EL COLEGIO DE MÉXICO
CENTRO DE ESTUDIOS ECONÓMICOS

MAESTRÍA EN ECONOMÍA

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN ECONOMÍA

EDUCACIÓN Y CRECIMIENTO ECONÓMICO DE MÉXICO: APLICACIÓN DEL MODELO UZAWA-LUCAS

OSCAR DE JESÚS GÁLVEZ SORIANO

PROMOCIÓN 2011-2013

ASESOR:

DR. GERARDO ESQUIVEL HERNÁNDEZ

JULIO DE 2013

Educación y Crecimiento Económico de México: Aplicación del modelo Uzawa-Lucas

Oscar de Jesús Gálvez Soriano

Julio de 2013

Abstract

Este trabajo de investigación estudia el papel de la educación en el crecimiento económico de una economía en vías de desarrollo. Los estudios empíricos de las fuentes de crecimiento económico no han podido formar un consenso acerca de la casualidad entre el capital humano y el crecimiento. Para resolver este problema, esta investigación emplea una perspectiva de series de tiempo. La contribución de la formación de capital humano es estudiada siguiendo la literatura de crecimiento endógeno, y el papel específico de la educación se considera usando una función de producción de tipo Cobb-Douglas. Para ello, se asume que un individuo puede incrementar su capital humano al combinar algunos insumos agregados con su propio tiempo y habilidad. Tanto el modelo de Uzawa-Lucas como la función de producción del capital humano fueron estimados usando el Método Generalizado de Momentos (GMM por sus siglas en inglés), con lo que a su vez se trató el problema de endogeneidad. El principal hallazgo de esta investigación es que el efecto del capital humano en la producción total se debe al parámetro de externalidades (por lo que el efecto es indirecto). En conclusión, el impacto de una mayor educación es positivo sobre el crecimiento económico de México.

Agradecimientos

A mi hijo Scotty, porque has sido mi inspiración y el motivo por el cual jamás me di por vencido. A ti te dedico esta tesis hijo mío.

A mi esposa Lupita, porque gracias a tu compañía y a tu amor incondicional tuve la fuerza para terminar la maestría. Les agradezco de corazón por haber tolerado mi ausencia estos dos años. ¡Los amo mucho!

A mis padres y a mi hermana, por su intenso apoyo durante estos dos años ¡muchas gracias!

A mi hermanito César, pues sé que sigues cuidándome desde el cielo. Gracias por todo lo que me enseñaste, jamás te olvidaré.

Contents

1 Planteamiento del Problema **8**
- 1.1 Justificación . . . 8
- 1.2 Motivación . . . 8

2 Revisión de Literatura **10**

3 Objetivos **13**

4 Modelo de Uzawa-Lucas **14**
- 4.1 Modelo de Uzawa-Lucas sin externalidades . . . 16
- 4.2 Modelo de Uzawa-Lucas con externalidades . . . 18

5 Hipótesis **23**

6 Metodología **25**
- 6.1 Procedimiento de estimación de parámetros . . . 25
  - 6.1.1 Modelo de Uzawa-Lucas sin externalidades . . . 25
  - 6.1.2 Modelo de Uzawa-Lucas con externalidades . . . 27
- 6.2 Datos a utilizar . . . 29
- 6.3 Función de Producción del Capital Humano . . . 31

7 Resultados **34**

8 Conclusiones **37**

9 Apéndice **38**

A Desarrollo matemático del modelo Uzawa-Lucas **38**
- A.1 Análisis de estabilidad . . . 38
- A.2 Ecuaciones diferenciales a estimar en el modelo de Uzawa-Lucas con externalidades . . . 40
- A.3 Capital Humano . . . 43

B Gráficas **47**
- B.1 Tasa de crecimiento del PIB de México . . . 47
- B.2 Tasa de crecimiento de la población de México . . . 47
- B.3 Tasa de crecimiento del PIB per cápita de México . . . 48
- B.4 Puntaje de países en prueba PISA 2009 (desempeño matemático) . . . 48
- B.5 Puntaje de países en prueba PISA 2009 (desempeño lector) . . . 48
- B.6 Puntaje de países en prueba PISA 2009 (desempeño en ciencias) . . . 49
- B.7 Desempleo en México . . . 49
- B.8 Series de tiempo de PIB real y escolaridad . . . 50

Introducción

Históricamente, las políticas económicas aplicadas en México han tenido un enfoque keynesiano, en otras palabras, han sido políticas de corto plazo que a pesar de sus beneficios casi inmediatos, tienen efectos negativos en el largo plazo, tales como inflación y deuda pública.

La política monetaria expansiva implementada en 1972[1] tuvo graves efectos inflacionarios para mediados del año siguiente, al grado de volver negativas las tasas reales de interés, lo que ocasionó la falta de crédito disponible en el sector bancario que obligó a recurrir al endeudamiento externo por parte del sector privado y del gobierno quien además siguió recurriendo al financiamiento inflacionario.

Entre 1977 y 1981 el gobierno mexicano incrementó mucho su gasto, lo que provocó un gran déficit público que fue financiado con la emisión de dinero y con endeudamiento externo, éste último de magnitudes impresionantes. Lamentablemente toda esta entrada de capitales provocó serios problemas, por una parte se deterioró aún más la balanza de pagos por la sobrevaluación del peso que fue causada por la creciente inflación, por otro lado el aumento drástico de las divisas deterioró la planta productiva a través de la llamada "enfermedad holandesa" y finalmente, con la reducción de los precios internacionales del petróleo, comenzaron a salir grandes cantidades de capital del país. Estas presiones provocaron que las reservas internacionales en el Banco de México llegaran a niveles insuficientes para hacer frente a la demanda de dólares, por lo que el gobierno se vio obligado a devaluar el peso.

Sin embargo, "la estabilización económica se logró reduciendo las políticas expansivas de corto plazo, pues se adoptó una política fiscal responsable y se obtuvieron altos ingresos petroleros durante 2004 por los altos precios del petróleo que contribuyeron a la reducción del déficit fiscal, reduciendo la vulnerabilidad macroeconómica y logrando bajas tasas de inflación" (Martínez, 2005: pág. 11).

Pero a pesar de que la estabilidad de precios es favorable para la actividad económica, ésta no es suficiente para generar un crecimiento elevado y sostenido. Para esto último se requiere, además de un ambiente de inflación baja y estable, la implementación de políticas económicas que promuevan la productividad y competitividad de la economía, pero evitando que éstas sean políticas de corto plazo pues, "de manera destacada, la Nueva Escuela Clásica ha demostrado que las políticas fiscales y monetarias de corte keynesiano, altamente intervencionistas en la economía, no conducen hacia una trayectoria caracterizada por altas tasas de crecimiento y por estabilidad dinámica, ni tampoco hacia una mejor distribución de la riqueza, como es su presunción" (González, 2002: pág. 9). En este sentido, debe ser preocupación de los investigadores económicos y de todo hacedor de política económica el desempeño del PIB per cápita en el largo plazo.

Podemos distinguir dos vías por medio de las cuales una economía crece: los Factores de la Producción (capital, trabajo y capital humano) y la Productividad Total de los Factores

[1]Que llevó a cabo el Banco de México para hacer frente a las demandas de fondos por parte del gobierno dado su agresivo programa de inversiones.

(PTF). Muchos autores han contabilizado el aporte de estos factores, Solow (1957) y Denison (1962, 1967) encontraron que la tasa de acumulación de capital por persona explicaba entre un octavo y un cuarto de las tasas de crecimiento del PIB de Estados Unidos y otros países industrilizados, mientras que la PTF explicaba más de un medio del crecimiento del PIB en la mayoría de los países. Durante las consecutivas décadas se había mantenido el concenso de que la mayor parte de las fluctuaciones del PIB de largo plazo eran explicadas por la PTF. Pero desde finales del siglo XX resurgió el interés por estudiar las causas por las cuales existen grandes diferencias entre países en el desempeño del crecimiento económico de largo plazo. Las investigaciones se centraron en la discusión de si era la Acumulación de Factores o la PTF lo que explicaba la mayor parte de las variaciones del PIB.

Por una parte, Young (1995) demuestra que la acumulación de factores explica satisfactoriamente el extraordinario crecimiento en la posguerra de Hong Kong, Singapur, Corea del Sur y Taiwán. Mientras que Klenow y Rodríguez-Clare (1997), usando una muestra más amplia de países se inclinan por la explicación de la PTF, pues encuentran que los países más ricos suelen tener una mayor relación capital-producto (K/Y), capital humano-producto (H/Y), y una mayor A que los países más pobres, con un papel dominante de éste último, un papel grande del primero y un papel modesto del segundo. En esta misma línea, Easterly y Levine (2001) mustran que la mayoría de las regularidades empíricas del crecimiento económico enfatizan el papel de la PTF en lugar de la acumulación de factores. Sin embargo, Francesco Caselli (2005) encuentra que hay una significativa reducción en el componente no explicado del ingreso cuando aumenta el capital humano con un proxy del estatus de la salud de la fuerza de trabajo, pero concluye que aún así la mayoría de la varianza del crecimiento permanece sin ser explicada.

Centrando la atención en la educación, Bils y Klenow (2000) examinan un modelo de individuos con vida finita, en el que el capital humano puede crecer aumentando la asistencia a la escuela y de esta forma contribuir a la tasa de crecimiento de un país. Sin embargo, los autores encuentran que la escolaridad explica menos de un tercio de la relación empírica entre países, incluso argumentan que si existe una fuerte relación entre crecimiento y educación, se debe a que la relación es del primero al segundo y no al contrario.

Pero hay estudios más precisos que intentan reconciliar el enfoque microeconómico con el enfoque macroeconómico de los retornos a la educación, para comprender mejor la relación entre educación y crecimiento, por ejemplo, Krueger y Lindhal (2001) encuentran que los errores de medición de la educación atenúan severamente las estimaciones del efecto del cambio en la escolaridad sobre el crecimiento del PIB. Su análisis sugiere que el cambio y el nivel inicial en educación están positivamente correlacionados con el crecimiento económico una vez que se toma en cuenta el error de medición de la educación. Además, muchas investigaciones con enfoque microeconómico (Donald Gorseline 1932, Griliches y William Mason 1972, Mincer 1974, Joshua Angrist y Krueger 1991, Card y Krueger 1992, Jin Huem Park 1994, y David Card 1994) proveen evidencia robusta de un pago sustancial por invertir en educación, especialmente para aquellos quienes tradicionalmente completan bajos niveles de escolaridad.

Respecto al problema de la calidad de los datos, De la Fuente y Doménech (2006) proveen evidencia de que los resultados contraintuitivos del capital humano, como los obtenidos por Bils y Klenow, pueden ser atribuidos a diferencias en los datos, y muestran que mejoras en la calidad estos llevan a un mayor y más preciso estimador de los coeficientes de la escolaridad en regresiones de crecimiento. De hecho, los resultados de su investigación sugieren que el valor verdadero de la elasticidad del producto respecto de los años de escolaridad está por encima de 0.60, que es al menos dos veces tan grande como el estimador más grande de la literatura previa.

Caselli y Ciccon (2013) buscan responder la cuestión de cuánto incrementará el producto por trabajador en un país si los trabajadores tuvieran una mayor escolaridad. Para ello, usan una aproximación al problema por medio de una cota superior no paramétrica en el crecimiento del producto, generada por más escolaridad. Sus resultados sugieren que, para el caso de México en el año 2000, si incrementara la densidad de la escolaridad al nivel de EU, el producto de México incrementaría hasta en 88.6%, mientras que para la muestra de 90 países aumentaría en promedio 61%.

Dado que existe mayor evidencia de la relevancia de la acumulación de los factores (especialmente de capital humano en forma de educación) que de la PTF para explicar el desempeño del PIB, sobre todo en países menos desarrollados, resulta relevante estudiar el papel del capital humano en el crecimiento económico de México, buscando que éste sea alto y de forma sostenida en el tiempo ya que “pequeñas diferencias en la tasa de crecimiento, sostenidas durante largos periodos de tiempo, generan enormes diferencias en los niveles de [ingreso] per cápita” (Sala-i-Martin, 1994).

En México se ha presentado una desaceleración económica desde la década de los setenta que a la fecha sigue siendo un problema grave que merece ser atendido de inmediato. Sostengo que la razón por la cual se ha presentado este comportamiento tan heterogéneo en las tasas de crecimiento de la nación es debido a la aplicación de políticas económicas de corto plazo[2]. Por lo que esta investigación pretende aportar una alternativa a dichas políticas, utilizando un mecanismo de estimulación del crecimiento económico tal que lo mantenga en periodos largos de tiempo y a tasas altas y sostenidas: la educación. En este sentido, el presente trabajo de investigación busca determinar si la educación puede aumentar la tasa de crecimiento económico de México. Para ello, me basaré en el modelo Uzawa-Lucas, usando series de tiempo de los últimos cuarenta años.

El resto de la investigación está estructurada como sigue: En la primera sección se establece el problema a investigar y se justifica su estudio dada la relevancia del tema. En la segunda sección se exponen las investigaciones relacionadas, así como las que fueron elementos clave para el desarrollo de la presente investigación. La tercera y quinta sección establecen los objetivos e hipótesis, respectivamente. La cuarta sección se ocupa del desarrollo teórico del modelo de Uzawa-Lucas en las dos versiones estudiadas; con y sin externalidades del cap-

[2]En el corto plazo son apropiadas las políticas contracíclicas, pero no hay razón para hacer uso de la política fiscal o monetaria para incentivar el crecimiento economómico, esto sólo generaría inflación en el largo plazo.

ital humano. En la sexta sección se explica la metodología usada, en específico, se mencionan las fuentes de información y se expone el Método Generalizado de Momentos. En las dos últimas secciones se exponen los resultados y las conclusiones.

1 Planteamiento del Problema

1.1 Justificación

El problema del Crecimiento Económico es uno de los más estudiados dada su importancia y el cual debería ser objeto de mayor atención entre los investigadores económicos. En México, la tasa de crecimiento del PIB ha sido muy pobre en las últimas cuatro décadas, de hecho en términos reales se ha presentado una tendencia a tener tasas de crecimiento cada vez menores. Por otro lado, a pesar de que las tasas de crecimiento de la población son cada vez más bajas, siempre son positivas, por lo que la tasa de crecimiento del PIB per cápita es aún menor[3].

Indiscutiblemente es necesario reactivar el crecimiento económico de México, pero sin utilizar políticas de corto plazo, pues hay suficiente evidencia empírica que demuestra su ineficiencia. Por el contrario, el estudio del crecimiento económico a largo plazo es muy relevante y de suma importancia para nuestro país, pues "incluso pequeñas diferencias en las tasas de crecimiento, acumuladas a lo largo de cuarenta años o más tienen consecuencia sobre los niveles de vida mucho más importantes que las fluctuaciones del ciclo económico a corto plazo que tradicionalmente han recibido la atención de los macroeconomistas" (Barro y Sala i Martin, 2009).

1.2 Motivación

El logro escolar de la población de un país es extremadamente importante para el crecimiento económico de largo plazo (Hanushek y Woessmann, 2012). Un fenómeno que ha ocurrido en las últimas décadas es que la región de América Latina ha tenido una asistencia escolar relativamente alta, pero las habilidades de los estudiantes permanecen contraintuitivamente muy pobres. Ello explica por qué América Latina pasó de ser razonablemente rica en el periodo de la posguerra a ser relativamente pobre en la actualidad. Hanushek y Woessmann (2012) encuentran que la asistencia escolar está asociada con el crecimiento sólo en la medida en la que ésta supone el logro educativo, el cual ha sido muy bajo en América Latina comparado con otras regiones del mundo.

La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) ha recomendado activamente a países como México la mejora de su sistema educativo como vía para alcanzar un mayor crecimento económico. En concreto, la OCDE ha definido cinco prioridades de política que se identifican en función de su capacidad para mejorar a largo plazo los niveles de vida de los habitantes de los países miembros, a través de una mayor productividad y empleo. En términos generales, estas prioridades cubren las regulaciones del mercado laboral y del mercado de productos; educación y capacitación; sistemas de impuestos y beneficios; reglas de comercio e inversión; y políticas de innovación (OCDE, 2013).

El énfasis que hace la OCDE en prestar más atención a la educación se resume en los

[3] Véase Apéndice B1, B2 y B3 para un análisis gráfico.

datos. En la prueba PISA[4] de 2009, México se ubicó en los últimos lugares de 65 países a los que se les hace la prueba y en el último lugar entre los países miembros de la OCDE, para las tres materias que se evalúan (desempeño en matemáticas, desempeño lector y desempeño en ciencias)[5].

La amplia brecha existente del PIB per cápita en relación con la mitad superior de la OCDE es generada, principalmente, por un nivel y tasa de crecimiento bajos de la productividad laboral. Se requiere elevar el rendimiento escolar y reducir la informalidad laboral para aumentar la productividad y mejorar los resultados del mercado laboral. Pero además de aumentar la productividad, mejorar los resultados educativos de nivel primaria y secundaria favorecerá la acumulación de capital humano y reducirá el grado de desigualdad en los ingresos (OCDE, 2013).

Dada la relevancia del tema y las insistentes sugerencias que la OCDE ha hecho a México de mejorar el sistema educativo, la presente investigación se pregunta ¿cuál es la contribución de la educación en el crecimiento económico de México? Para responder dicha pregunta se utiliza la Teoría Neoclásica de Crecimiento Endógeno, en particular se usa el modelo de Uzawa-Lucas.

[4]El Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA) evalúa el nivel de conocimientos y destrezas necesarios para participar plenamente en la sociedad que han adquirido los estudiantes a punto de acabar su escolarización obligatoria, centrándose en competencias clave como la lectura, las matemáticas y las ciencias (OCDE, 2006).

[5]Véase Apéndice B4, B5 y B6 para un análisis gráfico.

2 Revisión de Literatura

Las primeras aproximaciones empíricas que dan evidencia de una relación fuerte entre educación y crecimiento económico fueron las hechas por Barro y Sala-i-Martin (1995), ellos realizan regresiones básicas con datos de sección cruzada para 87 países de 1965-75 y para 97 países de 1975-85. Sin embargo, las especificaciones de sus regresiones no suponen un cierto modelo económico para explicar las tasas de crecimiento. Simplemente tomaron regresiones de la tasa de crecimiento del PIB per cápita como variable dependiente contra cierto número de variables independientes. Sus resultados sugieren que la escolaridad y el capital humano tienen efectos positivos sobre las tasas de crecimiento económico en los diferentes países sobre los que se hicieron las pruebas.

Sin embargo, han habido muchas críticas a los estudios econométricos con datos de sección cruzada. Se ha demostrado que este tipo de estudios que juntan países en diferentes etapas del desarrollo, podrían perder los umbrales del mismo (Bernard y Durlauf, 1995). Los modelos de Romer (1990) y Lucas (1988), por ejemplo, predicen retornos crecientes a escala del capital humano, lo cual puede causar diferencias en las condiciones iniciales de cada país. Además, los estudios de sección cruzada asumen que los parámetros de la tecnología y las preferencias son los mismos para todos los países, por lo cual no podrían arrojar resultados confiables.

Alternativo a los estudios de corte transversal es el uso de métodos de series de tiempo para probar los modelos modernos de crecimiento. Jones (1995) usa series de tiempo para demostrar que el problema de la incongruencia entre la teoría de crecimiento endógeno y la evidencia empírica son las especificaciones de los modelos (de tipo AK y basados en I&D). Con respecto a los modelos de tipo AK, las estimaciones empíricas sugieren que un aumento permanente de la tasa de inversión, lejos de elevar las tasas de crecimiento sostenidamente, afecta el crecimiento durante al menos ocho o diez años. Con respecto a los modelos basados en I&D, la evidencia en contra de éstos es aún más apremiante. Estos modelos predicen que las tasas de crecimiento deben ser proporcionales al nivel de I&D, lo cual es completamente contrario al gran aumento de la I&D en los últimos 40 años.

Jones (1995) se refiere al efecto sostenido en el tiempo de una variable del modelo como efecto a escala (al igual que Lucas). Ello implica que la tasa de crecimiento del capital humano es monótonamente creciente con el tiempo gastado en educación, lo que a su vez implica que un incremento del tiempo gastado en educación, aumenta la tasa de crecimiento de la acumulación de capital humano y, en consecuencia, la tasa de crecimiento balanceado.

En atención a lo anterior, Gong, Greiner y Semmler (2004) modifican los efectos de la educación y el capital humano en el crecimiento en su variante del modelo de crecimiento de Uzawa-Lucas y prueban el modelo usando datos de series de tiempo de EE.UU. y Alemania en el periodo 1962-I a 1996-IV. Gong et al. consideran dos versiones. En la primera, suponen que el tiempo dedicado a la educación es exógeno y dado, y no consideran el efecto externo del capital humano. En la segunda versión, el tiempo dedicado a la educación es una variable endógena y el efecto externo del capital humano es tomado en cuenta. Sus resultados demuestran que su modelo es compatible con las series de tiempo para los datos agregados en EE.UU. y Alemania. Además encuentran que existe una relación no lineal entre el capital humano y el crecimiento económico de ambas economías.

Dadas las limitaciones de las predicciones del modelo de Uzawa-Luca susando series de tiempo de EE.UU. y Alemania, El-Mattrawy y Semmler (2006) estudian el papel de la educación y el capital humano en el crecimiento económico de Egipto, para lo cual usan la misma metodología que Gong et al. Los resultados de El-Mattrawy et al. muestran que el capital humano explica una parte significativa del crecimiento económico de Egipto, sin embargo, aún hay una parte grande que es explicada por la PTF.

Para el caso de México hay estudios que no se centran en el crecimiento económico en su conjunto, pero que obtienen resultados que apuntan a los efectos positivos de la educación en el crecimiento. Ocegueda y Plascencia (2003) analizan el proceso de crecimiento regional en los estados fronterizos de México y Estados Unidos durante el período 1975-2000. A través de dos ejercicios, uno de convergencia beta y otro de convergencia sigma. Los autores encuentran que las experiencias de crecimiento en la región no han sido homogéneas y obedecen a lógicas diferentes que no son fáciles de explicar, pero donde el capital humano y la especialización económica han jugado un papel muy importante. Por otro lado, analizando los efectos Microeconómicos de la educación, McKee y Todd (2001) estudian las posibles consecuencias a largo plazo del programa Oportunidades sobre de la pobreza y la desigualdad. Los autores adaptan métodos desarrollados en DiNardo, Fortin y Lemieux (1996) e incorporan actuales estimaciones experimentales de los efectos del programa sobre el capital humano para analizar cómo Oportunidades afectará los ingresos futuros de los participantes del programa. Sus resultados empíricos sugieren que la inversión de hoy en el capital humano de los jóvenes aumentarán sus niveles de ingresos medios, pero sólo tendrá un modesto efecto en la desigualdad de ingresos.

Hay trabajos más relacionadas con la presente investigación, pero que carecen de formalidad, sin embargo, arrojan resultados consistentes con las predicciones teóricas, por ejemplo, Ocegueda, Meza y Coronado (2013) usan datos panel considerando al capital humano como la proporción de la población con cierto nivel de adiestramiento obtenido en los diferentes grados escolares, además consideran la inversión en capital físico para identificar su importancia en el crecimiento económico del país. Los autores encuentran que la educación tuvo un papel importante incentivando el crecimiento económico de México en el periodo 1990-2008. En otro estudio, Meza, Barrón y Urciaga (2012) analizan si en México se presenta la maldición de los recursos naturales tomando como variables relevantes la educación y el capital humano en el periodo de 1993-2003. Los resultados muestran que los recursos naturales afectan negativamente al crecimiento económico, en tanto, que una mayor escolaridad contribuye de manera positiva. Sin embargo, se deben tomar con cautela los resultados de ambos trabajos ya que no corrigen los problemas de endogeneidad que evidentemente tienen sus modelos.

De esta forma, tomando en consideración las críticas a los estudios que usan datos de sección cruzada y a los modelos modernos de crecimieto económico, el presente trabajo se basa en la investigación desarrollada por Gong et al. y El-Mattrawy et al. En concreto, se realiza una aproximación empírica al modelo de Uzawa-Lucas por medio de series de tiempo. Para ello se estiman los parámetros de la tecnología y de las preferencias con datos de series de tiempo de México, con lo cual se da respuesta a dos preguntas acerca de si el modelo de Uzawa-Lucas es compatible con la evidencia empírica para el caso de México y, de ser así, si la educación tiene un efecto positivo sobre las tasas de crecimiento económico de México.

3 Objetivos

Objetivo General

Determinar si la educación tiene un impacto positivo en el crecimiento económico de México.

Objetivos particulares

- Establecer el modelo teórico de Uzawa-Lucas que será utilizado para las estimaciones empíricas.
- Determinar las variables a usar en las estimaciones empíricas.
- Estimar el modelo Uzawa-Lucas con datos de series de tiempo de México.
- Proponer una función de producción de capital humano.
- Estimar el efecto de un incremento de la educación en la creación de capital humano.
- Dar algunas conclusiones en base a los resultados obtenidos.

4 Modelo de Uzawa-Lucas

Se eligió usar el modelo Uzawa-Lucas, uno de los modelos de crecimiento endógeno más famosos, por tener propiedades interesantes. No es del tipo AK (en México hay mucha investigación usando modelos de este tipo), y por otra parte, el ser un modelo de dos sectores, da lugar a un sistema dinámico sofisticado con dos controles, el consumo (c) y la fracción de capital humano que opera en el sector del bien final (u), y dos variables de estado, el capital físico (K) y capital humano (h). Por último, pero no menos importante, es matemáticamente atractivo, pues ha sido estudiado por muchos autores usando diferentes enfoques, por lo tanto permite una discusión metodológica estimulante (Boucekkine y Ruiz-Tamarit, 2008).

Este modelo es de crecimiento endógeno en tanto la tasa de ahorro se determina endógenamente por los parámetros de las preferencias y de la tecnología. Por otro lado, contiene efectos a escala en el sentido de que el aumento en la formación de capital humano incrementa la tasa de crecimiento balanceado. A continuación se desarrolla dicho modelo:

El modelo tiene dos sectores, uno de ellos produce capital físico usando trabajo y capital humano, mientras que el otro produce el capital humano. Se definen las preferencias del agente sobre los flujos de consumo como:

$$\int_0^\infty L(l)\frac{c(t)^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}e^{-\rho t}dt \qquad (4.1)$$

donde:

- L es trabajo.
- ρ es el factor de descuento.
- $\frac{1}{\sigma}>0$ es la elasticidad intertemporal de sustitución del consumo entre dos puntos en el tiempo.
- $c=\frac{C}{L}$ es el consumo por trabajador.

En la economía, un trabajador calificado de nivel h, dedica una fracción $u(t)$ de su tiempo de no-ocio a la producción actual, mientras que dedica una fracción $1-u(t)$ de su tiempo de no-ocio a la acumulación de capital humano.

El nivel promedio de calificación h_a está definido como:

$$h_a=\frac{\int hL(h)dh}{\int L(h)dh} \qquad (4.2)$$

En Lucas (1988), el nivel promedio de calificación genera un efecto externo en la función de producción del bien físico. Intuitivamente, un mayor nivel de capital humano tiene un efecto estimulante en la productividad total.

La restricción de recursos está dada por:

$$L(t)c(t) + \dot{K}(t) = AK(t)^{1-\alpha}\left[u(t)h(t)L(t)\right]^{\alpha} h_a^{\zeta} \qquad (4.3)$$

donde:

- $Y(t) = AK(t)^{1-\alpha}\left[u(t)h(t)L(t)\right]^{\alpha} h_a^{\zeta}$
- A es el nivel constante de tecnología
- $(1-\alpha) \in (0,1)$ es la participación del capital en la producción
- $\zeta \geq 0$ es el parámetro de externalidad.

La ecuación (4.3) implica que el capital humano es un bien público no excluible pero es bien rival[6].

Lucas usa la siguiente formulación lineal de Uzawa-Rosen:

$$\dot{h}(t) = h(t)\kappa(1-u(t)) \qquad (4.4)$$

donde:

κ es la máxima tasa de crecimiento de capital humano.

Si no se dedica esfuerzo a la acumulación de capital humano, $u(t) = 1 \Rightarrow \dot{h}(t) = 0$. Si todo el esfuerzo se dedica a la acumulación de capital humano $u(t) = 0$ entonces $h(t)$ crece a la tasa κ. Nótese, además, que estamos suponiendo que el capital humano no se deprecia; la intuición es que el conocimiento y las habilidades no se deterioran con el paso del tiempo como sí ocurre con las máquinas, edificios y herramientas.

En resumen, el modelo está dado por la solución al siguiente problema de maximización:

$$\underset{c,u}{max} \int_0^{\infty} L(l)\frac{c(t)^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}e^{-\rho t}dt \qquad (4.5)$$

sujeto a:

$$\dot{K}(t) = AK(t)^{1-\alpha}\left[u(t)h(t)L(t)\right]^{\alpha} h_a^{\zeta} - L(t)c(t) \qquad (4.6)$$

$$\dot{h}(t) = h(t)\kappa(1-u(t)) \qquad (4.7)$$

$$K(0) \geq 0, \qquad h(0) \geq 0$$

[6]En este caso el capital humano es un bien público que está sujeto a congestión porque el nivel total de capital humano por trabajador, $\frac{Lh}{L}$, incrementa la eficiencia del insumo trabajo L.

4.1 Modelo de Uzawa-Lucas sin externalidades

Supongamos, en principio, que no hay externalidad (i.e., $\zeta = 0$) y que u está exógenamente dada. De esta forma, únicamente tenemos una variable de control, por lo que el valor presente del Hamiltoniano para este problema es el siguiente:

$$\mathcal{H}(K, h, \theta_1, c) = \frac{L}{1-\sigma}\left(c^{1-\sigma} - 1\right) + \theta_1\left(AK^{1-\alpha}\left[uhL\right]^{\alpha} - Lc\right) \tag{4.8}$$

C.P.O.:

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial c} = 0 \;\Leftrightarrow\; c^{-\sigma} = \theta_1 \tag{4.9}$$

$$-\rho\theta_1 + \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial K} = -\dot{\theta}_1 \;\Leftrightarrow\; \dot{\theta}_1 = \rho\theta_1 - \theta_1(1-\alpha)AK^{-\alpha}\left[uhL\right]^{\alpha} \tag{4.10}$$

y la Condición de Tranversalidad:

$$\underset{t\to\infty}{lím}\, e^{-\rho t}\theta_1(t)K(t) = 0 \tag{4.11}$$

Para obtener un sistema estimable, reescribimos las ecuaciones en tasas de crecimiento usando $y = \frac{h}{K}$ y $z = \frac{c}{h}$:

$$y = \frac{h}{K} \;\Rightarrow\; \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{h}}{h} - \frac{\dot{K}}{K} \tag{4.12}$$

$$z = \frac{c}{h} \;\Rightarrow\; \frac{\dot{z}}{z} = \frac{\dot{c}}{c} - \frac{\dot{h}}{h} \tag{4.13}$$

De (4.9), sacando logaritmos y diferenciando con respecto al tiempo:

$$-\sigma\frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{\theta}_1}{\theta_1} \tag{4.14}$$

De (4.10):

$$\frac{\dot{\theta}_1}{\theta_1} = \rho - (1-\alpha)AK^{-\alpha}h^{\alpha}\left(uL\right)^{\alpha} \tag{4.15}$$

Sustituyendo (4.15) en (4.14):

$$\Rightarrow\; \frac{\dot{c}}{c} = \frac{-\rho + (1-\alpha)AK^{-\alpha}h^{\alpha}\left(uL\right)^{\alpha}}{\sigma} \tag{4.16}$$

Reescribiendo las restricciones de los recursos (4.3):

$$\frac{\dot{K}}{K} = A\left(\frac{1}{y}\right)^{-\alpha}\left(uL\right)^{\alpha} - Lzy \tag{4.17}$$

De la ecuación de acumulación de capital humano (4.4):

$$\frac{\dot{h}}{h} = \kappa(1-u) \qquad (4.18)$$

Sustituyendo (4.17) y (4.18) en (4.12):

$$\frac{\dot{y}}{y} = \kappa(1-u) - A\left(\frac{1}{y}\right)^{-\alpha}(uL)^{\alpha} - Lyz \qquad (4.19)$$

Sustituyendo (4.16) y (4.18) en (4.13):

$$\frac{\dot{z}}{z} = \frac{-\rho + (1-\alpha)Ay^{\alpha}(uL)^{\alpha}}{\sigma} - \kappa(1-u) \qquad (4.20)$$

donde:

$y = \frac{h}{K}$
$z = \frac{c}{h}$

Es fácil ver que existe una única Senda de Crecimiento Balanceado (SCB) para este modelo que se obtiene al determinar que $\dot{y} = \dot{z} = 0$. Usando esto, y sustituyendo en (4.19) obtenemos que:

$$Ay^{\alpha}(uL)^{\alpha} + Lyz = \kappa(1-u) \qquad (4.21)$$

De la misma forma para (4.20):

$$\frac{-\rho + (1-\alpha)Ay^{\alpha}(uL)^{\alpha}}{\sigma} = \kappa(1-u) \qquad (4.22)$$

Usando (4.22) y resolviendo para y:

$$y = \left(\frac{\rho + \sigma\kappa(1-u)}{(1-\alpha)A(uL)^{\alpha}}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \qquad (4.23)$$

Usando este resultado en (4.21) y resolviendo para z:

$$z = \frac{[(1-\alpha)A]^{\frac{1}{\alpha}}\, u\,[\kappa(1-u)\,[(1-\alpha)-\sigma]-\rho]}{(1-\alpha)\,[\sigma\kappa(1-u)+\rho]^{\frac{1}{\alpha}}} \qquad (4.24)$$

El determinante del Jacobiano de (4.19) y (4.20) es negativo[7], lo que implica que el modelo de Uzawa Lucas, cuando no hay externalidad ($\zeta = 0$) y cuando u está exógenamente dada, tiene un punto silla.

[7]Véase Apéndice A.1 en donde se desarrolla el Jacobiano.

4.2 Modelo de Uzawa-Lucas con externalidades

El siguiente procedimiento de solución está basado en el trabajo de Lucas (1988)[8].

Si ahora permitimos que haya externalidades ($\zeta > 0$) y que haya una segunda variable de control u, la restricción de los recursos está dada por:

$$L(t)c(t) + \dot{K}(t) = AK(t)^{\beta} \left[u(t)h(t)L(t)\right]^{1-\beta} h_a^{\zeta}(t) \qquad (4.24)$$

donde el término $h_a^{\zeta}(t)$ intenta capturar los efectos externos del capital humano y donde el nivel de tecnología A es constante.

En la presencia de un efecto externo $h_a^{\zeta}(t)$, la senda de crecimiento óptimo y la senda de crecimiento competitivo no tendrían por qué coincidir. En consecuencia, no es posible construir el equilibrio en forma análoga al modelo de Solow. Pero sí es posible de la forma en la que lo hace Romer, obteniendo las sendas óptima y de equilibrio por separado y comparándolas.

Una senda óptima es la elección de $K(t)$, $h(t)$, $H_a(t)$, $c(t)$ y $u(t)$ que maximizan la utilidad (4.1) sujeto a (4.4) y (4.24), y sujeto a la restricción $h(t) = h_a(t)\ \forall t$.

Por otro lado, para una senda de equilibrio, primero se toma una senda $h_a(t)$, $t \geq 0$, dada. Con $h_a(t)$ dado, considérese el problema del sector privado (hogares y empresas) que se resolvería si cada agente tuviera el nivel promedio de capital humano que sigue la senda $h_a(t)$. Esto es, resolver el problema de elegir $h(t)$, $k(t)$, $c(t)$ y $u(t)$ que maximizan (4.1) sujeto a (4.4) y (4.24), tomando $h_a(t)$ como exógenamente determinado. Cuando la senda de solución $h(t)$ coincide con la senda dada $h_a(t)$ decimos que el sistema está en equilibrio.

El Hamiltoniano del problema es:

$$\mathcal{H}(K, h, \theta_1, \theta_2, c, u, t) = \frac{L}{1-\sigma}\left(c^{1-\sigma} - 1\right) + \theta_1 \left[AK^{\beta}\left(uhL\right)^{1-\beta} h^{\zeta} - Lc\right] + \theta_2 \left[h\kappa(1-u)\right]$$

En este modelo hay dos varibles de control: consumo, $c(t)$, y el tiempo dedicado a la producción, $u(t)$, y éstas son seleccionadas para maximizar el Hamiltoniano, $\mathcal{H}$.

C.P.O.:

$$c^{-\sigma} = \theta_1 \qquad (4.25)$$

$$\theta_1(1-\beta)AK^{\beta}\left[uhL\right]^{-\beta} Lh^{1+\zeta} = \theta_2 h\kappa \qquad (4.26)$$

[8]En el desarrollo de esta sección se cambia un poco la notación en atención al desarrollo original de Lucas, sin embargo para la estimación de los parámetros se regresa a la notación aquí usada.

Esto significa que en margen los bienes deben ser valuados de la misma forma en sus dos usos: consumo y acumulación de capital (ecuación (4.25)); y el tiempo deber ser igualmente valuado en sus dos usos: producción y acumulación de capital humano (ecuación (4.26)).

Las tasas de cambio de los precios θ_1 y θ_2 de los dos tipos de capital están dados por:

$$\dot{\theta}_1 = \rho\theta_1 - \theta_1\beta AK^{\beta-1}\left[uhL\right]^{1-\beta} h^{\zeta} \qquad (4.27)$$

$$\dot{\theta}_2 = \rho\theta_2 - \theta_1(1-\beta+\zeta)AK^{\beta}\left[uL\right]^{1-\beta} h^{-\beta+\zeta} - \theta_2\kappa(1-u) \qquad (4.28)$$

y las Condiciones de Tranversalidad son:

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}\theta_1(t)K(t) = 0 \qquad (4.29)$$

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}\theta_2(t)h(t) = 0 \qquad (4.30)$$

En el equilibrio, el sector privado resuelve un problema de control de escencialmente esta misma forma, pero con el término $h_a^{\zeta}(t)$ en (4.24) como dado. La condición para vaciar los mercados requiere que (4.4), (4.24), (4.25), (4.26) y (4.27) sean condiciones necesarias para la senda de equilibrio así como para la senda óptima. Pero (4.28) no se cumple, así que es reemplazada por:

$$\dot{\theta}_2 = \rho\theta_2 - \theta_1(1-\beta)AK^{\beta}\left[uL\right]^{1-\beta} h^{-\beta+\zeta} - \theta_2\kappa(1-u) \qquad (4.32)$$

Sea γ la tasa de crecimiento del consumo per cápita $\frac{\dot{c}(t)}{c(t)}$, de tal forma que (4.25) y (4.27) implican la condición de productividad marginal del capital:

$$\beta AK(t)^{\beta-1}\left[u(t)h(t)L(t)\right]^{1-\beta} h(t)^{\zeta} = \rho + \sigma\gamma \qquad (4.32)$$

donde:

- ρ es el factor de descuento.
- $\frac{1}{\sigma} > 0$ es la elasticidad intertemporal de sustitución del consumo entre dos puntos en el tiempo.

Es fácil ver que $K(t)$ debe crecer a la tasa $\gamma + n$ (donde n es la tasa de crecimiento de la población) y la tasa de ahorro s es constante, en una senda balanceada, al valor dado por:

$$s = \frac{\beta(\gamma+n)}{\rho+\sigma\gamma} \qquad (4.33)$$

Sea ahora $\psi = \frac{\dot{h}(t)}{h(t)}$ en una senda balanceada; es claro de (4.4) que:

$$\psi = \kappa(1-u) \qquad (4.34)$$

Diferenciando (4.32) y resolviendo para γ, la tasa de crecimiento del consumo y del capital per cápita es:

$$\gamma = \left(\frac{1-\beta+\zeta}{1-\beta}\right)\psi \qquad (4.35)$$

De esta forma, con $h(t)$ creciendo a la tasa fija ψ, $(1-\beta+\zeta)\psi$ juega el papel de la tasa exógena de cambio tecnológico.

Para determinar la tasa de crecimiento ψ del capital humano, es posible ver que al diferenciar las condiciones de primer orden (4.25) y (4.26) y sustituyendo por $\frac{\dot{\theta}_1}{\theta_1}$:

$$\frac{\dot{\theta}_2}{\theta_2} = (\beta-\sigma)\gamma - (\beta-\zeta)\psi + n \qquad (4.36)$$

En este punto, el análisis de las sendas de eficiencia y equilibrio divergen. Enfocándonos primero en la senda de eficiencia, usamos (4.26) y (4.24) para obtener:

$$\frac{\dot{\theta}_2}{\theta_2} = \rho - \delta - \frac{\zeta}{1-\beta}\kappa u \qquad (4.37)$$

Ahora sustituyendo por u de (4.34), eliminamos $\frac{\dot{\theta}_2}{\theta_2}$ entre (4.36) y (4.37), y resolviendo para ψ en términos de γ. Después eliminando γ entre esta ecuación y (4.35) nos da la solución de la tasa de crecimiento eficiente de capital humano:

$$\psi^* = \sigma^{-1}\left[\kappa - \left(\frac{1-\beta+\zeta}{1-\beta}\right)(\rho-n)\right] \qquad (4.38)$$

En un equilibrio de senda balanceda, (4.31) se mantiene en lugar de (4.28), de tal forma que en lugar de (4.37) tenemos:

$$\frac{\dot{\theta}_2}{\theta_2} = \rho - \kappa \qquad (4.39)$$

Por el mismo procedimiento usado para derivar la tasa de crecimiento eficiente ψ^* de (4.37), podemos obtener de (4.39) la tasa de crecimiento de equilibrio ψ:

$$\psi = [\sigma(1-\beta+\zeta)-\zeta]^{-1}\left[(1-\beta)(\delta-(\rho-n))\right] \qquad (4.40)$$

Las ecuaciones (4.38) y (4.40) dan las tasas de crecimiento eficiente y competitivo respectivamente del capital humano en una senda balanceada. En ambos casos, este crecimeinto se incrementa con la inversión efectiva en capital humano κ, y decrece con incrementos en la tasa de descuento ρ. Nótese que la teoría predice crecimiento sostenido con o sin externalidades ζ. Si $\zeta = 0$, $\gamma = \psi$, mientras que si $\zeta > 0$, $\gamma > \psi$, de tal forma que las externalidades indicen a un crecimiento más rápido del capital físico que del capital humano.

Para el caso de $\sigma = 1$, la diferencia entre las tasas de crecimiento del capital humano eficiente y el de equilibrio es, restando (4.38) a (4.40):

$$\psi^* - \psi = \left(\frac{\zeta}{1-\beta+\zeta}\right)(\rho-n)$$

Esto significa que la ineficiencia es pequeña cuando la externalidad es pequeña ($\zeta = 0$) o cuando la tasa de descuento es baja ($\rho - n = 0$).

Las ecuaciones (4.35), (4.38) y (4.40) describen las tasas de cambio asintóticas de ambos tipos de capital bajo regímenes de eficiencia equilibrio. ¿Qué puede decirse acerca de los niveles de estas variables? En este modelo, la condición de productividad marginal del capital define una curva que liga las dos variables normalizadas $z_1(t) = e^{-(\gamma+n)t}K(t)$ y $z_2(t) = e^{-\psi t}h(t)$. Insertandos estas dos variables en (4.32) en lugar de $K(t)$ y $h(t)$ y aplicando la fórmula (4.35) para γ, obtenemos:

$$\left(\beta A L_0^{1-\beta} u^{1-\beta}\right) z_1^{\beta-1} z_2^{1-\beta+\zeta} = \rho + \sigma\gamma \qquad (4.41)$$

Es un hecho que todos los pares (z_1, z_2) que satisfacen (4.41) corresponden a sendas balanceadas.

La figura 4.2.1 muestra la curva definida por (4.41). Sin externalidades ($\zeta = 0$) es una linea recta desde el origen; de otra forma ($\zeta > 0$) es una curva convexa. La posición de la curva depende de u y γ, los cuales de (4.34) y (4.35) pueden ser expresados como funciones de ψ. Usando este hecho puede verse que los incrementos en ψ desplazan la curva hacia la derecha. De esta forma, una economía eficiente, en una senda balanceada, tendrá un mayor nivel de capital humano (z_2) para cualquier nivel dado de capital físico (z_1), en tanto $\psi^* > \psi$.

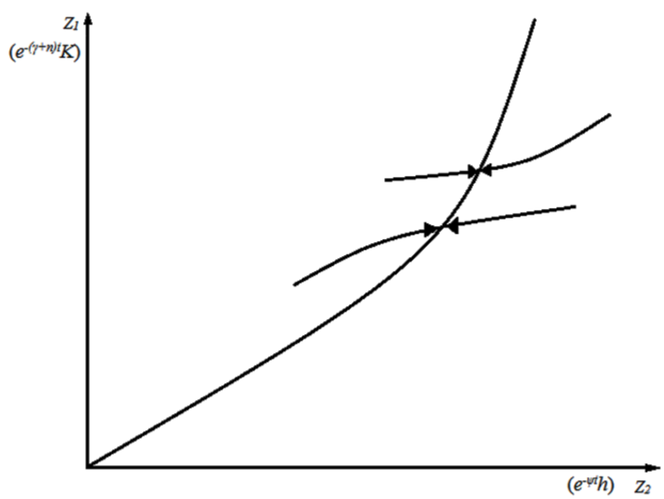


Figura 4.2.1 Elaboración propia basado en el trabajo de Lucas (1988).

De cuerdo con Lucas (1988), para cualquier configuración ($K(0)$, $h(0)$) de los dos tipos de capital, las sendas de solución (del sistema eficiente o de equilibrio), ($z_1(t)$, $z_2(t)$), convergerán a algún punto en la curva de la figura 4.2.1, pero esta posición asintótica dependerá de la posicón inicial. Las flechas en la figura ilustran algunas posibles trayectorias. Bajo estas dinámicas, una economía comienza con bajos niveles de capital humano y el capital físico permanece en el tiempo bajo una mejor dotación inicial de la economía.

La figura 4.2.1 está definida como los puntos en el largo plazo de pares de capital (K, h) tales que el producto marginal del capital tiene el valor común $\rho+\sigma\gamma$ dado por el lado derecho de (4.32). En esta curva, los retornos del capital son cosntantes y también son constantes en el tiempo incluso aunque los niveles de capital de ambos tipos estén creciendo.

Cuando $\zeta \geq 0$, el salario real incrementa a medida que uno se mueve hacia arriba de la curva de la figura 4.2.1. A lo largo de esta curva tenemos la fórmula de la elasticidad:

$$\frac{K}{w}\frac{\partial w}{\partial K} = \frac{(1+\beta)\zeta}{1-\beta+\zeta}$$

donde w es el salario real. De tal forma que los países más ricos tienen mejores salarios que los países más pobres para cualquier "habilidad del trabajo" dada. En todos los países los salarios crecen a cada nivel de habilidad a la tasa:

$$\omega = \frac{\zeta}{1-\beta}\psi$$

Tomando en cuenta el crecimiento de la habilidad, el salario crece a:

$$\omega + \psi = \frac{1-\beta+\zeta}{1-\beta}\psi = \gamma$$

o a una tasa igual a la tasa de crecimiento en el nivel per cápita de capital físico.

5 Hipótesis

En base a las predicciones del modelo teórico de Uzawa-Lucas sin externalidades, se establecen las siguientes hipótesis:

- Parámetros:

1. El factor de descuento, ρ, tendrá un signo positivo y significativo.
2. El parámetro σ, tendrá un signo positivo y significativo.
3. El share del trabajo, α, tendrá un signo positivo y significativo, y tomará un valor entre cero y uno.
4. La tasa máxima de crecimiento de capital humano, κ, tendrá un signo positivo y significativo.
5. El parámetro de tecnología, A, tendrá un signo positivo y significativo.
6. El parámetroλ, tendrá un signo positivo y significativo.
7. El share del capital dedicado a la producción de capital humano ϕ, tendrá un signo positivo y significativo, y tomará un valor entre cero y uno.

- Implicaciones:

1. Un incremento del tiempo de no ocio dedicado a la acumulación de capital humano, incrementa el capital humano en κ unidades ($\kappa > 0$).
2. Un incremento en una unidad de capital humano, aumenta la producción en $\frac{\partial Y(t)}{\partial h(t)} = (1+\alpha)AK(t)^{1-\alpha}\left[u(t)L(t)\right]^{\alpha} h(t)^{\alpha} > 0$.
3. En estado estacionario, un incremento en una unidad de capital humano, aumenta el consumo por trabajador en $\frac{[(1-\alpha)A]^{\frac{1}{\alpha}} u[\kappa(1-u)[(1-\alpha)-\sigma]-\rho]}{(1-\alpha)[\sigma\kappa(1-u)+\rho]^{\frac{1}{\alpha}}} > 0$.
4. Un incremento en la educación, aumenta el capital humano en $\frac{\partial h(t)}{\partial h_s(t)} = \lambda(1-\phi)k_s(t)^{\phi}h_s(t)^{-\phi} > 0$.
5. Un incremento de la educación aumenta el producto en $\frac{\partial Y(t)}{\partial h(t)}\frac{\partial h(t)}{\partial h_s(t)} = \lambda(1-\phi)(1+\alpha)AK(t)^{1-\alpha}\left[u(t)L(t)\right]^{\alpha} h(t)^{\alpha}k_s(t)^{\phi}h_s(t)^{-\phi} > 0$.
6. En estado estacionario, un incremento de la educación aumenta el consumo en $\lambda(1-\phi)\frac{[(1-\alpha)A]^{\frac{1}{\alpha}} u[\kappa(1-u)[(1-\alpha)-\sigma]-\rho]}{(1-\alpha)[\sigma\kappa(1-u)+\rho]^{\frac{1}{\alpha}}}k_s(t)^{\phi}h_s(t)^{-\phi} > 0$.

De forma análoga, en base a las predicciones del modelo teórico de Uzawa-Lucas con externalidades, se establecen las siguientes hipótesis:

- Parámetros:

1. El factor de descuento, ρ, tendrá un signo positivo y significativo.

2. El parámetro σ, tendrá un signo positivo y significativo.

3. El share del trabajo, α, tendrá un signo positivo y significativo, y tomará un valor entre cero y uno.

4. La tasa máxima de crecimiento de capital humano, κ, tendrá un signo positivo y significativo.

5. El parámetro de tecnología, A, tendrá un signo positivo y significativo.

6. El parámetro de externalidades, ζ, tendrá un signo positivo y significativo.

- Implicaciones:

1. Un incremento del tiempo de no ocio dedicado a la acumulación de capital humano, incrementa el capital humano en κ unidades ($\kappa > 0$).

2. Un incremento en una unidad de capital humano, aumenta la producción en $\frac{\partial Y(t)}{\partial h(t)} = (\zeta + \alpha)AK(t)^{1-\alpha}\left[u(t)L(t)\right]^{\alpha} h^{\zeta+\alpha-1} > 0$

3. Un incremento en la educación, aumenta el capital humano en $\frac{\partial h(t)}{\partial h_s(t)} = \lambda(1-\phi)k_s(t)^{\phi}h_s(t)^{-\phi} > 0$.

4. La tasa de crecimiento de equilibrio ψ del capital humano es positiva, $\psi > 0$.

5. La tasa de crecimiento eficiente ψ^* del capital humano es positiva, $\psi^* > 0$.

6. La tasa de crecimiento del consumo y del capital per cápita es positiva, $\gamma > 0$.

7. La tasa de ahorro s es constante y positiva, en una senda balanceada, $s > 0$.

6 Metodología

De acuerdo con los hallazgos de Gong et al. (2004) a pesar de que los efectos de escala podrían presentarse en las primeras etapas de crecimiento, estos no parecen mantenerse para las series de tiempo de Estados Unidos y Alemania. En ambos países el tiempo gastado en educación se incrementa, sin embargo la tasa de crecimiento del capital humano decreció ligeramente en el tiempo. Por tal razón, su estimación de la ecuación $\dot{h}(t) = h(t)\kappa(1 - u(t))$ produce una κ negativa que no hace sentido con la teoría económica.

Como se mencionó en las hipótesis, se espera obtener el signo correcto del parámetro κ para las series de tiempo de México, pues se asume que la acumulación de capital humano no ha llegado a niveles tan elevados como en Alemania o Estados Unidos. A continuación se desarrolla el modelo econométrico que es utilizado para la estimación de los parámetros del modelo con y sin externalidades.

6.1 Procedimiento de estimación de parámetros

La naturaleza de las variables del modelo de Uzawa-Lucas implican un problema de endogeneidad, por lo que su estimación, usando métodos econométricos convencionales, produciría estimadores sesgados e inconsistentes. Además, las ecuaciones no son lineales por lo que no es posible aplicar Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO). Ante estos problemas, se decide emplear el Método Generalizado de Momentos (GMM, por sus siglas en inglés) por ser un método de estimación que corrige el problema de endogeneidad y el cual puede trabajar con ecuaciones no lineales. El software a utilizar es Mathematica, pues dada su versatilidad se puede estimar el GMM a pesar de la complejidad de las ecuaciones.

6.1.1 Modelo de Uzawa-Lucas sin externalidades

Para poder estimar los parámetros del modelo, expresamos las ecuaciones (4.16), (4.17) y (4.17) anteriores como:

$$\frac{c_{t+1} - c_t}{c_t} = -\frac{\rho}{\sigma} + \frac{(1-\alpha)}{\sigma} A y_t^{\alpha} (u_t L_t)^{\alpha} \tag{6.1}$$

$$\frac{K_{t+1} - K_t}{K_t} = A y_t^{\alpha} (u_t L_t)^{\alpha} - L_t z_t y_t \tag{6.2}$$

$$\frac{h_{t+1} - h_t}{h_t} = \kappa(1 - u_t) \tag{6.3}$$

En consecuencia, se está interesado en el siguiente vector de parámetros:

$$b \equiv \begin{pmatrix} A \\ \alpha \\ \kappa \\ \rho \\ \sigma \end{pmatrix}$$

Usando el siguiente sistema de ecuaciones:

$$c = -\frac{\rho}{\sigma} + \frac{(1-\alpha)}{\sigma} A y_t^{\alpha} \left(u_t L_t\right)^{\alpha} + \varepsilon_1$$

$$K = A y_t^{\alpha} \left(u_t L_t\right)^{\alpha} - L_t z_t y_t + \varepsilon_2$$

$$h = \kappa(1-u_t) + \varepsilon_3$$

Donde:

- los errores ε_i para $i = 1,\ 2,\ 3$, se asumen ruido blanco.
- $c = \frac{c_{t+1}-c_t}{c_t}$ vector de $n \times 1$.
- $K = \frac{K_{t+1}-K_t}{K_t}$ vector de $n \times 1$.
- $h = \frac{h_{t+1}-h_t}{h_t}$ vector de $n \times 1$.

Reescribiendo como matriz y tomando esperanza:

$$E \begin{pmatrix} c + \frac{\rho}{\sigma} - \frac{(1-\alpha)}{\sigma} A y_t^{\alpha} \left(u_t L_t\right)^{\alpha} \\ K - A y_t^{\alpha} \left(u_t L_t\right)^{\alpha} + L_t z_t y_t \\ h - \kappa(1-u_t) \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{pmatrix} \qquad (6.4)$$

Dado que los errores ε_i son ruido blanco:

$$E \begin{pmatrix} c + \frac{\rho}{\sigma} - \frac{(1-\alpha)}{\sigma} A y_t^{\alpha} \left(u_t L_t\right)^{\alpha} \\ K - A y_t^{\alpha} \left(u_t L_t\right)^{\alpha} + L_t z_t y_t \\ h - \kappa(1-u_t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (6.5)$$

Donde (6.5) se conoce como las condiciones de momentos. Definamos $g_T(b)$ como la media muestral de los errores ε, para el vector de parámetros b en una muestra de tamaño T.

$$g_T(b) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} \varepsilon_t(b) = E_T\left[\varepsilon_t(b)\right] = E_T \begin{pmatrix} c + \frac{\rho}{\sigma} - \frac{(1-\alpha)}{\sigma} A y_t^{\alpha} \left(u_t L_t\right)^{\alpha} \\ K - A y_t^{\alpha} \left(u_t L_t\right)^{\alpha} + L_t z_t y_t \\ h - \kappa(1-u_t) \end{pmatrix} \qquad (6.6)$$

La primera etapa de estimación de b minimiza la forma cuadrática de la media mustral de los errores.

$$\hat{b}_1 = \underset{\hat{b}}{argmin}\, g_T(\hat{b})' W g_T(\hat{b}) \qquad (6.7)$$

De donde comenzamos tomando a la matriz de ponderadores W como la matriz identidad $W = I$. El estimador que se obtiene es consistente y asintóticamente normal. A continuación, se usa $\hat{b}_1$ para formar una estimación $\hat{S}$ de la matriz de varinzas y covarianzas de los errores:

$$S \equiv \sum_{j=-\infty}^{\infty} E\left[\varepsilon_t(b)\varepsilon_{t-j}(b)^{'}\right]$$

En consecuancia, en una segunda etapa se estima $\hat{b}_2$ usando la matriz $\hat{S}$ como matriz de ponderación en la forma cuadrática de los errores:

$$\hat{b}_2 = \underset{b}{argmin}\, g_T(b)^{'}\hat{S}^{-1}g_T(b) \qquad (6.8)$$

$\hat{b}_2$ es un estimador consistente, asintóticamente normal, y asintóticamente eficiente del vector de parámetros b.

6.1.2 Modelo de Uzawa-Lucas con externalidades

Resolviendo las condiciones de primer orden se llega al siguiente sistema de cuatro ecuaciones diferenciales[9]:

$$\frac{\dot{k}}{k} = Ak^{-\alpha}u^{\alpha}h^{\alpha+\zeta} - \frac{c}{k} \qquad (A.2.7)$$

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{A(1-\alpha)}{\sigma}k^{-\alpha}u^{\alpha}h^{\alpha+\zeta} - \frac{\rho}{\sigma} \qquad (A.2.10)$$

$$\frac{\dot{h}}{h} = \kappa(1-u) \qquad (A.2.11)$$

$$\frac{\dot{u}}{u} = \frac{(1-\alpha-\zeta)}{(1-\alpha)}\kappa u + \frac{(\alpha+\zeta)}{(1-\alpha)}\kappa - \frac{c}{k} \qquad (A.2.19)$$

Para poder estimar los parámetros del modelo, expresamos las ecuaciones anteriores como:

$$\frac{k_{t+1}-k_t}{k_t} = Ak_t^{-\alpha}u_t^{\alpha}h_t^{\alpha+\zeta} - \frac{c_t}{k_t} \qquad (6.9)$$

$$\frac{c_{t+1}-c_t}{c_t} = \frac{A(1-\alpha)}{\sigma}k_t^{-\alpha}u_t^{\alpha}h_t^{\alpha+\zeta} - \frac{\rho}{\sigma} \qquad (6.10)$$

$$\frac{h_{t+1}-h_t}{h_t} = \kappa(1-u_t) \qquad (6.11)$$

$$\frac{u_{t+1}-u_t}{u_t} = \frac{(1-\alpha-\zeta)}{(1-\alpha)}\kappa u_t + \frac{(\alpha+\zeta)}{(1-\alpha)}\kappa - \frac{c_t}{k_t} \qquad (6.12)$$

De forma análoga al caso del modelo de Uzawa-Lucas sin externalidades, se está interesado en el siguiente vector de parámetros:

[9] El desarrollo completo se encuentra en el Apéndice A.2.

$$b \equiv \begin{pmatrix} A \\ \alpha \\ \kappa \\ \rho \\ \sigma \\ \zeta \end{pmatrix}$$

Usando el siguiente sistema de ecuaciones:

$$k = Ak_t^{-\alpha} u_t^{\alpha} h_t^{\alpha+\zeta} - \frac{c_t}{k_t} + \varepsilon_1$$

$$c = \frac{A(1-\alpha)}{\sigma} k_t^{-\alpha} u_t^{\alpha} h_t^{\alpha+\zeta} - \frac{\rho}{\sigma} + \varepsilon_2$$

$$h = \kappa(1-u_t) + \varepsilon_3$$

$$u = \frac{(1-\alpha-\zeta)}{(1-\alpha)} \kappa u_t + \frac{(\alpha+\zeta)}{(1-\alpha)} \kappa - \frac{c_t}{k_t} + \varepsilon_4$$

Donde:

- los errores ε_i para $i = 1,\ 2,\ 3,\ 4$, se asumen ruido blanco.
- $k = \frac{k_{t+1}-k_t}{k_t}$ vector de $n \times 1$.
- $c = \frac{c_{t+1}-c_t}{c_t}$ vector de $n \times 1$.
- $h = \frac{h_{t+1}-h_t}{h_t}$ vector de $n \times 1$.
- $u = \frac{u_{t+1}-u_t}{u_t}$ vector de $n \times 1$.

Reescribiendo como matriz y tomando esperanza:

$$E \begin{pmatrix} k - Ak_t^{-\alpha} u_t^{\alpha} h_t^{\alpha+\zeta} + \frac{c_t}{k_t} \\ c - \frac{A(1-\alpha)}{\sigma} k_t^{-\alpha} u_t^{\alpha} h_t^{\alpha+\zeta} + \frac{\rho}{\sigma} \\ h - \kappa(1-u_t) \\ u - \frac{(1-\alpha-\zeta)}{(1-\alpha)} \kappa u_t - \frac{(\alpha+\zeta)}{(1-\alpha)} \kappa + \frac{c_t}{k_t} \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \end{pmatrix} \tag{6.13}$$

La cual, dado que los errores ε_i son ruido blanco, se puede escibir como:

$$E \begin{pmatrix} k - Ak_t^{-\alpha} u_t^{\alpha} h_t^{\alpha+\zeta} + \frac{c_t}{k_t} \\ c - \frac{A(1-\alpha)}{\sigma} k_t^{-\alpha} u_t^{\alpha} h_t^{\alpha+\zeta} + \frac{\rho}{\sigma} \\ h - \kappa(1-u_t) \\ u - \frac{(1-\alpha-\zeta)}{(1-\alpha)} \kappa u_t - \frac{(\alpha+\zeta)}{(1-\alpha)} \kappa + \frac{c_t}{k_t} \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{6.14}$$

Donde (6.14) son las condiciones de momentos para el caso del modelo Uzawa-Lucas con externalidades . Definamos $g_T(b)$ como la media muestral de los errores ε, para el vector de parámetros b en una muestra de tamaño T.

$$g_T(b) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\varepsilon_t(b) = E_T\left[\varepsilon_t(b)\right] = E_T\begin{pmatrix} k - Ak_t^{-\alpha}u_t^{\alpha}h_t^{\alpha+\zeta} + \frac{c_t}{k_t} \\ c - \frac{A(1-\alpha)}{\sigma}k_t^{-\alpha}u_t^{\alpha}h_t^{\alpha+\zeta} + \frac{\rho}{\sigma} \\ h - \kappa(1-u_t) \\ u - \frac{(1-\alpha-\zeta)}{(1-\alpha)}\kappa u_t - \frac{(\alpha+\zeta)}{(1-\alpha)}\kappa + \frac{c_t}{k_t} \end{pmatrix} \tag{6.15}$$

La primera etapa de estimación de b minimiza la forma cuadrática de la media mustral de los errores.

$$\hat{b}_1 = \underset{\hat{b}}{argmin}\, g_T(\hat{b})^{'} W g_T(\hat{b})$$

De donde comenzamos tomando a la matriz de ponderadores W como la matriz identidad $W = I$. El estimador que se obtiene es consistente y asintóticamente normal. A continuación, se usa $\hat{b}_1$ para formar una estimación $\hat{S}$ de la matriz de varianzas y covarianzas de los errores:

$$S \equiv \sum_{j=-\infty}^{\infty} E\left[\varepsilon_t(b)\varepsilon_{t-j}(b)^{'}\right]$$

En consecuancia, en una segunda etapa se estima $\hat{b}_2$ usando la matriz $\hat{S}$ como matriz de ponderación en la forma cuadrática de los errores:

$$\hat{b}_2 = \underset{b}{argmin}\, g_T(b)^{'}\hat{S}^{-1}g_T(b)$$

$\hat{b}_2$ es un estimador consistente, asintóticamente normal, y asintóticamente eficiente del vector de parámetros b.

6.2 Datos a utilizar

Para llevar a cabo la aplicación del modelo, se requieren datos de capital humano en México. Generalmente, el capital humano comprende el stock de conocimiento y habilidades de una persona, cuyo incremento eleva su productividad. Dicho stock podría ser adquirido por medio de la escolaridad, pero también podría ser adquirido fuera del sistema formal de educación. Por ejemplo, las habilidades podrían surgir durante el trabajo o bien mediante el aprendizaje. De tal forma que, en una definición amplia, la medición de capital humano debería cubrir la educación formal e informal, aptitudes físicas y mentales, nutrición y servicios sociales que afectan la calidad del trabajo. Aún así, los factores tales como salud física y mental no son fáciles de medir. En su lugar, muchos poxies de capital humano son construidos, incluyendo variables como tasas de inscripcción a la escuela o como el logro escolar. Además si intentamos probar empíricamente el modelo Uzawa-Lucas previamente desarrollado, únicamente necesitamos dicha medida de capital humano. Esto es porque, en este modelo, el capital humano es principalmente el resultado del tiempo dedicado a la formación de conocimiento o habilidades (Gong et al., 2004).

Sin embargo, no existe una forma generalmente aceptada para construir una medida del stock de capital humano. Una posibilidad para definir el capital humano per cápita, h, es la siguiente:

$$h_t = \int_0^\infty \theta_t(s)\eta_t(s)ds$$

donde $\eta_t(s)$ es la parte de la población con s años de escolaridad y $\theta_t(s)$ son parámetros de eficiencia. Estos parámetros de eficiencia denotan el mapeo de los años de escolaridad s de una persona respecto a su capital humano (Gong et. al., 2004).

Barro y Lee (2001), reemplazan $\theta_t(s)$ por los años promedio de escolaridad s. Así que toman ésta última variable como proxy del capital humano:

$$h_t = \int_0^\infty s\eta_t(s)ds$$

Sin embargo, el promedio de años de escolaridad no es necesariamente una buena medida del capital humano para una variedad de razones. En primer lugar, se está suponiendo que los trabajadores de cada categoría de la educación son sustitutos perfectos de los trabajadores de todas las demás categorías. En segundo lugar, suponen que las diferencias de productividad entre trabajadores con diferentes niveles de educación son proporcionales a sus años de escolaridad. Por ejemplo, que un trabajador con 16 años de escolaridad es 16 veces más productivo que un trabajador con un año de escolaridad, independientemente de sus diferenciales de tasas de salarios. En tercer lugar, suponen que la elasticidad de sustitución entre los trabajadores de los diferentes grupos es constante siempre y en todas partes. Y en cuarto lugar, un año de escolaridad adicional aporta el mismo incremento en la habilidad siempre y en todas partes (Mulligan et al., 2000).

Otra posibilidad para medir el capital humano es por medio de un índice basado en en el producto de la economía, ello se puede determinar calculando el ingreso laboral como función de los años de escolaridad. El ingreso laboral l_t está definido como la suma de las ganancias de todos los residentes:

$$l_t = \int_0^\infty w_t(s)u_t(s)\eta_t(s)ds$$

donde la tasa de participación $u_t(s)$ es el cociente de personas empleadas con s años de escolaridad entre la población total con s años de escolaridad, w_t es la tasa de salario dependiendo de los años de educación y η es la parte de la población con s años de escolaridad (Gong et. al., 2004).

Por su parte, Mulligan y Sala-i-Martin (1997) proponen medir al capital humano como el promedio del ingreso laboral en el estado i dividido por el salario de los trabajadores con cero escolaridad en ese mismo estado:

$$h_i(t) = \frac{\int_0^\infty w_i(t,s)\eta_i(t,s)ds}{w_i(t,0)}$$

Esto significa que la calidad de una persona estaría relacionado con la tasa de salario que recibe en el mercado. Si el tipo de educación que una persona recibió fue muy útil, los mercados le recompensan con un salario alto. Del mismo modo, si una persona se dedicó a estudiar un campo que no es muy útil desde el punto de vista de producción, el capital humano productivo de esa persona sería bajo.

Con el fin de capturar todos los componentes del capital humano, en este trabajo de investigación se utiliza la metodología de Mulligan y Sala-i-Martin (1997)[10], y para medir el efecto de la educación en el crecimiento, se propone una función de producción de capital humano que capture el efecto indirecto. Los datos para la estimación de esta variable se obtuvieron de los Anuarios Estadísticos de INEGI. Para medir el promedio de ingreso laboral se usó la Remuneración de Asalariados y la Población Ocupada. Mientras que el salario de una persona no claificada se tomó como el salario mínimo y fue obtenido de la Comisión Nacional de Salarios Mínimos (2013).

Adicional a esto, para estimar el modelo Uzawa-Lucas, se necesitan datos del PIB Y, de los stocks de capital K y de consumo agregado, C. Los datos de PIB, y capital fueron obtenidos de los Anuarios Estadísticos de INEGI, medidos como producción total y excedente de operación, respectivamente. Los datos de consumo fueron obtenidos del Banco Mundial. Toda esta información se obtuvo en pesos corrientes para el periodo 1970 a 2011. Después se deflactó con el deflactor del PIB base 2003.

Además, el modelo necesita una aproximación del tiempo de no ocio dedicado a la producción actual, u. Para ello, se siguió una metodología similar a la de Gong et al. Es decir, aunque se reconoce que el tiempo dedicado a la acumulación de capital humano implica muchos años de escolaridad, experiencia laboral, etc., se usa sólo el número de estudiantes de todo el país en determinado ciclo escolar, como fracción del empleo total.

$$(1-u) = \frac{\textit{número total de estudiantes}}{L}$$

La justificación es que al usar este cociente del número de mexicanos que están estudiando, capturamos el efecto de aquellas personas que gastaron tiempo en educación en lugar de ir a trabajar.

6.3 Función de Producción del Capital Humano

En respuesta al hecho de que la variable "capital humano" que se construye en la presente investigación no hace diferencia entre el aporte de la educación o la experiencia, se propone una función de producción del capital humano que pueda distinguir el efecto de la escolaridad en el crecimiento económico.

[10]La justificación del uso de la metodología de Mulligan y Sala-i-Martin (1997) para la construcción de la variable Capital Humano se desarrolla en el Apéndice A.3.

Sea $h(t)$ el nivel de habilidad o nivel de capital humano del agente representativo (en este caso del promedio de todos los agentes de los que se dispone información) en el tiempo t. Asumimos que un individuo puede incrementar su calidad combinando algunos insumos agregados a los que tiene acceso con su propio tiempo y habilidad. Las variables agregadas pueden ser el nivel de capital físico $k_s(t)$ dedicado a educación (escuelas, computadoras, sillas, y otro tipo de capital usado en el sector educativo) y el nivel de capital humano $h_s(t)$ dedicado a la educación (habilidades, número de años cursados, logro educativo, etc.).

Usemos por simplicidad, una función Cobb-Douglas para representar a la función de producción del capital humano, por lo que un individuo combina su tiempo y habilidades con los niveles agregados disponibles de acuerdo a:

$$h(t) = \lambda k_s(t)^{\phi} h_s(t)^{1-\phi} \qquad (6.16)$$

donde:

- El parámetroλ representa el capital humano que tiene un individuo si no se capacita ni aprovecha el capital disponible.
- El parámetro ϕ es el share del capital dedicado a la producción de capital humano $(0 < \phi < 1)$.
- El parámetro $(1 - \phi)$ es el share de la escolaridad.

Dado que la función de producción es no lineal, el método de estimación usado, es nuevamente el GMM. Para ello se tienen datos de "relación estudiantes-profesores de primaria" que funcionará como proxy de capital dedicado a la producción de capital humano; "número de estudiantes de primaria" que funcionará como proxy de escolaridad. Ambos datos fueron obtenidos de Banco Mundial para los años 1971-2010. Para el caso de capital humano se usará la misma variable que fue construida con la metodología de Mulligan y Sala-i-Martin (1997).

En esta estimación, se está interesado en el siguiente vector de parámetros:

$$b \equiv \begin{pmatrix} \lambda \\ \phi \end{pmatrix}$$

Usando la ecuación (6.16):

$$h(t) = \lambda k_s(t)^{\phi} h_s(t)^{1-\phi} + \varepsilon$$

Donde:

- el error ε, se asumen ruido blanco.

Reescribiendo como vector y tomando esperanza:

$$E\left(h(t) - \lambda k_s(t)^{\phi} h_s(t)^{1-\phi}\right) = E\left(\varepsilon\right) \qquad (6.17)$$

El cual, dado que el término de error ε es ruido blanco, se puede escibir como:

$$E\left(h(t) - \lambda k_s(t)^{\phi} h_s(t)^{1-\phi}\right) = \bar{0} \qquad (6.18)$$

Donde (6.18) se conoce como la condición de momentos. Definamos $g_T(b)$ como la media muestral de los errores ε, para el vector de parámetros b en una muestra de tamaño T.

$$g_T(b) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} \varepsilon_t(b) = E_T\left[\varepsilon_t(b)\right] = E_T\left(h(t) - \lambda k_s(t)^{\phi} h_s(t)^{1-\phi}\right) \qquad (6.19)$$

La primera etapa de estimación de b minimiza la forma cuadrática de la media mustral de los errores.

$$\hat{b}_1 = \underset{\hat{b}}{argmin}\, g_T(\hat{b})^{'} W g_T(\hat{b}) \qquad (6.20)$$

De donde comenzamos tomando a la matriz de ponderadores W como la matriz identidad $W = I$. El estimador que se obtiene es consistente y asintóticamente normal. A continuación, se usa $\hat{b}_1$ para formar una estimación $\hat{S}$ de la matriz de varinzas y covarianzas de los errores:

$$S \equiv \sum_{j=-\infty}^{\infty} E\left[\varepsilon_t(b)\varepsilon_{t-j}(b)^{'}\right]$$

En consecuancia, en una segunda etapa se estima $\hat{b}_2$ usando la matriz $\hat{S}$ como matriz de ponderación en la forma cuadrática de los errores:

$$\hat{b}_2 = \underset{b}{argmin}\, g_T(b)^{'} \hat{S}^{-1} g_T(b) \qquad (6.21)$$

$\hat{b}_2$ es un estimador consistente, asintóticamente normal, y asintóticamente eficiente del vector de parámetros b.

7 Resultados

En la Tabla 7.1 se muestran los resultados obtenidos en las estimaciones de los parámetros del Modelo de Uzawa-Lucas sin externalidades. Todos los parámetros tuvieron los signos esperados, sin embargo, el factor de descuento, ρ, y la velocidad a la que se acumula capital humano, κ, resultaron no significativos. El share del trabajo fue pequeño, $\alpha = 0.38$, menor a lo que propone la literatura, lo que sugiere que el share del capital es de 0.62, esto se relaciona más con resultados encontrados en trabajos como en el caso de Mankiw et al. (1995). La elasticidad de sustitución, $\frac{1}{\sigma} = 2.71$, implica que los agentes maximizadores de su utilidad pueden sustituir con cierta facilidad entre los bienes que consumen. La velocidad a la que se acumula capital humano (que resultó no significativa), sugeriría que dado un incremento en el tiempo de no ocio dedicado a éste fin, incrementa el capital humano 8.9 por ciento de su nivel.

Tabla 7.1 Modelo Uzawa-Lucas sin externalidades

Parámetros	Estimación
A	25.8148 (1.18319)
α	0.383397 (0.00521)
ρ	0.000007 (1.4643)
σ	0.368022 (0.00154)
κ	8.92128 (13.1183)

Resultados obtenidos mediante el Método Generalizado de Momentos (GMM) usando el software Mathematica. Errores estándar entre paréntesis.

De acuerdo con las hipótesis, un incremento del tiempo de no ocio dedicado a la acumulación de capital humano, incrementa el capital humano, sin embargo, hasta este punto del análisis, es difícil sostener dicha afirmación por la baja significancia del parámetro κ. Además, dado que el share del trabajo es positivo y menor a uno, un incremento en una unidad de capital humano, aumenta la producción, $\frac{\partial Y(t)}{\partial h(t)} > 0$. Finalmente, en estado estacionario, un incremento en una unidad de capital humano, aumenta el consumo por trabajador.

En la Tabla 7.2 se muestran los resultados obtenidos en las estimaciones de los parámetros del Modelo de Uzawa-Lucas con externalidades. Las magnitudes y signos de los parámetros coinciden con las predicciones teóricas. Sin embargo, nuevamente resultó no significativo el parámetro del factor de descuento, ρ. El share del trabajo sugiere que el capital tiene una participación mayor a la que normalmente se propone en la literatura, $\alpha = 0.3$. Ahora, la elasticidad de sustitución, $\frac{1}{\sigma} = 0.18$, sugiere que los agentes sustituyen con dificultad entre los bienes que consumen, lo cual tiene más sentido si se piensa en la composición de la canasta básica, la cual contiene bienes muy inelásticos (tortilla, huevo, pollo, leche, etc.). El parámetro de la velocidad a la que se acumula capital humano, no es significativo. Pero por otro lado la externalidad del capital humano es grande, positiva y significativa, $\zeta = 8.02$. Una posible explicación ante estos dos últimos resultados es que el dedicar tiempo a la educación, podría no estar mejorando significativamente al capital humano. Pero el tener personas más calificadas está teniendo efectos positivos en la producción, en forma indirecta.

Tabla 7.2 Modelo Uzawa-Lucas con externalidades	
Parámetros	Estimación
A	2.343 (0.280)
α	0.301 (0.001)
ρ	2.428 (19.26)
σ	5.538 (0.001)
κ	0.018 (0.159)
ζ	8.029 (0.001)

Resultados obtenidos mediante el Método Generalizado de Momentos (GMM) usando el software Mathematica. Errores estándar entre paréntesis.

Se confirman las hipótesis de que un incremento en una unidad de capital humano, aumenta la producción, pues todos los parámetros resultaron positivos, $\frac{\partial Y(t)}{\partial h(t)} > 0$. Para el modelo con externalidades, no se puede decir con certeza que un incremento del tiempo de no ocio dedicado a la acumulación de capital humano incrementa el capital humano, pues el parámetro κ resultó ser no significativo. Dado que los signos de los parámetros resultaron como se esperaba: la tasa de crecimiento de equilibrio ψ del capital humano es positiva, $\psi > 0$; la tasa de crecimiento eficiente ψ^* del capital humano es positiva, $\psi^* > 0$; la tasa de crecimiento del consumo y del capital per cápita es positiva, $\gamma > 0$; y la tasa de ahorro s es constante y positiva, en una senda balanceada, $s > 0$.

Es claro que los resultados obtenidos en ambos modelos son distintos. Pero los obtenidos en el modelo con externalidades son sensiblemente más intuitivos. La razón por la cual se tienen estas discrepancias se halla en la introducción del parámetro de externalidades, el cual explica mejor el impacto del capital humano en el crecimiento económico. Es decir, cuando no se introducía este parámetro había otros que erróneamente capturanban dicho efecto.

En la Tabla 7.3 se muestran los resultados obtenidos en las estimaciones de los parámetros de la función de producción de capital humano. Todos los parámetros resultaron positivos y significativos, como se esperaba. La magnitud de estos sugiere que si un individuo no se educa, desarrolla poco capital humano, $\lambda = 0.037$. Además, aporta más el capital dedicado a la producción de capital humano que la escolaridad misma, sin embargo, ambos factores son necesarios.

Tabla 7.3 Función de producción de capital humano	
Parámetros	Estimación
λ	0.037 (0.006)
ϕ	0.862 (0.415)

Resultados obtenidos mediante el Método Generalizado de Momentos (GMM) usando el software Mathematica. Errores estándar entre paréntesis.

Estos resultados implican, en el modelo sin externalidades, que un incremento de la educación aumenta el producto $\frac{\partial Y(t)}{\partial h(t)}\frac{\partial h(t)}{\partial h_s(t)} > 0$, y en estado estacionario, un incremento de la educación aumenta el consumo. En consecuencia, en ambos modelos, un incremento en la educación, aumenta el capital humano en $\frac{\partial h(t)}{\partial h_s(t)} = \lambda(1-\phi)k_s(t)^{\phi}h_s(t)^{-\phi} > 0$.

Finalmente, se usa la prueba de Durbin-Watson para verificar que no haya correlación serial de primer orden. En la Tabla 7.4 se muestran los valores de esta prueba para el caso de los modelos con y sin externalidades.

Tabla 7.4 Prueba de Durbin-Watson			
Ecuaciones	Modelo sin externalidades	Ecuaciones	Modelo con externalidades
6.1	0.1903	6.9	1.4546
6.2	0.7795	6.10	1.4564
6.3	2.3533	6.11	2.0969
		6.12	1.4989

El estadístico de Durbin-Watson es un número entre cero y cuatro. Si éste toma el valor de 2 significa que no existe correlación serial entre los errores. Si toma un valor cercano a cero existe correlación negativa y si es cercano a 4 hay correlación positiva. Como puede observarse en la Tabla 7.4, el modelo sin externalidades indica que existe correlación negativa entre los errores de las dos primeras ecuaciones, mientras que el modelo con externalidades sugiere que existe una ligera correlación negativa entre los errores en tres de cuatro ecuaciones. Esto confirma los resultados obtenidos en la estimación de los parámetros del modelo mediante el GMM, en el sentido de que las estimaciones obtenidas en el modelo con externalidades son más confiables que las presentadas en el modelo sin externalidades.

8 Conclusiones

En este trabajo de investigación se confirma que un incremento de la escolaridad aumenta el capital humano, lo que a su vez incrementa el producto de la economía (modelo de Uzawa-Lucas sin externalidades). Por otro lado, un incremento en el capital humano tiene efectos indirectos, pero positivos, sobre otras variables que tienen impactos positivos sobre el producto (modelo de Uzawa-Lucas con externalidades).

Como se explicó en la sección anterior, no puede decirse mucho acerca de la velocidad a la que se acumula capital humano dado un incremento en el tiempo de no ocio dedicado a la producción de este factor. Una posible explicación a esto es que el dedicar tiempo a la educación, podría no estar mejorando significativamente al capital humano. Pero el tener personas más calificadas está teniendo efectos positivos en la producción, en forma indirecta. El problema de la poca significancia del parámetro κ podría deberse también al hecho de que el desempleo de personas que tienen un grado de instrucción alto (medio superior y superior) ha aumentado en el tiempo (alrededor de 20% del primer trimestre de 2005 al tercer trimestre de 2012). Mientras que el desempleo para personas que tienen un grado de instrucción bajo (primaria incompleta) se ha reducido en 34% del primer trimestre de 2005 al tercer trimestre de 2012. Estos resultados llaman mucho la atención ya que a pesar de que las personas se educan su desempleo aumenta, al grado de parecer que hay una relación positiva entre educación y desempleo[11].

De lo anterior se concluye que las personas más calificadas no consiguen trabajo, esto puede ser una de las razones por las cuales en el modelo no es significativo el tiempo que se dedica a la acumulación de capital humano, por lo que se está mermando el efecto positivo de la educación en el crecimiento de económico de México.

Es importante señalar, como recomendación de política, que se necesita poner más atención al sector educativo en dos sentidos: primero, un increnento de la escolaridad impactará positivamente en el crecimiento económico de largo plazo; segundo, dadas las deficientes redes entre las universidades con el sector laboral, un incremento en la escolaridad podría no tener el impacto esperado, es decir, es necesario que las empresas contraten a las personas calificadas para que el incremento del capital humano lleve a la economía mexicana a tasas de crecimiento altas y sostenidas durante largos periodos de tiempo.

[11] Véase Apéndice B.7 para un análisis gráfico.

9 Apéndice

A Desarrollo matemático del modelo Uzawa-Lucas

En la sección A del presente Apédice se desarrolla el Jacobiano del Modelo Uzawa-Lucas sin externalidades y con una sóla variable de control (Sección A.1) para justificar el hecho de que se tiene una solución única. A continuación se resuelven las condiciones de primer orden para obtener un sistema de ecuaciones diferenciales estimable (Sección A.2), y finalmente se justifica la forma en la que se crea la variable Capital Humano (Sección A.3).

A.1 Análisis de estabilidad

Se tiene el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\frac{\dot{y}}{y} = \kappa(1-u) - Ay^{\alpha}\left(uL\right)^{\alpha} - Lyz$$

$$\frac{\dot{z}}{z} = \frac{-\rho + (1-\alpha)Ay^{\alpha}\left(uL\right)^{\alpha}}{\sigma} - \kappa(1-u)$$

Que puede ser expresado como:

$$\dot{y} = \kappa(1-u)y - Ay^{\alpha+1}\left(uL\right)^{\alpha} - Ly^{2}z$$

$$\dot{z} = \frac{-\rho z + (1-\alpha)Ay^{\alpha}\left(uL\right)^{\alpha} z}{\sigma} - \kappa(1-u)z$$

Sea $\dot{y} = f(y,\, z)$ y $\dot{z} = g(y,\, z)$, los gradientes de ambas funciones son:

$$\nabla f(\cdot) = \begin{pmatrix} \kappa(1-u) - (\alpha+1)Ay^{\alpha}\left(uL\right)^{\alpha} - 2Lyz \\ -Ly^{2} \end{pmatrix}$$

$$\nabla g(\cdot) = \begin{pmatrix} \frac{\alpha(1-\alpha)Ay^{\alpha-1}(uL)^{\alpha}z}{\sigma} \\ \frac{-\rho+(1-\alpha)Ay^{\alpha}(uL)^{\alpha}}{\sigma} - \kappa(1-u) \end{pmatrix}$$

Nótese que $\kappa > 0$, $\rho > 0$, $0 \leq u \leq 1$, $0 \leq \alpha \leq 1$, $0 \leq \sigma \leq 1$, $A > 0$, $y > 0$, $L > 0$, $z > 0$. Analizando cada derivada parcial para ver el signo, tenemos que:

Para f_y, sustituyamos los valores de equilibrio de z e y, es decir, las ecuaciones (4.23) y (4.24):

$$f_y = \kappa(1-u) - (\alpha+1)A\frac{\rho + \sigma\kappa(1-u)}{(1-\alpha)A(uL)^{\alpha}}\left(uL\right)^{\alpha} - 2L\left(\frac{\rho + \sigma\kappa(1-u)}{(uL)^{\alpha}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\frac{u\left[\kappa(1-u)\left[(1-\alpha)-\sigma\right]-\rho\right]}{(1-\alpha)\left[\sigma\kappa(1-u)+\rho\right]^{\frac{1}{\alpha}}}$$

$$f_y = \kappa(1-u) - \rho - \sigma\kappa(1-u) - 2L\frac{u\left[\kappa(1-u)\left[(1-\alpha)-\sigma\right]-\rho\right]}{uL(1-\alpha)\left[\sigma\kappa(1-u)+\rho\right]^{\frac{1}{\alpha}}}$$

$$f_y = \kappa(1-u) - \rho - \sigma\kappa(1-u) - 2\left[\kappa(1-u) - \kappa(1-u)\sigma - \frac{\rho}{(1-\alpha)}\right]$$

$$f_y = -\kappa(1-u) - \rho + \sigma\kappa(1-u) + \frac{2\rho}{(1-\alpha)} < 0 \quad \forall\, 0 \leq \sigma \leq 1,\ (1-\alpha) > 2\rho$$

$$\therefore \quad f_y < 0 \quad \forall\, 0 \leq \sigma \leq 1,\ (1-\alpha) > 2\rho$$

La otra derivada del gradiente es claramente negativa, $f_z < 0$.

Y dados los valores de los parámetros y de las variables, $g_y > 0$.

El caso de g_z es menos claro, sustituyendo los valores de equilibrio de z e y, es decir, las ecuaciones (4.23) y (4.24):

$$g_z = -\frac{\rho}{\sigma} + \frac{(1-\alpha)A\frac{\rho+\sigma\kappa(1-u)}{(1-\alpha)A(uL)^\alpha}(uL)^\alpha}{\sigma} - \kappa(1-u)$$

$$g_z = -\frac{\rho}{\sigma} + \frac{\rho}{\sigma} + \kappa(1-u) - \kappa(1-u)$$

$$\therefore \quad g_z = 0$$

En resumen, dado que z e y siempre son positivos, y dado que todos los parámetros también son positivos, entonces: $f_y < 0$, $f_z < 0$, $g_y > 0$ y $g_z = 0\ \forall\ y, z$. Por otro lado sabemos que un Jacobiano es de la forma:

$$J = \begin{bmatrix} f_y & f_z \\ g_y & g_z \end{bmatrix}$$

Por lo que en el caso del sistema de ecuaciones formado por (4.19) y (4.20), se tiene que el Jacobiano es:

$$J = \begin{bmatrix} -\kappa(1-u) - \rho + \sigma\kappa(1-u) + \frac{2\rho}{(1-\alpha)} & -L\left(\frac{\rho+\sigma\kappa(1-u)}{(1-\alpha)A(uL)^\alpha}\right)^{\frac{2}{\alpha}} \\ \frac{\alpha(1-\alpha)A}{\sigma}\left(\frac{\rho+\sigma\kappa(1-u)}{(1-\alpha)A(uL)^\alpha}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}(uL)^\alpha \frac{[(1-\alpha)A]^{\frac{1}{\alpha}}u[\kappa(1-u)[(1-\alpha)-\sigma]-\rho]}{(1-\alpha)[\sigma\kappa(1-u)+\rho]^{\frac{1}{\alpha}}} & 0 \end{bmatrix}$$

El determinante del Jacobiano es:

$$|J| = \left(\frac{\rho+\sigma\kappa(1-u)}{(1-\alpha)A}\right)\left(\frac{\alpha(1-\alpha)A}{\sigma}\right)\left(\frac{\kappa(1-u)\left[(1-\alpha)-\sigma\right]-\rho}{(1-\alpha)}\right)$$

$$|J| = \frac{\alpha\left(\rho+\sigma\kappa(1-u)\right)\left(\kappa(1-u)\left[(1-\alpha)-\sigma\right]-\rho\right)}{\sigma(1-\alpha)} > 0$$

Que evidentemente es positivo dado que $f_y < 0$, $f_z < 0$, $g_y > 0$ y $g_z = 0$. Finalmente para determinar qué tipo de equilibrio se tiene, hay que identificar la relación entre el cuadrado de la traza del Jacobiano, $(trJ)^2$, y cuatro veces su determinante, $4\,|J|$. Sin embargo, la relación no está clara pues depende de la magnitud de los parámetros del modelo. A pesar de ello, tomando en cuenta que $|J| > 0$ y que $trJ < 0$, se tendría un equilibrio estable.

A.2 Ecuaciones diferenciales a estimar en el modelo de Uzawa-Lucas con externalidades

Para conservar la notación del modelo sin externalidades, con el fin de estimar los mismos parámetros, expresamos las condiciones de primer orden como:

$$c^{-\sigma} = \theta_1 \qquad (A.2.1)$$

$$\theta_2 h\kappa = \alpha\theta_1 u^{\alpha-1} AK^{1-\alpha} [hL]^{\alpha} h_a^{\zeta} \qquad (A.2.2)$$

$$\dot{\theta}_1 = \rho\theta_1 - \theta_1(1-\alpha)AK^{-\alpha} [uhL]^{\alpha} h_a^{\zeta} \qquad (A.2.3)$$

$$\dot{\theta}_2 = \rho\theta_2 - \theta_1\alpha h^{\alpha-1} AK^{1-\alpha} [uL]^{\alpha} h_a^{\zeta} - \theta_2\kappa(1-u) \qquad (A.2.4)$$

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}\theta_1(t)K(t) = 0 \qquad (A.2.5)$$

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}\theta_2(t)h(t) = 0 \qquad (A.2.6)$$

Siguiendo a Benhabib y Perli (1994) obtenemos el sistema de cuatro ecuaciones en k, h, c y u, donde $k = \frac{K}{L}$ y $c = \frac{C}{L}$. De (4.3) se tiene que:

$$\dot{K} = AK^{1-\alpha} [uhL]^{\alpha} h_a^{\zeta} - Lc$$

Suponiendo que en equilibrio $h_a = h$ y reordenando:

$$\dot{K} = AK^{1-\alpha} u^{\alpha} h^{\alpha+\zeta} L^{\alpha} - Lc$$

Dividiendo ambos lados por L:

$$\dot{k} = AK^{1-\alpha} u^{\alpha} h^{\alpha+\zeta} L^{\alpha-1} - c$$

$$\Rightarrow \quad \dot{k} = A\left(\frac{K}{L}\right)^{1-\alpha} u^{\alpha} h^{\alpha+\zeta} - c$$

Dividiendo ambos lados por k:

$$\frac{\dot{k}}{k} = Ak^{-\alpha} u^{\alpha} h^{\alpha+\zeta} - \frac{c}{k} \qquad (A.2.7)$$

De (A.2.1):

$$-\sigma ln(c) = ln(\theta_1)$$

$$\Rightarrow \quad -\sigma\frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{\theta}_1}{\theta_1} \qquad (A.2.8)$$

De (A.2.3):

$$\dot{\theta}_1 = \rho\theta_1 - \theta_1(1-\alpha)AK^{-\alpha}\left[uhL\right]^{\alpha} h_a^{\zeta}$$

$$\frac{\dot{\theta}_1}{\theta_1} = \rho - (1-\alpha)AK^{-\alpha}u^{\alpha}h^{\alpha+\zeta}L^{\alpha} = \rho - (1-\alpha)Ak^{-\alpha}u^{\alpha}h^{\alpha+\zeta} \qquad (A.2.9)$$

Sustituyendo (A.2.9) en (A.2.8):

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{A(1-\alpha)}{\sigma}k^{-\alpha}u^{\alpha}h^{\alpha+\zeta} - \frac{\rho}{\sigma} \qquad (A.2.10)$$

Despejando de (4.4):

$$\frac{\dot{h}}{h} = \kappa(1-u) \qquad (A.2.11)$$

Ahora de (A.2.2):

$$\theta_2 = \frac{\alpha\theta_1 u^{\alpha-1}AK^{1-\alpha}h^{\alpha+\zeta}L^{\alpha}}{h\kappa} \qquad (A.2.12)$$

Sustituyendo (A.2.1) en (A.2.12) y simplificando:

$$\theta_2 = \frac{\alpha c^{-\sigma}u^{\alpha-1}AK^{1-\alpha}h^{\alpha+\zeta-1}L^{\alpha}}{\kappa} \qquad (A.2.13)$$

Sacando logaritmos en (A.2.13):

$$ln(\theta_2) = ln(\alpha) - \sigma ln(c) - (1-\alpha)ln(u) + ln(A) + (1-\alpha)ln(K) + (\alpha+\zeta-1)ln(h) + \alpha lnL - ln(\kappa)$$

Derivando respecto al tiempo:

$$\frac{\dot{\theta}_2}{\theta_2} = -\sigma\frac{\dot{c}}{c} - (1-\alpha)\frac{\dot{u}}{u} + (1-\alpha)\frac{\dot{K}}{K} + (\alpha+\zeta-1)\frac{\dot{h}}{h} \qquad (A.2.14)$$

Pues suponemos que $\frac{\dot{L}}{L}$ crece a una tasa constante en el tiempo. Ahora de (A.2.4):

$$\frac{\dot{\theta}_2}{\theta_2} = \rho - \frac{\theta_1}{\theta_2}\alpha AK^{1-\alpha}L^{\alpha}u^{\alpha}h^{\alpha+\zeta-1} - \kappa(1-u) \qquad (A.2.15)$$

Despejando de (A.2.13):

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{\kappa}{\alpha u^{\alpha-1}AK^{1-\alpha}L^{\alpha}h^{\alpha+\zeta-1}} \qquad (A.2.16)$$

Sustituyendo (A.2.16) en (A.2.15) para eliminar $\frac{\theta_1}{\theta_2}$:

$$\frac{\dot{\theta}_2}{\theta_2} = \rho - \frac{\kappa}{\alpha u^{\alpha-1}AK^{1-\alpha}L^{\alpha}h^{\alpha+\zeta-1}}\alpha AK^{1-\alpha}L^{\alpha}u^{\alpha}h^{\alpha+\zeta-1} - \kappa(1-u)$$

Simplificando:

$$\frac{\dot{\theta}_2}{\theta_2} = \rho - \frac{\kappa u^{\alpha}}{u^{\alpha-1}} - \kappa(1-u)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\dot{\theta}_2}{\theta_2} = \rho - \kappa u - \kappa(1-u)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\dot{\theta}_2}{\theta_2} = \rho - \kappa \qquad\qquad (A.2.17)$$

Por otro lado, de (4.3):

$$\dot{K} = AK^{1-\alpha}u^{\alpha}h^{\alpha+\zeta}L^{\alpha} - Lc$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\dot{K}}{K} = AK^{-\alpha}u^{\alpha}h^{\alpha+\zeta}L^{\alpha} - \frac{L}{K}c$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\dot{K}}{K} = Ak^{-\alpha}u^{\alpha}h^{\alpha+\zeta} - k^{-1}c \qquad\qquad (A.2.18)$$

Sustituyendo (A.2.10) , (A.2.11) , (A.2.17) y (A.2.18) en (A.2.14):

$$\rho-\kappa = -\sigma\left[\frac{A(1-\alpha)}{\sigma}k^{-\alpha}u^{\alpha}h^{\alpha+\zeta} - \frac{\rho}{\sigma}\right] - (1-\alpha)\frac{\dot{u}}{u} + (1-\alpha)\left[Ak^{-\alpha}u^{\alpha}h^{\alpha+\zeta} - k^{-1}c\right] + (\alpha+\zeta-1)\left[\kappa(1-u)\right]$$

Simplificando:

$$(1-\alpha)\frac{\dot{u}}{u} = -A(1-\alpha)k^{-\alpha}u^{\alpha}h^{\alpha+\zeta} + \rho + (1-\alpha)\left[Ak^{-\alpha}u^{\alpha}h^{\alpha+\zeta} - k^{-1}c\right] + (\alpha+\zeta-1)\kappa(1-u) - \rho + \kappa$$

$$(1-\alpha)\frac{\dot{u}}{u} = -A(1-\alpha)k^{-\alpha}u^{\alpha}h^{\alpha+\zeta} + A(1-\alpha)k^{-\alpha}u^{\alpha}h^{\alpha+\zeta} - (1-\alpha)k^{-1}c + (\alpha+\zeta-1)\kappa(1-u) + \kappa$$

$$(1-\alpha)\frac{\dot{u}}{u} = -(1-\alpha)k^{-1}c + (\alpha+\zeta-1)\kappa(1-u) + \kappa$$

$$\frac{\dot{u}}{u} = -k^{-1}c + \frac{(\alpha+\zeta-1)}{(1-\alpha)}\kappa(1-u) + \frac{\kappa}{(1-\alpha)}$$

$$\frac{\dot{u}}{u} = -\frac{(\alpha+\zeta-1)}{(1-\alpha)}\kappa u + \frac{(\alpha+\zeta-1)}{(1-\alpha)}\kappa + \frac{\kappa}{(1-\alpha)} - \frac{c}{k}$$

$$\frac{\dot{u}}{u} = \frac{(1-\alpha-\zeta)}{(1-\alpha)}\kappa u + \frac{(\alpha+\zeta)}{(1-\alpha)}\kappa - \frac{c}{k} \qquad\qquad (A.2.19)$$

A.3 Capital Humano

El siguiente desarrollo está basado en el trabajo hecho por Mulligan y Sala-i-Martin (1997).

¿Es posible afirmar que los cambios dramáticos de la asistencia a la escuela de la fuerza laboral son una fuente importante de crecimiento económico en México? El ingreso han crecido a la par con la asistencia escolar en todo el periodo de estudio[12]; en consecuencia, estamos tentados a decir que sí. Sin embargo, hay otras variables que pudieran estar creciendo en el mismo periodo y no necesariamente ser motor del crecimiento. Pero en defensa de la escolaridad se puede decir que en un punto en el tiempo, los trabajadores con más escolaridad disfrutan de mayores salarios que los que se observan en trabajadores con menor escolaridad, lo cual no puede ser dicho por otro tipo de variables.

El capital humano está relacionado al nivel agregado de personas productivas disponibles en una economía. Esto es, el concepto de capital humano está relacionado con el de fuerza laboral. En principio, el capital humano incluye todos los aspectos productivos de las personas en un estado: educación, experiencia laboral, salud física y mental, calidad de las máquinas, y otros aspectos relacionados. Por el hecho de que la población en una economía es heterogénea, diferentes personas contribuyen a la producción en grados diferentes.

Mulligan y Sala-i-Martin definen al capital humano como la suma ajustada por la calidad del trabajo de todos los habitantes de un país:

$$H_i(t) = \int_0^\infty \theta_i(t,s) N_i(t,s) ds \qquad (A.3.1)$$

donde $N_i(t,s)$ denota el número de personas en la economía i en el tiempo t con s años de escolaridad. Note que cada tipo de trabajador contribuye al capital humano agregado de acuerdo a su parámetro de eficiencia $\theta_i(t,s)$.

La especificación de la ecuación (A.4.1) asume que los trabajadores con diferentes grados de escolaridad son sustitutos perfectos. Por ejemplo, un graduado de preparatoria $\theta_i(t,12)$ puede ser sustituido por un graduado de licenciatura $\theta_i(t,16)$ sin cambiar la producción agregada.

Dividiendo el nivel agregado de capital humano por el nivel de trabajadores para obtener el nivel promedio de capital humano en la economía i al tiempo t:

$$h_i(t) = \int_0^\infty \theta_i(t,s) \eta_i(t,s) ds \qquad (A.3.2)$$

donde $\eta_i(t,s) = \frac{N_i(t,s)}{N_i(t)}$ es la participación de la población del estado i con escolaridad s al tiempo t y $h_i(t) = \frac{H_i(t)}{N_i(t)}$ el nivel de capital humano por persona.

[12]Véase Apéndice B.8 para un análisis gráfico.

Sea $h_{ji}(t)$ el nivel de habilidad o nivel de capital humano del individuo j en el estado i en el tiempo t. Asumimos que un individuo puede incrementar su calidad combinando algunos insumos agregados con su propio tiempo y habilidad. Las variables agregadas pueden ser el nivel de capital físico $\hat{k}_i^e(t)$ dedicado a educación (escuelas, computadoras, sillas, y otro tipo de capital usado en el sector educativo) y el nivel de capital humano $\hat{h}_i^e(t)$ dedicado a la educación en un estado particular (habilidades, número de maestros en el sector, etc.).

Resuma $\hat{y}_i(t)$ el efecto de las variables agregadas en una región por la acumulación de capital humano de un individuo. Un ejemplo puede ser la función Cobb-Douglas $\hat{y}_i(t) = \phi_i \hat{k}_i^e(t)^\alpha \hat{h}_i^e(t)^{1-\alpha}$, donde ϕ_i es el nivel de tecnología en el estado i.

Un individuo combina su propio capital humano con los niveles agregados disponibles en su región de acuerdo a:

$$\dot{h}_{ji}(t) = \hat{y}_i(t)^{1-\psi} \left(u_{ji}(t) h_{ji}(t)\right)^\psi \qquad (A.3.3)$$

con $0 \leq \psi \leq 1$, donde u_j es la fracción de su propio capital humano que el individuo dedica a educación, por lo que la ecuación (A.3.3) implica que entre más tiempo se dedique a educación, más habilidad acumula un individuo. También implica que si se dedica la misma cantidad de tiempo a la eduación en regiones con mucho capital físico y humano (dedicado al sector educativo) produce un mayor incremento en el nivel de habilidades de un individuo.

Para simplificar la notación, imaginemos que el nivel agregado $\hat{y}_i(t)$ crece a una tasa constante γ_i en estado estacionario, también asumamos que los estudiantes sólo pueden usar su capital humano en la escuela de tal forma que $u_{ji} = 1 \quad \forall\, t$.

Entonces el nivel de habilidad de una persona quien fue a la escuela entre el tiempo v y el tiempo $v + s$ se calcula integrando la ecuación (A.3.3) entre v y $v + s$.

$$h_{ji}(v, s) = \left[h_{ji}(v, 0) + (1 - \psi)\hat{y}_i(v)\left(e^{\gamma_i s} - 1\right)\right]^{\frac{1}{1-\psi}} \qquad (A.3.4)$$

donde $h_{ji}(v, 0)$ es el nivel de capital humano que el estudiante tiene al momento en el que tiene cero escolaridad. De esta forma, (A.3.4) implica que el nivel de capital humano de un individuo j quien inició estudiando en el tiempo v en la región i, y quien estudió s años, es una función de la suma de su nivel inicial de capital humano, $h_{ji}(v, 0)$, más el término $\hat{y}_i(v)\left(e^{\gamma_i s} - 1\right)$. Este segundo término, que refleja el incremento del nivel de capital humano del estudiante sobre el periodo de distancia s, es el produco de la calidad de los maestros y el número de las facilidades a la educación disponibles al inicio de su carrera como estudiante.

Asumimos que el nivel inicial de capital humano es el mismo en todos lugares:

$$h_{ji}(v, 0) = h(0) \qquad (A.3.5)$$

La principal razón por la cual usar la ecuación (A.3.5) es la necesidad de tener un numerario. Se necesita expresar al índice de capital humano en una unidad la cual sea homogénea entre tiempo y espacio.

Una forma de medir el nivel agregado de capital humano es sumando el nivel de habilidad de todos los individuos de la economía. Esto se hace en dos pasos. Primero se calcula el nivel de capital humano en todos los trabajadores con s años de escolaridad integrando la ecuación (A.3.4) sobre todo el tiempo v para las personas que están vivas hoy. Imagine que las personas con s años de escolaridad vivien por T_s años. Las personas más viejas que viven hoy, nacieron en el periodo $t - T_s$ pero comenzaron a trabajar hasta s años después. Asumiendo que hay una persona de este tipo que comenzó a estudiar en el instante v, entonces la habilidad promedio de una persona con s años de escolaridad está dada por:

$$h_i(t,s) = \int_{t-T_s+s}^{t} h_{ji}(v,s)dv \qquad (A.3.6)$$

con $\frac{\partial h}{\partial s} > 0$ y $h_i(t,0) = h(0) \quad \forall\, t, i$. Note que el nivel promedio de habilidad de las personas con s años de escolaridad depende de i y t debido a que el nivel de capital humano y físico dedicado al sector educativo en la región i en el tiempo t difiere puesto que las personas van a la escuela en diferentes lugares.

El segundo paso para calcular el nivel agregado de capital humano por trabajador es agregar a las personas en cada categoría, usando la ecuación (A.3.6) bajo ciertas ponderaciones:

$$h_i(t) = \int_{0}^{\infty} h_i(t,s)\eta_i(t,s)ds \qquad (A.3.7)$$

Note que la ecuación (A.3.7) es idéntica a la ecuación (A.3.2) si los parámetros de eficiencia están definidos y dados por el nivel promedio de habilidades $\theta_i(t,s) = h_i(t,s)$. Si usamos la normalización $h(t,0) = 1$, entonces el nivel de capital humano promedio en la ecuación (A.3.7) reporta la cantidad de trabajadores con cero escolaridad disponibles en la economía i en el tiempo t.

El nivel promedio de capital humano puede ser inferido de la relación de salarios:

$$\theta_i(t,s) = \frac{w_i(t,s)}{w_i(t,0)} \qquad (A.3.8)$$

El supuesto para este resultado es que la tasa de salario de una persona de cualquier habilidad tiene dos componentes: uno depende de su habilidad individual, el otro depende del nivel agregado. Para una habilidad dada, una cantidad mayor de capital físico incrementa la productividad de ese individuo debido a la complementariedad entre capital físico y humano. De forma similar, una gran cantidad de capital humano disminuye la productividad debido a los rendimientos decrecientes del capital humano agregado. Para identificar el componente de habilidad, necesitamos netear el componente agregado. Lo podemos hacer dividiendo por el salario de una persona sin habilidad $w_i(t,0)$.

Agregando la ecuación (A.3.8) en la ecuación (A.3.7) tenemos el nivel promedio de capital humano medido como:

$$h_i(t) = \frac{\int_0^{\infty} w_i(t,s)\eta_i(t,s)ds}{w_i(t,0)} \qquad (A.3.9)$$

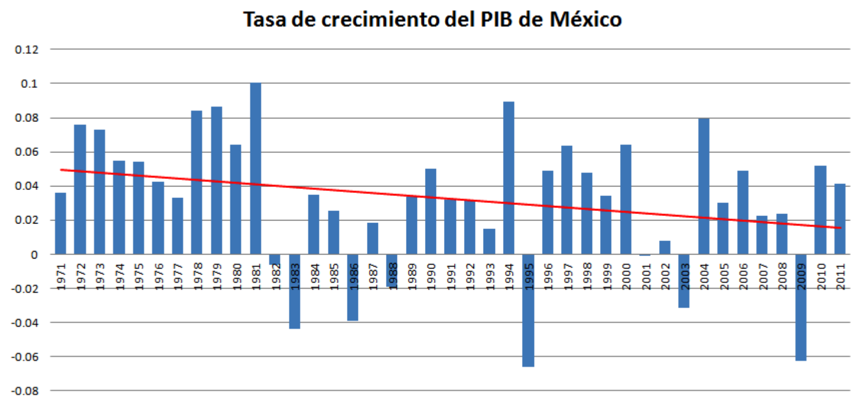
Note que en la expresión (A.3.9), el numerador es la suma de todos los salarios en la economía dividido por el número de trabajadores. Éste análisis sugiere una medida simple del nivel agregado de capital humano: el promedio del ingreso laboral en el estado i dividido por el salario de los trabajadores con cero escolaridad en ese mismo estado.

B Gráficas

En la sección B del presente Apéndice se muestran las gráficas de algunas variables para facilitar el análisis de ciertos hechos que caracterizan la situación económica de México en los últimos cuarenta años.

B.1 Tasa de crecimiento del PIB de México

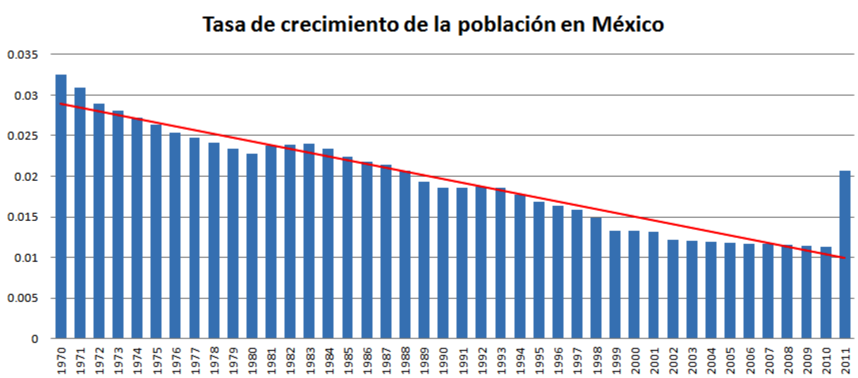
La siguiente gráfica muestra la tasa de crecimiento del PIB de México (barras azules) en términos constantes, para el periodo 1971-2011. La línea roja representa la tendencia de los datos en dicho periodo.



Fuente: Elaboración propia con datos del Sistema de Cuentas Nacionales de México. Series Históricas del Producto Interno Bruto. INEGI. La información se muestra en tasas de crecimiento del PIB, deflactado a precios del 2003 con el deflactor del PIB. Banco Mundial 2013.

B.2 Tasa de crecimiento de la población de México

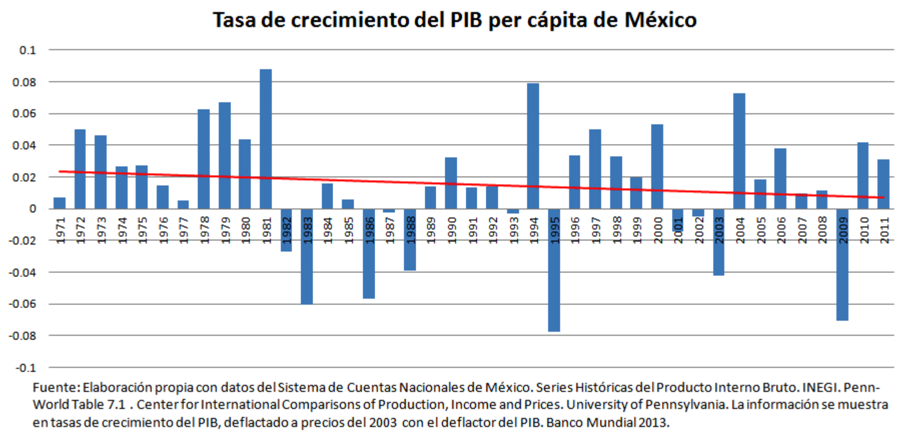
La siguiente gráfica muestra la tasa de crecimiento de la población de México (barras azules), para el periodo 1971-2011. La línea roja representa la tendencia de los datos en dicho periodo. Nótese que en el año 2011 la población creció más que en años pasados.



Fuente: Elaboración propia con datos del Penn-World Table 7.1 . Center for International Comparisons of Production, Income and Prices. University of Pennsylvania.

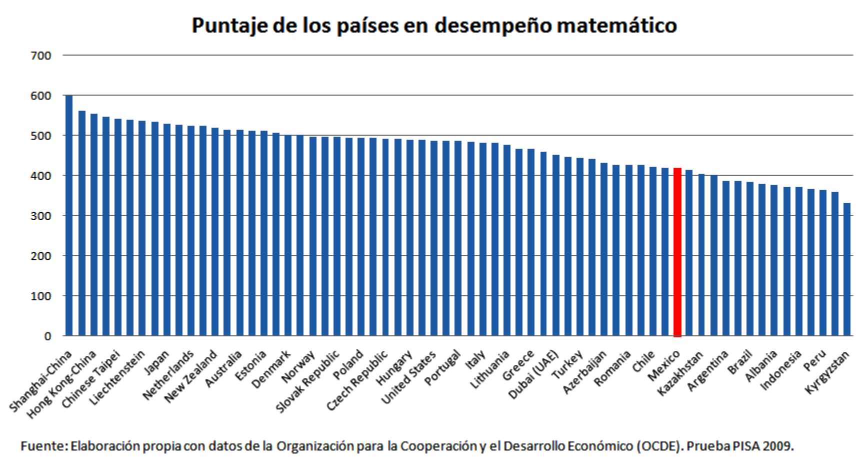
B.3 Tasa de crecimiento del PIB per cápita de México

La siguiente gráfica muestra la tasa de crecimiento del PIB per cápita de México (barras azules) en términos constantes, para el periodo 1971-2011. La línea roja representa la tendencia de los datos en dicho periodo.



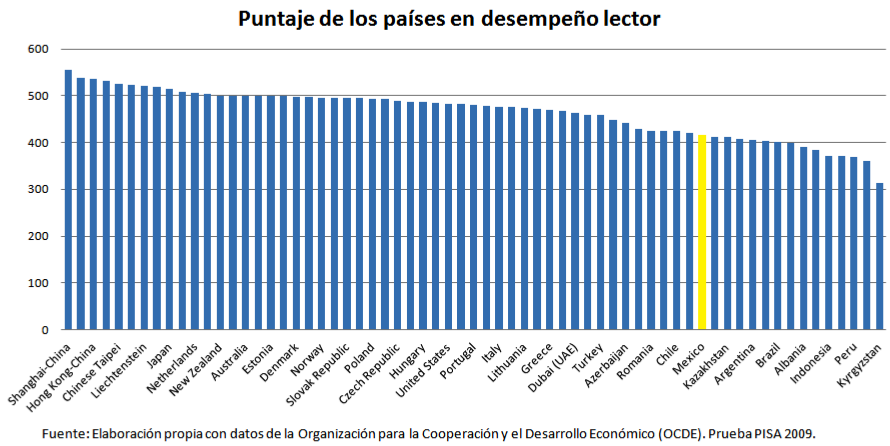
B.4 Puntaje de países en prueba PISA 2009 (desempeño matemático)

La siguiente gráfica muestra los puntajes de varios países a los que se les ralizó la prueba PISA en el año 2009. Los países se ordenaron del que tuvo el puntaje más alto al que tuvo el puntaje más bajo en la prueba de desempeño matemático. México se resalta en rojo.



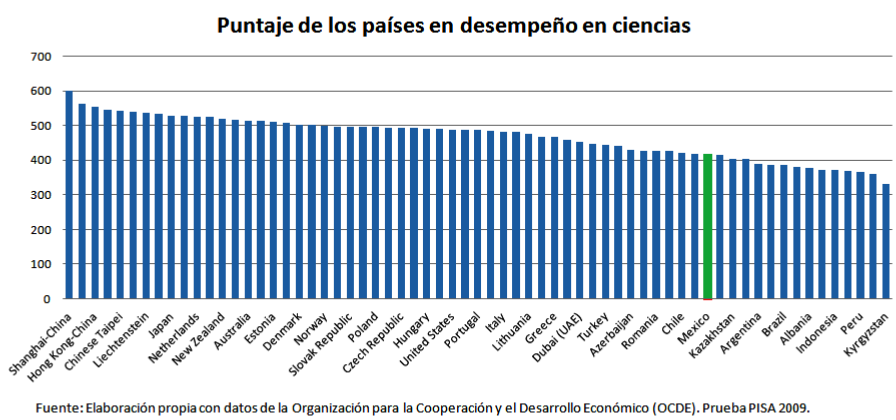
B.5 Puntaje de países en prueba PISA 2009 (desempeño lector)

La siguiente gráfica muestra los puntajes de varios países a los que se les ralizó la prueba PISA en el año 2009. Los países se ordenaron del que tuvo el puntaje más alto al que tuvo el puntaje más bajo en la prueba de desempeño lector. México se resalta en amarillo.



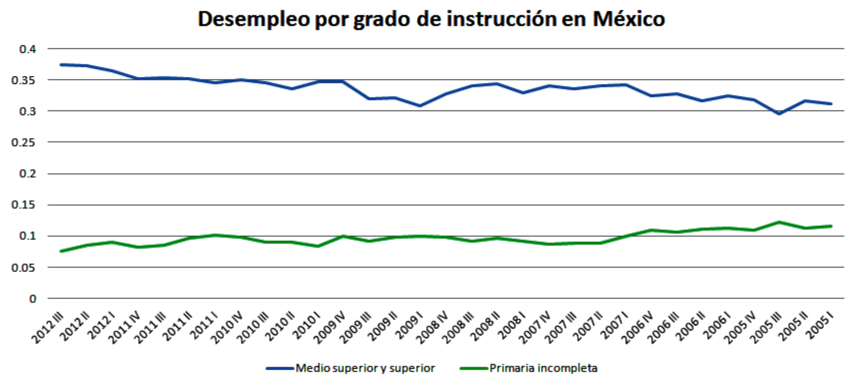
B.6 Puntaje de países en prueba PISA 2009 (desempeño en ciencias)

La siguiente gráfica muestra los puntajes de varios países a los que se les ralizó la prueba PISA en el año 2009. Los países se ordenaron del que tuvo el puntaje más alto al que tuvo el puntaje más bajo en la prueba de desempeño en ciencias. México se resalta en verde.



B.7 Desempleo en México

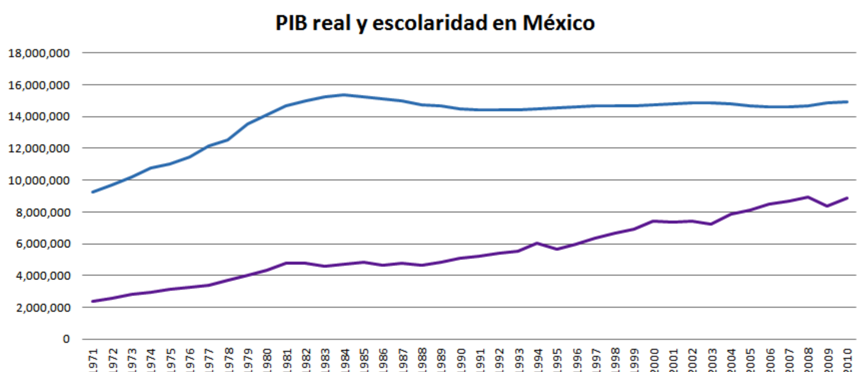
La siguiente gráfica muestra la evolución de la desocupación de acuerdo a su descomposición entre personas instruidas y personas poco instruidas como porcentaje del total de personas desocupadas.



Fuente: Elaboración propia con datos de la Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo (ENOE) de INEGI, 2012.

B.8 Series de tiempo de PIB real y escolaridad

La siguiente gráfica muestra la evolución del PIB real y de la escolaridad en México, medida como el número de estudiantes de primaria en determinado cilco escolar. Se puede ver claramente que ambos crecen en el tiempo con una tendencia similar.



Fuente: Elaboración propia con datos del Sistema de Cuentas Nacionales de México. Series Históricas del Producto Interno Bruto. Base 1993, INEGI. Penn-World Table 7.1 . Center for International Comparisons of Production, Income and Prices. University of Pennsylvania. La información se muestra en niveles del PIB (línea morada), deflactado a precios del 2003 con el deflactor del PIB. El salario de obtiene de la Comisión Nacional de Salarios Mínimos (2013), y se presenta deflactado con el INPC (línea azul).

Bibliografía y Fuentes

Referencias

- Acemoglu, Daron (2009). "Introduction to Modern Economic Growth." Princeton University Press. Princeton and Oxford.

- Angrist, J. D., & Krueger, A. B. (1991). "Does compulsory school attendance affect schooling and earnings?" The Quarterly Journal of Economics, 106(4), 979-1014.

- Barro, R. y Lee, J. (2001). "Schooling Quality in a Cross-Section of Countries." Economica, New Series. Vol. 68, No. 272, pp. 465-488.

- Barro, R. y Sala-i-Martin, X. (1995). "Economic Growth." McGraw-Hill, New York.

- Barro, R. y Sala-i-Martin, X. (2009). "Crecimiento Económico." Versión española de la segunda edición inglesa. Editorial Reverté, Barcelona.

- Benhabib, J. and Perli, R. (1994). "Uniqueness and Indeterminacy." Journal of Economic Theory, Vol. 63: 113-142.

- Bernard, A.B. and Durlauf, S.N. (1995). "Convergence in international output." Journal of Applied Econometrics. Vol. 10, pp. 97-108.

- Bils, M., & Klenow, P. J. (2000). "Does schooling cause growth?" The American Economic Review, 90(5), pp. 1160-1183.

- Boucekkine, R. y Ruiz-Tamarit, J.R. (2008). "Special functions for the study of economic dynamics: The case of the Lucas-Uzawa model." Journal of Mathematical Economics Vol. 44, pp. 33–54.

- Card, David and Alan B. Krueger. 1992. "Does School Quality Matter? Returns to Education and the Characteristics of Public Schools in the United States", J. Polit. Econ. 100:1, pp. 1-40.

- Card, D. (1994). "The Causal Effect of Education on Earnings." Handbook of Labor Economics, pp. 1801-1863.

- Caselli, F. (2005). "Accounting for cross-country income differences." Handbook of economic growth, 1, pp. 679-741.

- Caselli, F. and Ciccone, A. (2013), "The Contribution of Schooling in Development Accounting: Results from a Nonparametric Upper Bound", Journal of Development Economics.

- Denison, E. F. (1962). "United States Economic Growth." The Journal of Business, Vol. 35, No. 2, pp. 109-121.

- Denison, E. F. (1967). "Sources of postwar growth in nine western countries." The American Economic Review, 57, pp. 325-332.

- DiNardo, J., N. Fortin, T. Lemieux (1996). "Labor Market Institutions and the Distribution of Wages, 1973-1992: A Semiparametric Approach", Econometrica, Vol. 64, Nº 5, pp. 1001-1044.

- Easterly, W. and Levine, R. (2001), "It's Not Factor Accumulation: Stylized Facts and Growth Models", World Bank Economic Review. Vol. 15(2), pp. 177-219.

- El-Mattrawy, K., & Semmler, W. (2006). "The Role of Education and Human Capital for Economic Growth in Middle Income Countries: Egypt's Case". Unpublished Manuscript.

- Fuente, A. d. l., & Doménech, R. (2006). "Human capital in growth regressions: How much difference does data quality make?" Journal of the European Economic Association, 4(1), pp. 1-36.

- Gong, Greiner y Semmler (2004). "The Uzawa–Lucas model without scale effects: theory and empirical evidence." Structural Change and Economic Dynamics. Vol. 15, pp. 401–420.

- González Estrada, Adrián (2002). "Dinámica de los cultivos básicos en la liberalización comercial de México: Modelo Dinámico Multisectorial de Equilibrio General." Primera Edición. Programa de Economía, INIFAP, Chapingo, México.

- Greiner, Gong and Semmler (2005). "The Forces of Economic Growth: A Time Series Perspective." Princeton University Press.

- Griliches, Z., and Mason, W. M. (1972). "Education, Income, and Ability." Journal of Political Economy, 80, pp. 74-103.

- Griliches, Z. (1997). "Education, Human Capital, and Growth: A Personal Perspective." Journal of Labor Economics, 15, pp. 330-344.

- Gorseline, D. E. (1932). "The effect of schooling upon income." Indiana University.

- Hanushek, E. y Woessmann, L. (2012). "Schooling, educational achievement, and the Latin American growth puzzle." Journal of Development Economics, pp. 497–512.

- Jones, C.I. (1995). "Time series test of endogenous growth models." Quarterly Journal of Economics. Vol. 110, No. 2, pp. 495-525.

- Klenow, P. J., & Rodríguez-Clare, A. (1997). "The neoclassical revival in growth economics: Has it gone too far?" NBER Macroeconomics Annual, 12, pp. 73-103.

- Krueger, A. B., & Lindahl, M. (2001). "Education for growth: Why and for whom?" Journal of Economic Literature, 39(4), pp. 1101-1136.

- Lucas, R.E. (1988). "On the mechanics of economic development." Journal of Monetary Economics. Vol. 22, pp. 3-42.

- Mankiw, N. G., Phelps, E. S. and Romer, P. M. (1995). “The Growth of Nations”. Brookings Papers on Economic Activity, Vol. 1995, No. 1, 25th Anniversary Issue, pp. 275-326.

- Martínez, Lorenza (2005). “La política cambiaria y monetaria en México: Lecciones de una década de flotación cambiaria.” Dirección de Estudios Económicos. Banco de México.

- Meza F., J. A., Arreola, K. S. B., & García, J. U. (2012). “Recursos Naturales y Crecimiento Económico, analizando el Capital Humano en México”. Revista Internacional Administración & Finanzas (RIAF), 5(1), 93-102.

- Mincer, Jacob (1974). “Schooling, Earnings, and Experience.” NY: Columbia U. Press.

- Mulligan, C.B. y Sala–i-Martin, X. (1997). “A labor income-based measure of the value of human capital: An aplication to the states of the United States.” Japan and the World Economy, 9(2), 159-191.

- Mulligan, C.B. y Sala–i-Martin, X. (2000). “Measuring Aggregate Human Capital.” Journal of Economic Growth. Vol. 5, No. 3, pp. 215-252.

- OCDE (2013). “Economic Policy Reforms 2013. Going for Growth”. Multilingual Summaries. OECD. Paris, France.

- OCDE (2006). “Informe PISA 2006. Competencias científicas para el mundo del mañana”. Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos. OCDE. París, Francia.

- Ocegueda, Meza y Coronado (2013). “Impacto de la educación en el crecimiento económico en México, 1990-2008.” Revista Internacional de Administración & Finanzas. Volume 6. Number 1. Universidad Autónoma De Baja California.

- Park, J. H. (1994). “Estimation of Sheepskin Effects and Returns to Schooling Using the Old and the New CPS Measures of Educational Attainment” (No. 338). Industrial Relations Section, Princeton University.

- Sala–i-Martin, Xavier (1994). “Apuntes de Crecimiento Económico.” Universidad de Yale.

- Solow, R.M. (1956). “A Contribution to the Theory of Economic Growth.” The Quarterly Journal of Economics, Vol. 70, No. 1, pp. 65-94.

- Solow, R.M. (1957). “Technical Change and the Aggregate Production Function”. The Review of Economics and Statistics, Vol. 39, No. 3, pp. 312-320.

- Solow, R.M. (1970). “La Teoría del Crecimiento.” Editorial Fondo de Cultura Económica, México.

- Uzawa, H. (1965). “Optimum technical change in an aggregative model of economic growth.” International Economic Review. Vol. 6, pp.18-31.

- Willis, R. J., and Rosen, S. (1979). "Education and Self-Selection." Journal of Political Economy, 87, pp. 7-36

- Young, Alwyn (1995). "The Tyranny of Numbers: Confronting the Statistical Realities of the East Asian Growth Experience." Quarterly Journal of Economics, 110, pp. 641-680.

Fuentes de Datos

- Cámara de Diputados (2005). Centro de Estudios de las Finanzas Públicas de la H. Cámara de Diputados.

- Banco de México (1980). Informe Anual del Banco de México, Edición 1980.

- Banco de México (1990). Informe Anual del Banco de México, Edición 1990.

- Banco de México (2000). Informe Anual del Banco de México, Edición 2000.

- Banco de México (2012). Informe Anual del Banco de México, Edición 2012.

- Banco Mundial (2013). Metadatos de México. Banco Mundial.

- Comisión Nacional de Salarios Mínimos (2013).

- INEGI (1981). Sistema de Cuentas Nacionales de México, 1978-1980. Cuentas de Producción.

- INEGI (1995). Anuario Estadístico de INEGI, Edición 1995.

- INEGI (2000). Sistema de CuentasNacionales de México. Cuentas de Bienes y Servicios 1988-1999. Tomo I

- INEGI (2011). Sistema de Cuentas Nacionales de México.

- INEGI (2012). Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo (ENOE), 2005-2012.

- Nacional Financiera (1981). La Economía Mexicana en Cifras. México, DF.

- Penn-World Table 7.1 (2013). Center for International Comparisons of Production, Income and Prices. University of Pennsylvania.