EL COLEGIO DE MÉXICO
CENTRO DE ESTUDIOS ECONÓMICOS

MAESTRÍA EN ECONOMÍA

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN ECONOMÍA

EFECTOS DE EQUILIBRIO DE FUSIONES HORIZONTALES EN MERCADO DE BIENES FINALES CON COSTOS LINEALES Y CUADRÁTICOS

ALAN RAÚL CONTRERAS RIVERA

PROMOCIÓN 2022-2024

ASESOR:
EDWIN MUÑOZ RODRÍGUEZ

JULIO 2024

AGRADECIMIENTOS

Quisiera expresar mi agradecimiento a todas las personas que me han apoyado en la realización de este trabajo de investigación, y en particular a quienes han sido una parte importante en estos dos años de maestría.

En primer lugar, agradezco a la institución que me permitió realizar este trabajo de tesis, y en especial la maestría en economía, es decir al El Colegio de México, donde pude adquirir los conocimientos para formarme como maestro en economía. Además, agradecer a lo profesores que dieron su esfuerzo, conocimiento y paciencia en las clases.

También, quiero agradecer especialmente a mi asesor Edwin Muñoz, el cual fue mi guía y apoyo para realizar este trabajo, su constante supervisión fue indispensable para la realización de este trabajo, sin la cual esta tesis no hubiera sido posible.

Además, quiero agradecer a mi familia, en especial a mis padres Verónica y Raúl, mis tíos Alma Rosa y Martín, mis hermanas Alma y Andrea y mi cuñado Gustavo, gracias por su amor incondicional, su paciencia y su constante motivación, su apoyo en este proceso fue indispensable, tiene todo mi cariño y admiración. Por otro lado, agradezco a mi novia Yisel, por su paciencia, amor y comprensión durante este tiempo de maestría.

Finalmente, a mis compañeros y amigos de clase, Evelyn, Reyna, Fernando, Isabel, Jesús, Julio, Silvio, Oliver, les estoy muy agradecido por sus apoyo, su amistad y su compañía a lo largo de este camino. Su colaboración ha sido una fuente de inspiración y motivación.

A todos ustedes, mi más profundo agradecimiento.

RESUMEN

Este estudio investiga el impacto de las fusiones horizontales en industrias oligopólicas, centrándose en cómo afectan la producción y los precios de equlibrio en presencia de integración vertical y diversas estructuras de costos. Utilizando un modelo de competencia en cantidad (Cournot), se analizan diferentes escenarios, incluyendo fusiones entre empresas finales no integradas y entre empresas integradas y no integradas. Los resultados muestran que las fusiones tienden a disminuir la producción y aumentar los precios, especialmente con costos lineales homogéneos. Sin embargo, bajo la condición de que la demanda sea relativamente menos sensible a los cambios en la producción que los costos cuadráticos, una fusión puede aumentar la producción. Las conclusiones subrayan la importancia de la integración vertical y la estructura de costos en la eficiencia post-fusión, destacando la necesidad de evaluaciones detalladas por parte de las autoridades antimonopolio para asegurar que los beneficios superen los posibles efectos negativos sobre la competencia y el bienestar del consumidor.

PALABRAS CLAVES

Fusiones horizontales , Integración vertical, Eficiencia, Estructura de costos.

ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS I
RESUMEN II

I. INTRODUCCIÓN 1

II. REVISIÓN DE LITERATURA 4

III. MODELO 8
3.1. Descripción General del Modelo 8
3.2. Costos de Empresas Fusionadas 10

IV. RESULTADOS 12
4.1. Costos lineales 12
4.1.1. Costos homogéneos lineales sin integración vertical 12
4.1.2. Costos homogéneos lineales con integración vertical 15
4.1.3. Costos heterogéneos lineales sin integración vertical 19
4.1.4. Costos heterogéneos lineales con integración vertical 23
4.2. Costos cuadráticos 28
4.2.1. Costos heterogéneos cuadráticos sin integración vertical 28
4.2.2. Costos heterogéneos cuadráticos con integración vertical 32
4.3. Análisis comparativo 36

V. CONCLUSIONES 39

VI. APÉNDICE 41

VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS 43

Capítulo I

INTRODUCCIÓN

Las empresas en su día a día toman distintas decisiones, como el precio y la cantidad de sus productos, la cantidad de capital o de fuerza laboral a emplear. Pero adicionalmente también pueden tomar decisiones juntamente con otras empresas, entre ellas fusionarse, formando una sola entidad que maximiza sus beneficios conjuntamente. Estas acciones modifican entre otras cosas el precio y la cantidad total, lo cual puede afectar o beneficiar al consumidor final.

Dentro de las fusiones podemos encontrar principalmente de tipos horizontales y verticales, donde las primeras se refieren a la unión de dos o más empresas que compiten directamente, mientas que las segundas se refieren a la unión de empresas que están relacionadas verticalmente en la cadena productiva. Las empresas arriba en la cadena vertical se denominan *upstream*, mientras las que están abajo se denominan *downstream*.

Algunas veces, empresas que ya están verticalmente integradas se fusionan horizontalmente con otras que no lo están, por lo que se tienen elementos tanto horizontales como verticales, es decir que la fusión se da entre empresas competidoras (elemento horizontal) que tienen algún tipo de integración vertical (elemento vertical). Este tipo de fusiones puede generar complejas interacciones competitivas debido a la combinación de integración vertical y fusión horizontal. Las empresas integradas pueden aprovechar sinergias operativas y eliminar la doble marginalización, mientras que la fusión horizontal puede aumentar la cuota de mercado y el poder de mercado. Sin embargo, estas fusiones también pueden presentar desafíos regulatorios significativos, ya que la integración vertical puede llevar a la exclusión de competidores y la fusión horizontal puede reducir la competencia en el mercado final. Evaluar el impacto neto de estas fusiones requiere un análisis detallado de las estructuras de costos, los efectos sobre la competencia y el bienestar del consumidor, así como las posibles eficiencias que podrían compensar los efectos negativos.

Esto no es solo una posibilidad teórica; de hecho, una fusión downstream entre una empresa con integración vertical y otra sin ella es la fusión de Bachoco y RYC Alimentos en febrero de 2021 ([COFECE, 2022]). Bachoco, una empresa dedicada a la producción y distribución de derivados de pollo y otras proteínas, es verticalmente integrada, mientras que RYC Alimentos se dedicaba al procesamiento y distribución de productos cárnicos.

Además, podemos encontrar el caso de la fusión entre las cerveceras Anheuser-Busch InBev y SABMiller ([Reuters, 2016]) en 2016, valorada en alrededor de $107 mil millones, creando la mayor cervecera del mundo. Ambas empresas son productoras y distribuidoras de cerveza, pero Anheuser-Busch InBev tiene un grado de integración al controlar parte de la producción de cebada y lúpulo, materias primas esenciales para la producción de cerveza, lo que presenta elementos horizontales y verticales en la fusión.

Otro ejemplo es la producción de gasolinas en México, con empresas como BP, Shell o Total (Crabi [2023]) que extraen, refinan y venden gasolina en gasolineras de su marca propia, estando verticalmente integradas. Por otro lado, existen marcas como Oxxo Gas, que no producen su propia gasolina y la adquieren de otras empresas como Pemex, por lo que no están verticalmente integradas. Si una empresa gasolinera verticalmente integrada adquiriera a otra no integrada, sería una fusión del tipo mencionado.

En 2018, CVS Health, una cadena de farmacias y proveedor de servicios de salud en Estados Unidos, adquirió Aetna (CVS Health [2018]), una compañía de seguros de salud. Esta fusión fue horizontal ya que ambas empresas operan en el sector de la salud, pero también verticalmente integrada, ya que CVS Health no solo ofrece servicios de farmacia, sino también atención médica y seguros de salud a través de la adquisición de Aetna.

Por lo tanto, en esta tesis busco responder a la pregunta: ¿Como se comporta la producción y el precio de equilibrio cuando se lleva a cabo una fusión horizontal *dowstream*? Esto se aborda a través de un modelo teórico que considera la interacción de dos mercados de industrias oligopólicas conectadas en la cadena productiva. Se analiza cómo diferentes suposiciones de costos e integración vertical en la industria *downtream*, pueden modificar el equilibrio en precios y cantidades antes y después de la fusión horizontal.

Los hallazgos indican que las fusiones suelen reducir la producción y aumentar los precios, particularmente cuando los costos son lineales y homogéneos, y también con costos cuadráticos sin integración vertical. Sin embargo, el análisis comparativo revela que bajo la condición de que la demanda sea relativamente menos sensible a cambios en la producción de lo que los costos cuadráticos lo son, una fusión horizontal, entre una empresa verticalmente integrada y la otra no, en un entorno de costos cuadráticos puede aumentar la producción, incluso si las empresas finales son homogéneas. Se destaca la importancia de la integración vertical y la estructura de costos en la eficiencia después de la fusión, subrayando la necesidad de garantizar que las mejoras en eficiencia compensen los posibles efectos negativos sobre la competencia para aumentar el bienestar del consumidor.

A pesar de la abundancia de estudios sobre fusiones horizontales y la integración vertical, existe una brecha significativa en la literatura en cuanto a la combinación de estos elementos en el contexto específico de fusiones *downstream*. Además, la variabilidad en las estructuras de costos no ha sido suficientemente explorada en estos escenarios. Este estudio contribuye al llenar estos vacíos, proporcionando un análisis detallado de cómo las fusiones horizontales *downstream*, con una combinación de empresas integradas verticalmente y no integradas, afectan la producción y los precios bajo diferentes estructuras de costos.

Capítulo II

REVISIÓN DE LITERATURA

A lo largo de la historia reciente, se ha buscado entender y reconocer el comportamiento de las industrias oligopólicas, especialmente el efecto de las fusiones de empresas en la estructura competitiva. Este análisis es crucial para determinar cómo tales fusiones pueden afectar, positiva o negativamente, al consumidor final. En su libro "The Theory of Industrial Organization"(Tirole [1988]), Tirole explica que las fusiones horizontales, que implican la unión de dos empresas que operan en el mismo nivel de la cadena de suministro, es decir, que son competidoras entre sí, generalmente aumentan la concentración de mercado al reducir el número de competidores. Este aumento de concentración puede fortalecer el poder de mercado, permitiendo a la entidad fusionada subir los precios por encima del nivel competitivo. Sin embargo, las fusiones también pueden generar eficiencias, como economías de escala y alcance, que pueden reducir los costos de producción y beneficiar a los consumidores con precios más bajos. El efecto total sobre el bienestar social de una fusión depende del equilibrio entre los incrementos de precios anticompetitivos y las eficiencias que reducen los costos [Tirole, 1988, Chapter 8].

Según Farrell and Shapiro [1990], estas fusiones pueden mejorar la eficiencia mediante la sinergia de operaciones, aunque también pueden incrementar el poder de mercado y potencialmente llevar a precios más altos y menor producción. Farrell y Shapiro desarrollaron un modelo teórico que analiza los efectos de las fusiones horizontales en la competencia y los precios. En su análisis, señalan que para que una fusión sea beneficiosa, las eficiencias generadas deben ser lo suficientemente grandes como para compensar los efectos negativos sobre la competencia. La principal diferencia de este trabajo con este artículo es que el modelo de Farrell considera costos arbitrarios y no hay un mercado intermedio. En cuanto estudios empíricos destaca Kim and Singal [1993], donde demostraron en su estudio sobre la industria aérea que las fusiones horizontales suelen resultar en un aumento de precios debido a la reducción de la competencia, por lo que se resaltan la importancia de estudiar las fusiones en este sector.

Existen artículos que ha estudiado la integración vertical; la cual es una estrategia empresarial en la que una empresa expande su control sobre diferentes etapas de la cadena productiva al adquirir o fusionarse con otras empresas que operan en diferentes niveles de la misma cadena de productiva; donde esta es una secuencia de actividades interrelacionadas que se llevan a cabo para transformar materias primas en productos finales. Uno los artículos teóricos más relevantes es Hart and Tirole [1990] donde encuentran que la integración vertical puede llevar a la exclusión del mercado (*market foreclosure*) de competidores y cómo esta integración afecta el comportamiento competitivo de las empresas y el bienestar del consumidor, mostrando que si bien puede haber eficiencias asociadas con la integración vertical, los efectos negativos sobre la competencia pueden superar estos beneficios, perjudicando así al consumidor final. Otro artículo relevante es Salinger [1988], el cual proporciona un análisis teórico detallado de cómo las fusiones verticales pueden afectar la competencia al excluir a los competidores no integrados del mercado, esté artículo se diferencia de este trabajo al considerar solo que las empresas finales son homogéneas y tienen costos lineales.

En cuanto a estudios empíricos sobre integración vertical resalta Hastings [2004], donde examina cómo las relaciones verticales entre refinerías y estaciones de servicio afectan a la competencia en el mercado minorista de gasolina. Utilizando datos de cambios contractuales en California, los autores encuentran que los cambios en los contratos entre refinerías y estaciones de servicio pueden tener un impacto significativo en los precios al consumidor. El análisis muestra que la presencia de minoristas independientes actúa para disminuir los precios minoristas locales. Además, no encuentra evidencia de que aumentos en la cuota de mercado de estaciones de compañías lleven a precios más altos.

Otro aspecto relevante al estudiar fusiones son las fusiones *downstream*, las cuales son fusiones horizontales que se llevan cabo entre empresas que venden al consumidor final, por lo cual estudiar como se comportan estas empresas, y en particular como las fusiones entre estas empresas afectan al consumidor final resulta importante. Se puede resaltar el trabajo de Perry and Porter [1985], en el cual estudiaron cómo estas fusiones afectan la distribución y los precios finales, encontrando que la consolidación en los niveles de distribución puede aumentar la eficiencia logística, pero también puede incrementar el poder de mercado de la empresa fusionada. En cuanto a estudios empíricos se encuentra Miller and Weinberg [2017], en el cual investiga el impacto en los precios ante la fusión de las cerveceras Miller y Coor, encontrando que resultó en aumentos significativos en los precios de la cerveza.

También resulta importante estudiar las fusiones *upstream*, es decir las fusiones horizontales que se llevan a cabo entre empresas en niveles superiores de la cadena vertical. Pinopoulos [2019], investiga los efectos de las fusiones horizontales en el mercado *upstream* (proveedores) cuando una de las empresas involucradas está verticalmente integrada, es decir, opera tanto en el mercado *upstream* como en el *downstream* (fabricantes o distribuidores). Sus resultados sugieren que tales fusiones pueden tener efectos variados sobre los precios, la competencia y el bienestar social, dependiendo de las características específicas de las empresas y mercados involucrados. El estudio destaca la importancia de una evaluación detallada por parte de las autoridades antimonopolio para asegurar que los beneficios de eficiencia no sean superados por los daños a la competencia.

La estructura de costos de las empresas que compiten oligopólicamente puede modificar la competencia. Zou and Windle [2011] analizaron cómo la estructura de costos de las empresas influye en su comportamiento competitivo en múltiples mercados. Los autores examinan la relación entre las diferencias en los costos y las estrategias de competencia en diferentes contextos de mercado, con un enfoque particular en la industria aérea. Muestran que las empresas con estructuras de costos más eficientes, es decir aquellas que producen un mismo nivel de producción a menores costos, pueden adoptar estrategias de precios más agresivas y capturar una mayor cuota de mercado.

Capítulo III

MODELO

3.1. Descripción General del Modelo

Consideramos dos mercados de industrias oligopólicas que esta conectadas, formando una cadena productiva, en donde las firmas de la primera industria (*upstream*) producen un bien intermedio del cual se sirven las empresas de la segunda industria(*downstream*), las cuales pueden o no estar integradas verticalmente, y estas a su vez producen un bien final (homogéneo entre empresas) que llega al consumidor final.

Además, las empresas en cada mercado compiten en cantidad (Cournot) y las empresas finales tienen rendimientos constantes a escala. También, los costos de las empresas finales están compuestos por el costo del bien intermedio mas costos de transformación (modelo basado en [1]). Y donde las empresas verticalmente integradas no participan en el mercado intermedio.

Se considera la fusión horizontal de dos empresas *downstream* en diferentes escenarios de integración vertical. En el primer escenario, se examina la fusión de dos empresas no integradas cuando no hay integración vertical en la industria final. En el segundo escenario, se analiza la fusión horizontal entre una empresa verticalmente integrada y una empresa final no integrada

[1] Basado en el modelo de Salinger [1988], donde las empresas finales tienen costos lineales homogéneos y hay integración vertical.

cuando sí existe integración vertical en la industria final.

La siguiente es una lista de primitivas del modelo.

- n: numero de empresas finales no integradas ($n \geq 1$)
- k: numero de empresas finales integradas ($k \geq 0$)
- m: numero de empresas intermedias ($m \geq 1$)
- CMI: costo marginal del bien intermedio
- $CMF_i(q_i)$: costo del bien final

Donde el costo del bien final o costo de transformación $CMF_i(q_i)$ puede ser lineal o cuadrático. Además, los precios de los bienes intermedio y final están denotados respetivamente por P_I y P_F. Definimos:

- $\Pi_u^i = (P_F - P_I)q_i - CMF_i(q_i)$
- $\Pi_v^j = (P_F - CMI)q_j - CMF_i(q_j)$
- $\Pi_I^l = (P_I - CMI)x_l$

Los beneficios de las empresas finales (v integradas y u no integradas) estarán dados la cantidad de bienes finales producidos (q) multiplicado por el precio de estos (P_F) menos el costo marginal del bien intermedio (P_I si no estan integradas o CMI si lo están) por la cantidad de este utilizada (igual al q al existir rendimientos constantes a escala) y menos el costo de producir el bien final ($CMF(q)$). Similarmente para las empresas intermedias (I) sus beneficios estarán dados por la cantidad de bienes intermedios producidos (x) por el precio de estos (P_I) menos su costo de producirlos ($CMI * x$).

3.2. Costos de Empresas Fusionadas

Una pregunta fundamental es, ¿Como cambia la estructura de producción o costos de la nueva empresa fusionada? Asumimos que las fusiones no generan sinergias, es decir que la nueva empresa no puede recombinar sus activos de tal forma que resulte en una mejora tecnológica sustancial de producción. De esta forma las nuevas empresas fusionadas producen en cada una de las firmas que la conforman la combinación que minimiza sus costes dado un nivel de producción fijo(Farrell and Shapiro [1990]).

Entonces si denotamos a la empresa fusionada como M y a esta la conforman i empresas, al no haber sinergias, matemáticamente la función de costos de la empresa fusionada M (Farrell and Shapiro [1990]) será:

$$c_M(q) = \min_{q_i} \Big\{ \sum_i c_i(q_i) | \sum_i q_i = q \Big\} \tag{3.1}$$

Es decir, la nueva empresa fusionada produce q y reparte la producción q_i en cada una de mas empresas que la conforman, de tal forma que el costo de producir la cantidad q sea lo menor posible. Entonces si los costos son lineales $c_i(q_i) = c_i * q_i$, y se fusionan dos empresas resulta que la función de costos será:

$$c_M(q) = \min\{c_i, c_j\} * q \tag{3.2}$$

Por otra parte, si los costos son cuadráticos $c_i(q_i) = c_i q_i^2$, entonces al fusionarse dos empresas la nueva función de costos será (prueba 6.0.1 Apéndice):

$$c_M(q) = \min_{q_i, q_j} \Big\{ c_i q_i^2 + c_j q_j^2 | q_i + q_j = q \Big\} = \frac{c_i c_j}{c_i + c_j} q \tag{3.3}$$

Por tanto, podemos notar que ahora en comparación con el caso lineal, bajo costos cuadráticos para las empresas resulta mas eficiente producir una fracción de su producción individual en cada una de las empresas que conforman a M, en lugar de producir todo en la que es mas eficiente.

Esto es debido a que con tecnologías de producción de costos cuadráticos las primeras unidades resultan en promedio mucho mas baratas que las últimas, y por ende distribuir su producción es mas eficiente.

Finalmente es importante resaltar que al realizarse una fusión horizontal los costos de transformación (o de bien final) cambiaran de acuerdo a 3.1, ya sea sí son lineales 3.2 o cuadráticos 3.3. Por otro lado si la fusión involucra a una empresa verticalmente integrada el costo marginal del bien intermedio pasara de ser P_I a ser CMI [2].

[2]Resaltando que si la fusión se diera entre dos empresas verticalmente integradas y estas tuvieran costos del bien intermedio diferentes (lo cual por simplicidad no supongo) entonces el nuevo costo del bien intermedio también estaría dado por 3.1.

Capítulo IV

RESULTADOS

En esta sección analizaremos el equilibrio para cada una de las variaciones de costos e integración vertical, y revisaremos condiciones para las cuales el precio y/o la cantidad final puedan disminuir o aumentar. En la sección 4.1 se estudió el caso de costos lineales, en la sección 4.2 costos cuadráticos, y en la sección 4.3 se realizó un ejemplo comparativo con los resultados de las secciones anteriores.

4.1. Costos lineales

Consideremos que los costos de transformación de las empresas finales son lineales, es decir que el costo promedio permanece constante para cualquier nivel de producción, por lo que para industrias como la de servicios, de software o de logística pueden ajustarse bien este tipo de costos. Además, en la literatura (como en Salinger [1988]) es usual que se asuma que las empresas tengan costos lineales.

4.1.1. Costos homogéneos lineales sin integración vertical

En primera instancia supongamos que los costos marginales son iguales a $CMF_i(q_i) = CMF * q_i$ en el mercado final, lo cual significa que las empresas poseen la misma tecnología [1]. Además que la función inversa de demanda es $P_F = a - bQ_F$, donde $Q_F = \sum q_i$ es la cantidad

[1] Este supuesto en algunas industrias puede ser realista, como en empresas minoristas o de servicios financieros.

total de bienes finales. Finalmente, no existen empresas verticalmente integradas ($k = 0$).

Lema 4.1.1. *Bajo costos lineales homogéneos y sin integración vertical, se tiene que el equilibrio de precios y cantidades en los mercados de bienes intermedios y finales esta dado por:*

$$\begin{aligned} Q_I =& Q_F = \frac{nm}{(n+1)(m+1)b}(a - CMF - CMI) \\ P_I =& \frac{a - CMF + mCMI}{m+1} \\ P_F =& \frac{a(n+m+1) + nm(CMF + CMI)}{(n+1)(m+1)} \end{aligned}$$

Demostración. Primero, obteniendo las funciones de reacción de las empresas finales, y usando la simetría de las empresas finales se tiene que :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi^i}{\partial q_i} =& \frac{\partial}{\partial q_i}[(a - bQ_F - P_I - CMF)q_i] \\ =& a - bQ_F - P_I - CMF - bq_i = 0 \\ \Rightarrow q_i =& \frac{a - P_I - br_i - CMF}{2b}, r_i = Q_F - q_i \\ \Rightarrow q_i =& \frac{a - P_I - CMF}{(n+1)b} \end{aligned}$$

Ahora, notemos que al no haber empresas verticalmente integradas y rendimientos constantes a escala, se cumple que cantidad total de bienes intermedios es igual a la cantidad total de bienes finales, es decir $Q_I = Q_F$, entonces al sumar q_i y usar este hecho obtenemos que:

$$Q_I = \frac{n}{(n+1)b}(a - P_I - CMF)$$

Por lo que depejando P_I obtenemos la función inversa de demanda del bien intermedio, la cual estara dada por:

$$P_I = a - CMF - \frac{n}{n+1}bQ_I$$

Ahora resolviendo el equilibrio en el mercado de bienes intermedios, donde se denota $a_I =$

$a - CMF$ y $b_I = \frac{n}{n+1}b$, se obtiene que:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Pi^i}{\partial x_i} =& \frac{\partial}{\partial x_i}[(a_I - b_I Q_I - CMI)x_i] \\
=& a_I - b_I Q_I - CMF - b_I x_i = 0 \\
\Rightarrow x_i =& \frac{a_I - CMI}{(m+1)b_I} \\
\Rightarrow Q_I =& \frac{m}{(m+1)b_I}(a_I - CMI) = \frac{nm}{(n+1)(m+1)b}(a - CMF - CMI)
\end{aligned}$$

Sustituyendo en el precio intermedio obtenemos el precio de equilibrio en el mercado intermedio es:

$$P_I = a_I - b_I Q_I = \frac{a_I + m * CMI}{m+1} = \frac{a - CMF + m * CMI}{m+1}$$

Entonces, sustituyendo P_I en las producciones finales individuales obtenemos que :

$$\begin{aligned}
q_i =& \frac{a - \frac{a - CMF + m*CMI}{m+1} - CMF}{(n+1)b} = \frac{m}{b(n+1)(m+1)}(a - CMF - CMI) \\
\Rightarrow Q_F =& \frac{nm}{(n+1)(m+1)b}(a - CMF - CMI)
\end{aligned}$$

Por tanto el precio final de equilibrio sera:

$$P_F = \frac{a(n+m+1) + nm(CMF + CMI)}{(n+1)(m+1)}$$

□

Proposición 4.1.2. *La fusión horizontal de dos empresas finales sin integración vertical, donde las empresas son homogéneas y tienen costos de transformación lineales, siempre genera una disminución del producto final y un aumento del precio final.*

Demostración. Primero, como la fusion de las dos empresas finales no cambia la función de transformación de la nueva empresa, no cambian CMF, por tanto en el equilibrio solo cambia el número de empresas finales (de n a $n-1$) en el producto final total. Entonces el cambio en la produccion total final sera:

$$
\begin{aligned}
\Delta Q_F =& \frac{(n-1)m}{n(m+1)b}(a - CMF - CMI) - \frac{nm}{(n+1)(m+1)b}(a - CMF - CMI) \\
=& \frac{m}{(m+1)b}(a - CMF - CMI)(\frac{n-1}{n} - \frac{n}{n+1}) \\
=& \frac{m}{(m+1)b}(a - CMF - CMI)(\frac{-1}{n(n+1)}) < 0
\end{aligned}
$$

Por tanto ante fusiones horizontales *dowstream* con costos homogéneos lineales se cumple que el producto final siempre dismimuye, y por tanto el precio final aumenta.

□

4.1.2. Costos homogéneos lineales con integración vertical

Ahora si suponemos que si hay integración vertical (tal como en Salinger [1988]), es decir $k \neq 0$, entonces se tiene que $Q_F = Q_u + Q_v$, es decir la producción final es igual a la producción de las empresas finales no integradas mas la producción de las empresas finales integradas. Ademas la producción de las empresas intermedias es igual a la producción de las empresas finales no integradas $Q_I = Q_u$.

Lema 4.1.3. *Bajo costos lineales homogéneos e integración vertical, se tiene que el equilibrio de precios y cantidades en los mercados de bienes intermedios y finales esta dado por:*

$$
\begin{aligned}
Q_I =& \frac{mn}{(m+1)(n+k+1)b}(a - CMF - CMI) \\
P_I =& \frac{a - CMF + CMI(k + mk + m)}{(m+1)(k+1)} \\
Q_F =& \frac{1}{b(k+1)}(a - CMI - CMF)[k + \frac{mn}{(m+1)(n+k+1)}] \\
P_F =& a\Big(\frac{km + k + m + n + 1}{(m+1)(k+1)(n+k+1)}\Big) + \frac{1}{(k+1)}(CMI + CMF)[k + \frac{mn}{(m+1)(n+k+1)}]
\end{aligned}
$$

Demostración. Primero obteniendo las funciones de reacción para cada tipo de empresa final:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Pi_u^i}{\partial q_i} =& \frac{\partial}{\partial q_i}[(a - bQ_F - P_I - CMF)q_i] \\
=& a - bQ_F - P_I - CMF - bq_i = 0 \\
\Rightarrow q_i =& \frac{a - P_I - br_i - CMF}{2b} \\
\frac{\partial \Pi_v^j}{\partial q_j} =& \frac{\partial}{\partial q_j}[(a - bQ_F - CMI - CMF)q_j] \\
=& a - bQ_F - CMI - CMF - bq_i = 0 \\
\Rightarrow q_j =& \frac{a - CMI - br_j - CMF}{2b}
\end{aligned}$$

O alternativamente en terminos de Q_F:

$$\begin{aligned}
q_i =& \frac{a - P_I - bQ_F - CMF}{2b} \\
q_j =& \frac{a - CMI - bQ_F - CMF}{2b}
\end{aligned}$$

Entonces sumando respecto a cada tipo de empresa obtenemos que:

$$\begin{aligned}
bQ_u &= na - nbQ_F - nCMF - nP_I \\
bQ_v &= ka - kbQ_F - kCMF - kCMI
\end{aligned}$$

Usando que $Q_v = Q_F - Q_u$, y sustituyendo en la segunda igualdad:

$$\begin{aligned}
b(Q_F - Q_U) &= ka - kbQ_F - kCMI - kCMF \\
\Rightarrow bQ_F &= \frac{k(a - CMI - CMF) + bQ_U}{k+1}
\end{aligned}$$

Sustituyendo en la expresion para Q_U y depejando a P_I

$$\begin{aligned} bQ_U &= na - n\Big(\frac{k(a - CMI - CMF) + bQ_U}{k+1}\Big) - nP_I - nCMF \\ \Rightarrow bQ_U(1 + \frac{n}{k+1}) &= na(1 - \frac{k}{k+1}) + \frac{nk}{k+1}CMI + nCMF(\frac{k}{k+1} - 1) - nP_I \\ \Rightarrow P_I &= \frac{1}{k+1}(a - CMF + kCMI) - bQ_U(\frac{1}{n} + \frac{1}{k+1}) \end{aligned}$$

Definiendo $a_I = \frac{1}{k+1}(a + kCMI - CMF)$ y $b_I = b(\frac{1}{n} + \frac{1}{k+1})$, por lo que la función inversa de demanda del bien intermedio es de la forma $P_I = a_I - b_I Q_I$, entonces encontrando el equilibrio en el mercado intermedio:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi^i}{\partial x_i} =& \frac{\partial}{\partial x_i}[(a_I - b_I Q_I - CMI)x_i] \\ =& a_I - b_I Q_I - CMF - b_I x_i = 0 \\ \Rightarrow x_i =& \frac{a_I - CMI}{(m+1)b_I} \\ \Rightarrow Q_I =& \frac{m(a_I - CMI)}{(m+1)b_I} \\ \Rightarrow P_I =& \frac{a_I + mCMI}{m+1} \end{aligned}$$

Sustituyendo a_I y b_I, se obtiene

$$Q_I = \frac{mn}{(m+1)(n+k+1)b}(a - CMF - CMI)$$

$$P_I = \frac{a - CMF + CMI(k + mk + m)}{(m+1)(k+1)}$$

Ahora usando que $bQ_F = \frac{k(a-CMI-CMF)+bQ_U}{k+1}$, sustituyendo Q_u y simplificando se obtiene:

$$\begin{aligned}
bQ_F =& \frac{k(a-CMI-CMF)}{k+1} + \frac{b}{k+1}\frac{mn}{(m+1)(n+k+1)b}(a-CMF-CMI) \\
\Rightarrow bQ_F =& \frac{1}{k+1}(a-CMI-CMF)[k+\frac{mn}{(m+1)(n+k+1)}] \\
\Rightarrow Q_F =& \frac{1}{b(k+1)}(a-CMI-CMF)[k+\frac{mn}{(m+1)(n+k+1)}]
\end{aligned}$$

Finalmente encontrando el precio de equilibrio del bien final:

$$\begin{aligned}
P_F =& a - bQ_F = a - b\Big(\frac{1}{b(k+1)}(a-CMI-CMF)[k+\frac{mn}{(m+1)(n+k+1)}]\Big) \\
\Rightarrow P_F =& a\Big(\frac{km+k+m+n+1}{(m+1)(k+1)(n+k+1)}\Big) + \frac{1}{(k+1)}(CMI+CMF)[k+\frac{mn}{(m+1)(n+k+1)}]
\end{aligned}$$

□

Proposición 4.1.4. *La fusión horizontal de dos empresas finales, una verticalmente integrada y la otra no, donde las empresas finales son homogéneas y tienen costos de transformación lineales, siempre generan una disminución del producto final y un aumento del precio final.*

Demostración. Entonces si suponemos una fusión entre una empresa final verticalmente integrada y otra empresa final no integrada, tendremos que en el equilibrio solo cambiara el número de empresas finales no integradas (de n a $n-1$), por lo que el cambio en la producción final

Q_F estara dado por:

$$\begin{aligned}
\Delta Q_F =& Q_F^{Post} - Q_F^{Pre} \\
=& \frac{1}{b(k+1)}(a - CMI - CMF)[k + \frac{m(n-1)}{(m+1)(n+k)}] \\
-& \frac{1}{b(k+1)}(a - CMI - CMF)[k + \frac{mn}{(m+1)(n+k+1)}] \\
=& \frac{1}{b(k+1)}(a - CMI - CMF)\Big[\frac{m(n-1)}{(m+1)(n+k)} - \frac{mn}{(m+1)(n+k+1)}\Big] \\
=& \frac{m}{b(k+1)(m+1)}(a - CMI - CMF)\Big[\frac{n-1}{n+k} - \frac{n}{n+k+1}\Big] \\
=& \frac{m}{b(k+1)(m+1)}(a - CMI - CMF)\Big[\frac{-(k+1)}{(n+k)(n+k+1)}\Big] < 0
\end{aligned}$$

Por tanto la fusion entre una empresa final integrada y una no integrada siempres provoca una disminucion del producto final Q_F y por ende un aumento del precio final P_F.

□

4.1.3. Costos heterogéneos lineales sin integración vertical

Ahora, suponiendo que los costos marginales de las empresas finales son constantes pero heterogéneos, es decir $CMF_i(q_i) = CMF_i * q_i$, lo cual es un supuesto mas realista, ya que las empresas por lo general no comparten tecnologías entre si. Además, que el precio final es lineal $P_F = a - bQ_F$. Finalmente no hay empresas finales verticalmente integradas.

Lema 4.1.5. *Bajo costos de transformación lineales heterogéneos sin integración vertical, el equilibrio en precios y cantidades de los mercados intermedio y finales esta dado por:*

$$\begin{aligned}
Q_I =& Q_F = \frac{nm}{(n+1)(m+1)b}(a - \overline{CMF} - CMI) \\
P_I =& \frac{a - \overline{CMF} + mCMI}{m+1} \\
P_F =& \frac{a(n+m+1) + mn\overline{CMF} + mnCMI}{(n+1)(m+1)}
\end{aligned}$$

Demostración. Primero notemos que los beneficios para las empresas finales seran:

$$\Pi_u^i = (a - bQ_F - P_I - CMF_i)q_i$$

Encontremos entonces las funciones de reacción de las empresas finales:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Pi^i}{\partial q_i} =& \frac{\partial}{\partial q_i}[(a - bQ_F - P_I - CMF_i)q_i] \\
=& a - bQ_F - CMF_i - bq_i = 0 \\
=& a - CMF_i - br_i - 2bq_i = 0 \\
\Rightarrow q_i =& \frac{a - P_I - CMF_i - br_i}{2b}
\end{aligned}$$

Donde $r_i = \sum_{j \neq i} q_j = Q_F - q_i$, por tanto sumando las funciones de reacción sobre i obtenemos que:

$$Q_F = \frac{na - nP_I - b(n-1)Q_I - n\overline{CMF}}{2b}$$

Con $\overline{CMF} = \frac{1}{n}\sum CMF_i$ es el costo promedio de la industria final, y $\sum r_i = \sum(Q_F - q_i) = nQ_F - Q_F = (n-1)Q_F$, por lo que como $Q_F = Q_I$ y despejando P_I obtenemos la función de demanda inversa del bien intermedio:

$$P_I = a - b\frac{n+1}{n}Q_I - \overline{CMF}$$

Denotemos $a_I = a - \overline{CMF}$ y $b_I = b\frac{n+1}{n}$, y encontrando el equilibro en el mercado de bienes intermedios se obtiene que:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Pi^i}{\partial x_i} =& \frac{\partial}{\partial x_i}[(a_I - b_I Q_I - CMI)x_i] \\
=& a_I - b_I Q_I - CMF - b_I x_i = 0 \\
\Rightarrow x_i =& \frac{a_I - CMI}{(m+1)b_I} \\
\Rightarrow Q_I =& \frac{m}{(m+1)b_I}(a_I - CMI) = \frac{nm}{(n+1)(m+1)b}(a - \overline{CMF} - CMI)
\end{aligned}$$

Luego encontrando P_I de equilibrio:

$$P_I = a_I - b_I Q_I = \frac{a - \overline{CMF} + mCMI}{m+1}$$

Luego como $Q_F = Q_I$ al no haber empresas v.i., entonces sustituyendo para encontrar P_F de equilibrio, entonces:

$$\begin{aligned}P_F =& a - b\frac{nm}{(n+1)(m+1)b}(a - \overline{CMF} - CMI)\\ =& \frac{a(n+m+1) + mn\overline{CMF} + mnCMI}{(n+1)(m+1)}\end{aligned}$$

□

Proposición 4.1.6. *Una fusión horizontal de empresas finales, con costos lineales heteogéneos sin haber integración vertical, provoca un aumento del producto final total Q_F si y si solo si se cumple:*

$$n^2(\overline{CMF}^{Pre} - \overline{CMF}^{Post}) > a - CMI - \overline{CMF}^{Post}$$

Demostración. Supongamos que dos empresa finales i y j se fusionan, por lo que su nueva función de costos de transformación sera $c_{ij}(q) = \min\{CMF_i, CMF_j\}q$. Denotemos por $\overline{CMF}^{Pre}$ y $\overline{CMF}^{Post}$ a los costos promedio antes y despues de la fusión respectivamente, y similarmente las produciones finales son:

$$\begin{aligned}Q_F^{Pre} &= \frac{nm}{(n+1)(m+1)b}(a - \overline{CMF}^{Pre} - CMI)\\ Q_F^{Post} &= \frac{(n-1)m}{n(m+1)b}(a - \overline{CMF}^{Post} - CMI)\end{aligned}$$

Por tanto el cambio en la produccion sera:

$$
\begin{aligned}
\Delta Q_F =& Q_F^{Post} - Q_F^{Pre} \\
=& \frac{(n-1)m}{n(m+1)b}(a - \overline{CMF}^{Post} - CMI) - \frac{nm}{(n+1)(m+1)b}(a - \overline{CMF}^{Pre} - CMI) \\
=& \frac{m}{m+1}[(a-CMI)(\frac{n-1}{n} - \frac{n}{n+1}) - \overline{CMF}^{Post}\frac{n-1}{n} + \overline{CMF}^{Pre}\frac{n}{n+1})] \\
=& \frac{m}{m+1}[(a-CMI)(\frac{-1}{n(n+1)}) - \frac{n^2(\overline{CMF}^{Pre} - \overline{CMF}^{Post}) + \overline{CMF}^{Post}}{n(n+1)})] \\
=& \frac{m}{n(n+1)(m+1)}[-(a-CMI) + n^2(\overline{CMF}^{Pre} - \overline{CMF}^{Post}) + \overline{CMF}^{Post}]
\end{aligned}
$$

Por tanto se cumplira que $\Delta Q_F > 0$ solo si se cumple que :

$$n^2(\overline{CMF}^{Pre} - \overline{CMF}^{Post}) > a - CMI - \overline{CMF}^{Post}$$

Notemos que el termino de la derecha es positivo, al ser parte de la demanda final previa, por tanto una condición necesaria es que $\overline{CMF}^{Pre} > \overline{CMF}^{Post}$, es decir que las empresas finales se vuelvan mas eficientes en promedio.

□

Este resultado lo podemos contrastar con el resultado de Farrell and Shapiro [1990], que las fusiones horizontales sin sinergias siempre aumentan el precio y donde no hay un mercado de bienes intermedios. En contraste con la Proposición 4.1.6, por lo que al incluir un mercado intermedio encontramos una condición bajo la cual el precio puede disminuir al llevarse a cabo fusiones horizontales sin sinergias.

Ejemplo 4.1.7. Consideremos que las n empresas finales poseen un costo marginal C identico excepto para una, la cual tiene costo marginal $C + \epsilon$. Por lo que si la empresa menos eficiente se fusiona con alguna otra, se tendra que $\overline{CMF}^{Pre} = C + \epsilon/n$ y $\overline{CMF}^{Post} = C$, entonces la cantidad de bienes finales Q_F aumentara si:

$$n\epsilon > a - CMI - C$$

esta condición implica que si el número de empresas n es lo suficientemente grande se dara el aumento de producto final Q_F.

4.1.4. Costos heterogéneos lineales con integración vertical

Ahora consideremos que $k \neq 0$, es decir que si hay empresas verticalmente integradas. Por lo que las empresas finales que estan verticalmente integradas no pagan P_I por cada unidad bien intermedio usado, en cambio producen sus propios bienes intermedios a costo unitario CMI, y por tanto estas empresa no participan en el mercado de bienes intermedio, solo en el final.

Luego, notemos que ahora $Q_I \neq Q_F$, ya que solo las empresas finales no integradas compran los bienes intermedios producidos por las firmas intermedias. Por tanto $Q_F = Q_u + Q_u$, donde Q_u son los bienes finales producidos por las empresas no integradas, de esto $Q_I = Q_u$, y Q_v son los bienes finales producidos por las empresas finales verticalmente integradas.

Lema 4.1.8. *Bajo costos de transformación lineales heterogéneos con integración vertical, el equilibrio en precios y cantidades de los mercados intermedio y final estan dado por:*

$$
\begin{aligned}
Q_I =& \frac{mn}{(m+1)(n+k+1)b}(a + k\overline{CMF}_2 - (k+1)\overline{CMF}_1 - CMI) \\
P_I =& \frac{a + k\overline{CMF}_2 - (k+1)\overline{CMF}_1 + CMI(k+mk+m)}{(m+1)(k+1)} \\
Q_F =& \frac{1}{(n+k+1)b}\Big[(n+k-\frac{n}{(m+1)(k+1)})(a-CMI) - \frac{nm}{m+1}\overline{CMF}_1 \\
&- k\overline{CMF}_2(1+\frac{n}{(m+1)(k+1)})\Big] \\
P_F =& \frac{1}{n+k+1}\Big[(1+\frac{n}{(m+1)(k+1)})(a+k\overline{CMF}_2) + \frac{nm}{m+1}\overline{CMF}_1 \\
&+ CMI(n+k-\frac{n}{(m+1)(k+1)})\Big]
\end{aligned}
$$

Demostración. Primero calculemos las funciones de reacción para cada tipo de empresa final:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Pi_u^i}{\partial q_i} =& \frac{\partial}{\partial q_i}[(a - bQ_F - P_I - CMF_i)q_i] \\
=& a - bQ_F - P_I - CMF_i - bq_i = 0 \\
=& a - CMF_i - br_i - 2bq_i = 0 \\
\Rightarrow q_i =& \frac{a - P_I - CMF_i - br_i}{2b} \\
\frac{\partial \Pi_v^j}{\partial q_j} =& \frac{\partial}{\partial q_j}[(a - bQ_F - CMI - CMF_j)q_j] \\
=& a - bQ_F - CMI - CMF_j - bq_j = 0 \\
=& a - CMF_j - br_j - 2bq_j = 0 \\
\Rightarrow q_j =& \frac{a - CMI - CMF_j - br_j}{2b}
\end{aligned}$$

Alternativamente podemos expresar funciones de reacción en terminos de Q_F, por lo cual se tiene que:

$$\begin{aligned}
\Rightarrow q_i =& \frac{a - bQ_F - P_I - CMF_i}{b} \\
\Rightarrow q_j =& \frac{a - bQ_F - CMI - CMF_j}{b}
\end{aligned}$$

Entonces sumando cada una respecto al número de empresas en cada tipo:

$$\begin{aligned}
bQ_U =& na - nbQ_F - nP_I - n\overline{CMF}_1 \\
bQ_V =& ka - kbQ_F - kCMI - k\overline{CMF}_2
\end{aligned}$$

Luego usando que $Q_V = Q_F - Q_U$, sustituyendo se obtiene:

$$\begin{aligned}
b(Q_F - Q_U) = ka - kbQ_F - kCMI - k\overline{CMF}_2 \\
\Rightarrow bQ_F = \frac{k(a - CMI - \overline{CMF}_2) + bQ_U}{k+1}
\end{aligned}$$

Sustituyendo en la expresión para Q_U y despejando a P_I

$$bQ_U = na - n\frac{k(a - CMI - \overline{CMF}_2) + bQ_U}{k+1} - nP_I - n\overline{CMF}_1$$
$$\Rightarrow bQ_U(1 + \frac{n}{k+1}) = na(1 - \frac{k}{k+1}) + \frac{nk}{k+1}CMI - \frac{nk}{k+1}\overline{CMF}_2 - nP_I - n\overline{CMF}_1$$
$$\Rightarrow P_I = a(1 - \frac{k}{k+1}) + \frac{k}{k+1}(CMI + \overline{CMF}_2) - \overline{CMF}_1 - bQ_U(\frac{1}{n} + \frac{1}{k+1})$$

Definiendo $a_I = a(\frac{1}{k+1}) + \frac{k}{k+1}(CMI + \overline{CMF}_2) - \overline{CMF}_1$ y $b_I = b(\frac{1}{n} + \frac{1}{k+1})$, por lo que la función inversa de demanda del bien intermedio es de la forma $P_I = a_I - b_I Q_I$, entonces encontrando el equilibrio en el mercado intermedio:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Pi^i}{\partial x_i} =& \frac{\partial}{\partial x_i}[(a_I - b_I Q_I - CMI)x_i] \\
=& a_I - b_I Q_I - CMF - b_I x_i = 0 \\
\Rightarrow x_i =& \frac{a_I - CMI}{(m+1)b_I} \\
\Rightarrow Q_I =& \frac{m(a_I - CMI)}{(m+1)b_I} \\
\Rightarrow P_I =& \frac{a_I + mCMI}{m+1}
\end{aligned}$$

Sustituyendo a_I y b_I, se obtiene

$$Q_I = \frac{mn}{(m+1)(n+k+1)b}(a + k\overline{CMF}_2 - (k+1)\overline{CMF}_1 - CMI)$$

$$P_I = \frac{a + k\overline{CMF}_2 - (k+1)\overline{CMF}_1 + CMI(k + mk + m)}{(m+1)(k+1)}$$

Ahora usando que $bQ_U = na - nbQ_F - nP_I - n\overline{CMF}_1$ y $bQ_V = ka - kbQ_F - kCMI - k\overline{CMF}_2$, sumando ambas y depejando a Q_F se obtiene que:

$$\begin{aligned}
bQ_F =& (n+k)a - b(k+n)Q_F - nP_I - kCMI - n\overline{CMF}_1 - k\overline{CMF}_2 \\
\Rightarrow Q_F =& \frac{(n+k)a - n(P_I + \overline{CMF}_1) - k(CMI + \overline{CMF}_2)}{(n+k+1)b} \\
\Rightarrow P_F =& \frac{a + n(P_I + \overline{CMF}_1) + k(CMI + \overline{CMF}_2)}{n+k+1}
\end{aligned}$$

Luego, sustituyendo el precio de equilibrio del bien intermedio se obtienen el precio y la cantidad de equilibrio del bien final, que estaran dados por:

$$\begin{aligned}
Q_F =& \frac{1}{(n+k+1)b}\Big[(n+k-\frac{n}{(m+1)(k+1)})(a-CMI) - \frac{nm}{m+1}\overline{CMF}_1 \\
&- k\overline{CMF}_2(1+\frac{n}{(m+1)(k+1)})\Big] \\
P_F =& \frac{1}{n+k+1}\Big[(1+\frac{n}{(m+1)(k+1)})(a+k\overline{CMF}_2) + \frac{nm}{m+1}\overline{CMF}_1 \\
&+ CMI(n+k-\frac{n}{(m+1)(k+1)})\Big]
\end{aligned}$$

$\square$

Proposición 4.1.9. *Bajo costos de transformación lineales y heterogéneos en una fusión horizontal entre dos empresas finales, una verticalmente integrada y la otra no, donde los costos promedio de las empresas finales (integradas y no integradas) no cambian, provoca un aumento de precio final P_F y por ende una disminución del producto final Q_F.*

Demostración. Supongamos que dos empresas finales se fusionan i y j una verticalmente integrada y la otra no respectivamente, entonces cambiara el costo de transformación de la nueva empresa fusionada a $\min\{CMF_i, CMF_j\}$, y en general los costos promedio de cada tipo de empresa final (integrada y no integrada) por lo que pasaran de ser $\overline{CMF}_l^{Pre}$ a $\overline{CMF}_l^{Post}$ con $l = 1, 2$. Además, el número de empresas finales no integradas pasara de n a $n-1$, y tanto m

como k no cambiaran, entonces veamos como sera el cambio en el precio final:

$$\begin{aligned}
\Delta P_F &= P_F^{Post} - P_F^{Pre} \\
&= \frac{1}{n+k}\Big[(1+\frac{n-1}{(m+1)(k+1)})(a+k\overline{CMF}_2^{Post}) + \frac{(n-1)m}{m+1}\overline{CMF}_1^{Post} \\
&+ CMI(n-1+k-\frac{n-1}{(m+1)(k+1)})\Big] \\
&- \frac{1}{n+k+1}\Big[(1+\frac{n}{(m+1)(k+1)})(a+k\overline{CMF}_2^{Pre}) + \frac{nm}{m+1}\overline{CMF}_1^{Pre} \\
&+ CMI(n+k-\frac{n}{(m+1)(k+1)})\Big]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \cdots = \\
&= \frac{m(a+(k+1)CMI)}{(m+1)(n+k)(n+k+1)} + \frac{m}{m+1}(\overline{CMF}_1^{Post}\frac{n-1}{n+k} - \overline{CMF}_1^{Pre}\frac{n}{n+k+1}) \\
&+ k(\frac{\overline{CMF}_2^{Post}}{n+k} - \frac{\overline{CMF}_2^{Pre}}{n+k+1}) + \frac{k}{(m+1)(k+1)}(\frac{\overline{CMF}_2^{Post}(n-1)}{n+k} - \frac{\overline{CMF}_2^{Pre}n}{n+k+1})
\end{aligned}$$

Luego, si suponemos que $CMF_i \leq CMF_j$, es decir la empresa verticalmente integrada tiene menor coste de transformación entonces $\overline{CMF}_2^{Pre} = \overline{CMF}_2^{Post}$, por lo que simplificando se obtiene que:

$$\begin{aligned}
\Delta P_F = (a+(k+1)CMI+k\overline{CMF}_2)(\frac{m}{(m+1)(n+k)(n+k+1)}) \\
+ \frac{m}{m+1}(\overline{CMF}_1^{Post}\frac{n-1}{n+k} - \overline{CMF}_1^{Pre}\frac{n}{n+k+1})
\end{aligned}$$

Por lo que $\Delta P_F < 0$ solo si se cumple que:

$$a+(k+1)CMI+k\overline{CMF}_2 < n(n+k)\overline{CMF}_1^{Pre} - (n-1)(n+k+1)\overline{CMF}_1^{Post}$$

Posteriomente, si $\overline{CMF}_1^{Pre} = \overline{CMF}_1^{Post}$ entonces $\Delta P_F < 0$ solo si:

$$\begin{aligned}
&a + (k+1)CMI + k\overline{CMF}_2 < (k+1)\overline{CMF}_1 \\
\Rightarrow &a + (k+1)CMI + k\overline{CMF}_2 - (k+1)\overline{CMF}_1 < 0 \\
\Rightarrow &a + k\overline{CMF}_2 - (k+1)\overline{CMF}_1 - CMI < -(k+2)CMI \\
\Rightarrow &Q_I < 0
\end{aligned}$$

Por tanto como Q_I no puede ser negativo, se cumple entonces que si el costo marginal promedio en ambos tipos de empresa final no cambia, entonces necesariamente el precio del bien final P_F aumenta y por ende, Q_F disminuye. □

4.2. Costos cuadráticos

Ahora consideremos que las empresas de bienes finales tienen costos de transformación cuadráticos, esto debido a que para algunas industrias, como la automotriz o la construcción, los costos cuadráticos pueden representar mejor sus mayores aumentos del coste de producir una mayor cantidad, debido a la necesidad de adquirir mas capital o mano de obra para alcanzar una mayor producción, lo que genera un costo marginal no constante sino creciente.

4.2.1. Costos heterogéneos cuadráticos sin integración vertical

Consideremos entonces que los costos de transformación de las empresas finales estan dados por $CMF_i(q_i) = CMF_i q_i^2/2$. Además consideremos que no hay empresas verticalmente integradas ($k = 0$), por tanto $Q_I = Q_F$. Entonces los beneficios de las empresas finales seran:

$$\Pi_u^i = (P_F - P_I)q_i - CMF_i q_i^2/2$$

Lema 4.2.1. *Bajo costos de transformación cuadráticos heterogéneos sin integración vertical,* *el equilibrio en precios y cantidades de los mercados intermedio y final estan dado por:*

$$
\begin{aligned}
Q_I = & Q_F = \frac{m * C}{(m+1)(1+bC)}(a - CMI) \\
P_I = & \frac{a + mCMI}{m+1} \\
P_F = & \frac{a(bC + m + 1) + bmC * CMI}{(1+bC)(m+1)}
\end{aligned}
$$

Donde $C := \sum \frac{1}{b+CMF_i}$.

Demostración. Primero obteniendo las funciones de reacción de las empresas finales:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \Pi_u^i}{\partial q_i} &= \frac{\partial}{\partial q_i}[(a - bQ_F - P_I)q_i - CMF_i q_i^2/2] \\
&= a - bQ_F - P_I - bq_i - CMF_i q_i \\
\Rightarrow q_i =& \frac{a - br_i - P_I}{2b + CMF_i}
\end{aligned}
$$

Con r_i la producción restante a i, pero alternativamente expresando en términos de Q_F:

$$
\Rightarrow q_i = \frac{a - bQ_F - P_I}{b + CMF_i}
$$

Por lo que sumando $\forall i$, se obtiene que

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow Q_F &= (a - bQ_F - P_I)C \\
\Rightarrow P_I &= a - \frac{1+bC}{C} Q_F
\end{aligned}
$$

Donde $C := \sum \frac{1}{b+CMF_i}$ es una medida inversa de eficiencia promedio de la industria, la cual es mayor mientras mas cercanos a cero son los costos de transformación. Como $Q_I = Q_F$ ya que hay rendimientos constantes a escala y al no haber empresas v.i. Entonces encontrando el equilibrio en el mercado intermedio:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Pi^i}{\partial x_i} =& \frac{\partial}{\partial x_i}[(a - \frac{1+bC}{C}Q_I - CMI)x_i] \\ =& a - \frac{1+bC}{C}Q_I - CMF - \frac{1+bC}{C}x_i = 0 \\ \Rightarrow x_i =& \frac{C}{(m+1)(1+bC)}(a - CMI) \\ \Rightarrow Q_I =& \frac{m*C}{(m+1)(1+bC)}(a - CMI) \\ \Rightarrow P_I =& \frac{a + mCMI}{m+1}\end{aligned}$$

Luego encontrando el precio final de equilibrio:

$$\begin{aligned}P_F = a - bQ_F = a - b\Big(\frac{m*C}{(m+1)(1+bC)}(a - CMI)\Big) \\ \Rightarrow P_F = \frac{a(bC + m + 1) + bmC * CMI}{(1+bC)(m+1)}\end{aligned}$$

□

Proposición 4.2.2. *Bajo costos de transformacion cuadráticos heterogéneos sin integración vertical, una fusión horizontal de empresas finales siempre provoca un aumento del precio final* P_F *y por ende una disminución del producto final* Q_F.

Demostración. Supongamos que dos empresas finales i, j se fusionan, por lo que el nuevo costo de transformación de la empresa fusionada ij sera:

$$c_{ij}(q) = \frac{CMF_i * CMF_j}{CMF_i + CMF_j}q^2/2 = CMF_{ij}q^2/2$$

Notemos que cambia el termino C al remplazar dos terminos asociados a i y j por el termino asociado a ij. Entonces el cambio en la producción final sera:

$$\begin{aligned}
\Delta Q_F &= Q_F^{Post} - Q_F^{Pre} \\
&= \frac{m * C^{Post}}{(m+1)(1+bC^{Post})}(a - CMI) - \frac{m * C^{Pre}}{(m+1)(1+bC^{Pre})}(a - CMI) \\
&= \frac{m}{m+1}(a - CMI)\Big[\frac{C^{Post}}{1+bC^{Post}} - \frac{C^{Pre}}{1+bC^{Pre}}\Big]
\end{aligned}$$

Entonces $\Delta Q_F > 0$ si y solo si:

$$\begin{aligned}
\frac{C^{Post}}{1+bC^{Post}} &> \frac{C^{Pre}}{1+bC^{Pre}} \\
\iff \frac{1}{1/C^{Post}+b} &> \frac{1}{1/C^{Pre}+b} \\
\iff C^{Post} &> C^{Pre}
\end{aligned}$$

Notemos que $C^{Post} = \sum_{l \neq i,j} \frac{1}{b+CMF_l} + \frac{1}{b+CMF_{ij}}$ y $C^{Pre} = \sum_l \frac{1}{b+CMF_l}$, entonces $\Delta Q_F > 0$ solo si:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{b+CMF_{ij}} &> \frac{1}{b+CMF_i} + \frac{1}{b+CMF_j} \\
\iff \frac{1}{b+\frac{CMF_i * CMF_j}{CMF_i+CMF_j}} &> \frac{1}{b+CMF_i} + \frac{1}{b+CMF_j} \\
\iff \frac{CMF_i+CMF_j}{b(CMF_i+CMF_j)+CMF_iCMF_j} &> \frac{2b+CMF_i+CMF_j}{(b+CMF_i)(b+CMF_j)} \\
\iff (CMF_i+CMF_j)(b^2+b(CMF_i+CMF_j)+CMF_iCMF_j) &> \\
(2b+CMF_i+CMF_j)(b(CMF_i+CMF_j)+CMF_iCMF_j)& \\
\iff 0 > b^2(CMF_i+CMF_j)+2bCMF_iCMF_j!!!&
\end{aligned}$$

Por tanto $C^{Pre} > C^{Post}$ y por ende no es posible que $\Delta Q_F > 0$, de esto las fusiones horizontales siempre generan un aumento del precio final P_F y por ende una disminución de la cantidad final Q_F. □

4.2.2. Costos heterogéneos cuadráticos con integración vertical

Ahora supongamos que existen empresas finales verticalmente integradas ($k \neq 0$). Entonces los beneficios de las empresas finales no integradas son:

$$\Pi_u^i = (P_F - P_I)q_i - CMF_i q_i^2/2$$

y de las empresas integradas:

$$\Pi_v^j = (P_F - CMI)q_j - CMF_j q_j^2/2$$

Lema 4.2.3. *Bajo costos de transformación cuadráticos heterogéneos con integración vertical, el equilibrio en precios y cantidades de los mercados intermedio y final estan dados por:*

$$\begin{aligned}
Q_I =& \frac{m}{m+1}(a - CMI)\frac{C_1}{1 + b(C_1 + C_2)} \\
P_I =& \frac{a + CMI(m + bC_2(m+1))}{m+1} \\
Q_F =& \frac{1}{1 + b(C_1 + C_2)}(a - CMI)\Big(C_1 + C_2 - \frac{C_1}{(m+1)(1 + bC_2)}\Big)
\end{aligned}$$

Donde $C_1 = \sum_i^n \frac{1}{b+CMF_j}$ *y* $C_2 = \sum_j^k \frac{1}{b+CMF_j}$.

Demostración. Primero obteniendo las funciones de reacción:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Pi_u^i}{\partial q_i} &= \frac{\partial}{\partial q_i}[(a - bQ_F - P_I)q_i - CMF_i q_i^2/2] \\
&= a - bQ_F - P_I - bq_i - CMF_i q_i \\
\Rightarrow q_i =& \frac{a - br_i - P_I}{2b + CMF_i} \\
\frac{\partial \Pi_v^j}{\partial q_j} &= \frac{\partial}{\partial q_i}[(a - bQ_F - CMI)q_j - CMF_j q_j^2/2] \\
&= a - bQ_F - CMI - bq_j - CMF_j q_j \\
\Rightarrow q_j =& \frac{a - br_j - CMI}{2b + CMF_j}
\end{aligned}$$

O alternativamente en terminos de Q_F

$$\begin{aligned}\Rightarrow q_i =& \frac{a - bQ_F - P_I}{b + CMF_i}\\ \Rightarrow q_j =& \frac{a - bQ_F - CMI}{b + CMF_j}\end{aligned}$$

Entonces sumando sobre i y j respectivamente ambas ecuaciones, se obtiene:

$$\begin{aligned}Q_U &= (a - bQ_F - P_I)C_1\\ Q_V &= (a - bQ_F - CMI)C_2\end{aligned}$$

Donde $C_1 = \sum_i^n \frac{1}{b+CMF_j}$ y $C_2 = \sum_j^k \frac{1}{b+CMF_j}$, sumando ambas igualdades y despejando Q_F:

$$\begin{aligned}Q_F =& (a - bQ_F - P_I)C_1 + (a - bQ_F - CMI)C_2\\ \Rightarrow Q_F(1 + b(C_1 + C_2)) =& a(C_1 + C_2) - C_1P_I - C_2CMI\\ \Rightarrow Q_F =& \frac{1}{1 + b(C_1 + C_2)}\Big(a(C_1 + C_2) - C_1P_I - C_2CMI\Big)\end{aligned}$$

Luego usando la expresión para Q_V y que $Q_V = Q_F - Q_U$, entonces

$$\begin{aligned}Q_F - Q_U =& (a - bQ_F - CMI)C_2\\ Q_F =& \frac{1}{1 + bC_2}(Q_U + (a - CMI)C_2)\end{aligned}$$

Sustituyendo esta expresion de Q_F en la de Q_U y despejando a P_I:

$$\begin{aligned}Q_U =& \Big(a - \frac{b}{1 + bC_2}(Q_U + (a - CMI)C_2) - P_I\Big)C_1\\ \Rightarrow P_I =& a\Big(\frac{1}{1 + bC_2}\Big) + \frac{bC_2}{1 + bC_2}CMI - \Big(\frac{1 + b(C_1 + C_2)}{C_1(1 + bC_2)}\Big)Q_U\end{aligned}$$

Entonces la función inversa de demanda de bienes intermedios es de la forma $P_I = a_I - b_IQ_I$, con $a_I = (\frac{1}{1+bC_2})(a + bC_2 * CMI)$ y $b_I = \frac{1+b(C_1+C_2)}{C_1(1+bC_2)}$. Encontrando el equilibrio en el mercado intermedio:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Pi^i}{\partial x_i} =& \frac{\partial}{\partial x_i}[(a_I - b_I Q_I - CMI)x_i] \\
=& a_I - b_I Q_I - CMF - b_I x_i = 0 \\
\Rightarrow x_i =& \frac{1}{(m+1)b_I}(a_I - CMI) \\
\Rightarrow Q_I =& \frac{m}{(m+1)b_I}(a_I - CMI)) \\
\Rightarrow P_I =& \frac{a_I + mCMI}{m+1}
\end{aligned}$$

Por lo que sustituyendo a_I y b_I se obtiene que el equlibrio en el mercado intermedio esta dado por:

$$\begin{aligned}
\Rightarrow Q_I =& \frac{m}{m+1}(a - CMI)\frac{C_1}{1 + b(C_1 + C_2)} \\
\Rightarrow P_I =& \frac{a + CMI(m + bC_2(m+1))}{m+1}
\end{aligned}$$

Ahora como $Q_I = Q_U$, sustituyendo en la expresión para Q_F en terminos de Q_U se obtiene:

$$\begin{aligned}
Q_F =& \frac{1}{1 + bC_2}(Q_U + (a - CMI)C_2) = \frac{1}{1 + bC_2}(\frac{m}{m+1}(a - CMI)\frac{C_1}{1 + b(C_1 + C_2)} + (a - CMI)C_2) \\
\Rightarrow Q_F =& \frac{1}{1 + bC_2}(a - CMI)\Big(\frac{mC_1}{(m+1)(1 + b(C_1 + C_2))} + C_2\Big)
\end{aligned}$$

O alternativamente usando la expresion de Q_F en terminos de P_I se encuentra que:

$$Q_F = \frac{1}{1 + b(C_1 + C_2)}(a - CMI)\Big(C_1 + C_2 - \frac{C_1}{(m+1)(1 + bC_2)}\Big)$$

□

Proposición 4.2.4. *Bajo costos de transformación cuadráticos e integración vertical, fusiones horizontales de empresas finales, donde una esta verticalmente integrada y la otra no, aumentan* *la producción final si y sólo si:*

$$\frac{1}{1+b(C_1^{Post}+C_2^{Post})}\Big(C_1^{Post}+C_2^{Post}-\frac{C_1^{Post}}{(m+1)(1+bC_2^{Post})}\Big) > \frac{1}{1+b(C_1^{Pre}+C_2^{Pre})}\Big(C_1^{Pre}+C_2^{Pre}-\frac{C_1^{Pre}}{(m+1)(1+bC_2^{Pre})}\Big)$$

Demostración. Consideramos la fusión entre las empresas i, j una v.i y la otra no, la nueva función de costos de transformación sera:

$$c_{ij}(q) = \frac{CMF_i * CMF_j}{CMF_i + CMF_j} * q^2/2 = CMF_{ij} * q^2/2$$

Entonces el cambio en la cantidad del bien final estara dado por:

$$\begin{aligned}
\Delta Q_F &= Q_F^{Post} - Q_F^{Pre} \\
&= \frac{1}{1+b(C_1^{Post}+C_2^{Post})}(a-CMI)\Big(C_1^{Post}+C_2^{Post}-\frac{C_1^{Post}}{(m+1)(1+bC_2^{Post})}\Big) \\
&- \frac{1}{1+b(C_1^{Pre}+C_2^{Pre})}(a-CMI)\Big(C_1^{Pre}+C_2^{Pre}-\frac{C_1^{Pre}}{(m+1)(1+bC_2^{Pre})}\Big) \\
&= (a-CMI)\Bigg[\frac{1}{1+b(C_1^{Post}+C_2^{Post})}\Big(C_1^{Post}+C_2^{Post}-\frac{C_1^{Post}}{(m+1)(1+bC_2^{Post})}\Big) \\
&\frac{-1}{1+b(C_1^{Pre}+C_2^{Pre})}\Big(C_1^{Pre}+C_2^{Pre}-\frac{C_1^{Pre}}{(m+1)(1+bC_2^{Pre})}\Big)\Bigg]
\end{aligned}$$

Por lo que $\Delta Q_F > 0$ solo si

$$\frac{1}{1+b(C_1^{Post}+C_2^{Post})}\Big(C_1^{Post}+C_2^{Post}-\frac{C_1^{Post}}{(m+1)(1+bC_2^{Post})}\Big) > \frac{1}{1+b(C_1^{Pre}+C_2^{Pre})}\Big(C_1^{Pre}+C_2^{Pre}-\frac{C_1^{Pre}}{(m+1)(1+bC_2^{Pre})}\Big)$$

Notemos que en este caso $C_1^{Post} < C_1^{Pre}$ siempre, al tener C_1 un término positivo menos despues de la fusión. Tambien $C_2^{Post} > C_2^{Pre}$ siempre, ya que $CMF_{ij} < CMF_j$ haciendo menor uno de los terminos de C_2. Además, de forma similar a la sección anterior se cumplira que $C_1^{Post} + C_2^{Post} < C_1^{Pre} + C_2^{Pre}$.

$\square$

4.3. Análisis comparativo

En esta sección compararemos mediante un ejemplo concreto los escenarios de las secciones anteriores, de funciones de costos e integración vertical, y veremos el efecto en la producción final ante una fusión horizontal de empresas finales (dos no integradas o una integrada y la otra no).

Supongamos entonces el caso mas simple en el que $m = 1, n = 2, k = 1$, es decir hay una empresa intermedia, dos empresas finales no integradas y otra empresa final integrada (o tres no integradas si no hay integración vertical). Adicionalmente supongamos que los costos de las empresas finales (integradas y no) son idénticos.

Primero, analicemos el escenario de costos cuadráticos con integración vertical. Este escenario es particularmente interesante porque, a diferencia de los otros, los resultados de la fusión horizontal son menos claros y requieren un análisis más detallado.

Supongamos que los costos de la empresas finales son $CMF_i(q_i) = CMFq_i^2/2$. Veamos cuando se cumple que la Proposición 4.2.4, es decir que $\Delta Q_F > 0$. Tendremos que la fusión de la empresa integrada y una de las no integradas tendra costo de transformación:

$$c_i(q_i) = \frac{CMF}{2}q_i^2/2$$

Entonces los terminos $C_l, \quad l = 1, 2$ antes y despues de la fusión seran:

$$\begin{aligned} C_1^{Pre} &= \frac{2}{b + CMF} \\ C_2^{Pre} &= \frac{1}{b + CMF} \\ C_1^{Post} &= \frac{1}{b + CMF} \\ C_2^{Post} &= \frac{1}{b + CMF/2} = \frac{2}{2b + CMF} \end{aligned}$$

Entonces por la Proposición 4.2.4 tendremos que $\Delta Q_F > 0$ solo si

$$\frac{1}{1 + b(\frac{1}{b+CMF} + \frac{2}{2b+CMF})}\Big(\frac{1}{b + CMF} + \frac{2}{2b + CMF} - \frac{\frac{1}{b+CMF}}{(2)(1 + b\frac{2}{2b+CMF})}\Big) >$$
$$\frac{1}{1 + b(\frac{3}{b+CMF})}\Big(\frac{3}{b + CMF} - \frac{\frac{2}{b+CMF}}{(2)(1 + b\frac{1}{b+CMF})}\Big)$$

$$\iff$$

$$\Big(1 + \frac{3b}{b + CMF}\Big)\Big(\frac{1}{b + CMF} + \frac{2}{2b + CMF} - \frac{\frac{1}{b+CMF}}{(2)(1 + \frac{2b}{2b+CMF})}\Big)$$
$$-\Big(1 + \frac{b}{b + CMF} + \frac{2b}{2b + CMF}\Big)\Big(\frac{3}{b + CMF} - \frac{\frac{2}{b+CMF}}{(2)(1 + \frac{b}{b+CMF})}\Big) > 0$$

Entonces al simplificar la expresión anterior se obtiene que:

$$\frac{-4b^3 + 4bCMF^2 + CMF^3}{2(b + CMF)^2(2b + CMF)^2} > 0$$

Notemos que el denominador es siempre positivo por lo que el que este término sea positivo solo depende del numerador, es decir que se cumpla que $-4b^3 + 4bCMF^2 + CMF^3 > 0$, por lo que esto se cumplirá si b es relativamente mas pequeño que CMF. Esto ya que si factorizamos el polinomio en b y CMF tendremos que $-4b^3 + 4bCMF^2 + CMF^3 \approx (CMF - 0{,}903212b)(CMF + 3{,}70928b)(CMF + 1{,}19394b)$, como $b \geq 0$ y $CMF \geq 0$, solo aumentara Q_F si se cumple que $CMF \geq 0{,}903212b$.

Por tanto podemos concluir que al realizarse la fusión hubo una ganancia de eficiencia al eliminarse la doble marginalización derivada de que una de las empresas estaba verticalmente integrada, y permitio recomponer la producción en las dos firmas para producir sin el costo del bien intermedio, pero para que $\Delta Q_F > 0$ también se debe cumplir que $-4b^3 + 4bCMF^2 + CMF^3 > 0$, es decir que se la función inversa de demanda del bien final sea relativamente menos sensible al cambio en producción de lo que los costos cuadráticos de transformación lo son. Esto se contrasta con el caso de costos cuadráticos sin integración vertical, donde derivado de la Proposición 4.2.2 la fusión horizontal siempre provoca una disminución de la producción final, por lo que aún con la ganancia de eficiencia de la fusión, sin la integración vertical no es posible que la producción total aumente.

Luego, contrastando con el caso de costos lineales homogéneos con y sin integración vertical, de las Proposiciones 4.1.2 y 4.1.4 se tendrá que la fusion horizontal siempre resultara en una disminucion de producto final Q_F. Podemos resumir estos resultados para estos casos en la siguiente tabla:

	Costos Lineales	**Costos Cuadráticos**
Sin Integración Vertical	Q_F disminuye siempre	Q_F disminuye siempre
Con Integración Vertical	Q_F disminuye siempre	Q_F aumenta sii $CMF \geq 0{,}903212b$

Tabla 4.1: Costos Lineales y Cuadráticos Homogéneos con y sin Integración Vertical

Entonces podemos notar que sólo bajo costos cuadráticos con integración vertical es posible que la producción aumente, es decir que la mejora en los costos de producción sumada a la eliminación de la doble marginalización, y a la condición que la demanda sea relativamente menos sensible a cambios en la producción de lo que los costos cuadráticos lo son, permite que a pesar que las empresas sean homogéneas, la fusión horizontal pueda resultar en un aumento de la producción total final. Este hallazgo es novedoso, ya que comunmente las fusiones horizontales entre empresas homogéneas generalmente no llevan a aumentos en la producción.

Capítulo V

CONCLUSIONES

Este estudio se enfocó en el impacto de las fusiones horizontales en dos industrias oligopólicas conectadas por una cadena productiva. En este contexto, se analiza cómo las fusiones horizontales en el sector *downstream*, es decir, en el nivel de producción y distribución más cercano al consumidor final, pueden influir tanto positiva como negativamente en los precios y la producción de bienes finales.

Este análisis se llevó a cabo mediante el desarrollo de un modelo teórico, que permitió explorar diversas configuraciones, incluyendo la variación entre costos lineales y cuadráticos, así como la presencia de integración vertical en la industria final. El modelo nos permitió identificar los equilibrios de precios y producción tanto antes como después de la fusión entre empresas. Además, se examinaron detalladamente cómo estos equilibrios se veían afectados por el proceso de fusión *downstream*, considerando los posibles cambios en los niveles de precios y producción.

Los resultados sugieren que las fusiones suelen ocasionar una disminución en la producción y un aumento en los precios, especialmente en situaciones donde los costos son homogéneos, como en el caso de costos lineales, y también en escenarios con costos cuadráticos en ausencia de integración vertical. No obstante, un análisis comparativo revela que, en condiciones donde la demanda no responde tan drásticamente a cambios en la producción como lo hacen los costos cuadráticos, una fusión horizontal entre una empresa verticalmente integrada y otra no integrada, en un contexto de costos cuadráticos, puede resultar en un aumento de la producción, incluso si las empresas finales comparten tecnologías. Esto resalta la importancia crucial de la integración vertical y la estructura de costos en la eficiencia posterior a la fusión, enfatizando la necesidad de asegurar que las mejoras en la eficiencia compensen adecuadamente cualquier impacto negativo en la competencia para promover el bienestar del consumidor.

Este estudio aporta una contribución a la literatura existente al integrar los impactos de las fusiones horizontales con la integración vertical en un marco teórico. Esto enriquece nuestra comprensión sobre cómo estas dinámicas influyen en la producción y los precios en distintos contextos de costos. Asimismo, se identifican algunas condiciones específicas que determinan si una fusión resulta ventajosa o perjudicial, lo cual es fundamental para el diseño de políticas regulatorias eficaces en entornos oligopólicos.

Capítulo VI

APÉNDICE

Proposición 6.0.1. *Bajo costos de transformación cuadráticos* $c_i(q_i) = c_i q_i^2$*, la fusión de dos empresas finales tendra función de costos de transformación dada por:*

$$c_{ij}(q_{ij}) = \frac{c_i c_j}{c_i + c_j} q_{ij}^2$$

Demostración. Recoordemos que la nueva empresa fusionada tendra costos dados por:

$$c_{ij}(q_{ij}) = \min_{q_i, q_j} \Big\{ c_i(q_i) + c_j(q_j) | q_i + q_j = q_{ij} \Big\}$$

Entonces encontremos q_i y q_j que minimicen los costos dada la producción q_{ij}, definamos la función lagrangiana dada por:

$$L(q_i, q_j, \lambda) = c_i q_i^2 + c_j q_j^2 - \lambda(q_i + q_j - q_{ij})$$

Las condiciones de primer orden estaran dadas por:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = 2c_i q_i - \lambda, \quad \frac{\partial L}{\partial q_j} = 2c_j q_j - \lambda, \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = -(q_i + q_j - q_{ij})$$

Igualando a cero y despejando tendremos que:

$$q_j = \frac{c_i q_i}{c_j}$$

Sustituyendo en la restricción tendremos que:

$$\begin{aligned} q_i + \frac{c_i q_i}{c_j} =& q_{ij} \\ \Rightarrow q_i(\frac{c_j + c_i}{c_j}) =& q_{ij} \end{aligned}$$

Entonces tendremos que:

$$q_i = \frac{c_j}{c_i + c_j} q_{ij}, \qquad q_j = \frac{c_i}{c_i + c_j} q_{ij}, \qquad \lambda = \frac{2c_i c_j}{c_i + c_j} q_{ij}$$

Sustituyendo en $c_{ij}(q_{ij})$ tendremos que:

$$\begin{aligned} c_{ij}(q_{ij}) =& c_i(\frac{c_j}{c_i + c_j} q_{ij})^2 + c_j(\frac{c_i}{c_i + c_j} q_{ij})^2 \\ c_{ij}(q_{ij}) =& \frac{c_i c_j^2}{(c_i + c_j)^2} q_{ij}^2 + \frac{c_j c_i^2}{(c_i + c_j)^2} q_{ij}^2 \\ c_{ij}(q_{ij}) =& \frac{c_i c_j}{(c_i + c_j)^2} (c_j + c_i) q_{ij} \\ \Rightarrow c_{ij}(q_{ij}) =& \frac{c_i c_i}{c_i + c_j} q_{ij}^2 \end{aligned}$$

□

Capítulo VII

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bibliografía

COFECE. Informe de concentraciones 2021, 2022. URL https://www.cofece.mx/wp-content/uploads/2022/04/DCC_concen2022.pdf.

Crabi. Gasolineras en méxico: 12 marcas que operan en el país, febrero 10 2023. URL https://www.crabi.com/blog/consejos-gasolineras-en-mexico.

CVS Health. CVS Health Completes Acquisition of Aetna, Marking Start of Transforming Consumer Health Experience, nov 2018. URL https://www.cvshealth.com/news/company-news/cvs-health-completes-acquisition-of-aetna-marking-start-of.html. CVS Health.

J. Farrell and C. Shapiro. Horizontal mergers: An equilibrium analysis. *The American Economic Review*, 1990.

O. Hart and J. Tirole. Vertical integration and market foreclosure. *Brookings Papers on Economic Activity. Microeconomics*, 1990.

J. Hastings. Vertical relationships and competition in retail gasoline markets: Empirical evidence. *The American Economic Review*, 2004.

E. Kim and V. Singal. Mergers and market power: Evidence from the airline industry. *The American Economic Review*, 1993.

N. Miller and M. Weinberg. Understanding the price effects of the millercoors joint venture. *Econometrica*, 2017.

M. Perry and R. Porter. Oligopoly and the incentive for horizontal merger. *The American Economic Review*, 1985.

I. Pinopoulos. Upstream horizontal mergers involving a vertically integrated firm. *Journal of Economics*, 2019.

Reuters. Aprueban la fusión entre AB InBev y SABMiller, 2016. URL https://www.eleconomista.com.mx/empresas/Aprueban-la-fusion-entre-AB-InBev-y-SABMiller-20160720-0078.html. El Economista.

M. Salinger. Vertical mergers and market foreclosure. *The Quarterly Journal of Economics*, 1988.

Jean Tirole. *The Theory of Industrial Organization*. MIT Press, Cambridge, MA, 1988.

Dresner M. Zou, L. and R. Windle. Many fields of battle: How cost structure affects competition across multiple markets. *Journal of Transport Economics and Policy*, 2011.