este caso $r_c + r_r > ar_c > a/(1+a)$, la elección óptima de un emisor racional de α maximiza $\alpha(r_c+r_r)+(1-\alpha)ar_c$ sujeto a que (D,R) es un equilibrio en el juego u, lo cual es cierto ssi $z = \alpha e_r/(e_h + \alpha e_r) \leq a/(1+a)$, o de forma equivalente $y \leq e_h/ae_r$. Entonces, parte de la estrategia óptima del emisor racional es $\alpha = e_h/ae_r$ Nótese que el pago esperado del receptor racional es $-(e_h/ae_r)[(e_h/ae_r)e_r]/[e_h + (e_h/ae_r)e_r] = -e_h/[a(1+a)e_r$. □

Demostración 2

Demostración. Si $ar_c < r_r + r_i = r_c < 1/(1+a)$, y $\alpha < 1/(1+a)$ en el juego u (D,R) debería ser un equilibrio único: Pero entonces, en ese caso, un emisor Racional preferiría enviar el mensaje que llevará a ese juego con probabilidad 1, y con $z = 0$, los jugadores también tendrían mejores respuestas en el otro juego. Pero no existe equilibrio secuencial en estrategias puras en el caso en el que $e_r > ae_h$. Si, en cambio, $z > a/(1+a)$ en cada juego, en este caso los juegos u y d tienen un único equilibrio en estrategias mixtas: $\alpha e_r/(e_r + \alpha e_r) > a/(1+a)$ con tal que $er_h/e_r < \alpha < 1$ lo cual siempre es factible cuando $e_r > ae_h$. Dado que el pago esperado del emisor Racional es a/(1+a) ya sea en el juego u o d, él voluntariamente aleatoriza con cualquier $\alpha > ae_h/e_r$. □

Demostración 4

Demostración. Esta demostración consta de cinco puntos:

1. En equilibrio, la probabilidad con la que el emisor Honesto envía el mensaje u, satisface las siguientes desigualdades:
$$(\gamma e_m - a\alpha e_r)/ae_h \leq \beta \leq (\alpha e_r + \gamma e_m)/ae_h$$
$$\big[e_h - a(1-\alpha)e_r - a(1-\gamma)e_m\big]/e_h \leq \beta \leq \big[e_h + (1-\alpha)e_r + a(a-\gamma)e_m\big]/e_h$$

2. En equilibrio, la probabilidad con la que el emisor Mentiroso envía el mensaje u, satisface las siguientes desigualdades:
$$(a\alpha e_r + a\beta e_h)/e_m \leq \gamma \leq (a\beta e_h - \alpha e_r)/e_m$$
$$\big[a(1-\alpha)e_r + ae_m - (1-\beta)e_h\big]/ae_m \leq \gamma \leq \big[ae_m - (1-\alpha)e_r - (1-\beta)e_h\big]/ae_m$$

3. Dada la estrategia de los emisores autómatas, el emisor Racional en equilibrio es indiferente entre enviar el mensaje u y el mensaje d, pero:

   a) Después del mensaje u el emisor Racional juega U con probabilidad $(\alpha e_r + \gamma e_m - a\beta e_h)/(1+a)\alpha e_r$.

   b) Después del mensaje d, el emisor Racional juega U con probabilidad = $\big[(1-\alpha)e_r + (1-\beta)e_h - a(1-\gamma)e_m\big]/(1+a)(1-\beta)e_r$.

4. Dadas las estrategias de todos los emisores el receptor Racional mezcla en equilibrio. En particular:

   a) Después del mensaje u, el receptor Racional es indiferente entre jugar L o R ssi Pr{emisor Racional juegue U} = $(\alpha e_r + \gamma e_m - a\beta e_h)/(1+a)\alpha e_r$.

   b) Después del mensaje d, el receptor Racional es indiferente entre jugar L o R ssi Pr{emisor Racional juegue U} = $\big[(1-\alpha)e_r + (1-\beta)e_h - a(1-\gamma)e_m\big]/(1+a)(1-\beta)e_r$.

5. (1-4) implican que existen múltiples equilibrios en estrategias mixtas. Dado que el juego nuevamente es de suma-cero no existe ningún equilibrio en estrategias puras y el pago esperado de cada uno de los jugadores es el pago del juego original.

□

Bibliografía

[1] Benabou, R. y G. Laroque *"Using Privileged Information to Manipulate Markets: Insiders, Gums, and Credibility"*, Quarterly Journal of Economics. August 1992,107(3), pp. 921-58.

[2] Crawford, V. P. (2003) *"Lying for Strategic Advantage: Rational and Boundedly Rational Misrepresentation of Intentions"*, The American Economic Review. 93 (1), pp. 133-149.

[3] Crawford, V. P. y J. Sobel (1982) *"Strategic Information Transmission"*, Econometrica, 50(6), pp. 1431-51.

[4] Ettinger, D. and P. Jehiel (2007) *"A Theory of Deception"*, http://www.enpc.fr/ceras/jehiel/deception.pdf.

[5] Hendricks, K. y R. P. McAfee (2006) *"Feints"*, Journal of Economics & Management Strategy, 15(2), pp. 431-456.

[6] Sobel, J. *"A Theory of Credibility"*, Review of Economic Studies, October 1985, 52(4), pp. 557-73.